

논문 2012-50-3-1

# 하향링크 다중사용자 다중안테나 시스템을 지원하는 반복 가중치 최소평균자승오류 빔형성 기법

(Iterative Weighted MMSE Beamforming for Downlink multiuser MISO System)

최 일 규\*, 황 영 수\*\*, 이 충 용\*

(Ilgyu Choi, Youngsoo Hwang, and Chungyong Lee)

## 요 약

기존의 최소평균자승오류 빔형성 기법은 간섭제거나 정합필터 빔형성 기법보다 우수한 성능을 보여주지만, 전체 전송률의 증가를 목적으로 하지는 않는다. 본 논문은 전체 전송률을 가중된 평균자승오류로 표현하여 증가시키는 기법을 제안하였다. 제안 기법은 기존의 최소평균자승오류 기법에서 출발하여 반복적으로 가중치와 빔을 갱신함으로써 전체 전송률을 증가시킨다. 모의실험 결과를 통해 제안 기법이 기존 기법보다 전체 전송률 측면에서 뛰어나며, 기존 기법과 달리 사용자의 수가 높아질수록 전체 전송률이 증가하는 것을 확인하였다.

## Abstract

Conventional MMSE beamforming scheme shows better performance than ZF or MF beamforming, but it does not aim increase of sum rate. This paper proposes sum rate maximizing scheme by representing sum rate as a function of weighted MSE. Proposed scheme increases sum rate iteratively by updating weights and beam whose initial form is conventional MMSE beam. Simulation result shows sum rate of proposed scheme is higher than those of conventional schemes and increases as the number of users increases.

**Keywords** : 하향링크, 다중사용자, 다중안테나, 최소평균자승오류, 빔형성

## I. 서 론

다중안테나 (multi-input single-output, MISO) 기법은 추가적인 주파수, 시간 자원의 사용 없이 공간 자원을 활용함으로써 다중사용자를 지원할 수 있다. 기존의 간섭제거 (zero forcing, ZF) 빔형성 (beamforming) 기법은 자신의 빔이 다른 사용자의 채널 (channel) 과 직교하게 형성하여 사용자 간 간섭을 제거하여 다중 사용

자를 지원 가능하지만, 자신의 채널은 고려하지 않기에 자신의 수신 성능이 줄어든다는 단점이 존재한다<sup>[1]</sup>. 반면, 최소평균자승오류 (minimum mean square error, MMSE) 빔형성 기법은 자신의 채널을 고려하면서 간섭 역시 감소시키므로 간섭제거 빔형성 기법보다 우수한 성능을 보여준다<sup>[2~5]</sup>.

기존의 최소평균자승오류 기법은 평균자승오류를 최소화시키도록 빔을 형성하기에 전체 전송률 (sum rate) 을 최대화시키는 것과는 직접적인 관련이 없다. 전체 전송률을 최대화시키는 것은 어렵기 때문에, 신호대누출잡음비 (signal-to-leakage-plus-noise ratio, SLNR) 를 최대화시키거나 빔을 특정 형태로 제한하여 빔 대신 최적 파라미터 값만을 반복적인 과정을 통해 추정하는 기법들이 기존에 제안되었다<sup>[6][7]</sup>. 하지만 이러한 기법들

\* 정희원, 연세대학교 전기전자공학과  
(Department of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University)

\*\* 정희원, 관동대학교 전자정보통신기술공학부  
(Department of Electronic and Communication Engineering, Kwandong University)

접수일자: 2012년11월26일, 수정완료일: 2013년2월18일

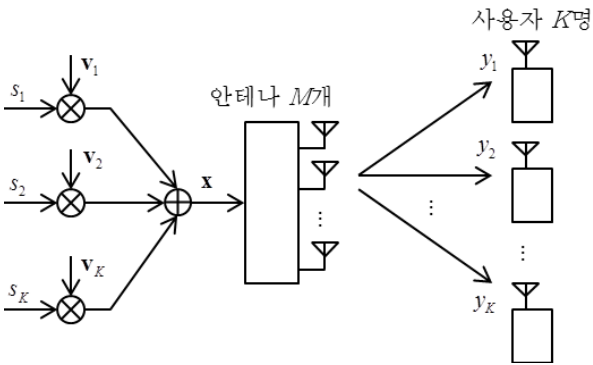


그림 1. 하향링크 다중사용자 다중안테나 시스템  
Fig. 1. Downlink multiuser MISO system

은 전체 전송률 측면에서 최소평균자승오류 빔형성 기법을 능가하지 못한다. 본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위해 전체 전송률을 가중된 평균자승오류에 관한 식으로 변형한 후 반복적인 과정을 거쳐 전체 전송률을 증가시키는 방향으로 빔을 형성하는 기법을 제안하였다.

## II. 하향링크 다중사용자 다중안테나 시스템

그림 1.은 하향링크 다중사용자 다중안테나 시스템을 나타낸다. 기지국은  $M$ 개의 안테나를 가지고 있고,  $K$ 명의 사용자는 하나의 안테나만을 가지고 있다. 사용자  $k$ 의 신호  $s_k$ 는 크기가  $M \times 1$ 인 빔  $\mathbf{v}_k$ 에 실려서 송신된다. 크기가  $M \times 1$ 인 기지국의 송신신호  $\mathbf{x}$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_k s_k \quad (1)$$

각 사용자에게는 동일한 송신전력  $P/K = E[s_k^H s_k]$ 이 할당되고, 빔이 단위 크기  $\mathbf{v}_k^H \mathbf{v}_k = 1$ 를 가질 때, 전체 송신전력은  $P = E[\mathbf{x}^H \mathbf{x}]$ 가 된다. 송신신호는 크기가  $M \times 1$ 인 채널  $\mathbf{h}_k$ 를 거친 후 잡음  $n_k$ 가 더해져 사용자  $k$ 에게 수신된다. 사용자  $k$ 의 수신신호  $y_k$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$y_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{x} + n_k \quad (2)$$

잡음  $n_k$ 의 분산이  $N_0$ 로 동일할 때, 송신 신호대잡음비 (signal-to-noise ratio, SNR)는  $\rho = P/N_0$ 로 표현된다. 식 (2)는 사용자  $k$ 를 대상으로 한 신호와 다른 사용자를 대상으로 한 간섭신호로 구분하여 나타낼 수 있다.

$$y_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k s_k + \sum_{j \neq k} \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_j s_j + n_k \quad (3)$$

식 (3)을 이용해 사용자  $k$ 의 수신 신호대간섭잡음비 (signal-to-interference-plus-noise ratio, SINR)는 다음과 같이 계산된다.

$$\text{SINR}_k = \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\sum_{j \neq k} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_j|^2 + K/\rho} \quad (4)$$

성능평가의 척도로 사용될 전체 전송률은 아래와 같다.

$$R = \sum_{k=1}^K \log_2(1 + \text{SINR}_k) \quad (5)$$

## III. 반복 가중치 최소평균자승오류 빔형성 기법

기존의 최소평균자승오류 기법은 수신신호  $y_k$ 가 최대한  $s_k$ 에 가까워지도록 빔을 형성한다. 사용자  $k$ 의 오류는  $e_k = s_k - y_k$ 로 표현되며, 평균자승오류는

$$E[|e_k|^2] = \frac{\rho}{K} \left( \sum_{j=1}^K \mathbf{v}_j^H \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_j - \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k - \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_k + 1 \right) + \mathbf{v}_k^H \mathbf{v}_k \quad (6)$$

로 계산된다. 전체 사용자의 평균자승오류는

$$J = \sum_{k=1}^K E[|e_k|^2] \quad (7)$$

이며, 식 (7)에 식 (6)을 대입 후,  $\mathbf{v}_k$ 에 대해 미분하여 이를 0으로 만듦으로써 최소평균자승오류 빔을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{v}_k = \left( \sum_{j=1}^K \mathbf{h}_j \mathbf{h}_j^H + \frac{K}{\rho} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_k \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{I}_M$ 은 크기가  $M \times M$ 인 단위행렬을 의미한다.

최소평균자승오류 빔은 신호대잡음비가 낮을 때는 정합필터 (matched filter, MF)의 형태를 갖고, 신호대잡음비가 높을 때는 간섭제거의 형태를 가져 유동적으로 간섭을 제거하면서도 자신의 신호를 강화시키는 장점이 있다. 그러나 최소평균자승오류 기법은 식 (7)을 최소화시킬 뿐, 전체 전송률 (5)와는 무관한 것을 볼 수 있다. 전체 전송률을 최대화시키기 위해서는 다른 형태의 빔이 필요하다.

신호대간섭잡음비 (4)는 식 (3)에서 사용자  $k$ 에게 필요한 신호와 이에 부정적인 영향을 미치는 신호의 비율이라고 할 수 있다. 최소평균자승오류 빔을 사용하면 수신신호는  $s_k$ 에 최대한 가까워지고, 남아있는 부정적인 신호는  $e_k$ 가 되므로, 신호대간섭잡음비는 다음과 같이 재정의 할 수 있다.

$$SINR_k = \frac{E[|s_k|^2]}{E[|e_k|^2]} = \frac{P/K}{E[|e_k|^2]} \quad (9)$$

전체 전송률을 최대화시키는 빔을 찾기 위해서는 식 (5)를 빔에 대해 미분시켜야한다.

$$\frac{dR}{d\mathbf{v}_k} = \sum_{k=1}^K \frac{1}{\ln 2} \frac{1}{1 + SINR_k} \frac{dSINR_k}{d\mathbf{v}_k} \quad (10)$$

신호대간섭잡음비가 (4)의 형태일 때는 식 (10)를 0으로 만드는 빔을 구하기 어려우나, (9)의 형태로 재정의 되었을 때는 그 과정이 간단해진다.

$$\frac{dSINR_k}{d\mathbf{v}_k} = - \frac{P/K}{E[|e_k|^2]^2} \frac{dE[|e_k|^2]}{d\mathbf{v}_k} \quad (11)$$

식 (11)을 (10)에 대입하면,

$$\frac{dR}{d\mathbf{v}_k} = \sum_{k=1}^K - \frac{1}{\ln 2} \frac{1}{1 + SINR_k} \frac{P/K}{E[|e_k|^2]^2} \frac{dE[|e_k|^2]}{d\mathbf{v}_k} \quad (12)$$

가 된다. 가중치를

$$w_k = - \frac{1}{\ln 2} \frac{1}{1 + SINR_k} \frac{P/K}{E[|e_k|^2]^2} = \frac{c}{E[|e_k|^2](E[|e_k|^2] + P/K)} \quad (13)$$

와 같이 정의한다면, 식 (12)를 0으로 만드는 빔은 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_k = \left( \sum_{j=1}^K \frac{w_j}{w_k} \mathbf{h}_j \mathbf{h}_j^H + \frac{K}{\rho} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_k \quad (14)$$

가중치의 상수 부분  $c$ 는 식 (14)에서 상쇄되므로 고려하지 않아도 된다. 제안 기법은 식 (13), (14)에서 볼 수 있듯이, 평균자승오류가 적은 사용자에게는 높은 가중치를 주어 다른 사용자의 빔형성에 적극적으로 참여시키고 자신의 빔은 정합필터 형태로 형성시킨다. 반대로

초기화  $w_1 = w_2 = \dots = w_K = 1$

$L$ 번 반복 {

$k = 1, \dots, K$  {

$\mathbf{v}_k = \left( \sum_{j=1}^K \frac{w_j}{w_k} \mathbf{h}_j \mathbf{h}_j^H + \frac{K}{\rho} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{h}_k$

}

$k = 1, \dots, K$  {

$E[|e_k|^2] = \frac{\rho}{K} \left\{ \sum_{j=1}^K \mathbf{v}_j^H \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_j - \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k - \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_k + 1 \right\} + \mathbf{v}_k^H \mathbf{v}_k$

$w_k = \frac{c}{E[|e_k|^2](E[|e_k|^2] + P/K)}$

}

}

그림 2. 반복 가중치 최소평균자승오류 알고리즘  
Fig. 2. Iterative weighted MMSE algorithm.

평균자승오류가 큰 사용자에게는 낮은 가중치를 주어 다른 사용자의 빔형성에 소극적으로 참여시키고 자신의 빔은 간섭제거 형태로 형성시킨다. 이는 신호대간섭비에 따라 그 형태가 변하는 최소평균자승오류 기법의 확장판이라고 할 수 있다.

가중치  $w_k$ 는 여러 빔들로 구성된 복잡한 형태로, 식 (14)를 닫힌 형태 (closed form) 로 표현하기는 매우 어렵다. 그렇기 때문에 본 논문에서는 가중치에 초기값을 준 후, 빔과 가중치를 번갈아가며 갱신해주는 반복적인 알고리즘을 사용한다. 만약 가중치  $w_k$ 가 1이라면, 식 (14)는 최소평균자승오류 빔 (8)과 동일해진다. 이후에 구한 빔으로 식 (13)을 식 (6)을 이용해 갱신하고, 새로 구한 가중치로 다시 빔 (14)를 갱신하면 반복적으로 전체 전송률을 최대화시키는 방향으로 빔을 형성 가능하다. 반복횟수를  $L$ 로 나타낼 때, 제안 기법은 그림 2.와 같이 정리된다.

최소평균자승오류 빔과 가중치를 계산하는데 필요한 연산량을 각각  $O_{MMSE}$ 와  $O_{weight}$ 로 나타낼 때, 제안 기법에는 총  $L(O_{MMSE} + O_{weight})$ 만큼의 연산량이 필요하다.  $O_{MMSE}$ 에는 역행렬 연산이 포함되지만  $O_{weight}$ 에는 벡터 연산만이 포함되므로 제안 기법의 연산량은  $LO_{MMSE}$ 로 근사화시켜 나타낼 수 있다. 이는 제안 기법이 기존 기법보다 이득을 얻기 위해서는 반복횟수만큼 많은 연산량을 필요로 한다는 것을 의미한다.

#### IV. 실 험

본 장에서는 간단한 하향링크 다중사용자 다중안테

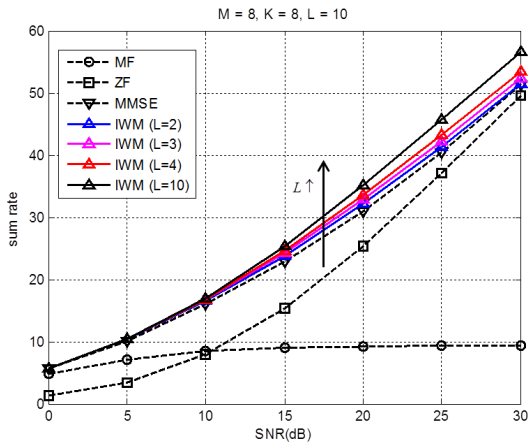


그림 3. 신호대잡음비에 따른 전체 전송률  
Fig. 3. Sum rate as a function of the SNR.

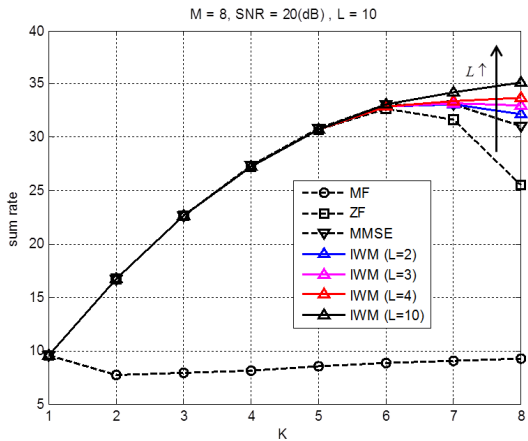


그림 4. 신호대잡음비가 20dB일 때, 사용자 수에 따른 전체 전송률  
Fig. 4. Sum rate as a function of the number of users when  $\rho = 20dB$ .

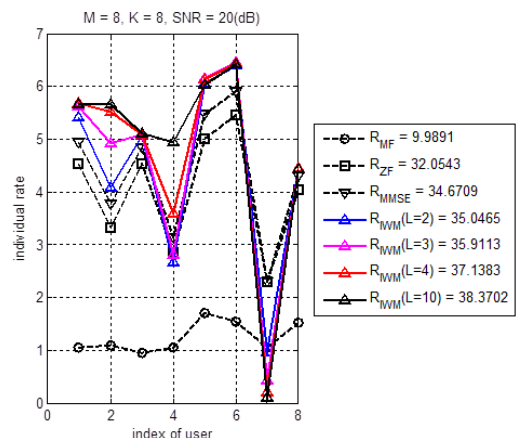


그림 5. 신호대잡음비가 20dB일 때, 사용자에 따른 개별 전송률  
Fig. 5. Individual rate as a function of the index of users when  $\rho = 20dB$ .

나 시스템을 모의실험을 통해 구성하여 제안 기법 (iterative weighted MMSE, IWM) 과 기존의 정합필터 (MF), 간섭제거 (ZF), 최소평균자승오류 (MMSE) 기법의 성능을 다양한 관점에서 비교분석하였다. 각 기법의 성능은 식 (4)의 신호대간섭잡음비를 이용한 전송률로 평가되었다. 공통적으로 기지국은 8개의 안테나를 가지고 있고 채널은 레일레이 페이딩 (Rayleigh fading) 을 겪으며 잡음은 백색 가우시안 (white Gaussian) 의 형태라 가정을 하였다.

그림 3.은 각 기법간의 신호대잡음비에 따른 전체 전송률을 비교하였다. 정합필터 기법은 낮은 신호대잡음비에서 간섭제거 기법보다 우수하지만, 신호대잡음비가 증가할수록 그 관계가 역전되는 현상을 보여준다. 반면, 최소평균자승오류 기법은 신호대잡음비 구간에 구애받지 않고 좋은 성능을 보여준다. 제안 기법은 반복횟수가 1 일 때는 최소평균자승오류 기법과 성능이 동일하지만, 반복횟수가 증가함에 따라 좋은 성능을 보여준다.

그림 4.는 신호대잡음비를 20dB로 고정했을 때 사용자 수에 따른 전체 전송률을 비교하였다. 간섭제거와 최소평균자승오류 기법은 사용자 수가 증가할수록 좋은 성능을 보여주다가 사용자 수가 일정 값 이상일 때는 다시 성능이 줄어드는 현상을 보여준다. 이는 낮은 사용자 수에서는 영공간 (null space) 이 충분하여 간섭 채널만을 고려하여도 자신의 채널이 손해를 보지 않으나, 사용자 수가 많아질수록 영공간이 한정되어 자신의 채널에 불리한 빔을 사용하기에 발생한다. 최소평균자승오류 기법은 신호대잡음비가 20dB일 때는 그림 3.에서 볼 수 있듯이 간섭제거 기법에 가까워지기에 비슷한 현상을 겪는다. 반면, 제안 기법은 식 (14)에서 볼 수 있듯이, 좋은 영공간에 속한 사용자에게만 높은 가중치를 주어 간섭제거에 참여시키므로 사용자 수에 따른 성능열화가 존재하지 않는다.

그림 5.는 신호대잡음비를 20dB로 고정했을 때 사용자에 따른 개별 전송률을 나타낸다. 평균값을 나타낸 앞선 실험결과와 달리, 본 실험결과는 일시적인 사용자들의 전송률을 나타내어 반복에 따라 전송률의 변화가 어떻게 일어나는지를 관찰하였다. 사용자 2와 4는 반복에 따라 평균자승오류가 줄어들어 높은 가중치를 받아 성능이 상승하는 것을 볼 수 있다. 하지만, 사용자 7은 시작부터 평균자승오류가 낮기에 갈수록 낮은 가중치를 부여받아 성능이 0에 가까워지는 것을 볼 수 있다. 이는 전체 전송률을 높이기 위해서 좋은 채널에 많은 자원을 할당하고 나쁜 채널은 배제하는 하의 워터 필링 (water

filling) 기법과 비슷하다.

본 논문에서는 빔형성에 의한 이득만을 살펴보기 위해 모든 사용자에게 동일한 송신전력을 할당하였으나, 최소평균자승오류 빔형성 기법에 적합한 전력할당을 사용하면 추가적인 전체 전송률 이득을 얻을 수 있다<sup>[8]</sup>.

#### IV. 결 론

본 논문은 최소평균자승오류 기법을 이용하여 반복적인 빔과 가중치의 갱신을 통해 전체 전송률을 증가시키는 기법을 제안하였다. 제안 기법은 사용자들의 평균 자승오류에 따라 유동적으로 변하는 빔을 형성하여 전체 전송률을 증가시킨다. 실험결과들은 기존의 기법들보다 제안 기법이 전체 전송률 측면에서 우수한 성능을 가지고 있는 것을 보여준다.

#### 참 고 문 헌

- [1] T. Yoo and A. Goldsmith, "On the Optimality of Multiantenna Broadcast Scheduling Using Zero-Forcing Beamforming," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 24, no. 3, pp. 528-541, Mar. 2006.
- [2] S. Serbetli and A. Yener, "Tranceiver Optimization for Multiuser MIMO Systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, no. 1, pp. 214-226, Jan.2004.
- [3] J. Zhang, Y. Wu, S. Zhou, and J. Wang, "Joint Linear Transmitter and Receiver Design for the Downlink of Multiuser MIMO Systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 9, no. 11, pp. 991-993, Nov. 2005.
- [4] A. D. Dabbagh and D. J. Love, "Multiple Antenna MMSE Based Downlink Precoding with Quantized Feedback or Channel Mismatch," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 56, no. 11, pp. 1859-1868, Nov. 2008.
- [5] H. Lee, I. Sohn, D. Kim and K. Lee "Generalized MMSE Beamforming for Downlink MIMO Systems," *Communications (ICC), 2011 IEEE International Conference on*, pp. 1-6, Kyoto, Japan, June 2011.
- [6] M. Sadek, A. Tarighat, and A. H. Sayed, "A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 5, pp. 1711 - 1721, may 2007.
- [7] R. de Francisco and D.T.M. Sloc, "An Optimized Unitary Beamforming Technique for MIMO Broadcast Channels", *IEEE Trans. on Wireless Commn.*, vol. 9, no. 3, pp. 990-1000, Mar. 2010.
- [8] 이민, 오성근, "MMSE 프리코딩을 이용한 다중 사용자 MIMO 시스템에서 사용자별 전력 할당을 위한 간소화된 반복적 워터 필링 알고리즘", *전자공학회 추계학술대회 논문집*, 제30권, 제2호, 63-65쪽, 2007년 11월.

---

 저 자 소 개
 

---



최 일 규(학생회원)  
 2009년 연세대학교 전기전자  
 공학과 학사 졸업  
 2009년~현재 연세대학교  
 전기전자공학과  
 석박사통합과정

<주관심분야 : 통신신호처리, MIMO 시스템>



황 영 수(정회원)  
 1990년 연세대학교 전기전자  
 공학과 박사 졸업  
 1989년~현재 관동대학교 전자  
 정보통신기술공학부 교수  
 <주관심분야 : 음향신호처리>



이 충 용(정회원)-교신저자  
 1995년 Georgia Institute of  
 Technology 박사 졸업  
 1996년~1997년 삼성전자 연구원  
 1997년~현재 연세대학교  
 전기전자공학과 교수

<주관심분야 : 통신신호처리, 어레이 신호처리,  
 MIMO 시스템>