

천정형 크레인의 흔들림 억제제어에 관한 SOS 접근법

Anti-Swing Control of Overhead Crane System using Sum of Squares Method

홍진현* · 김철중** · 좌동경†
(Jin-Hyun Hong · Cheol-Joong Kim · Dongkyoung Chwa)

Abstract - This paper proposes anti-swing control of overhead crane system using sum of squares method. The dynamic equations of overhead crane include nonlinear terms, which are transformed into polynomials by using Taylor series expansion. Therefore the dynamic equation of overhead crane can be changed to the system of polynomial equation. On the basis of polynomial dynamics of crane system, we propose the Sum of Squares (SOS) conditions considering the input constraints. In addition, control gains are obtained by numerical tool which is called by SOSTOOL. The effectiveness of the proposed method is demonstrated by numerical simulation.

Key Words : Anti-swing control, Overhead crane, Sum of squares, Taylor series expansion, Input constraint

1. 서론

중량의 물체를 옮기는 크레인 시스템은 산업현장 및 건물 건설현장 등에서 다양하게 변형된 형태로 사용되고 있다. 하지만 크레인 시스템의 운용 도중에 발생하는 산업재해는 인명과 재산에 손실을 주고 있다. 크레인 시스템의 운용 도중에 산업재해를 발생시키는 재해 요소 중 가장 많은 비중을 차지하는 것은 운반물체의 흔들림으로 인한 사고이다[1]. 이러한 운반물체의 흔들림은 천정형 크레인의 트롤리 주행 가속도와 운반물체를 연결한 권상 로프의 길이에 직접적인 영향을 받는다. 따라서 크레인의 운반물체의 흔들림을 최소화시키기 위한 연구가 다양한 각도에서 진행되고 있다.

크레인의 제어방식은 개루프 제어방식과 페루프 제어방식으로 구분할 수 있다. 개루프 제어방식은 시스템의 고유진동수 및 감쇠특성을 측정된 이후 그에 맞게 제어입력을 설계하는 입력성형 기법이 있다[2]. 하지만 입력성형 기법을 이용한 크레인 제어 기법은 크레인 시스템에 가해지는 외란 및 시스템 매개변수의 변화에 따라 제어입력을 다시 설계해야 하는 단점이 존재한다.

페루프 제어방식의 경우 크레인의 움직임을 동역학식으로 표현하고 제어기를 설계하는 방식이다. 페루프 제어의 연구 초기에는 크레인의 비선형 동역학식을 선형화한 모델에 대한 선형제어기의 연구가 있다[3]. 선형제어기의 경우 제어기법이 간단하다는 장점이 있지만 동작점 이외의 부분은 시스템이 불안정해 질 수 있다. 특히 크레인 시스템은 운반물체

의 무게와 트롤리의 무게로 인한 실제 모델과 선형모델의 차이는 시스템에 부정적인 영향을 준다. 따라서 비선형 항을 무시한 선형제어기의 경우 시스템의 안정성을 보장할 수 없으므로 선형제어기보다 성능이 좋은 제어기법의 연구가 진행되었다. 퍼지 논리 제어기의 경우 크레인 시스템을 전문적인 지식을 적용하여 크레인의 흔들림 억제 제어를 하였다[4], [5]. 비선형 제어기의 경우, 크레인 시스템의 비선형 항을 케환 선형화 기법으로 접근하여 시스템의 과도상태 응답을 향상시키고 점근적인 안정성을 확보하였다[6]. 또한 크레인 시스템의 불확실성을 고려하여 강인 제어를 할 수 있는 2차 슬라이딩모드 제어기를 적용하였고 모의실험을 통해 제어기의 성능을 검증하였다[7]. 따라서 케환 선형화 제어기로 시스템의 안정성을 보장하면서 퍼지 가변구조제어와 퍼지관측기로 시스템의 불확실성을 보상하고 크레인의 흔들림 억제제어 기법을 제안하였고, 시뮬레이션을 통해 성능을 검증하였다[8].

동작점 부근에서 선형화를 하는 T-S 퍼지시스템의 경우 비선형 동역학식을 소속함수를 이용하여 다수의 선형모델로 표현함으로써 크레인 시스템의 비선형성을 기술하고 제어가 가능하도록 하였다[9]. [10]에서는 Fuzzy descriptor를 적용하여 기존의 퍼지 시스템보다 적은 소속함수를 사용하였고, 실제 크레인 시스템에서의 응용을 고려하여 비용함수와 시스템의 입력제한 및 상태제한을 고려한 Fuzzy LMI 제어기를 설계하였다. Fuzzy LMI 제어기의 경우 제어입력을 수치해석 도구인 LMI toolbox를 사용하기 때문에 수치해석적인 제어 입력 값을 구할 수 있다는 강점이 있다. 하지만 선형제어기는 비선형항을 동작점 부근에서 선형화하였기 때문에 시스템의 모델링 오차가 크게 발생할 수 있다. 따라서 유계된 상태변수 값 이외의 상황에서는 제어기의 성능을 보장하기가 어렵다. 또한 Fuzzy descriptor 시스템으로 소속함수의 개수를 감소했지만 다수의 소속함수와 LMI 조건이 필요하다.

본 논문에서는 크레인의 동역학식에 존재하는 비선형항을 동작점 부근에서 선형화하지 않고 테일러 급수 전개를 이용하여 시스템 행렬을 다항식의 형태로 변환한다. 다항식 형

* Dept. of Electrical and Computer Engineering, Ajou University, Korea.

** Dept. of Electrical and Computer Engineering, Ajou University, Korea.

† Corresponding Author : Dept. of Electrical and Computer Engineering, Ajou University, Korea.

E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr

Received : December 18, 2012; Accepted : February 20, 2013

태로 변환한 시스템 행렬을 Sum Of Squares(SOS) 기법을 이용하여 제어입력을 얻는다[11]. SOSTOOL은 LMI 기법에서 연장선상에 있는 형태로 볼 수 있으며, 시스템 행렬에 상태변수가 포함되어도 제어입력을 설계할 수 있는 장점이 있다. 특히 시스템 행렬에 상태변수가 포함되어 있기 때문에 Fuzzy LMI 시스템과 같은 다수의 시스템 행렬이 필요하지 않으므로 제어입력 설계에 필요한 조건이 훨씬 줄어드는 장점이 있다. 또한, 크레인의 환경 중 구동기의 출력크기에 한계가 실제로 존재하므로 입력제한 조건이 있는 제어입력을 설계하여 실제적인 조건을 고려한 제어입력을 설계한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 크레인의 기구학에 대한 설명과 2-D 모델을 유도하고, 3장에서는 크레인의 흔들림 억제제어기를 설계한다. 4장에서는 모의실험을 통하여 제어기의 성능을 검증하고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

2. 천정형 크레인의 모델링

1차원 궤도를 왕복 수행하는 천정형 크레인 모델은 그림 1과 같이 표현할 수 있다.

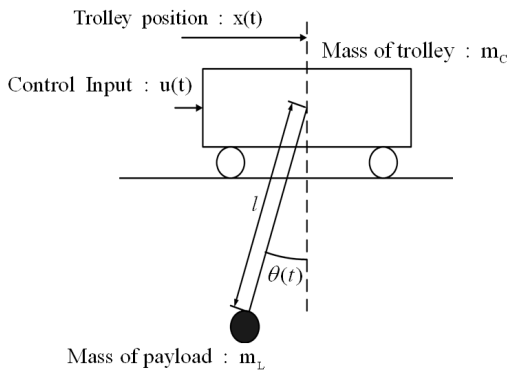


그림 1 천정형 크레인 시스템
Fig. 1 Overhead crane system

그림 1에서 $x(t)$, $\theta(t)$, $u(t)$ 는 각각 크레인의 트롤리 위치와 운반물체의 흔들림 각도 및 트롤리의 제어입력을 나타낸다. 여기서 운반물체를 지탱하는 권상 로프는 탄성을 무시한 강체막대로 가정하고, 운반물체는 점질량으로 간주하여 천정형 크레인의 운동방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다[3].

$$f(t, x, \theta, u) = \begin{bmatrix} \frac{m_L l \dot{\theta}^2 \sin \theta + u + m_L g \sin \theta \cos \theta}{(m_L + m_c) - m_L \cos^2 \theta} \\ \frac{m_L l \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta + u \cos \theta + (m_L + m_c) g \sin \theta}{-l(m_L + m_c) + m_L l \cos^2 \theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, m_L , m_c , l , g 는 크레인 트롤리의 무게, 운반물체의 무게, 크레인 권상 로프의 길이, 중력가속도를 나타낸다. 식 (1)에 비선형항이 존재하기 때문에 시스템 행렬에 상태변수가 포함된다. 또한 시스템 행렬에 상태변수가 들어가기 때문에 시스템 행렬이 시간의 영향을 받는다. 따라서 비선형항을 테일러 급수 전개를 통해 다항식으로 표현한다. 식 (1)의 비선형항 $\sin \theta \cos \theta$, $\sin \theta$, $\cos^2 \theta$, $\cos \theta$ 를 테일러 급수 전개를 통해 표 1과 같은 다항식 형태로 변환할 수 있다.

표 1 비선형항의 테일러 전개

Table 1 Taylor expansion of nonlinear term

Nonlinear term	Taylor expansion
$\sin \theta \cos \theta$	$\theta - \frac{2}{3} \theta^3 + \frac{2}{15} \theta^5$
$\sin \theta$	$\theta - \frac{1}{6} \theta^3 + \frac{1}{120} \theta^5$
$\cos^2 \theta$	$1 - \theta^2 + \frac{1}{3} \theta^4 - \frac{2}{45} \theta^6$
$\cos \theta$	$1 - \frac{1}{2} \theta^2 + \frac{1}{24} \theta^4 - \frac{1}{720} \theta^6$

식 (1)을 테일러 전개를 통하여 다항식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= poly_1 + poly_2 u \\ \ddot{\theta} &= poly_3 + poly_4 u \end{aligned} \quad (2)$$

와 같으며 여기서 $poly_1$, $poly_2$, $poly_3$, $poly_4$ 는 각각

$$\begin{aligned} poly_1 &= \frac{m_L g (\theta - \frac{2}{3} \theta^3 + \frac{2}{15} \theta^5) + m_L l \dot{\theta}^2 (\theta - \frac{1}{6} \theta^3 + \frac{1}{120} \theta^5)}{m_L + m_c - m_L (1 - \theta^2 + \frac{1}{3} \theta^4 - \frac{2}{45} \theta^6)} \\ poly_2 &= \frac{1}{m_L + m_c - m_L (1 - \theta^2 + \frac{1}{3} \theta^4 - \frac{2}{45} \theta^6)} \\ poly_3 &= \frac{((m_L + m_c) (\theta - \frac{1}{6} \theta^3 + \frac{1}{120} \theta^5) + m_L l \dot{\theta}^2 (\theta - \frac{2}{3} \theta^3 + \frac{2}{15} \theta^5))}{-l(m_L + m_c - m_L (1 - \theta^2 + \frac{1}{3} \theta^4 - \frac{2}{45} \theta^6))} \\ poly_4 &= \frac{1 (1 - \frac{1}{2} \theta^2 + \frac{2}{24} \theta^4 - \frac{1}{720} \theta^6)}{-l(m_L + m_c - m_L (1 - \theta^2 + \frac{1}{3} \theta^4 - \frac{2}{45} \theta^6))} \end{aligned}$$

이다. 테일러 전개를 하여 얻은 다항식을 대입하여 식 (2)를 크레인의 상태방정식으로 표현하면

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & poly_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & poly_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ poly_2 \\ 0 \\ poly_4 \end{bmatrix} u \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다.

3. 입력제한을 고려한 다항 블록 모델

앞 절에서 얻은 식 (3)은 $\dot{x} = A(x)x + B(x)u$ 형태이며 \dot{x} 을 0으로 안정화시키는 제어입력을 구하는 문제로 생각할 수 있다. 이 절에서는 크레인의 상태변수를 안정화하는 상태 궤환 제어 입력에 입력 크기의 제한이 있다는 가정을 하고, 입력제한 조건이 있는 제어입력을 구한다. 제한조건이 있는 제어입력은 다항 블록 모델로 표현할 수 있다. 실제 크레인 시스템은 무거운 중량을 운반물체를 옮기게 된다. 크레인

시스템의 구동기의 동력은 산업현장 환경에 따라 제한되는 환경이 다르기 때문에 입력제한을 고려한 제어입력을 설계가 필요하다.

식 (3)에서 시스템의 입력제한을 고려하면

$$\dot{x} = A(x)x + B(x) \text{sat}(K(x)x), \quad K(x) \in R^{m \times n} \quad (4)$$

와 같이 표현할 수 있다. 식 (4)의 $\text{sat}(K(x)x)$ 는 입력포화 함수로 제어입력이 입력제한 조건을 가질 경우로

$$\text{sat}(K_i(x)x) = \begin{cases} -1 & \text{if } K_i(x)x \leq -1 \\ K_i(x)x & \text{if } -1 < K_i(x)x \leq 1 \\ 1 & \text{if } K_i(x)x > 1 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (5)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 i 는 식 (5)에서의 단일 크기의 입력제한을 고려한다. 단일 크기가 아닌 경우는 정규화 과정을 통해

$$\hat{B} = BU, \quad \hat{u} = U^{-1}u \quad (6)$$

과 같이 표현할 수 있다. 여기서 $u = \text{diag}\{u_{\max,i}\}$ 로 i 번째 입력의 최대 크기를 가지는 대각행렬이다. 이 때, 정방행렬 D 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$D = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (7)$$

식 (7)은 $i = 2$ 일 때의 정방행렬 D 의 표현이다. D 의 각 원소들은 $D_i, i = 1, \dots, 2^m$ 으로 표현되며 또한 D_i^- 는 $D_i^- = I - D_i$ 와 같이 나타낼 수 있다.

보조정리 1 [12, 13] : $K(x), H(x) \in R^{m \times n}$ 이 주어졌을 때 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$\text{sat}(K(x)x) \in \text{Co}\{D_i K(x) + D_i^- H(x)x : i \in [1, 2^m]\} \quad (8)$$

이 때, $|h_i(x)| < 1$ 을 만족하며 $h_i(x)$ 는 $H(x)$ 의 행방향 원소이며, Co 는 convex hull을 의미한다[12, 13]. 따라서 입력제한 함수 식 (5)은 다음과 같다.

$$\text{sat}(K(x)x) = \sum_{i=1}^{2^m} \mu_i (D_i K(x) + D_i^- H(x)x) \quad (9)$$

여기서 μ_i 는 $0 \leq \mu_i \leq 1, \sum_{i=1}^{2^m} \mu_i = 1$ 이다.

식 (8)과 (9)를 이용하여 식 (4)를 다시 표현하면

$$\dot{x} = A(x)x + B(x) \sum_{i=1}^{2^m} \mu_i (D_i K(x) + D_i^- H(x)x) \quad (10)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 식 (10)을 통해 입력제한이 있는 제어입력을 다항 볼록 모델로 표현할 수 있다.

4. 궤환 제어기의 SOS 접근법

이 절에서는 앞 절에서 제시된 입력제한을 고려한 다항 볼록 모델에 대해 SOSTOOL을 사용하여 제어기를 설계한다. 다항식 $f(x)$ 가 $f(x) = \sum_{i=1}^m f_i^2(x)$ 이고 이 때 $f(x)$ 를 만족시키는 $f_1(x), \dots, f_m(x)$ 가 존재하면 $f(x)$ 는 SOS(Sum Of Squares)라 한다. 여기서 $f(x)$ 는

$$f(x) = \hat{x}(x)^T P(x) \hat{x}(x) \quad (11)$$

와 같이 표현할 수 있다. 식 (11)은 SOS 다항식을 이차형식으로 표현할 수 있으며, 시스템의 안정성을 보일 수 있다.

보조정리 2 [14]. 다항 대칭행렬 $P(x)$ 의 모든 x 가 비특이성일 때,

$$\frac{\partial P}{\partial x_i}(x) = -P(x) \frac{\partial P^{-1}}{\partial x_i}(x) P(x) \quad (12)$$

로 표현할 수 있다.

증명. $P(x)$ 가 비특이성이므로 $P(x)P^{-1}(x) = I$ 이다. 이를 z_i 에 대해 미분하였을 때,

$$\frac{\partial P(x)}{\partial x_i} P^{-1}(x) + P(x) \frac{\partial P^{-1}(x)}{\partial x_i} = 0$$

이다. 따라서 식 (12)의 결과를 얻을 수 있다.

(Q.E.D.)

정리 1. 다항 대칭행렬 $X(\tilde{x}) \in R^{n \times n}$ 과 다항행렬 $M(x), N(x) \in R^{m \times n}$ 이 다음의 식 (13), (14)를 만족하면 식 (10)은 안정하다.

$$v^T (X(\tilde{x}) - \epsilon_1(x)I)v \text{ is SOS} \quad (13)$$

$$-v^T \left(\begin{array}{c} T(x)A(x)X(\tilde{x}) + X(\tilde{x})A^T(x)T^T(x) \\ + T(x)B(x)D_i M(x) + M^T(x)D_i^T B^T(x)T^T(x) \\ - v^T + T(x)B(x)D_i^- N(x) + N^T(x)D_i^- T^T(x)T^T(x) \\ - \sum_{k \in J} \frac{\delta X(\tilde{x})}{\delta x_k} A^k(x)(\tilde{x}) + \epsilon_2(x)I \end{array} \right) v \text{ is SOS} \quad (14)$$

여기서 식 (14)에서의 행렬 $T(x)$ 는

$$T^i(x) = \frac{\delta \hat{x}_i(x)}{\delta x_j} \quad (15)$$

로 가정하고, $v \in R^N$ 이다. 따라서 궤환제어입력 $K_i(x)$ 는

$$K(x) = M(x)X^{-1}(\tilde{x}) \quad (16)$$

와 같이 얻을 수 있다.

증명. 궤환제어입력에 대한 리아푸노프 함수를

$$V = \hat{x}^T X^{-1}(\tilde{x}) \hat{x} \quad (17)$$

로 가정하였을 때, 리아프노프 함수를 시간에 대해 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{dV(x)}{dt} &= \dot{\hat{x}}^T(x) X^{-1}(\tilde{x}) \hat{x}(x) + \hat{x}^T X^{-1}(\tilde{x}) \dot{\hat{x}}(x) \\ &\quad + \hat{x}^T(x) \sum_{k \in J} \frac{\partial X^{-1}(\tilde{x})}{\partial x_k} A^k(x) \hat{x}(x) \\ &= \dot{\hat{x}}^T \frac{\partial \hat{x}^T(x)}{\partial x} X^{-1}(\tilde{x}) \hat{x}(x) + \hat{x}^T X^{-1}(\tilde{x}) \frac{\partial \hat{x}(x)}{\partial x} \dot{x} \\ &\quad + \hat{x}^T \sum_{k \in J} \frac{\partial X^{-1}(\tilde{x})}{\partial x_k} A^k(x) \hat{x}(x) \\ &= \dot{\hat{x}}^T T^T(x) X^{-1}(\tilde{x}) \hat{x}(x) + \hat{x}^T(x) X^{-1}(\tilde{x}) T(x) \dot{x} \\ &\quad + \hat{x}^T(x) \sum_{k \in J} \frac{\partial X^{-1}(\tilde{x})}{\partial z_k} A^k(x) \hat{x}(x) \end{aligned} \quad (18)$$

이 된다. 여기서 식 (10)을 식 (18)에 대입하면

$$\dot{V}(x) = \hat{x}^T(x) \left(\begin{array}{c} A^T(x) T^T(x) X^{-1}(\tilde{x}) + X^{-1}(\tilde{x}) T(x) A(x) + \\ \sum_{i=1}^{2m} \mu_i \{ K^T(x) D_i^T + H^T(x) D_i^- \} B^T(x) T^T(x) X^{-1}(\tilde{x}) \\ + \sum_{i=1}^{2m} \mu_i X^{-1}(\tilde{x}) T(x) B(x) \{ D_i K(x) + D_i^- H(x) \} \\ + \sum_{k \in J} \frac{\partial X^{-1}(\tilde{x})}{\partial x_k} A^k(x) \end{array} \right) \hat{x}(x) \quad (19)$$

과 같이 표현할 수 있다. 양변에 $X(\tilde{x})$ 를 곱하고, 보조정리 2의 결과를 이용하면 식 (19)의 제곱항들이 모든 x 에서 음반 한정임을 알 수 있다. 따라서 폐환 제어입력의 리아프노프 함수가 양한정이 아니므로, 폐환 제어입력의 안정성이 보장된다.

(Q.E.D.)

이 절에서는 안정성이 보장되는 입력제한 조건이 있는 폐환 제어입력을 설계하였다. 천정형 크레인 시스템에 존재하는 비선형항을 테일러 급수 전개를 이용하여 시스템 행렬식을 다항식의 형태로 변환하였다. 또한 입력제한 조건을 만족하는 제어입력을 설계하기 위해 입력포화함수를 다항 볼록 모델로 표현하였다. 따라서 비선형성을 포함한 시스템을 하나의 시스템 식으로 표현할 수 있는 장점이 있다. 그에 반해 Fuzzy LMI[10] 제어기는 Fuzzy descriptor를 사용하여 다수의 선형시스템 행렬식으로 표현한다. 따라서 시스템의 비선형항을 표현하는데 다수의 선형 시스템식이 필요하다. 또한 비선형항을 정확히 표현할수록 시스템이 복잡해지고, 제어입력을 구하기 위한 LMI 설계조건이 증가하는 단점이 존재한다. 본 논문에서 제안하는 SOS 접근법은 시스템 모델을 다항식으로 표현하여 하나의 시스템 행렬만이 필요하다. SOS와 Fuzzy LMI 제어기의 시스템 모델 수와 제한조건의 개수는 표 2에서 확인할 수 있다.

표 2 SOS와 Fuzzy descriptor의 비교.

Table 2 Comparison between SOS and Fuzzy descriptor.

	SOS	Fuzzy descriptor
Number of rule for the modeling	1	8
Number of constraint	3	10

다음 절에서는 모의실험을 통하여 Fuzzy descriptor를 사용한 Fuzzy LMI 제어기와 비교하고 제안하는 제어기의 성능을 평가한다.

5. 모의실험

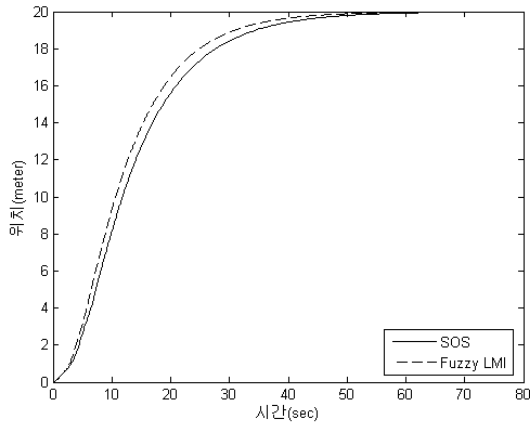
이 절에서는 본 논문에서 제안하는 SOS를 이용한 제어기의 성능을 검증하기 위하여 기존의 Fuzzy LMI 제어기[10]와 비교한다. 모의실험에서 사용한 크레인의 매개변수 값은 표 3과 같다. [10]의 경우 크레인 시스템의 입력, 상태 제한 조건을 고려한 보장비용 제어기이다. 따라서 비용함수 $J = \int_0^\infty x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)$ 에서의 행렬 Q 와 상수 R 의 값에 의해 크레인의 성능이 좌우될 수 있다. 제안하는 제어기법과의 성능을 비교하기 위해서 상태 및 입력제한 조건은 $\|\theta(t)\| < \frac{\pi}{12}$, $\|\dot{\theta}(t)\| < \frac{\pi}{4}$, $\|u(t)\| < 500N, 2000N$ 으로 설정하고, 비용함수의 행렬 Q 와 상수 R 의 값은 각각 $Q = \text{diag}(10, 1, 1, 1)$, $R = 0.005$ 로 설정한다. 천정형 크레인의 트롤리의 목표위치는 20m로 설정하고 모의실험을 한다.

표 3 천정형 크레인의 매개변수.

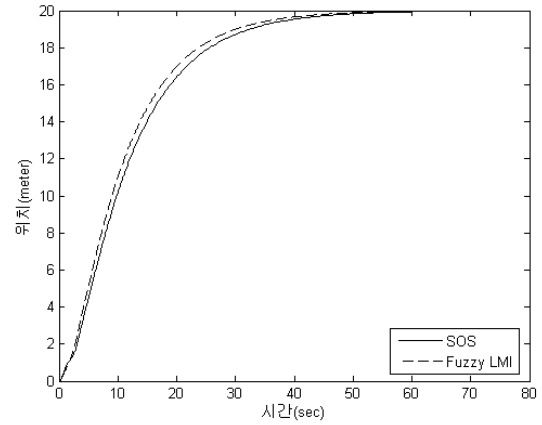
Table 3 Parameters of overhead Crane.

이름	값	이름	값
트롤리의 무게 (m_C)	1000 kg	권상로프의 길이 (L)	4 m
운반물체의 무게 (m_L)	1000 kg	트롤리의 입력제한 크기 ($u(t)$)	500N 2000N

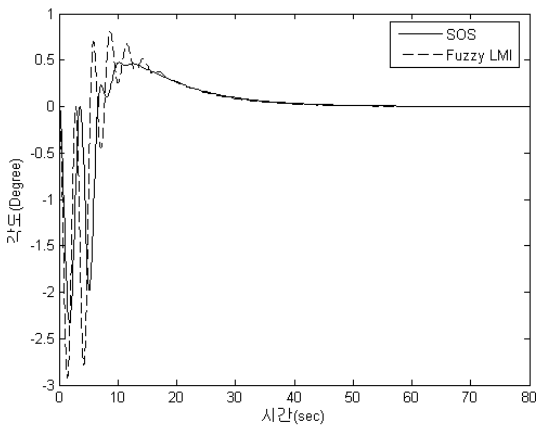
제안하는 제어기법의 성능을 입증하기 위하여 각각의 실험 환경에서의 시스템 응답을 확인한다. 제안하는 알고리즘의 우수성은 각각의 실험 환경에서의 흔들림 각도변화를 통해 확인할 수 있다. 천정형 크레인의 트롤리의 위치변화는 그림 2의 (a)와 그림 3의 (a)에서 각각 확인할 수 있다. Fuzzy LMI 기법과 SOS 기법 모두 원하는 위치목표까지 동일한 시간 내에 이동하는 곳을 확인할 수 있다. 운반물체의 흔들림 각도 변화는 그림 2의 (b)와 그림 3의 (b)에서 확인할 수 있다. SOS 기법의 경우, 트롤리가 목표위치로 이동하기 위해 가속을 하는 구간에서 발생하는 원치 않는 흔들림 각도가 Fuzzy LMI 기법보다 더 작은 것을 확인할 수 있으며, 트롤리의 감속구간에서 발생하는 원치 않는 흔들림 각도 또



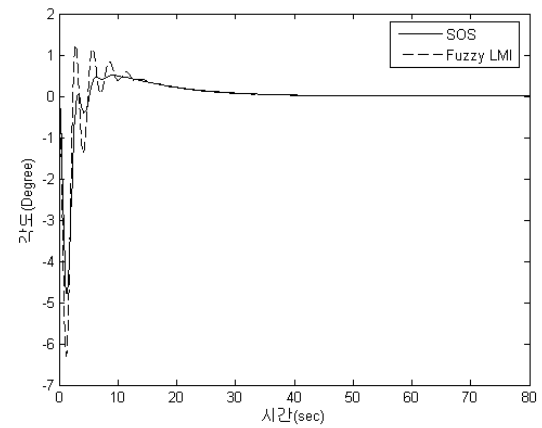
(a) 트롤리의 위치



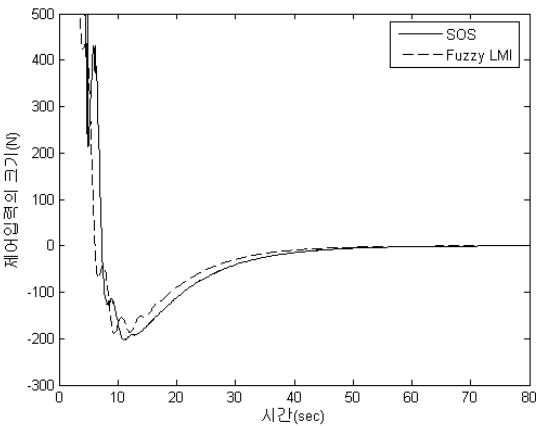
(a) 트롤리의 위치



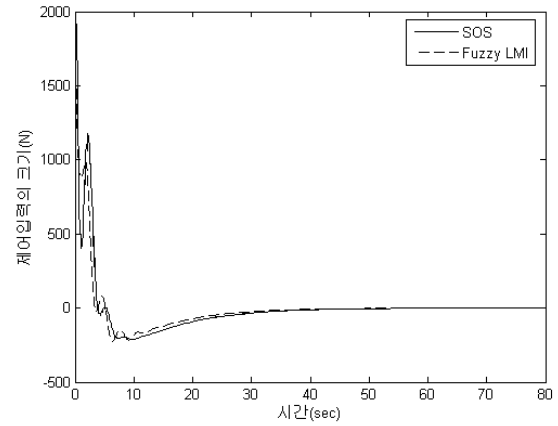
(b) 운반물체의 흔들림 각도



(b) 운반물체의 흔들림 각도



(c) 제어입력의 크기



(c) 제어입력의 크기

그림 2 입력제한 500N에서의 천정형 크레인의 시스템 응답
Fig. 2 The system response of overhead crane with input constraint 500N

그림 3 입력제한 2000N에서의 천정형 크레인의 시스템 응답
Fig. 3 The system response of overhead crane with input constraint 2000N

한 더 작은 것을 확인할 수 있다. 제어입력의 크기 변화 측면에서도 SOS 기법의 경우, 제어입력의 포화시간이 Fuzzy LMI 기법과 비교하였을 때 짧은 것을 확인할 수 있다. 입력제한을 고려하였기 때문에 두 제어기법 모두 입력포화 상

태에서도 흔들림 억제제어를 하는 것을 그림 2의 (c)에서 확인할 수 있다. 전체적인 시스템의 성능을 비교해볼 때, SOS 기법이 트롤리의 이동시간과 시스템에서 사용하는 제어입력의 크기가 비슷하지만, 운반물체의 흔들림 억제제어는

더 작다. 따라서 제안하는 알고리즘의 성능이 우수한 것을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 SOS 접근법을 통한 천정형 크레인의 흔들림 억제제어 기법을 제안하였다. 크레인의 구동기에 입력제한이 존재하므로 입력제한을 고려한 흔들림 억제제어 기법을 SOS접근법을 통하여 얻었다. 크레인의 동역학에서 존재하는 비선형항을 테일러 급수 전개를 통하여 다항 시스템 행렬로 변환하였고, 이를 통하여 상태 궤환 제어입력을 설계하였다. 기존의 연구 방법 중 하나인 Fuzzy LMI 제어기법과 성능을 비교하였다. Fuzzy LMI 제어기법은 비선형항에 정확히 기술할수록 규칙이 많아지는 단점이 존재한다. 그에 비해 SOS기법은 시스템 행렬이 다항식이므로 비선형항이 존재하는 시스템을 선형화하여 제어 입력을 설계한 Fuzzy LMI 제어기보다 제어설계 조건이 훨씬 적어지는 장점을 가지며 제어입력의 형태 또한 훨씬 간단해진다. 또한 크레인의 흔들림 억제제어 측면에서도 기존의 연구방법보다 본 논문에서 제안하는 제어기법이 우수함을 모의실험을 통하여 검증하였다. 제어 시스템에 대한 SOS 접근 방법은 천정형 크레인의 흔들림 억제제어뿐만 아니라 크레인의 권상, 권하 운동 등 선형제어기로 설계하기 어려운 시스템에도 사용할 수 있으므로, 추후 연구에서는 이러한 연구를 진행할 계획이다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2012R1A1A2006233)

References

[1] H.-H. Kim, G. Lee, "A quantitative analysis of fatal accidents related to cranes using the FMEA method," *Journal of the Korea Institute of Building Construction*, Vol. 7, No. 3, pp. 115-122, Set. 2007.

[2] D. Blackburn, W. Singhose, J. Kitchen, V. Patran genaru, J. Lawrence, Tatsuaki Kamoi, and Ayako, "Command shaping for nonlinear crane dynamics," *Journal of Vibration and Control* Vol. 16 No. 4, pp. 477-501, 2010.

[3] A. Piazzi and A. Visioli, "Optimal dynamic inversion based control of an overhead crane," *IEE Proceedings of the Control Theory and Applications*, Vol. 149, No. 5, pp. 405-411, Sep. 2002.

[4] D.-Y. Kim, B.-J. Jung, and D.-H. Jung, "High performance control of container crane using adaptive-fuzzy control," *Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers*, Vol. 23, No. 2, pp. 115-124, Feb. 2009.

[5] C.-Y Chang, "Adaptive fuzzy controller of the over head cranes with nonlinear disturbance," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, Vol. 3, No. 2, pp. 164-172, 2007.

[6] H. Park, D. Chwa, and K-. S. Hong, "A Feedback linearization control of container cranes: varying rope length," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 379-387, Aug. 2007

[7] G. Bartolini, A. Pisano, and E. Usai, "Second-order sliding-mode control of container cranes," *Automatica*, Vol 38, No 10, pp. 1783-1790, 2002.

[8] M-.S. Park, D. Chwa, and S-.K. Hong, "Anti-sway tracking control of overhead cranes with system uncertainty and actuator nonlinearity using an adaptive fuzzy sliding-mode control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 55, No. 11, pp. 3972-3984, Nov. 2008

[9] K. Tanaka and H.O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis*, Wiley, 2001.

[10] Y.-J. Chen, W.-J. Wang, and C.-L. Chang, "Guaranteed cost control for an overhead crane with practical constraints: fuzzy descriptor system approach," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 22, pp. 639-645, 2009.

[11] S. Prajna, A. Papachristodoulou, P. Seiler, and P. Parrilo, SOSTOOLS: Sum of Squares Optimization Tool box for MATLAB, Version 2.00. Pasadena: California Institute of Technology, 2004.

[12] Y.-Y. Cao, Z. Lin, and Y. Shamash, "Set invariance analysis and gain-scheduling control for LPV systems subject to actuator saturation," *Proceedings of the American Control Conference*, Anchorage, AK, pp. 668-673, May. 2002.

[13] H.-C. Choi, S. Jang, D. Chwa, and S.-K. Hong, "Guaranteed cost control of uncertain systems subject to actuator saturation," *Proceedings of SICE-ICASE International Joint Conference*, Busan, Korea, pp. 994-999, Oct. 2006.

[14] S. Boyd, L. EL Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM 1994.

[15] S. Prajna, A. Papachristodoulou, and F. Wu, "Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach," *Proceedings of the Asian Control Conference (ASCC)*, Melbourne, Australia, pp. 157-165, Jul. 2004.

저 자 소 개



홍진현 (洪鎭賢)

1986년 3월 12일생. 2011년 아주대 전자공학부 졸업, 2008년~현재 동대학원 전자공학부 석사과정
 Tel : 031-219-2489
 Fax : 031-212-9531
 E-mail : scotch@ajou.ac.kr



김철중 (金喆中)

1983년 3월 6일생. 2008년 아주대 전자공학부 졸업, 2008년~현재 동 대학원 전자공학과 석사과정

Tel : 031-219-2489

Fax : 031-212-9531

E-mail : cjoong@ajou.ac.kr



좌동경 (左東京)

1971년 12월 23일생. 1995년 서울대 제어계측공학과 졸업, 2001년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공박), 2005년~현재 아주대 전자공학부 부교수

Tel : 031-219-1815

Fax : 031-212-9531

E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr