

# 이득 조절 제어기법을 이용한 모바일 로봇의 경로 추종 제어

## Tracking Control of a Mobile Robot using Gain-scheduling Control Method

권해영\* · 최호림†

(Hae-Yeong Kwon · Ho-Lim Choi)

**Abstract** - The mobile robot is one of the widely-used systems in service industry. We propose a gain-scheduling feedback controller for the tracking control of the mobile robot. The benefit of our proposed controller is that it avoids the singularity issue occurs with the controllers suggested in [4], [10]. Moreover, we show the stability analysis of the controlled system via a Lyapunov stability approach such that the exponential convergence of tracking error to zero is analytically provided. The simulation results show the validity of the proposed controller and improved control performance over the conventional controller.

**Key Words** : Mobile robot, Gain-scheduling, Singularity, Kinematic control, Dynamic control

### 1. 서 론

현재 모바일 로봇은 실생활에서 많은 분야에서 사용되고 있고 이를 위하여 다양한 성능이 요구된다. 이 중 로봇의 자율 주행 성능은 모바일 산업 전반에 걸쳐 아주 중요한 요소이다. 모바일 로봇의 자율 주행 성능은 3가지 문제로 나눌 수 있는데, 이는 경로 계획(path planning, PP), 궤적 계획(trjectory generation, TG), 궤적 제어(trjectory control, TC)이다. 경로 계획이란 로봇의 초기 위치와 방향, 목표 위치와 방향이 주어졌을 때 목표를 찾아가기 위한 경로를 생성하는 방법을 말한다. 로봇의 위치를 인식 하기 위해선 센서를 이용한 다양한 방법들이 사용되고 있고 최근에는 비전 시스템을 결합한 주변 환경을 지도화 하는 방법이 주된 관심을 끌고 있다. 궤적 계획이란 계획된 경로로 목표를 찾아가 갈 때 모바일 로봇의 속도, 가속도, 프로파일을 추가한 시간 정보가 포함된 궤적을 생성하는 것을 의미한다. 궤적 제어란 궤적 계획을 통해 주어진 궤적을 추종하도록 제어하는 것이다. 이 중 모바일 로봇의 주행 성능은 궤적 추종 성능에 의해 좌우되고 운동학(kinematics)측 관점만 다뤘던 [10] 초기와는 달리 현재는 운동학과 동특성(dynamics)을 같이 고려한 제어기의 설계가 주된 관심을 끌고 있다 [1]-[2], [6]-[7], [9]. 이 중 동특성을 다루는 제어기는 로봇의 비선형성을 다루기 위해 입/출력 선형 케형화, 퍼지 및 신경회로망을 이용한 다양한 제어기 설계 결과가 나오고 있다 [1]-[2], [6]-[7], [9]. 이러한 연구들은 로봇 성능의 해석적인 관점에서 한계를 보이게 되고 이를 보완하기 위한 연구 역시 진행되었다 [4]. 하지만 [4]에서 제안된 제어기는  $\theta_e=0$ 일 때 특이점(singular point)가 생기는 문제가 있다. 따라서 특이점

의 발생을 피하고 수렴속도를 향상시키기 위한 [4]에서 제안된 제어기 보다 뛰어난 모바일 로봇의 경로 추종 제어기를 설계할 필요성이 있다.

본 논문에서는 모바일 로봇의 마찰력과 외란을 고려한 동역학 제어기와 [4]의 특이점을 고려한 이득 조절 제어기법을 이용한 제어기를 제안하였다. 또한 제안된 제어기의 수렴속도 분석을 통하여  $\lambda_{\max}(P)$ 의 값이 작을수록 빠른 수렴이 가능하다는 것을 확인하였고, MATLAB Simulink를 이용한 모의실험을 통해 설계한 제어기의 성능을 확인하여 제어기의 타당성을 검증하도록 하였다.

### 2. 본 론

#### 2.1 모바일 로봇의 모델링

모바일 로봇의 운동학과 동특성을 고려해 식 (1)과 같이 2차원에서 3개의 자유도를 갖는 카테시안 좌표(Cartesian coordinates)를 사용한다. 모바일 로봇은 그림 1에 나타내었다. 식 (1)의  $q$ 는 로봇의 위치를 나타내는 카테시안 좌표 행렬이다.

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

이 좌표계에서  $x, y$ 는 로봇의 현재 위치를 나타내고,  $\theta$ 는 로봇의 이동 방향을 나타낸다. 만일  $\dot{x}, \dot{y}$ 가 존재한다면  $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right)$ 로 정의된다. 모바일 로봇의 이동은 선속도(linear velocity)와 회전속도(rotational velocity)에 의해 결정되고 식 (2)의 운동학 모델로 정의된다.

$$\dot{q} = S(q)v(t) \quad (2)$$

\* Dept. of Electrical Engineering, Dong-A University, Korea

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Dong-A University, Korea

E-mail : hlchoi@dau.ac.kr

Received : August 23, 2012; Accepted : February 22, 2013

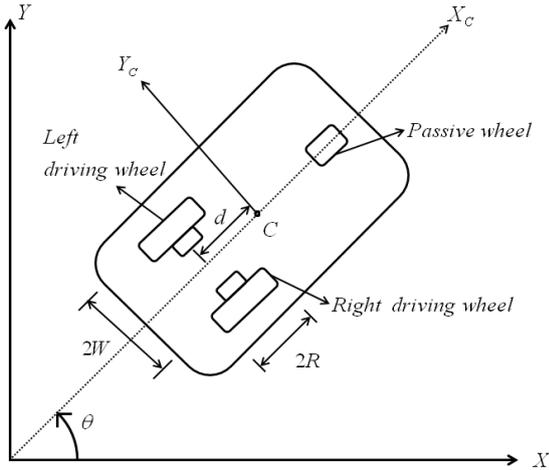


그림 1 모바일 로봇  
Fig. 1 Mobile robot

식 (2)에서  $S(q)$ 는 자코비안(Jacobian) 행렬로서 식 (3)과 같이 정의되고  $\nu(t) = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$ 이며  $v$ 와  $w$ 는 각각 로봇의 선속도와 회전속도이다.

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -d\sin\theta \\ \sin\theta & d\cos\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -d\sin\theta \\ \sin\theta & d\cos\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v\cos\theta - d\sin\theta \\ v\sin\theta + d\cos\theta \\ w \end{bmatrix}$$

$j$ 개의 제한(constraint)에 대해  $n$ 차원의 일반화된 좌표계  $(q_1, \dots, q_n)$ 를 가지는 모바일 로봇의 동특성은 다음과 식 (4)와 같이 정의된다 [5].

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (4)$$

여기서  $M(q)$ 는  $3 \times 3$ 의 양한정 관성(positive definite inertia :  $n$  자유도 비감쇠계의 운동식을 행렬로 표시할 때 가속도의 항에 걸리는 행렬) 행렬,  $V_m(q, \dot{q})$ 는  $3 \times 3$ 의 전향력(coriolis : 지구상에서 정지하고 있던 물체가 운동을 할 때 지구자전의 영향으로 그 속도에 비례하고 운동방향에 대하여 북반구에서는 오른쪽, 남반구에서는 왼쪽으로 수직으로 생기는 겉보기 힘) 행렬,  $F(\dot{q})$ 는  $3 \times 3$ 의 마찰력(surface friction) 벡터,  $G(q)$ 는 중력(gravity) 벡터,  $\tau_d$ 는  $3 \times 1$ 의 외란(disturbance),  $B(q)$ 는  $n \times r$ 의 입력 변환 행렬,  $\tau$ 는  $2 \times 1$ 의 입력 벡터,  $A(q)$ 는  $1 \times 3$ 의 제한조건(constraint : 계수행렬과 상수열로 이루어지는 선형 계획법에 있어서 제한 조건식 행렬) 행렬이고  $\lambda$ 는 제한력 벡터(제한 조건이 변하지 않도록 가해주는 힘)이다 [5].

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & mdsin\theta \\ 0 & m & -mdcos\theta \\ mdsin\theta - mdcos\theta & & I \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$V_m(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & m\dot{\theta}\cos\theta \\ 0 & 0 & m\dot{\theta}\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$G(q) = 0$$

$$B(q) = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ W & -W \end{bmatrix}$$

$$A^T(q) = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ -d \end{bmatrix}$$

$$\lambda = -m(\dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta)\dot{\theta}$$

$$\Rightarrow -m((v\cos\theta - d\sin\theta)\cos\theta + (v\sin\theta + d\cos\theta)\sin\theta)\dot{\theta}$$

$$\Rightarrow -m\theta v$$

식 (5)에서  $m$ 은 로봇의 무게,  $d$ ,  $R$ ,  $W$ 는 그림 1에서 보이는 바와 같다.

## 2.2 논홀로노믹 제한 조건

모바일 로봇이 가진 자유도가 현재 로봇이 구동되는 공간의 자유도를 충분히 운동가능한 상태를 가진다면 이를 홀로노믹 조건(holonomic condition)이라고 한다. 즉, 평면에서 움직이는 로봇이 3개의 자유도를 움직일 수 있으면 홀로노믹이라고 한다. 로봇의 움직임이 미끄러짐 없이 순수하게 회전 할 때 논홀로노믹(nonholonomic : 모바일 로봇이 공간 내의 일정한 구간을 움직일 수 없을 조건) 제한 조건은 식 (6)과 같다.

$$\dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta - d\dot{\theta} = 0 \quad (6)$$

$$\Rightarrow (v\sin\theta + d\cos\theta)\cos\theta - (v\cos\theta - d\sin\theta)\sin\theta - d\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow d\cos^2\theta + \sin^2\theta - d\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow d\dot{w} - d\dot{\theta} = 0$$

식 (2)를 미분하여 식 (4)에 대입하여  $S^T$ 를 곱해주고 식 (7)을 적용하면 식 (4)는 식 (8)과 같이 정리된다.

$$S^T(q)A^T(q) = 0 \quad (7)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -d\sin\theta & -d\cos\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ -d \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -\sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta \\ d\sin^2\theta + d\cos^2\theta - d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M(q)\dot{S}(q)\nu(t) + M(q)S(q)\dot{\nu}(t) + V_m(q, \dot{q})\nu(t) + F(\dot{q}) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (8)$$

$$\Rightarrow S^T(q)M(q)\dot{S}(q)\nu(t) + \bar{M}\dot{\nu}(t) + S^T(q)V_m(q, \dot{q}) = \bar{B}\tau - \bar{F} - \bar{\tau}_d$$

$$\bar{M}\dot{\nu} + \dot{V}_m = \bar{B}\tau - \bar{F} - \bar{\tau}_d \quad (9)$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & -md^2 + I \end{bmatrix}, \bar{V}_m = \begin{bmatrix} 0 & md(\dot{\theta}-1) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & \frac{1}{R} \\ \frac{W}{R} & -\frac{W}{R} \end{bmatrix}, \nu = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & -md^2 + I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & md(\dot{\theta}-1) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \bar{B}\tau - \bar{F}(\dot{q}) - \bar{\tau}_d$$

$$\begin{bmatrix} m\dot{v} + mdw(\dot{\theta}-q) \\ -md^2\dot{w} + I\dot{w} \end{bmatrix} = \bar{B}\tau - \bar{F}(\dot{q}) - \bar{\tau}_d$$

여기서  $\bar{M}=S^TMS$ ,  $\bar{V}_m=S^T(M\dot{S}+V_mS)$ ,  $\bar{F}=S^TF$ ,  $\bar{\tau}_d=S^T\tau$ ,  $\bar{B}=S^TB$ 이다.

### 2.3 이득 조절 제어기법을 이용한 제어기 설계

모바일 로봇에는 기준 궤적 입력을 추종하기 위한 명령을 구하는 운동학 제어기와 명령을 따라가기 위한 바퀴의 구동 토크 입력을 계산하는 동역학 제어기가 사용된다. 동역학 제어기를 설계하기 앞서 운동학 제어를 우선 설계한다. 운동학 제어기 설계를 위해 모바일 로봇의 경로추종위치 오차식을 구하면 식 (10)과 같다 [10].

$$\begin{aligned}
 q_e &= \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(x_r-x) + \sin\theta(y_r-y) \\ -\sin\theta(x_r-x) + \cos\theta(y_r-y) \\ \theta_r-\theta \end{bmatrix} \\
 \dot{q}_e &= \begin{bmatrix} y_e w + (\dot{x}_r - \dot{x})\cos\theta + (\dot{y}_r - \dot{y})\sin\theta \\ -x_e w - (\dot{x}_r - \dot{x})\sin\theta + (\dot{y}_r - \dot{y})\cos\theta \\ w_r - w \end{bmatrix} \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} y_e w + \dot{x}_r \cos\theta + \dot{y}_r \sin\theta - v \\ -x_e w - \dot{x}_r \sin\theta + \dot{y}_r \cos\theta \\ w_r - w \end{bmatrix} \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} y_e w + \dot{x}_r \cos(\theta_r - \theta_e) + \dot{y}_r \sin(\theta_r - \theta_e) - v \\ -x_e w - \dot{x}_r \sin(\theta_r - \theta_e) + \dot{y}_r \cos(\theta_r - \theta_e) \\ w_r - w \end{bmatrix} \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} y_e w + v_r \cos\theta_e - v \\ -x_e w + v_r \sin\theta_e \\ w_r - w \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{10}$$

식 (10)에서  $x_e = x_r - x$ ,  $y_e = y_r - y$ ,  $\theta_e = \theta_r - \theta$ 이고,  $x_r$ ,  $y_r$ ,  $\theta_r$ 은 각각 기준 궤적 입력이며,  $v_r$ ,  $w_r$ 은 각각 기준 궤적 입력에 대한 기준 궤적 선속도 입력과 기준 궤적 회전속도 입력이다.

제어 목표 속도  $\nu$ 는 위치 오차  $q_e$ 와 기준 속도  $\nu_r$ 에 의해 계산된다. 식 (10)에 대한 기존의 제어기는 다음과 같다 [4].

$$\begin{aligned}
 v_c &= v_r \cos\theta_e + k_x x_e \\
 w_c &= w_r + v_r y_e \frac{\sin\theta_e}{\theta_e} + k_\theta \theta_e
 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서  $\theta_e = 0$ 일 때 특이점이 발생하는데 이를 보완하기 위하여 본 논문에서는 이득 제어 기법을 이용한 새로운 제어기를 제안한다. 이득 제어 기법을 적용한 식 (10)에 대한 제어기는 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_e &= y_e w + v_r \cos\theta_e - v \\
 \dot{y}_e &= -x_e w + v_r \sin\theta_e \\
 \dot{\theta}_e &= w_r - w \\
 \Rightarrow \begin{cases} 0 = x_2 u_2 + v_r \cos x_3 - u_1 \\ 0 = -x_1 u_2 + v_r \sin x_3 \\ 0 = w_r - u_2 \\ u_1 = x_2 u_2 + v_r \cos x_3 \\ u_2 = w_r \end{cases}
 \end{aligned} \tag{12}$$

$x_e$ ,  $y_e$ ,  $\theta_e$ 의 추종값은 0이므로  $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ 을 대입하면  $u_1 = v_r$ ,  $u_2 = w_r$ 을 얻을 수 있다. 이제 자코비안 선형화

(Jacobian Linearzation)를 하면 식 (13)과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_r \sin x_3 \\ 0 & 0 & v_r \cos x_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \\ -1 \end{bmatrix} u_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2 \\
 A + B_{u1}K &= \begin{bmatrix} \lambda + k_x & k_y & k_\theta \\ 0 & \lambda - v_r & \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}, \quad A + B_{u2}K = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -v_r \\ k_x & k_y & \lambda + k_\theta \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{13}$$

극점을 각각 -1, -2, -3으로 두면 설계된 제어 입력은 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned}
 u_1 &= v_r + 2x_1 \\
 u_2 &= w_r + \frac{3}{v_r}x_2 + 4x_3
 \end{aligned} \tag{14}$$

여기서  $x_e$ ,  $y_e$ 와  $\theta_e$ 에 대한 3개의 게인  $k_x$ ,  $k_y$ 와  $k_\theta$ 의 설정이 필요하다.

**정리 1.**  $v_r > 0$ 이고,  $w_r > 0$ 일 때, 식 (14)의 제어 입력을 가질 때  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$ 을 만족한다. 여기서,  $e(t) = |x_e(t)| + |y_e(t)| + |\theta_e(t)|$ .

**증명:** 다음과 같은 리아프노프(Lyapunov) 방정식을 사용하자.

$$\begin{aligned}
 A_k^T P + P A_k &= -I \\
 \dot{q}_e &= \begin{bmatrix} -k_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_r \\ 0 & -k_y - k_\theta \end{bmatrix} q_e = A_k q_e \\
 &\begin{bmatrix} 2P_1 k_x & -P_2 k_x - P_3 k_y & P_2 v_r - P_3 k_x - P_3 k_\theta \\ -P_2 k_x - P_3 k_y & -2P_3 k_y & P_4 v_r - P_5 k_\theta - P_5 k_y \\ P_2 v_r - P_3 k_x - P_3 k_\theta & P_4 v_r - P_5 k_\theta - P_5 k_y & 2P_5 v_r - 2P_6 k_\theta \end{bmatrix} \\
 \Rightarrow P &= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{6} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{15}$$

식 (16)에서  $P$ 는 양한정 행렬(positive definite matrix)로서  $P_1 > 0$ ,  $P_1 P_4 > 0$ ,  $\det(P) > 0$ 을 만족한다.

$$\begin{aligned}
 V &= X^T P X = [x_e \ y_e \ \theta_e] \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_4 & P_5 \\ 0 & P_5 & P_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} \\
 &= P_1 x_e^2 + P_4 y_e^2 + P_6 \theta_e^2 + 2P_5 y_e \theta_e > 0 \\
 &\leq \frac{1}{4} \|x_e\|^2 + \frac{5}{6} \|y_e\|^2 + \frac{1}{2} \|\theta_e\|^2 + \|\theta_e\| \|y_e\| \\
 \dot{V} &= 2P_1 x_e \dot{x}_e + 2P_4 y_e \dot{y}_e + 2P_6 \theta_e \dot{\theta}_e + 2P_5 y_e \dot{\theta}_e + 2P_5 \theta_e \dot{y}_e \\
 &= 2P_1 x_e \dot{x}_e + 2(P_4 y_e + P_5 \theta_e) \dot{y}_e + 2(P_6 \theta_e + P_5 y_e) \dot{\theta}_e \\
 &= -x_e^2 - y_e^2 - \theta_e^2 < 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

식 (17)에서  $V > 0$ ,  $\dot{V} < 0$ 을 만족하여  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$ 됨을 만족한다. □

주어진 제어기의 수렴속도 분석은 식 (17)에서 식 (18)을 구할 수 있다.

$$\lambda_{\min}(P) \|X\|^2 \leq V \leq \lambda_{\max}(P) \|X\|^2 \quad (18)$$

식 (17), (18)으로 부터 식 (19)를 얻을 수 있다.

$$V \leq V_0 e^{-\frac{1}{\lambda_{\max}(P)}t} \quad (19)$$

이를 정리하여 나타내면 식 (20)과 같이 표현할 수 있고,  $\lambda_{\max}(P)$ 의 값이 작을수록 빠른 수렴이 보장되며 이는 제어기의 성능을 강인하게 향상시킬 수 있다.

$$\|X\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \|X\| e^{-\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)}t} \quad (20)$$

다음으로 특이점을 고려하여 제안된 제어기를 위한 동역학 제어기를 구해 보도록 한다.

$$\tau = \overline{B}^{-1}(\overline{M}u + \overline{V}_m\nu + \overline{F} + \overline{\tau}_d) \quad (21)$$

여기서  $u = \dot{\nu}_e + K_e e_c$ 이고  $e_c = \nu_e - \nu$  [6].

식 (21)에서 마찰력과 외란은 식 (22)과 같이 얻을 수 있다.

$$\overline{F} + \overline{\tau}_d = -\overline{M}\dot{\nu} - \overline{V}_m\nu + \overline{B}r_{past} \quad (22)$$

여기서  $\tau_{past}$ 는 이전 토크 입력이다.

식 (21)과 식 (22)를 정리하면 모바일 로봇의 바퀴 구동 토크는 식 (23)과 같다.

$$\tau = \tau_0 + \tau_u \quad (23)$$

여기서  $\tau_0 = \overline{B}^{-1}(\overline{M}u + \overline{V}_m\nu)$ 이고  $\tau_u$ 는 보상 토크로  $\tau_u = -\overline{M}\dot{\nu} + \overline{B}r_{past}$ 이다.

### 3. 모의 실험

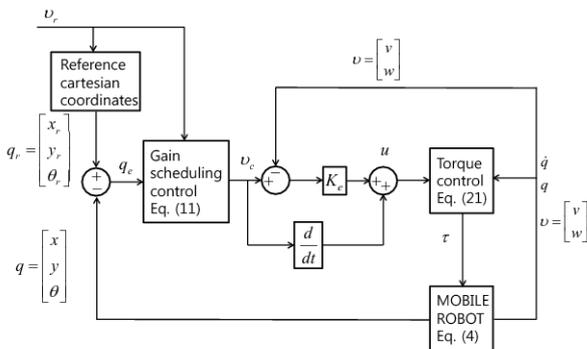


그림 2 Simulink 모델  
Fig. 2 Simulink model

그림 2는 모의 실험에 사용된 Simulink 모델이다. Reference Cart은 모바일 로봇이 목표가 되는 기준 궤적 입력이다. 기준 궤적 입력과 모바일 로봇의 출력을 통해 로봇의 위치오차를 구하고 이득 조절 제어 기법을 이용한 비선형 제어기로 제어입력을 계산한다. 출력된 제어입력을 통하여 동역학 제어기를 사용하여 토크 입력을 구할 수 있다. 모바일 로봇에 토크 입력이 가해지면 로봇의 현재 위치를

표 1 볼-빔 시스템의 사양

Table 1 Ball and Beam specifications

Parameter	Description	Value
$m$	Weight of mobile robot	10kg
$d$	Distance of mobile robot between axis of wheel and center point	0cm
$W$	Half distance between driving wheels	0.5m
$R$	Half distance of wheel	0.05m
$I$	Input current	5A
$k_x$	$x$ gain	2
$k_y$	$y$ gain	1
$k_\theta$	$\theta$ gain	0.25
$k_e$	$\nu$ gain	175

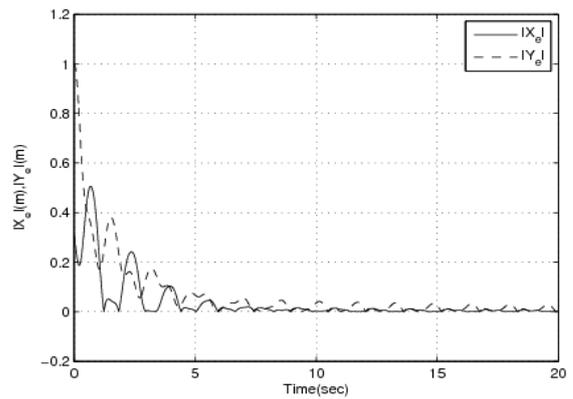


그림 3 (a) 기존의 방법 [4] :  $x_e(m)$ ,  $y_e(m)$   
Fig. 3 (a) Conventional method [4] :  $x_e(m)$ ,  $y_e(m)$

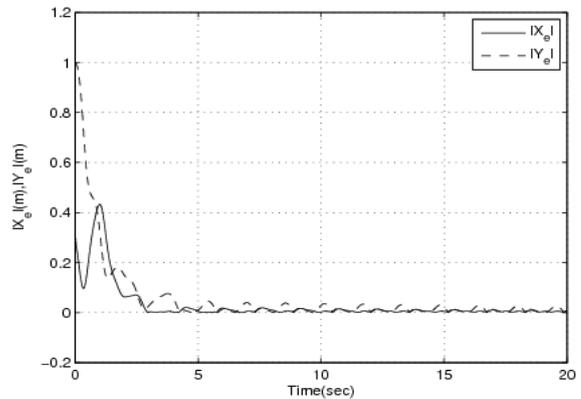


그림 3 (b) Proposed controller :  $x_e(m)$ ,  $y_e(m)$   
Fig. 3 (b) Proposed controller :  $x_e(m)$ ,  $y_e(m)$

알 수 있게 된다. 우리가 제안한 제어기는 특이점을 제거한 비선형 제어기 (11)로 그림 5를 통하여 특이점 근처에서의 동작에서 기존 제어기 [4]와 달리 모바일 로봇이 안정적으로 추종하는 것을 보여준다. 표 1은 모의 실험에 사용된 파라미터 및 제어기 게인 값이다. 그림 3, 그림 4는 각각 경로 추종에서 나타나는  $x$ ,  $y$  그리고  $\theta$ 축에 나타나는 오차를 나타낸다. 그림 3의 실선은  $x_e$ 의 절대 값을 나타내고 점선은  $y_e$ 의 절대 값을 나타낸다. 그림 3, 그림 4의 (a)와 (b)는 각각 기존 제어기와 제안된 제어기를 사용하였을 때의 시뮬레이션 결과이다. 그림 3을 통해 기존의 제어기보다 제안된 제어기를 사용한 경우  $x_e$ ,  $y_e$ 의 값이 줄어든 것을 확인할 수 있고 수렴 속도 역시 눈에 띄게 빨라진 것을 알 수 있다. 그림 4 역시  $\theta_e$ 의 값이 제안된 제어기가 기존의 제어기보다 뛰어남을 확인할 수 있다. 그림 5는 특이점 근처에서의 동작을 보여준다. 그림 5의 (a)는 초기값이  $\theta_e = 0$ 이면 기존 제어기 [4]가 특이점 근처에서 동작할 때 발산하게 되는 경우를 보여주는 것이고, (b)는 제안된 제어기가 초기 값에 관계없이 특이점 근처에서도 수렴하는 것을 보여준다. 이 때, 사용된 마

찰력  $F = [2\sin t, 2\cos t, 2\sin t]^T$ 이고, 외란은  $\tau_d = [0.001, 0.001, 0]^T$ 이다.

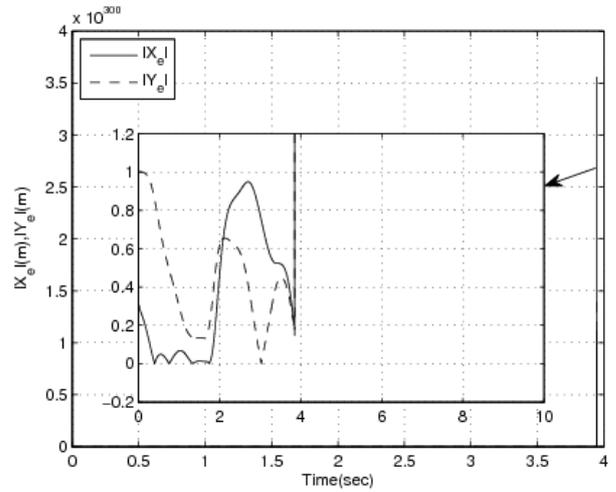


그림 5 (a) 기존의 방법 [4] :  $\theta_e = 0$

Fig. 5 (a) Conventional method [4] :  $\theta_e = 0$

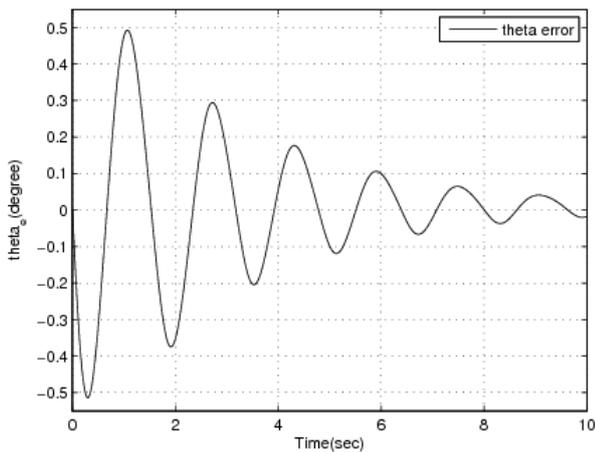


그림 4 (a) 기존의 방법 [4] :  $\theta_e (m)$

Fig. 4 (a) Conventional method [4] :  $\theta_e (m)$

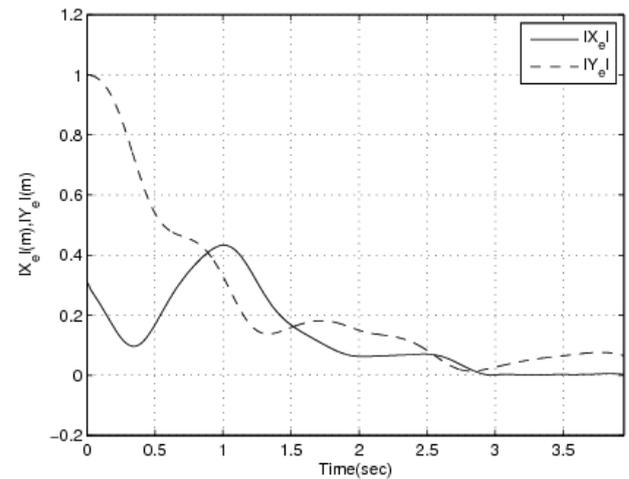


그림 5 (b) 제안한 제어기 :  $\theta_e = 0$

Fig. 5 (b) Proposed controller :  $\theta_e = 0$

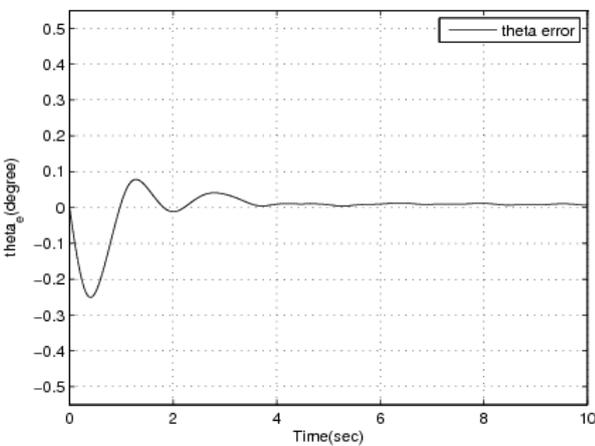


그림 4 (b) 제안한 제어기 :  $\theta_e (m)$

Fig. 4 (b) Proposed controller :  $\theta_e (m)$

#### 4. 결 론

본 논문에서는 모바일 로봇의 운동학과 동특성 모델링으로부터 이득 조절 제어기법을 이용하여 새로운 운동학 제어기를 제안하였다. [4]에서 제안한 제어기에서는 그림 5와 같이  $\theta_e = 0$ 일 때 특이점이 나타나는 문제점이 있었다. 이를 보완하기 위하여 본 논문에서는 이득 조절 제어기법을 이용한 제어기를 설계하였다. 또한 [4]에서와 달리 제어기 제안에서 그치지 않고 식 (20)을 통해 새롭게 설계된 제어기의 수렴 속도 분석을 통하여  $\lambda_{max}(P)$ 의 값이 작을수록 수렴 속도가 빨라진다는 제어기의 성능을 확인하였고, MATLAB Simulink를 이용한 시뮬레이션으로 그림 3, 그림 4의 (a), (b)와 같이 모바일 로봇의 기준 궤적 추종의  $x$ 축,  $y$ 축,  $\theta$ 축

오차인  $x_e, y_e, \theta_e$ 가 기존 제어기 [4]에 비해 줄었고, 수렴 속도 역시 제안된 제어기가 기존 제어기 [4]에 비해 빠른 제어 성능의 향상과 식 (14)에서 초기 값에 상관없이  $u_1 = v_r, u_2 = w_r$ 로 특이점이 사라짐을 입증하였다.

**감사의 글**

본 논문은 동아대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

**References**

[1] F.M. Raimondi, M. Melluso and L.S. Ciancimino, "A new kinematic and dynamic direct adaptive fuzzy control of constrained mobile wheeled vehicles," IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, vol. 2, no. 10, pp. 181-188, 2005.

[2] G. Antonelli, S. Chiaverini and G. Fusco, "A fuzzy-logic-based approach for mobile robot path tracking," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol. 15, no. 2, pp. 211-221, 2007.

[3] H.K. Khalil, Nonlinear systems, 3rd, Prentice Hall Inc., 2002.

[4] J.-H. Kim, "Trajectory tracking control for a wheeled mobile robot," KCI Trans., vol. 46, no. 4, pp. 73-77, 2009.

[5] N. Sarkar, X. Yun and V. Kumar, "Control of mechanical systems with rolling constraints : Application to dynamic control of mobile robots," Journal of Robotics Research, vol. 13, no. 1, pp. 55-69, 1994.

[6] R. Fierro and F.L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot : Backstepping kinematics into dynamics," Journal of Robotic System, vol. 14, no. 3, pp. 149-163, 1997.

[7] R. Fierro and F.L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks," IEEE Trans. on neural networks, vol. 9, no. 4, pp. 589-600, 1998.

[8] S.-H. Lee, "On stability analysis of nonlinear systems and tracking problems with incremental gain scheduling," Master dissertation, Elec. Engr., KAIST, 1995.

[9] T. Das and I.N. Kar, "Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots," IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 14, no. 3, pp. 501-510, 2006.

[10] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot," Proc. IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 384-389, 1990.

**저 자 소 개**



**권 해 영 (權海映)**

2012년 동아대학교 전기공학과 졸업  
2012년 ~ 현재 동 대학원 석사과정  
제어공학 관심분야는 입-출력 궤환선형화 및 이득 조절 제어 기법 등



**최 호 립 (崔虎林)**

1996년, Univ. of Iowa, USA(학사), 1999년, 2004년 KAIST(석·박사), KAIST 정보전자연구소 연구조교수, KIST 인지로봇연구단 선임연구원, 2007년~현재 동아대학교 전기공학과 부교수, 관심분야는 비선형 시스템의 궤환선형화 기법, 시지연 시스템, DEDS등.