

## 초등 수학 수업을 위한 수학적 과정의 적용

장혜원<sup>1)</sup> · 김민선<sup>2)</sup>

2009 개정 수학과 교육과정의 주요 취지인 창의·인성 중 창의성 신장이라는 측면에서 이전보다 훨씬 강조된 요소인 ‘수학적 과정’은 수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통의 세 가지로, 학생에게 기대되는 수학적 활동을 의미한다. 이는 수학 수업 전반에서 추구되어야 할 행동 요소이지만 구체적인 실행 방안을 갖추지 못한 채 모든 수업에서 구현한다는 막연한 생각은 그 실행을 요원하게 할 것이라는 우려를 낳는다. 2013학년도부터 수학적 과정을 반영한 교과서가 출간되고 교사들은 이에 근거하여 수업을 할 것으로 기대되지만, 교실수업에 제대로 반영될 수 있는가하는 것은 전적으로 교사의 의지에 달려있다고 할 것이다. 본 연구는 수학적 과정을 강조하는 초등 수학 수업의 운용에 초점이 있다. 구체적으로, 교육과정에서 제시한 수학적 과정의 세 가지 요소에 대한 교수·학습시 유의점을 기본틀로 삼아 그에 기초하여 학교수학의 한 차시에 대한 수업 지도안을 고안하였다. 그리고 지도안을 대상 학년인 4학년 학생들에게 적용한 수업에서 학생 행동 및 반응을 관찰하고 분석함으로써 수학적 과정의 강화를 위한 효과적인 지도 방향을 탐색하였다.

주제어: 수학적 과정, 수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통

### I. 서 론

수학 학습을 통해 길러져야 하는 수학적 능력으로서의 수학적 과정을 수학적 내용과 더불어 강조하는 것은 수학교육계의 세계적인 추세라 할 수 있다(박경미, 2010). 우리나라에서도 제7차 교육과정에서 수학적 힘이라는 명칭으로 시작된 수학적 과정에 대한 강조는 사실 그 이전의 제4차 교육과정기에서부터 문제해결력에 대한 강조와 더불어 비롯된 오랜 근원을 지닌 현상이다. 2013학년도에 초등 1~2학년군부터 적용될 2009 개정 수학과 교육과정 역시 같은 맥락에서 수학적 과정을 강조하고 있음은 자연스럽다. 교육과학기술부(2011)는 2007 개정 교육과정에서도 같은 항목으로 다루어졌던 요소이지만 주로 목표 및 교수·학습 방법에 국한되어 있던 것을 보다 포괄적으로 범위를 확장하여 교수·학습 방법뿐만 아니라 학습내용 성취기준 및 교수·학습상의 유의점, 평가 등에서 구체적으로 다루겠다는 취지를 분명히 하였다.

그와 같은 취지는 2009 개정 수학과 교육과정 문서 및 개발 방향에서 확연히 드러난다. 2009 개정 수학과 교육과정의 개발 방향 중 하나가 수학적 과정을 통한 수학적 창의성의 강조이고(한국과학창의재단, 2011), 수학적 창의성 개발이라는 목적을 위해 활성화되어야

1) 진주교육대학교 수학교육과

2) 경남 합천초등학교

하는 수학적 과정 수행 능력으로 수학적 문제 해결, 수학적 의사소통, 수학적 추론이라는 세 가지 주요 요소가 추출되었다. 교육과정 문서상에는 이 세 가지 요소에 대한 강조가 각각을 위한 교수·학습 방법으로 표출될 뿐만 아니라 구체적으로 학습내용 성취기준 속에도 포함되어 있음을 볼 수 있다. 예를 들어, ‘삼각형, 사각형에서 각각의 공통점을 찾아 말하고, 이를 일반화하여 오각형, 육각형을 알고 구별할 수 있다.’, ‘자신의 규칙을 창의적으로 만들어 보고, 다른 사람의 배열에서 규칙을 찾아보거나 규칙에 대해 서로 이야기할 수 있게 한다.’, ‘실생활에서 평면도형의 이동을 활용한 사례를 찾아서 이동에 따른 변화를 확인하고 설명하게 한다.’, ‘여러 가지 방법으로 삼각형과 사각형의 내각의 크기의 합을 추론하고, 자신의 추론 과정을 설명할 수 있다.’ (교육과학기술부, 2011)와 같은 것이 포함된다.

그런데 좋은 수학 수업은 수학적 의사소통력과 문제해결력 신장의 지도를 보여준다는 연구결과대로(방정숙 외, 2012), 지도 내용이나 방식에 따라 적절한 수학적 과정을 지도해야 한다는 취지를 수용하면서도 모든 수학 수업 시간에 수학적 과정을 강조한 수업을 실시해야 한다는 막연한 생각은 자칫 수학적 과정을 간과한 수업으로 이끌 위험이 있다. 다시 말해, 수학적 과정의 지도에 대한 구체적인 방안이나 계획 없이 ‘모든 수업에서 항상 수학적 과정을 지도하고 있다.’ 라는 식의 피상적인 생각만으로는 교육과정의 취지를 충족시키기 어려울 것이다.

실제로 수학적 과정이 강조된 이후 그 강조에 비하여 실제 수학적 과정의 지도는 만족할만한 수준이 아닌 것으로 지적되어 왔다. 예를 들어, 조명조(2011)는 2007 개정 수학과 교육과정에 따른 중학교 교과서 및 익힘책 5종을 분석하여 수학적 과정을 격려하는 문항이 매우 부족함을 지적하였다. 교사의 교과서 의존도를 고려할 때 수학적 과정의 지도에 대해 큰 기대를 하기 어려울 것이다. 연구 측면에 있어서도, 문제 해결, 다양한 추론, 의사소통에 대한 연구가 다수 수행되어 왔지만, 총체적 관점에서 수학적 과정을 다룬 연구는 부족한 편이다. 다만 박혜숙, 나귀수(2010)는 2009 개정 수학과 교육과정을 준비하는 단계에서 창의중심의 미래형 교육과정 모형에 대한 제안으로서 수학적 과정의 구체적인 성취기준을 제안하였고, 수학적 과정을 강조하는 수학교육을 이루기 위해서는 평가에서 수학적 과정이 적절하게 반영되어야 한다는 입장에서 정상권 외(2012)는 수학적 과정을 중심으로 하는 평가에 대한 교사들의 인식을 조사하였다. 이 두 가지 연구는 2009 개정 교육과정에서 수학적 과정을 신설하기 직전·후의 시점에서 교육과정 개정을 담당한 한국과학창의재단 측의 지원을 받은 연구이므로 사실상 개인적으로 이루어진 연구는 매우 빈약하다고 보아도 무방할 것이다. 이에 교육과정에서 새롭게 강조되고 있는 수학적 과정이 학교 교육에서 어떻게 지도되어 학생들의 수학적 능력으로 발화될 수 있는가에 대한 연구가 필요하다 할 것이다.

수학적 과정은 어느 특정 영역이 아니라 전 영역에서 늘 염두에 두고 지도해야 할 수학적 능력이라는 점에서 CCSSM(CCSSI, 2010)의 수학적 실천 기준과 동일한 역할을 한다고 볼 수 있다. 그러한 맥락에서 수학적 실천과 관련한 연구는 수학적 과정의 적용에 시사하는 바가 있을 것으로 기대된다. Russell(2012)은 수학적 실천이 내용에 내장되어야 한다고 하면서, 각 학년에서 수학적 실천을 강조한 수업이 가능한 내용을 규명해야한다고 하였다. ‘내용 실천 교점(content-practice nodes)’이라는 용어로 표현된 이와 같은 생각은 구체적인 단원, 또는 차시 내용에 대한 수업을 계획하면서 수학적 과정을 구체적으로 어떻게 지도할 것인지에 대한 계획이 내용 지도와 함께 구상되어야 한다는 뜻으로 해석되는 것이 마땅하다. 장혜원(2012)은 1~2학년군 측정 영역의 ‘여러 가지 임의 단위를 사용하여 구체

물의 길이를 재어봄으로써 길이를 나타내는 표준 단위의 필요성을 인식하고,  $1cm$ 와  $1m$ 의 단위를 알며, 상황에 따라 적절한 단위를 사용하여 길이를 잴 수 있어야 한다(교육과학기술부, 2011).’ 라는 성취기준에 대해 수학적 과정에 초점을 맞춘 지도 방안을 제안하였다. 그 제안이 하나의 성취기준에 대한 포괄적인 것이었다면 본 연구에서는 보다 적극적인 제안으로서, 한 차시 분의 수업을 위해 수학적 과정을 적용한 수업 사례를 제시하는 것을 목표로 한다. 이를 위해 교육과정의 교수·학습 방법에서 제시한 수학적 과정의 지도시 유의점을 기본틀로 삼아 구체적인 교수·학습 활동을 고안하고, 그것을 구현하는 구체적인 수업지도안을 작성할 것이다. 그리고 그것을 적용한 수학 수업을 분석함으로써 수학적 과정의 지도를 위한 바람직한 교수 방향에 대해 논의할 것이다.

## II. 수학적 과정의 요소 및 교수·학습시 유의점

2009 개정 교육과정에서 수학적 과정의 의미는 다음과 같다(한국과학창의재단, 2011).

- 수와 연산, 도형 등의 내용 영역에서 다루는 수학적 주제를 이해하고 습득할 때, 그리고 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통할 때 활성화되어야 하는 능력
- 학생들 주변의 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 기능 또는 능력
- ‘수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통’ 등을 구성 요소로 갖는 개념

이와 같은 정의를 통해 교육과정에서 의미하는 수학적 과정은 수학적 주제를 이해하고 활용하는 것과 관련된 능력이며 크게 문제 해결, 추론, 의사소통의 요소로 간주됨을 알 수 있다.

교육과정에서 의도하는 수학적 과정의 수업 적용을 위해서는 평소의 수업 계획시보다 훨씬 세심한 활동 고안이 요구될 것이다. 이때 기본 전제는 수학적 과정의 의미 충실한 적용은 학습내용, 즉 성취기준 및 구체적인 과제와 연계되어야 가능하다는 것이다. 일반적으로 모든 수업에서 수학적 과정을 신장시키고 수학적 과정을 강조하는 수업을 하겠다는 교사의 의지는 이전과 같은 방식 또는 같은 정도로 지도하는 수준에 머물 위험이 있다. 수학적 과정의 적용을 격려하기 위한 좋은 방안 중 하나는 수학적 과정의 적용을 강조한 교과서를 집필하는 것이다. 실제로 2009 개정 교육과정에서 강조된 수학적 과정을 적용한 활동이 올해 1~2학년군에서부터 사용되는 새로운 수학 교과서에서 다수 발견된다. 그럼에도 불구하고 실제로 수업 활동에 적용하고자 하는 교사의 적극적인 의지가 없다면 교육과정의 의도는 학교 수업에서 구현되기 어려울 것이다.

다양한 수학적 과정 요소를 생각할 수 있지만, 학교 수학에서 구현되어야 할 수학적 과정의 기본은 교육과정에 제시된 바에 따라야 하는 것이 분명하다. 따라서 본 연구에서 수학적 과정을 강조한 수업 구상을 위한 기본틀을 마련하기 위해 2009 개정 수학과 교육과정을 위한 시안 연구(황선욱 외, 2011)와 교육과정 원문(교육과학기술부, 2011)에 각각 제시된 수학적 과정의 내용 요소 및 교수·학습시 유의점을 취하고자 한다. <표 1>은 내용 요

소로, <표 2>는 교수·학습 방법에서 지도시 유의점으로 제시된 부분이다.

전자는 수학적 과정의 내용 요소를 밝힌 것으로, 수학적 과정의 정의에 부합하게 학생이 갖추어야 할 능력으로 진술되어 있는 반면, 후자는 학생의 그와 같은 능력을 신장시키기 위해 교사가 취해야 하는 교수시 유의점 측면에서 진술되어 있다. 그러나 그러한 주체의 차이를 무시한다면 거의 대동소이한 요소들이 포함되어 있으며, 다만 <표 1>에 밑줄 그어 표시한 문제해결의 둘째 항목인 ‘문제해결 과정과 결과의 타당성’, 의사소통의 둘째 항목인 ‘의사소통을 통한 자신의 생각 개선’의 두 측면이 부족할 뿐 후자가 좀 더 풍부하고 상세한 내용을 담고 있으며 수업을 계획하는 교사의 관점에서 더 도움이 될 것으로 보인다. 따라서 본 연구에서는 <표 2>를 따르되, <표 1>의 요소를 반영하여 문제해결의 2번을 ‘2. 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하며, 문제해결 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있게 한다.’로, 의사소통의 2번을 ‘2. 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하거나 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통하며, 이를 통해 자신의 생각을 개선시킬 수 있게 한다.’로 개선하여 수업 계획의 기본틀로 삼고자 한다.

<표 1> 황선욱 외(2011)의 수학적 과정의 내용 요소

| 수학적 과정 | 내용 요소  |
|--------|--|
| 문제 해결  | 가. 주어진 문제의 해결에 필요한 정보를 확인 또는 보완하고 적절한 전략이나 사고 과정을 활용하여 문제를 해결할 수 있다. |
|        | 나. 수학적인 방법으로 문제해결의 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있다.                            |
|        | 다. 문제해결 과정이나 완결 후 문제제기를 통하여 문제해결을 발전적으로 이끌 수 있다.                     |
|        | 라. 문제해결에서 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하여 새로운 문제 상황에 적용할 수 있다.                  |
| 추론     | 가. 수학적 추측이나 주장을 만들고, 수학적 지식에 근거하여 정당화할 수 있다.                         |
|        | 나. 수학적 아이디어나 사고 과정을 수학적으로 검증할 수 있다.                                  |
|        | 다. 다양하고 독창적인 아이디어를 통하여 수학적으로 추론할 수 있다.                               |
| 의사소통   | 가. 수학적인 방법을 활용하여 자신의 생각을 논리적으로 정확하게 표현하고, 다른 사람을 이해시킬 수 있다.          |
|        | 나. 자신의 수학적 생각을 다른 사람과 주고받는 활동의 중요성을 인식하고, 이를 통하여 자신의 생각을 개선시킬 수 있다.  |
|        | 다. 다른 사람의 수학적 아이디어나 사고 과정을 이해하고 평가할 수 있다.                            |

<표 2> 2009 개정 교육과정의 수학적 과정 신장을 위한 교수·학습시 유의점

| 수학적 과정 | 교수·학습시 유의점   |
|--------|--|
| 문제 해결  | 1. 문제해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.  |
|        | 2. 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.                    |
|        | 3. 문제해결의 결과뿐만 아니라 문제해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.                                      |
|        | 4. 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다. |
| 추론     | 1. 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 이를 정당화할 수 있게 한다.                                    |
|        | 2. 수학적 사실이나 명제를 분석하고, 수학적 관계를 조직하고 종합하며, 학생 자신의 사고 과정을 반성하게 한다.                          |
|        | 3. 수학적 추론을 통해 합리적으로 사고하는 능력을 키우고, 일상생활에서 자신의 의견을 정당화할 때 적절한 근거에 기초하여 논지를 전개할 수 있게 한다.    |
| 의사 소통  | 1. 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하게 한다.  |
|        | 2. 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하거나 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.                          |
|        | 3. 수학적 아이디어를 표현하고 토론하며 다른 사람의 수학적 아이디어와 사고를 이해하는 과정을 통해 의사소통의 중요성을 인식하게 한다.              |

이에 기초하여 수학적 과정의 신장을 위한 활동을 고안하는 것은 적어도 두 가지 측면에서 도움이 될 것이다. 하나는 교육과정에서 강조하는 요소를 빼놓지 않고 골고루 적용할 수 있다는 점이고, 다른 하나는 체계적 접근이다. 수학적 과정을 위한 활동을 고안할 때 단위는 하나의 과제에 대한 것으로부터 한 학기 내용에 대한 것으로까지 규모 및 범위 상 차별화될 수 있다. 가장 소규모라 할 수 있는 하나의 구체적인 과제에 대해 그것을 해결하는 과정 중에 구현 가능한 수학적 과정 관련 요소를 규명하는 것이 가능할 뿐만 아니라(Dacey & Polly, 2012), 차시별로, 단원별로, 성취기준별로, 내용 영역별로, 나아가 한 학기에 대해 그 규모를 달리하여 활동을 고안할 수 있다. I장에서 언급한 측정 영역에서의 예는 성취기준에 따른 수학적 과정의 적용 사례에 해당한다. 본 연구에서는 교사로 하여금 수학적 과정을 자신의 수업에 적극적으로 적용하는 것을 돕기 위하여 한 차시에 해당하는 주제에 대한 활동을 고안하고자 한다. 수업 사례로 4학년 ‘알맞은 그래프로 나타내기’ 차시에 대해 수학적 과정을 강조한 수업 지도안을 작성하고 이를 초등학교 4학년 한 학급에 적용하여 실제 학생들의 반응을 분석함으로써 수학적 과정의 지도 방향에 대해 논의할 것이다.

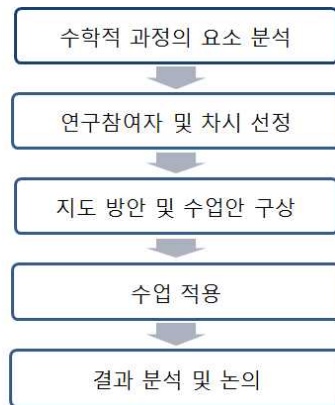
### Ⅲ. 연구 방법 및 절차

#### 1. 연구 참여자

본 연구는 수학적 과정을 강조하여 지도한 초등 수학 수업 한 차시분을 분석 대상으로 한다. 이 수업을 위해 연구자가 직접 수업을 주관하였고, 수업 대상은 경상남도 합천에 위치한 H초등학교 4학년 학생 27명이다. 남학생 16명, 여학생 11명으로 구성되며, 특수 아동 1명 및 기초학습부진아동 1명(수학교과학습부진아동 2명은 1학기에 구제됨)이 포함되어 있는 이질 집단이기 때문에 학업 성취에 대한 학생간 편차가 심한 편이다. 전체 과목의 학업 성취도 평균에 비해 수학 교과에 평균이 높은 편이라 학생들의 전반적인 수학적 태도 및 수학 성취도는 긍정적이라고 볼 수 있으나, 다른 과목에 비해 편차 역시 가장 커서 수학 수업시 교사의 더 많은 주의를 요구하는 집단으로 간주된다. 실제로 이러한 특성 때문에 모둠별 협동 학습보다는 개인별 학습을 선호하는 아동이 많고, 학습 과정에서 발생하는 의문점에 대해 또래학생보다 교사에게 의존하여 해결하려는 학습 특성을 보여 왔다.

#### 2. 연구 절차

본 연구는 수학적 과정의 요소에 따른 활동 고안을 위한 기본틀을 마련하고, 그에 따라 지도 방안 및 수업안을 구상하고, 실제 수업에 적용하고 분석함으로써 수학적 과정을 초등 수학 수업에 적용하는 바람직한 방향을 모색하였다. 연구 절차를 도식화하면 [그림 1]과 같다.



[그림 1] 연구 절차

II장의 수학적 과정의 요소 분석에 이어, 연구 참여자 및 차시 선정, 지도 방안 및 수업안 구상의 두 단계와 관련한 세부 사항은 다음과 같다. 본 연구에서 선택한 학년 및 차시는 4학년 2학기 7단원 ‘꺾은선그래프’의 ‘알맞은 그래프로 나타내기’이다. 학년 선택은 2012학년도 현재 연구자가 담당하고 있는 4학년 학급을 지도 대상으로 한 연구 계획에 기초한 것이고, 차시 선택은 II장에서 마련한 기본틀에 기초하여 교육과정의 내용 영역별로 선정된 두 개씩의 지도 내용에 대해 <표 3>과 같은 지도 방안을 작성해본 다음, 수학

적 과정의 다양한 요소를 구현하기 위한 다양성 및 실천가능성 여부를 근거로 하여 이루어졌다. 즉 생활 주변의 여러 현상을 이용한 문제해결, 문제 상황의 탐색, 수학적 사실의 추측과 정당화, 합리적 사고 및 근거에 기초한 논지 전개, 수학적 표현의 이해 및 활용, 아이디어의 표현과 토론 등 교육과정에서 명시한 유의점을 가능한 한 다양하게 구현할 수 있는 활동 고안에 적합한 주제를 선정하고자 하였다. 수업안 계획에 앞서 수학적 과정을 적용하기 위한 수업을 위해 기본틀 <표 2>에 기초하여 구상한 지도 방안은 <표 3>과 같다.

<표 3> 4학년 ‘알맞은 그래프로 나타내기’ 차시를 위한 수학적 과정의 지도 방안

| 수학적 과정 | 방법 | 지도 방안   |
|--------|----|---|
| 문제 해결  | 1  | 우리 반 친구들이 좋아하는 과목, 오늘 하루 동안 시간별 교실의 온도 등 그래프로 나타내면 좋을만한 주제를 모듈별로 정하고 조사한 후, 표로 나타내도록 하여 ‘표 만들기’ 전략을 지도한다. |
|        | 2  | 모듈별로 조사하여 표로 나타낸 주제를 1분 안에 발표하는 효과적인 방법을 탐구하고, 그 방법의 타당성을 설명하도록 한다.                                       |
|        | 3  | 막대그래프 또는 꺾은선그래프로 각각 나타내면 좋을 만한 주제를 스스로 찾아보게 한다.   |
|        | 4  | 조사한 내용을 표나 그래프로 나타내는 활동을 통해 자료의 특성이나 그래프의 목적에 따라 어느 것이 알맞은지 탐구하게 한다.                                      |
| 추론     | 1  | 통계청 사이트나 신문 등에서 찾은 여러 막대그래프 또는 꺾은선그래프를 보고 특징을 찾게 한다.  |
|        | 2  | 막대그래프와 꺾은선그래프를 비교하여 각각의 특징을 찾고, 자신의 생각이 옳은지 예를 통해 확인하게 한다.  |
|        | 3  | 어떤 그래프로 나타내는 것이 더 적합할지 친구와 의견이 다를 때 자신의 의견이 더 타당함을 이유와 함께 주장할 수 있도록 한다.                                   |
| 의사 소통  | 1  | 제시된 자료를 이해하여 막대그래프 또는 꺾은선그래프로 나타내거나, 그래프를 보고 무엇을 알 수 있는지 해석하여 이야기해보게 한다.                                  |
|        | 2  | 막대그래프와 꺾은선그래프의 장점이나 특징이 무엇인지 발표하고, 마인드 맵으로 나타내고, 부적절한 내용이 있다면 수정하여 표현하도록 한다.                              |
|        | 3  | 친구들의 조사자료 발표에 귀 기울이도록 한다.   |

<표 3>의 지도 방안은 결국 교육과정에서 의도하는 수학적 과정의 각 요소를 한 차시에 다루고자 한 계획을 달성하기 위한 기초 자료이며, 이를 토대로 하여 고안한 구체적인 수업 지도안은 다음과 같다.

|      |  |          |                |         |            |          |                              |
|------|--|----------|----------------|---------|------------|----------|------------------------------|
| 교과   | 수학   | 지도<br>일시 | 12월 20일<br>3교시 | 대상      | 4-4<br>27명 | 지도<br>교사 | 김 * *                        |
| 단원   | 7. 꺾은선그래프  |          |                | 차시      | 5/9        | 교과서      | 교과서 106~107쪽<br>익힘책 120~121쪽 |
| 학습주제 | 알맞은 그래프로 나타내기  |          | 수업모형           | 문제해결 모형 |            |          |                              |
| 학습목표 | 구체적인 자료를 보고 막대그래프와 꺾은선그래프 중 알맞은 그래프를 선택하여 나타낼 수 있다.  |          |                |         |            |          |                              |
| 예습과제 | <ul style="list-style-type: none"> <li>그래프로 나타내면 좋을만한 주제를 모둠별로 정하여 조사한 후 표로 나타내기<br/><b>(문제해결 1), (문제해결 3)</b></li> <li>통계청 누리집에서 여러 그래프 찾아보기</li> </ul> |          |                |         |            |          |                              |

| 학습<br>단계 | 학습<br>과정                   | 교수·학습 활동  | 시간<br>(분) | 자료(·) 및<br>유의점(→)  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
|----------|----------------------------|---|-----------|--|------|------|----|-----|----|------|----|------|----|------|----|---|----------|----|-----|----|-----|----|-----|---|-----|
| 과제<br>파악 | 동기<br>유발                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>마음 열기</li> <li>그래프 찾아보기</li> <li>여러 가지 그래프를 본 경험을 말하여 봅시다.                             <ul style="list-style-type: none"> <li>사회 교과서에서 막대그래프를 본 적이 있습니다.</li> <li>뉴스에서 꺾은선그래프를 본 적이 있습니다. 등</li> </ul> </li> <li>통계청 누리집에서 다양한 그래프를 찾아보고, 발견한 사실을 말해봅시다.<b>(추론 1)(의사소통 2)</b></li> </ul>   | 5'        | <ul style="list-style-type: none"> <li>통계청 누리집에서 여러 그래프 찾아보고 오기(예습과제)</li> <li>→공부할 문제를 학생들 스스로 찾을 수 있도록 유도한다.</li> </ul>                            |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
|          | 공부할<br>문제<br>제시            | <ul style="list-style-type: none"> <li>공부할 문제 확인</li> <li><b>자료에 알맞은 그래프를 선택하여 나타내어 봅시다.</b></li> </ul>   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
|          | 활동순<br>서제시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>학습 활동 안내</li> <li><b>활동 1</b> — <b>막대그래프, 꺾은선그래프의 특징 알아보기</b></li> <li><b>활동 2</b> — <b>자료에 알맞은 그래프로 나타내기</b></li> <li><b>활동 3</b> — <b>막대그래프, 꺾은선그래프의 특징 정리하기</b></li> </ul>  |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 탐색       | 정보<br>수집                   | <ul style="list-style-type: none"> <li><b>활동 1</b> — <b>막대그래프, 꺾은선그래프의 특징 알아보기</b></li> <li>막대그래프와 꺾은선그래프 비교하기</li> </ul>   | 5'        | <ul style="list-style-type: none"> <li>막대그래프, 꺾은선그래프</li> <li>→자신의 의견을 자유롭게 말할 수 있도록 허용적인 분위기를 조성한다.</li> <li>→생각을 정리할 때에는 막대그래프와 꺾은선그래프의</li> </ul> |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
|          | 그래프<br>의<br>특징<br>알아보<br>기 | <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><b>좋아하는 민속놀이별 학생 수</b></p> <table border="1"> <caption>좋아하는 민속놀이별 학생 수</caption> <thead> <tr> <th>민속놀이</th> <th>학생 수</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>연날리기</td> <td>~6</td> </tr> <tr> <td>윷놀이</td> <td>~7</td> </tr> <tr> <td>제기차기</td> <td>~4</td> </tr> <tr> <td>뽕이치기</td> <td>~5</td> </tr> <tr> <td>비사치기</td> <td>~6</td> </tr> </tbody> </table> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>어느 지역의 일별 강수량</b></p> <table border="1"> <caption>어느 지역의 일별 강수량</caption> <thead> <tr> <th>일</th> <th>강수량 (mm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>~35</td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>~30</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>~20</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>~15</td> </tr> </tbody> </table> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>막대그래프와 꺾은선그래프를 비교해 봅시다.<b>(추론 2)</b></li> <li>막대그래프의 특징은 무엇입니까?                             <ul style="list-style-type: none"> <li>수의 크기를 정확하게 나타낸다.</li> <li>각 부분의 서로의 크기를 비교할 수 있다.</li> <li>전체적으로 비교하기 쉽다.</li> </ul> </li> <li>꺾은선그래프의 특징은 무엇입니까?                             <ul style="list-style-type: none"> <li>시간에 따른 연속적인 변화의 파악이 쉽다.</li> </ul> </li> </ul> | 민속놀이      |  | 학생 수 | 연날리기 | ~6 | 윷놀이 | ~7 | 제기차기 | ~4 | 뽕이치기 | ~5 | 비사치기 | ~6 | 일 | 강수량 (mm) | 10 | ~35 | 11 | ~30 | 12 | ~20 | 1 | ~15 |
| 민속놀이     | 학생 수                       |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 연날리기     | ~6                         |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 윷놀이      | ~7                         |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 제기차기     | ~4                         |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 뽕이치기     | ~5                         |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 비사치기     | ~6                         |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 일        | 강수량 (mm)                   |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 10       | ~35                        |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 11       | ~30                        |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 12       | ~20                        |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |
| 1        | ~15                        |   |           |  |      |      |    |     |    |      |    |      |    |      |    |   |          |    |     |    |     |    |     |   |     |



|       |  |   |     |  |
|-------|--|---|-----|--|
|       |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 부분적으로 비교하기 쉽다.</li> <li>- 조사하지 않은 중간의 것도 대략 예상할 수 있다.</li> <li>• 막대그래프는 어떤 경우에 사용하면 좋을까요?</li> <li>- 각 자료의 차를 정확하게 알 때, 크기를 비교할 때</li> <li>• 꺾은선그래프는 어떤 경우에 사용하면 좋을까요?</li> <li>- 일정한 기간마다 변화하는 양을 나타낼 때</li> </ul>  |     | <p>다른 점을 명확하게 알 수 있도록 유도한다.</p>  |
| 문제 해결 | <p>문제 해결 및 실행</p> <p>막대 그래프로 나타내기</p> <p>꺾은선 그래프로 나타내기</p> | <p><b>활동 2</b> — <b>자료에 알맞은 그래프로 나타내기</b></p> <p>○ 구체적인 자료를 보고 어떤 그래프로 나타낼지 선택한 후 막대그래프 또는 꺾은선그래프로 나타내기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 모둠별로 조사해온 주제를 1분 안에 가장 효과적으로 발표하려면 어떻게 하는 것이 좋을까요? (<b>문제해결 2</b>), (<b>의사소통 1</b>)</li> <li>- 자료를 표 대신 그래프로 나타내면 좋을 것 같다.</li> <li>• ‘학급계시판에 접속한 반별 학생 수’가 표로 제시되어 있습니다. 이것을 그래프로 나타낸다면 어떤 그래프로 나타내는 것이 좋을까요? (<b>문제해결 4</b>), (<b>추론 2</b>)</li> <li>- 막대그래프</li> <li>• 왜 그렇게 생각합니까? (<b>문제해결 4</b>), (<b>추론 2</b>)</li> <li>- 각 부분을 비교하기가 쉽기 때문에</li> <li>• ‘월별 컴퓨터 판매량의 변화’를 그래프로 나타낸다면 어떤 그래프로 나타내는 것이 좋을까요? (<b>문제해결 4</b>), (<b>추론 2</b>)</li> <li>- 꺾은선그래프</li> <li>• 왜 그렇게 생각합니까? (<b>문제해결 4</b>), (<b>추론 2</b>)</li> <li>- 변화하는 모습을 잘 나타낼 수 있어서</li> <li>• 조사해 온 주제와 내용을 막대그래프 또는 꺾은선그래프로 나타내어 보고, 각 그래프로 나타내면 좋은 자료에 대해 생각해봅시다. (<b>문제해결 4</b>), (<b>의사소통 1</b>)</li> <li>• 조사한 자료를 그래프와 함께 발표해 봅시다. (<b>의사소통 1</b>)</li> <li>• 모둠별로 조사한 주제 중에서 다른 그래프로 나타내도 좋을 것 같다고 생각하는 주제가 있으면 이유와 함께 발표해 봅시다. (<b>추론 3</b>)</li> </ul> | 15' | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학교과서 107쪽~108쪽</li> <li>• 그래프로 나타내면 좋을 주제를 모둠별로 정하여 조사한 후 표로 나타내어 오기 (예습과제)</li> <li>• 그래프 그리기 학습지</li> <li>→ 어떤 그래프로 나타내는 것이 더 좋을지 친구와 의견이 다를 때, 자신의 의견이 타당함을 이유와 함께 주장할 수 있도록 한다.</li> <li>→ 친구들의 발표에 귀 기울이도록 한다. (<b>의사소통 3</b>)</li> </ul> |
| 평가    | <p>각각의 특징 정리</p>   | <p><b>활동 3</b> — <b>막대그래프, 꺾은선그래프의 특징 정리하기</b></p> <p>○ 막대그래프와 꺾은선그래프의 특징을 마인드맵으로 나타내기 (<b>추론 2</b>), (<b>의사소통 2</b>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 막대그래프와 꺾은선그래프의 특징을 마인드맵으로 나타내어 봅시다.</li> <li>• 각 그래프의 장점이거나 특징은 무엇인가요?</li> <li>• 각 그래프로 나타내면 좋을만한 주제들을 실생활에서 찾아보고 써 봅시다. (<b>문제해결 3</b>)</li> <li>• 자신의 마인드맵을 발표해봅시다.</li> </ul>  | 10' | <p>→ 친구들의 발표에 귀 기울이도록 한다. (<b>의사소통 3</b>)</p>  |

|    |          |  |    |  |
|----|----------|--|----|--|
| 정리 | 학습<br>정리 | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 학습 내용 정리</li> <li>○ 형성평가 문제 해결하기</li> <li>● 각 주제를 보고, 막대그래프와 꺾은선그래프 중 어떤 그래프로 나타내면 좋을지 생각해봅시다. <b>(문제해결 4)</b></li> </ul> | 5' | →형성평가 점수에 따라 각각 수학익힘책 120쪽(기본다지기), 121쪽(실력 기르기)을 풀도록 지도한다. |
|    | 차시<br>예고 | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 차시 예고 및 과제 제시</li> <li>○ 차시 예고</li> <li>● 꺾은선그래프를 보고 그래프의 내용을 알아봅시다.</li> <li>○ 과제 제시 : 수학 익힘책 120~121쪽 풀기</li> </ul>     |    |  |

이 지도안의 형식상 특징은 교사가 지도하고자 하는 수학적 과정이 적용된 교사 발문 및 학습 활동의 표시이다. 지도안을 고안하기에 앞서 <표 3>과 같은 수학적 과정의 지도 방안이 먼저 계획되어야 하며, 각각의 요소가 지도안 속에서 구체적으로 어떤 활동과 어떤 발문을 통해 구현되고 있는지를 표시한 것이다. 이는 수학적 과정의 각 요소를 가능한 한 다양하게 지도하고자 하는 교사의 의도를 뒷받침하는 데 도움이 된다. 한편 내용면에서는 <표 3>의 계획을 충실히 반영하면서, 학생들에게 친숙한 자료를 활용함으로써 문제 해결이나 의사소통의 기회를 확대하고자 하였다. 도입 단계부터 생활 주변에서 학생들이 경험한 다양한 그래프를 이용한 발표 활동을 격려할 것과 이를 위해 모둠 발표와 전체 발표가 적절히 일어날 수 있도록 고려하였다. 또한 교사가 활용 가능한 교수학적 변인으로서, 활동 2에서 자료의 그래프 표현을 유도하기 위해 ‘모둠별로 조사해온 주제를 1분 안에 발표하기 위한 효과적인 방법’을 찾는 과제를 이용하였다. 이는 자료의 그래프 표현이라는 활동 목표를 통해 문제 해결 2 및 의사소통 1, 2를 자연스럽게 구현할 수 있는 탐구활동으로서의 역할을 기대한 것이었다. 그래프의 특징을 정리하는 활동 3에서는 마인드맵을 도구로 이용하여 추론 2 및 의사소통 2 측면에서의 신장을 기대하였다.

한편 수학적 과정을 강조한 수업 계획시 시간은 중요한 요인이다. Kanold et al.(2012)는 수학적 실천<sup>3)</sup>이 교실에서 실제로 어떻게 발생하는지 알 수 있는 단서 중 ‘교사가 학생들이 문제 해결에 대해 논의할 충분한 시간을 부여하는가’를 꼽았다. 즉 수학적 과정의 각 요소가 실현되기 위해서는 학생들에게 충분히 사고하고 활동할 시간이 주어져야 함을 의미하므로 매 활동시 학생들에게 충분한 시간을 부여할 수 있도록 유의해야 할 것이다. 수학적 과정의 적용을 위해 한 차시로 부족하다면 시간 확보를 위해 두 차시를 묶어 운영하는 방안도 고려할 수 있다.<sup>4)</sup>

수업 지도안에 따라 실시한 수업을 녹화하여 사후 재생 및 전사한 자료와 학생 활동 결과물을 토대로 수업 분석을 실시하였다. 실제 적용 및 분석 결과는 IV장에 제시할 것이다.

3) I장에서 언급했듯이, 미국 수학교육과정 기준인 CCSSM의 ‘수학적 실천’ 기준이 곧 우리나라의 수학적 과정에 해당한다.

4) 이와 같은 시간 요인이 모든 수업에서 수학적 과정을 강조하기 어려운 이유가 될 수 있다. 따라서 수학적 과정을 강조한 수업은 적용이 좀 더 적절한 특정 주제에 대해 구체적으로 계획을 세워 접근해야 한다는 것이 본 연구의 기본 방향이다.

#### IV. 수업의 실제 및 활동 분석

##### 1. 수업의 실제

III장에서 고안한 수업안을 2012년 12월 20일 3교시를 이용하여 연구 참여 학생들에게 적용하였다. 학생들의 본 차시와 관련한 선수 학습 내용으로는 2학년 2학기 6단원에서 목적과 주제를 정하여 자료 수집하기와 자료를 정리하여 표로 만들기, 3학년 2학기 7단원에서 자료를 수집·분류·정리하여 표와 막대그래프로 나타내고 그래프를 해석하기 등이 있다. 본 수업의 이전 차시인 4학년 2학기 7단원 4차시까지의 학습을 통해 꺾은선그래프를 알아보았고, 표를 보고 꺾은선그래프를 그리는 순서와 방법을 익혔으며, 물결선을 사용한 꺾은선그래프에 대해서 알아보았다. 모둠학습을 위해 총 6개의 모둠을 구성하고, 1~3모둠은 각각 4명씩, 4~6모둠은 각각 5명씩으로 하며 성별, 능력별 혼합 모둠을 이루도록 하였다. 예습과제인 ‘통계청 누리집에서 여러 그래프 찾아보기’의 경우, 창의체험활동의 컴퓨터 시간을 이용하여 학교 수업 활동으로 이루어졌으며, ‘모둠별 그래프의 주제를 정하고 표로 나타내기’ 활동 역시 같은 시간을 이용하였다. 이 때 교사는 학생들의 활동에 대해 아무런 간섭이나 중재도 없이 관찰자의 역할만 수행하였다.

수학적 과정의 적용이라는 측면에서 교사가 강조한 지도상의 특징은 두 가지 면에서 설명될 수 있다. 첫째, 수업 계획에서 의도한 대로 실생활 및 생활 주변에서 학생들에게 친숙한 다양한 그래프를 이용하였다. 특히 도입부에서 학생들은 수학 수업시간에 다루었던 그래프 이외에 사회 교과에서의 연도별 인구변화 그래프, 수업 전날 있었던 대통령 선거에서의 투표율 및 지지율 그래프 등 평소 주변에서 그래프를 보았던 경험을 떠올리며 그로부터 특징을 발견하여 발표에 적극적으로 참여하였다. 실생활에서의 또 다른 활용 자료로서 통계청 사이트를 들 수 있다. 통계청 누리집에서의 예습 활동 및 수업시간의 활동을 통해 학생들은 막대그래프와 꺾은선그래프의 시각적인 차이점과 대략의 특징, 막대그래프와 꺾은선그래프로 나타내어지는 주제 등에 주목하였다. 예컨대 특징과 관련하여, 막대그래프는 수의 크기를 막대로 나타내며 항목들 간의 비교를 통해 많고 적음을 한 눈에 알아보기 쉽다는 것, 꺾은선그래프는 점과 선으로 나타내며 변화 양상을 알아보는 데 유효하다는 것을 찾아내었고, 그 과정에서 연구자는 주장, 오류, 반박, 망설임, 합의 등 다양한 인지 상태를 관찰할 수 있었다.

둘째, 학생들의 발표 내용에 대한 교사의 반응에 대한 주의이다. 수학적 의사소통이라는 측면에서 학생들은 최대한 자기의 생각을 겉으로 드러내며 다른 사람이 잘 이해하도록 발표할 수 있고, 다른 사람의 의견에 귀 기울일 수 있어야 한다. 수업시 학생의 오류에 대한 두려움은 발표에 장애가 될 수밖에 없기 때문에 교사는 학생들의 의견에 대해서 옳고 그름을 바로 판단하는 것이 아니라, 최대한 긍정적으로 수용한 후 개선할 점은 학생들이 스스로 발견할 수 있도록 분위기를 조성하도록 하였다. 간혹 학생의 발표 내용에 오류가 있는 경우에도 교사의 직접적인 지적 대신에 학생들에게 생각할 시간을 충분히 허용한 후, 해당 의견을 반박하는 의견과 그렇게 생각한 이유를 발표하고 들어보는 활동을 중심으로 수업을 진행하였다. 이때 자신의 생각을 발표하기 위해, 또는 다른 학생의 의견의 타당성을 판단하기 위해 다양한 추론과 그것을 가능하게 하는 충분한 시간이 필요하였다.

이상의 두 가지 특징은 김도한 외(2009)에서 수학적 창의력 신장에 유용한 수학-학습 원리의 일부로 제시된 것이기도 하다. 특히 교사가 허용의 분위기를 창출하도록 하기 위해

제시된 ‘엉뚱하거나 어리석은 질문이나 대답에도 일단 존중하고 노력을 치하하고, 상상적인 아이디어에 대해 긍정적인 강화를 제공하고, 확산적 아이디어를 요하는 질문에 대한 학생들의 반응에 대해서는 옳고 그름의 판단을 하지 않으며, 학생들이 가능한 답이나 반응을 생각하고 분명하게 표현할 수 있도록 충분한 시간을 준다.’는 지침은 본 연구에서 교사가 의도한 기본 태도와 일치한다.

## 2. 학생 활동 분석

### 가. 활동 1 관련: 막대그래프와 꺾은선그래프의 특징 및 비교

이 수업의 학습목표는 두 그래프의 특징을 인식하여 자료에 따라 사용이 적절한 경우를 판단하여 나타낼 수 있다는 것이다. 따라서 이전 차시에 경험한 그래프의 이해 및 그리기 활동에 기초하여 두 그래프의 특징을 발표하는 활동은 필수적이며, 이는 추론 2나 의사소통 1이 발현될 기회이다.

본 연구에서 이 활동은 교사의 발문과 학생의 발표로 이루어진 전체 활동으로 전개되었다. 수학적 과정의 적용을 위해 교사가 의도한 활동은 주제 선정 및 자료 수집과 정리, 자료를 1분 안에 발표하기였다. 전자와 관련하여 학생들은 교사의 안내에 따라 교사가 제시한 막대그래프와 꺾은선그래프뿐만 아니라 통계청 누리집에서 확인한 다양한 주제별 그래프 등 자신이 보았던 그래프를 떠올리거나 이전에 다룬 적이 없었던 새로운 주제들의 그래프를 비교하여 알아낸 것을 발표하며 그 특징을 찾아내려고 노력하였다. 문제해결 4와 추론 1의 지도 방안으로 의도한 다양한 매체를 통한 조사 결과를 이용하였고, 추론 2는 두 그래프의 비교를 통한 특징의 발견이라는 학습목표와 직결되는 요소였다. 특히 막대그래프와 꺾은선그래프의 특징을 말할 때, 학생들은 시각적 차이점보다는 용도에 주목하여 특징을 비교하고 해석하였다. 막대모양이라는 의견 외에는 시각적 특성이 언급되지 않았는데, 아마도 과제로 부여된 연습 활동과 수업 도입시에 타 교과나 통계청 누리집을 통한 다양한 주제별 그래프에 대한 경험이 크게 작용했기 때문인 것으로 보인다. 같은 맥락에서, 학생들은 그래프의 특징을 발표하며 자신의 주장이 옳다는 것을 뒷받침하기 위해 각 그래프에 어울리는 주제를 예시하며 확인하는 경향이 있었다. 그 결과, 많은 학생들이 꺾은선그래프의 특징으로 ‘시간에 따른 변화를 잘 알 수 있다’는 것을 들었다. 다양한 주제로 접할 수 있었던 막대그래프에 비해 학생들이 교과서나 누리집을 통해 접한 꺾은선그래프는 연도별 수입량의 변화, 월별 강수량 변화, 월별 키의 변화, 시간별 온도변화 등 시간에 따른 변화를 주제로 한 경우가 많았기 때문에 항목이 시간 또는 숫자인 경우에는 꺾은선그래프를 이용해야 한다고 생각하는 오개념을 유발시켰다. 이것이 활동 2로 이어져 ‘오후 3시에서 4시 사이에 학급계시판에 접속한 반별 학생 수’에 대해 꺾은선그래프를 선택한 이유를 시간에 근거하여 설명한 것으로 해석된다.

후자와 관련해서는, 교사가 그래프의 사용을 직접 지시하기보다 1분 안에 발표한다는 과제를 통해 표가 아닌 다른 표현법의 사용을 유도함으로써 문제해결 2와 의사소통 1을 적용하려는 연구자의 의도가 학생들에 의해 적절히 수행되었다. 학생들은 ‘쉽게 알아볼 수 있다’는 이유에 근거하여 자연스럽게 자료를 그래프로 표현하고 발표할 수 있었다.

### 나. 활동 2 관련: 자료의 특성에 따른 그래프의 선택과 그래프에 알맞는 주제 선정

활동 2는 자료의 특성에 따른 그래프를 선택하는 것으로, 표로 제시된 ‘학급계시판에

접속한 반별 학생 수'를 그래프로 나타내는 활동을 포함하였다. 앞서 설명했듯이 활동 1에서 각 그래프의 특징을 잘 묘사했음에도 불구하고, 변량의 구간이 시간이라는 특징 때문에 연구 참여자의 반 정도가 꺾은선그래프를 선택하는 오류를 범하였다. 학생 중 하나는 그 이유를 시간에 따른 변화를 알아보는 것으로 설명했고, 막대그래프를 선택한 다른 반 정도의 학생들은 사람의 수, 비교 등의 용어를 이용하여 자신의 주장이 옳다는 것을 주장하였다. 그 주장에 기초하여 교사는 그 시간대에 각 반의 접속자 명 수를 묻고 답하는 방식으로 표를 함께 해석함으로써 학급 전체가 막대그래프의 특성이 적합한 자료임을 성공하게 되었다.

이의 역 활동으로, 각 그래프로 나타내기 적합한 주제를 모둠별로 선정해보도록 하였다. 막대그래프에 대해서는 우리 반 아이들이 좋아하는 색, 과목, 계절, 놀이라고 하여 적절한 반응을 보였다. 그러나 꺾은선그래프에 대한 반응은 <표 4>와 같았다.

<표 4 > 꺾은선그래프를 위한 모둠별 주제

| 모둠 | 주제                |
|----|-------------------|
| 1  | 우리 반 친구들이 좋아하는 동물 |
| 2  | 우리 반 친구들이 좋아하는 숫자 |
| 3  | 4학년 반별 학생 수       |
| 4  | 우리 반 교실의 온도변화     |
| 5  | 우리 반 친구들이 좋아하는 숫자 |
| 6  | 우리 반 친구들이 좋아하는 숫자 |

막대그래프와 꺾은선그래프의 특징을 다루었음에도 불구하고 4모둠을 제외한 모둠은 적절한 주제를 제시하지 못하였다. 이러한 오류는 내용적 측면에서 학습 성취가 미비함을 나타내지만, 과정적 측면에서는 활용 가치가 있었다. 자신의 생각과 다른 의견에 귀 기울이고, 주장하는 쪽이든 반대하는 쪽이든 자신의 의견이 타당함을 이유와 함께 주장할 수 있는 경험을 통해 추론 3 및 의사소통 3을 지도할 수 있는 중요한 교수 기회를 제공하였기 때문이다.

교사 : 혹시 친구들이 발표한 주제 중에서, 이 주제는 막대그래프로 그렸어도 괜찮았을 것 같다고 생각하는 주제가 있나요?

학생들 : 동물! ... 좋아하는 동물.

교사 : 왜 그렇게 생각했나요? 이유를 한 번 발표해볼까요?

태현 : 꺾은선그래프는... 그거... 변화하는 모습을 쉽게 나타낼 수 있는 건데... 동물은 막대그래프로 한눈에 알 수 있었을 것이기 때문이에요.

교사 : 좋은 생각인데요. 또 다른 생각 있나요?

학생들 : (모둠별로 이야기하며) 숫자... 수...?

현욱 : 4학년 학생 수요.

교사 : 네, 이유는요?

현욱 : 시간에 따른 변화가 아니기 때문에...

교사 : 좋아요. 그렇다면 이 주제가 꺾은선그래프에 더 적합하기 위해서는 주제가 조금

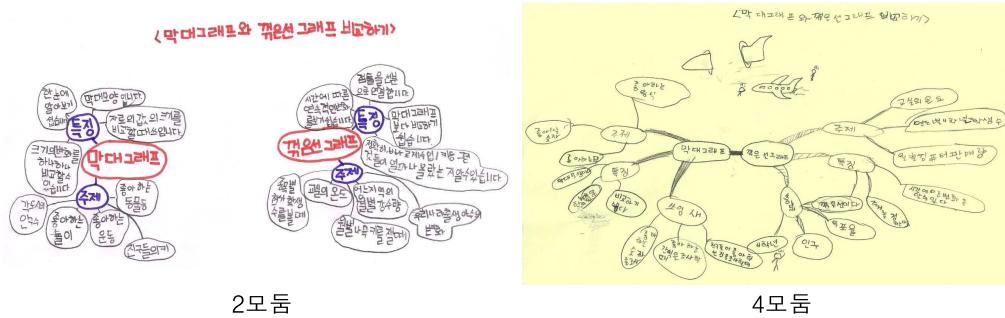
바뀌면 좋을 것 같은데요. 어떻게 바뀐다면 꺾은선그래프에 더 잘 어울릴까요?  
 가현 : 연도별 4학년 학생 수의 변화로 하면 좋겠습니다.  
 대영 : 전학을 가거나 전학을 온 변화를 나타내도 좋을 것 같습니다.  
 교사 : 좋은 생각들이 많이 나오고 있네요. 계속 이야기해볼까요? 이제 다른 주제들은 다 꺾은선그래프에 잘 어울리나요?  
 학생들 : 음... (몇몇 학생들이 고개를 가우뚱 휘젓거나 손톱, 입술 등을 물어뜯음.)  
 교사 : '우리 반 친구들이 좋아하는 숫자'는요? 어때요?  
 학생들 : (웅성웅성) 숫자?... 숫자도... 숫자... 막대그래프로 나타내도 될 것 같은데...  
 교사 : 이유를 말해 볼까요?  
 지혜 : 크기...를 비교하기 더 쉽기 때문입니다.  
 교사 : 1을 좋아하는 사람 몇 명, 2를 좋아하는 사람 몇 명 등으로 나타내기 때문에 막대그래프도 잘 어울릴 것 같네요. 그럼 교실의 온도변화는 어떤가요?  
 학생들 : 꺾은선그래프로 잘 나타냈어요.

이 수업 담화에 나타난 수학적 과정을 교사의 의도와 관련하여 세 가지 측면에서 설명할 수 있다. 첫째, 소규모의 모둠별 의사소통이다. 다른 모둠의 발표 내용에 대한 타당성을 학생 스스로 검토하기는 어려워했지만 교사의 발문이 있자 첫 모둠의 주제부터 문제를 있음을 지적하였다. 이 때 교사의 발문에 대해 확신이 없었기 때문에 모둠 내에서 소규모의 토론이 발생하는 것을 관찰할 수 있었다. 발표 내용 또는 발표 자체에 대해 자신이 없는 학생들은 학급 전체 발표가 매우 어렵게 느껴지는 것이 사실이다. 그러나 모둠 내에서의 의사소통이라면 상황은 달라진다. 얼마든지 자신의 의견을 주장할 수 있고, 따라서 활발한 논의 과정을 쉽게 관찰할 수 있었다. 모둠 내에서의 합의가 이루어지면 학급 전체로의 발표로 이어지는 형태였다. 이러한 의미에서 모둠별 학급 구성은 특히 조금 덜 적극적인 학생들을 위해서 수학적 과정을 적용하기에 유의미한 형태라 할 수 있다. 둘째, 다른 사람의 의견에 반대하여 자신의 의견을 정당화할 때 그 근거가 있어야 한다는 것을 경험시키기 위해 주장하는 이유를 말하도록 하였다. 때로는 학생들이 자신의 의견을 발표할 때 자신의 생각보다는 주변의 분위기 등을 고려하여 마치 자신의 주장인 것처럼 이야기할 때가 있었다. 이 때 자신이 주장하는 의견에 대해 그것이 타당한 이유를 말하도록 하자 발표하는 학생은 자신의 생각을 정리하는 동시에 스스로의 의견에 대한 확신을 갖게 되고, 발표를 듣는 학생들은 새로운 생각의 타당성을 주로 예에 근거하여 확인함으로써 동의 또는 반대하는 것을 관찰할 수 있었다. 셋째, 근거 있는 반대에 이어 그 대안을 표현하는 등 서로의 아이디어를 공유하기 위해 교사의 발문이 요구되었다. 현욱의 반대 및 이유 발표에 대해 교사의 발문으로 인해 가현과 대영이 대안을 제시하였고, 이 과정을 통해 처음 제시된 주제는 원래 주제에서 크게 벗어나지 않는 범위 내에서 다른 모둠도 수용할 수 있을 만한 주제로 수정되었다.

#### 다. 활동 3 관련: 마인드맵의 작성

마인드맵의 작성은 추론 2와 의사소통 2의 지도를 의도한 것이었다. 즉 막대그래프와 꺾은선그래프를 비교하여 각각의 장점이거나 특징을 찾고, 자신의 생각이 옳은지 주제 사례를 들어 마인드맵으로 나타내도록 한 것이다. 모둠별로 작성한 마인드맵(그림 2)은 학습목표였던 막대그래프와 꺾은선그래프의 비교를 담고 있다. 두 그래프의 특징과 주제를

주로 다루었고, 4모듬의 내용 요소를 검토해보면 주제 측면의 요소들과 다소 중복되는 면이 있기는 하지만 쓰임새를 별도로 다루어 용도의 측면에서 두 그래프를 구별하고자 한 점은 활동 1에서의 분석 결과와 일치함을 알 수 있다. 마인드맵의 활용은 두 그래프의 비교 내용을 적절히 표현하고 수업 내용을 한 눈에 정리할 수 있어 효과적이었으며, 더욱이 수학적 과정 중 자신의 생각과 주장을 다양한 방법으로 나타내는 것을 구현하는 방법이 되었다.



2모듬

4모듬

[그림 2] 모듬별 마인드맵 작성

### V. 논의 및 제언

본 연구에서는 수학적 과정의 교실 수업 적용을 위해 수학적 과정의 하위 요소인 수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 각각에 대한 내용 요소 및 교수·학습시 유의점을 기본 틀로 하여, 그에 기초한 교수·학습 활동을 고안하고, 초등학교 4학년생을 대상으로 한 꺾은선그래프 단원의 한 차시에 해당하는 수업지도안에서 고안한 활동을 구체화하고 수업에 적용함으로써 수학적 과정의 현장 적용 가능성을 검토하였다.

수학적 과정의 강조는 특정 내용 영역과 별도로 이루어질 수 없다는 주장에 근거하여, 성취기준별 또는 단원별 계획에 비해 훨씬 소규모인 차시별 계획을 통해 효과적으로 적용될 수 있음을 확인함으로써 교사의 의지와 노력이 전제된다면 수학적 과정을 적용한 수업의 적극적인 실현이 가능함을 보여준다고 할 수 있다. 또한 본 연구에서 강조한 생활 주변 및 타 교과와의 관련을 통해 학생들이 수학적 과정을 발현할 수 있는 기회 확대, 학생의 활동 및 반응을 위한 충분한 시간 부여, 소규모 모듬 활동, 학생의 발표에 대한 교사의 반응 및 발문 등과 관련한 교사의 주의를 그 가능성을 제고시킬 수 있음을 보여준다.

이와 같은 결과에 기초하여 수학적 과정의 지도를 위한 시사점을 네 가지 측면에서 논의하고자 한다.

첫째, 과제의 특성에 대한 것이다. 본 연구에서 적용한 과제는 주어진 두 그래프를 비교하기, 자료에 적절한 그래프의 선택 및 그래프에 알맞은 주제 선정, 마인드맵으로 정리하여 나타내기 등이다. 첫째 과제는 시각적 차이의 인식이나 선수 학습 경험만으로도 충분히 잘 해낼 수 있는 것인 반면, 둘째 과제는 자료와 그래프의 특성에 기초하여 종합적인 판단을 해야 하므로 인지적 요구가 높은 수준의 과제라 할 수 있다. 실제로 학생들은 둘째 과제를 수행하는 과정에서 오류를 드러내어 교사는 적절한 조치를 취할 필요가 있었다. 따라서 수학적 과정의 구현도 후자의 활동에서 보다 적극적으로 이루어진 것을 관찰할 수

있었다. 요컨대, 성공적인 수학적 과정의 적용을 위해 적절한 양질의 과제 선택은 매우 중요하다고 할 것이다. Polly & Orrill(2012)은 미국 수학교육과정 기준의 수학적 내용 기준 및 수학적 실천 기준을 동시에 충족시키기 위해 인지적 요구가 높은 과제가 적절히 활용되는 것이 중요함을 보여주는 예를 제시하였다. 즉 수학적 과제는 수학적 과정의 지도를 위해 중요한 요인이 되는데, 인지적 요구가 높은 과제는 곧바로 답을 찾을 수 없고 깊고 유의미한 사고를 요구하며 혼자 처리하기 어려운 경우가 대부분이기 때문에 학생들의 문제 해결, 추론, 의사소통을 장려하는 데 유용할 것이다. 또한 Barlow & Harmon(2012) 역시 수학교육과정 기준의 성공적인 시행을 위해 과제 선택의 중요성을 강조하였다. 과제는 학생들이 문제해결에 참여하도록 하는 잠재력을 지녀야 하며 만약 학생들이 주어진 과제에 예측된 풀이를 즉각적으로 얻는다면 그 과제는 학생들의 문제해결 참여에 실패한 것이라고 하여 수학적 과정의 신장에 적합한 과제 선택의 중요성을 시사한다.

둘째, 모듈별 의견이 일치하지 않는 상황의 활용에 대한 것이다. 교사의 일방적인 지식 전달이 아닌 학생 스스로의 추론과 주장은 개인별로 혹은 모듈별로 결과가 다를 때 효과가 배가되는 것으로 나타났다. 예를 들어, 활동 2에서 표로 제시된 자료인 학급게시판에 접속한 반별 학생 수에 대해 알맞은 그래프를 물었을 때 학생들의 반응은 두 가지로 나타났다. 그 수는 대략 반반 정도였다. 어느 한쪽으로 쏠리지 않은 이러한 의견 대립은 교사의 안내 하에 합의를 향한 의사소통의 단초가 되었고 학생들의 전체 참여를 자극하였다. 뿐만 아니라 모듈 활동 내에서의 의견 불일치는 전체 발표를 두려워하는 소극적인 학생들에게 참여의 기회를 마련해준다는 의미에서 적극적으로 활용해야 할 부분이다. 이와 같은 결과에 기초한다면 수학적 과정의 활성화를 위해 학급 또는 모듈 내에서 어느 정도의 의견 불일치는 긍정적으로 작용하며 이를 위한 기회를 마련하기 위해 앞서 논의한 과제 선정이 고려될 수 있다. 다양한 추론과 의견을 발생시킬 수 있는 과제나 발문은 유용한 교수 전략이 될 것이다.

셋째, 평가의 측면이다. 평가는 수업의 연장선 상에 있다. 따라서 수학적 과정을 강조한 수업에 포함된 형성평가 역시 수학적 과정을 강조한 특성의 것으로 이어져야 할 것이다. 평가 문항 자체를 문제 해결 및 추론을 자극하고, 특히 의사소통 능력 중 일부가 발현될 수 있는 활동으로 구성한다는 것이 기본 생각이다. 본 연구에서는 문제해결 4와 관련하여 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제에 초점을 맞추어 수업의 도입부와 마찬가지로 학생들이 경험했을 것으로 기대되는 일상 주변의 주제를 제시하여 알맞은 그래프를 선택하는 문제를 활용하였다.

넷째, 교사가 수학적 과정을 강조한 수업을 실시했는가를 알아보는 자기평가에 대한 것이다. 연구자는 수학적 과정을 강조하는 수업을 구상하였고 그에 따라 수업을 전개하였지만, 실제로 수업이 교사의 의도에 따라 이루어졌는지에 대한 평가가 후속된다면 그 결과는 다음 수업의 계획을 위한 토대가 될 것이다. 이를 위해 본 연구에서 고찰한 내용들에 기초하여 다음과 같은 교사용 자기평가 문항을 활용할 수 있다.

- 수업 계획 시 수학적 과정의 지도를 적극 고려하였는가?
- 구체적으로 차시 학습 내용과 밀접한 수학적 과정은 무엇이었나?
- 학생들에게 생각하고 논의하기에 충분한 시간을 제공하였는가?
- 학생들에게 새로운 시도와 사고를 유발시키는 도전적인 문제를 제공하였는가?
- 가능한 한 다수의 학생들에게 의견을 발표할 기회를 부여하였는가?



- 
- 오답이나 기대하지 않았던 학생 발표에 적절히 반응하였는가?
  - 학생의 평가 시에도 수학적 과정의 성취를 반영하였는가?

이와 더불어 교실 벽보 등을 이용하여 학생들에게 친숙한 언어로 진술된 수학적 과정을 제시하는 수학적 과정을 강조한 학습 환경의 구성(White & Dauksas, 2012)도 고려할 만한 전략이다.

## 참고문헌

- 교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8]
- 김도한 외 11명 (2009). **창의 중심의 수학 수업 내실화 및 평가 방안 연구**. 한국과학창의재단
- 박경미 (2010). ‘학년군’ 과 ‘수학적 과정’ 을 중심으로 한 외국 수학과 교육과정의 최근 경향 비교·분석. **학교수학**, 12(4). 667-686
- 박혜숙, 나귀수 (2010). 수학과 교육과정에서 ‘수학적 과정’ 의 신설에 대한 소고. **수학교육논문집**, 24(3). 503-523
- 방정숙, 권미선, 김정원 (2012). 초등학교 우수 수업 동영상에 나타난 좋은 수학 수업의 특징 분석. **한국초등수학교육학회지**, 16(3). 403-426
- 장혜원 (2012). 미국의 수학교육과정 기준 CCSSM의 수학적 실천에 대한 고찰. **수학교육학연구**, 22(4). 557-580
- 정상권, 이경화, 유연주, 신보미, 박미미, 한수연 (2012). 수학적 과정 중심 평가에 대한 교사들의 인식 조사. **수학교육학연구**, 22(3). 401-427
- 조명조 (2011). ‘수학적 과정’ 에 대한 연구. 상명대학교 교육대학원 석사학위논문
- 한국과학창의재단 (2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**, 정책연구 2011-11
- 황선욱 외 32명 (2011). **창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구**. 한국과학창의재단
- Barlow, A. T. & Harmon, S. (2012). CCSSM: Teaching in grades 3 and 4. *Teaching Children Mathematics*, 18(8). 498-507
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Common core state standards for mathematics*. [http://www.corestandards.org/assets/CCSSI\\_Math%20Standards.pdf](http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf)
- Dacey, L. & Polly, D. (2012). CCSSM: the big picture. *Teaching Children Mathematics*, 18(6). 378-383
- Kanold, T. D., Briars, D. J., & Fennell, F. (2012). *What principals need to know about teaching and learning mathematics*. Solution tree press
- Polly, D. & Orrill, C. (2012). CCSSM: Examining the critical areas in grades 5 and 6. *Teaching Children Mathematics*, 18(9). 566-573
- Russell, S. J. (2012). CCSSM: Keeping teaching and learning strong. *Teaching Children Mathematics*, 18(1). 50-56
- White, J. & Dauksas, L. (2012). CCSSM: Getting started in K-Grade 2. *Teaching Children Mathematics*, 18(7). 440-445

---

<Abstract>

Applying the Mathematical Processes  
to an Elementary School Class for Mathematics

Chang, Hyewon<sup>5)</sup>; & Kim, Minseon<sup>6)</sup>

2009 revised national curriculum for mathematics emphasizes the mathematical processes which consist of mathematical problem solving, mathematical reasoning, and mathematical communication. This study focused on applying these processes to an elementary school class for mathematics. Even though they say that it is desirable that the mathematical processes are realized in every mathematics class, any vague intention for their application without specific plans is apt to be apart from meaningful practice. Therefore this study proposed a lesson plan about the characteristics and the comparison of bar graphs and line graphs for 4th grade students based on the mathematical processes. And we applied it to 27 subjects. By observing and analyzing their activities and communications, we discussed about the guidelines of applying the mathematical processes to elementary school classes for mathematics.

Key words: mathematical processes, mathematical problem solving, mathematical reasoning, mathematical communication, 2009 revised national curriculum for mathematics

논문접수: 2013. 03. 13

논문심사: 2013. 03. 24

게재확정: 2013. 04. 12

---

5) hwchang@cue.ac.kr

6) sylph39@hanmail.net