

생체 유사재료를 설명하는 물질 상수 추정

강태원*

(Manuscript received: Nov, 20, 2012 / Revised: Dec, 26, 2012 / Accepted: Dec, 28, 2012)

Estimating Material Parameters of Rubber-liked Material Similar to Biomaterial

Taewon Kang*

Abstract

It is important to have a well developed strain energy function in order to understand the mechanical behavior of biomaterial like the blood vessel of artery. However, since it is not possible to have a complete form of strain energy function of artery, theoretical framework describing the behaviour of Rubber-like material which is similar to blood vessel is applied to infer useful forms of strain energy function of biomaterial. Based on Chuong-Fung model and Mooney-Rivlin model, material parameters are estimated based on experimental data. From the results, it can be inferred that the estimated parameters can be used to explain the difference of mechanical characteristics between normal vessel and vessel with stent.

Key Words : Rubber-like material(고무특성재료), Nonlinear elasticity(비선형탄성), Vessel(혈관), Strain energy function(스트레인 에너지 함수)

1. 서론

생체재료에 대한 수요가 증대되면서, 생체 재료 중의 하나인 혈관의 기계적 성질에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다^(1~8).

그러나 실제 수술이 필요한 병리생리학적인 측면에서의 혈관에 대한 궁금증은 여전히 남아 있다^(9,10). 따라서 다양한 연구결과를 의학분야에 적용하기 위해서는, 혈관치료 기기를 사용하는 의사들이 의료기기의 사용효과를 객관적인 입장에서 바라볼 수 있는 환경이 요구된다. 이는 의미있는 데이터를 바탕으로 환자마다의 특성을 적용한 의료기술 변화를 유도할 수 있으며, 따라서 더욱 효과적인 치료방법이 기대할 수 있을 것이다^(11~13)

혈관의 임상학적 특징을 설명하는 데이터라 함은 여러 가지 내용이 포함될 수 있지만, 기계적인 측면에서의 혈관을 보는

시각은 건강한 혈관과 병든 혈관이라고 할 수 있다. 특히 건강한 혈관과 병든 혈관이 보여주는 기계적인 특성은 스텐트를 삽입한 후에 혈관이 어떻게 변화하는가에 대한 정보를 줄 수 있다는 점에서 매우 중요하다.

따라서 스텐트를 설계함에 있어서 지금까지의 설계 방향과 다른 고려 사항이 필요한지에 대한 고찰을 하기 위해서는 스텐트에 대한 연구와 병행하여 건강한 혈관에 대한 기계적인 특성을 이해하는 연구가 동시에 이루어져야 한다.

그러나 건강한 혈관을 실험 재료로 구한다는 것은 많은 시간과 특수 환경의 도움을 필요로 하기 때문에, 이번 연구에서는 신선한 혈관과 같은 생체재료가 준비되면 유효한 결과를 얻을 수 있는 생체재료 물질상수 추정의 유효성 확인에 중점을 두었다.

따라서 본 연구에서는 생체재료와 유사한 고무재료(Rubber-

* 강원대학교 기계의용공학과
주소: 200-701 강원도 춘천시 강원대학길 1

✉ Corresponding Author E-mail: jirehk@unitel.co.kr

like Material)에서 실험적으로 구한 데이터를 통하여 재료의 물질 상수를 수치적으로 추정하여, 궁극적으로는 환자마다 보이는 생체재료의 물질 상수를 바탕으로 스텐트와 같은 의료기술의 발전에 기여하고자 한다.

2. 이론

비선형 기계적 특성을 보이는 재료의 이해를 위하여 쓰이는 이론 중에서, 본 연구에서는 스트레인 에너지 함수를 각 실험 재료의 기계적인 특성의 차이점을 보여주는 모형(descriptor)으로 활용하고자 한다. 특히, 모형에 포함된 재료의 물질상수의 수치적인 시뮬레이션과 실제적인 실험을 통하여 구하여진 결과 값에 대한 비교가 필요하다.

재료의 기계적 특성을 설명할 수 있는 스트레인 에너지 함수를 찾기 위해서는 우선 그 재료가 가지는 기계적 특성을 거시적인 관점에서 살펴보아야 한다.

본 연구에서 대상이 되는 재료는 고무재료로서 혈관의 기계적 특성을 가장 많이 대변하는 것으로 가정한 재료이다. 고무재료의 경우 특징지을 수 있는 거시적인 기계특성은 등방성과 초탄성 특성의 특징을 보여준다는 점이다. 이러한 재료에 접근하는 가장 많은 형태의 스트레인 에너지 함수의 형태는 아래와 같다.

$$W = W(I_c, II_c, III_c) \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } I_c &= tr C, \\ II_c &= ((tr C)^2 - tr C^2)/2, \\ III_c &= det C \end{aligned}$$

를 표시하고 있다.

또한 이를 다시 비압축성이며 등방성으로서의 기계적 거동을 나타내는 식으로 표시하면 아래와 같다.

$$W = W(I_c, II_c) - \tilde{p}(III_c - 1) \tag{2}$$

또한 여기서 \tilde{p} 는 Lagrange 상수이다. 이를 다시 비압축성의 특성을 식 (2)에 도입하여 스트레스 스트레인 관계식으로 재구성을 하면 다음과 같다.

$$t = 2 \frac{\partial W}{\partial I_c} B + 2 \frac{\partial W}{\partial II_c} (I_c B - B^2) - 2\tilde{p}I \tag{3}$$

여기서 I 는 아이덴티티 텐서(identity tensor)이다. 또한 $B(=FF^T)$ 와 $C(=F^T F)$ 는 수식적으로 같아진다는 점을 이

용하여 식 (2)를 좀 더 간략화 시키면 아래 와 같이 정리할 수 있다.

$$t = pI + 2 \frac{\partial W}{\partial I_c} B + 2 \frac{\partial W}{\partial II_c} B^{-1} \tag{4}$$

여기서 $p = 2(\tilde{p} - II_B \frac{\partial W}{\partial II_c})$ 로 계산되어 질 수 있다.

따라서 만일 우리가 재료의 스트레인 에너지 함수를 안다고 가정하면, 재료에 걸리는 응력을 계산할 수 있게 된다.

3. 모형 추정

이번 연구에서는 처음부터 실험을 통하여 스트레인 에너지 함수를 알 수는 없기 때문에, 실험적으로 접근하기 전에 식 (1)과 같이 스트레인 에너지 함수를 유추할 수 있는 실험데이터 값들을 구하였다.

즉, 변수 한 개를 고정 시키고 다른 변수를 변화시키면서 스트레인 에너지 값의 거동을 살펴보아야 한다. 혈관과 같이 실린더 형태를 가진 재료의 모양을 유지하면서 기계적인 특성을 알 수 있는 가장 기본적인 방법은 압력-직경 실험(pressure-diameter test)이다. Fig. 1은 혈관의 길이 방향의 변형을 고정하고 압력을 변화시키면서 응력의 변화를 살펴보았다.

예상했던 바와 같이, Fig. 1은 일반 공업재료가 보여주는 후크의 법칙이 성립되지 않는 비선형 스트레스-스트레인 관계를 보여주고 있다.

한편, 동일한 방식의 데이터를 구할 수 있는데, 단지 이번에는 고정되는 변수 값이 혈관의 직경이고 변화되는 값은 길이방향의 스트레인 값이다. 이에 대응하는 스트레스 값을 통하여 스트레인 에너지 함수의 값을 유추할 수 있다.

그러나 Fig. 2에서 축방향의 스트레스-스트레인 관계는 압력

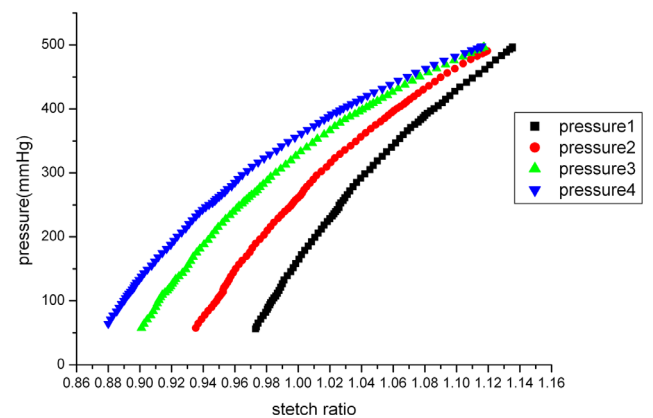


Fig. 1 Result of Inflation test in axial direction of rubber-like material

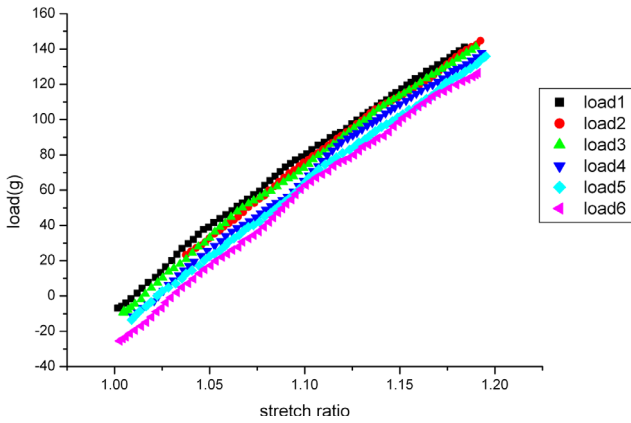


Fig. 2 Result of Extension test in axial direction of rubber-like material

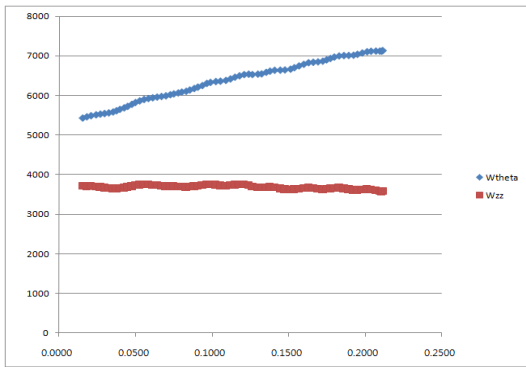


Fig. 3 $\frac{\partial W}{\partial E_{ZZ}}$ and $\frac{\partial W}{\partial E_{\theta\theta}}$ values at constant $E_{\theta\theta}$ protocol

-직경 실험만큼 비선형적인 특성을 보여주지 않고 있다. 만일 사용된 고무재료가 정확하게 균일(homogeneous)하고 등방성을 유지하는 재료였다면 압력-직경 관계처럼 비선형의 난이도가 훨씬 심해야 할 것으로 예상되었지만, 그 정도에 다소 차이가 있었다.

식 (1)에서 보여주는 함수를 좀 더 구체적으로 찾아보기 위한 해석이 필요하다. Fig. 3은 $E_{\theta\theta}$ 를 일정하게 유지하면서 E_{ZZ} 를 선형적으로 변화시켰을 때의 $\frac{\partial W}{\partial E_{ZZ}}$ 와 $\frac{\partial W}{\partial E_{\theta\theta}}$ 값의 변화를 도시한 것이다. Fig. 3의 결과 중에서 $\frac{\partial W}{\partial E_{ZZ}}$ 를 살펴보면, E_{ZZ} 의 상수 또는 1차 함수로 생각할 수 있으며, 이를 다시 정리하면, $\frac{\partial W}{\partial E_{ZZ}} = C_1 \times E_{ZZ} + f(E_{\theta\theta})$ 로 표시할 수 있다. 여기서, 이를 E_{ZZ} 에 대하여 다시 적분을 하면, 식 (1)은

$$W = C_1 \times E_{ZZ}^2 + f(E_{\theta\theta}) \times E_{ZZ} + \text{상수} \quad (5)$$

와 같이 스트레인 에너지 함수로 표시할 수 있다.

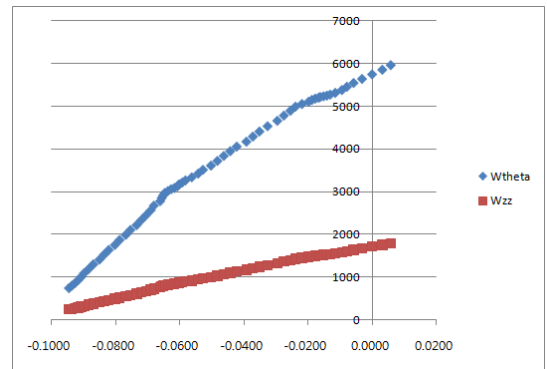


Fig. 4 $\frac{\partial W}{\partial E_{ZZ}}$ and $\frac{\partial W}{\partial E_{\theta\theta}}$ values at constant E_{ZZ} protocol

한편, Fig. 4의 결과 중에서 $\frac{\partial W}{\partial E_{\theta\theta}}$ 를 살펴보면, $E_{\theta\theta}$ 의 1차 함수라는 것을 알 수 있다. 동일한 방법으로 정리하면,

$$W = C_2 \times E_{\theta\theta}^2 + g(E_{ZZ}) \times E_{\theta\theta} + \text{상수} \quad (6)$$

와 같이 스트레인 에너지 함수를 표현할 수 있다.

앞에서 표시한 함수와 동일한 형태를 취하기 위해서 간단한 식으로 쓴다면,

$$W = C_1 \times E_{ZZ}^2 + C_2 \times E_{\theta\theta}^2 + C_3 \times E_{\theta\theta} \times E_{ZZ} \quad (7)$$

로 표시될 수 있다.

식 (7)은 과거에 Mooney와 Rivlin이 찾은 고무재료의 경우 2개의 미지수를 가지고 설명할 수 있는 형태와 유사함을 보여 준다.

여기서 3개의 물질상수가 요구되는 본 연구 결과는 아마도 에너지 함수의 변수에서 차이를 보이기 때문인 것으로 판단된다. 즉, 식 (2)는 Green Strain deformation tensor의 값을 사용하였지만, Mooney와 Rivlin은 변형 텐서의 상수(invariant)를 사용하였기 때문인 것으로 생각된다.

즉, $I_c = \frac{1}{2}((trC)^2 - trC^2)$ 의 형태 속에서 이미 변형 텐서들의 2차 함수 성분이 이미 포함되고 있기 때문이다.

따라서 본 연구에서는 식 (7) 대신에, 고무의 기계적 성질을 보여주는 좀 더 간결한 Mooney-Rivlin 에너지 함수

$$W = C_1(I_c - 3) + C_2(II_c - 3) \quad (8)$$

을 사용하여 재료 상수를 추정하였다. 여기서 C_1 와 C_2 는 재료 상수로서 무차원이며, 영의 계수나 포아송 상수처럼 직접적으로 물리학적인 의미를 부여할 수 없다.

4. 재료 상수 추정

Fig. 5는 생체유사재료의 비선형 거동을 추정하기 위하여 Mooney-Rivlin 모델을 이용한 결과이다. 여기서 x 축은 생체 유사재료의 내경(mm)이며, y 축은 생체유사재료 내부의 압력(Kpa)을 표시한 것이다. 계열 1은 실험데이터이고, 계열 2는 추정값이다. 이때의 재료상수 값은 $C_1 = 0.0931$, $C_2 = 158$ 로 나타났다.

한편, 본 연구의 목적은 생체재료 대신에 사용된 생체유사재료의 실험 속에서 물질상수를 구하는 것이기 때문에, 동일한 방법으로, 혈관의 기계적 거동을 추정한 Fung-Chuong의 스트레인 에너지 함수의 형태를 고려하여 보았다⁽¹⁰⁾.

$$W = C(e^Q - 1) \tag{9}$$

$$Q = b_1 E_{\theta\theta}^2 + b_2 E_{ZZ}^2 + b_3 E_{RR}^2 + 2b_4 E_{\theta\theta} E_{ZZ} + 2b_5 E_{ZZ} E_{RR} + 2b_6 E_{RR} E_{\theta\theta}$$

로 표현된다.

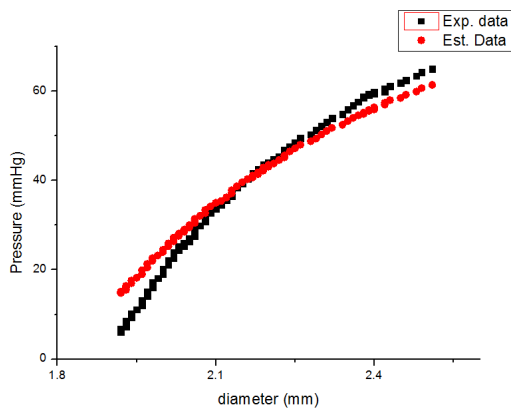


Fig. 5 Behavior of rubber-like material at pressure-diameter test

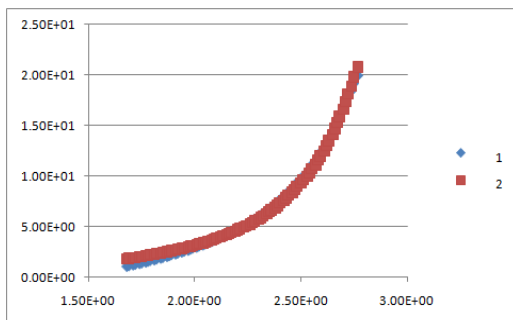


Fig. 6 Nonlinear behavior of blood vessel at pressure-diameter test

Fig. 6은 혈관의 압력-직경 실험에서 Chuong Fung model을 이용하여 혈관의 비선형 기계적 거동을 추정한 것이다. x 축은 혈관의 내경(mm)이며, y 축은 재료내부의 압력(Kpa)로 표시한 것이다. 여기서

$$C = 22.8, b_1 = 0.02, b_2 = 0.46, b_3 = 0.005, b_4 = 1.0 \times 10^{-10}, b_5 = 1.0 \times 10^{-10}, b_6 = 1.0 \times 10^{-10}$$

의 값을 가진다.

이 결과에서 우리가 알 수 있는 것은 $E_{\theta\theta}E_{ZZ}$, $E_{ZZ}E_{RR}$, $E_{ZZ}E_{\theta\theta}$ 의 기여도가 매우 미미하다는 것을 알 수 있다. 모든 혈관을 설명할 수 있는 모델이 이러한 특징을 보여준다고 할 수는 없지만, Chuong-Fung 모델에서는 각 변형 텐서 구성 요소가 어떠한 기여도를 하고 있는지를 설명할 수 있다는 점에서 의미를 가진다.

여기서 다시 한번 고려하여야 하는 것은 한 가지 모델이 모든 재료를 설명할 수 있는가의 여부이다. 이를 확인하기 위하여 Chuong-Fung 모델을 이용하여 생체 유사재료의 비선형 기계적 거동을 추정하여 보았다.

Fig. 7은 혈관을 모사하기 위하여 Fung과 Chuong이 제안한 스트레인 에너지 함수를 사용하여 고무재료의 기계적 거동을 추정한 결과이다.

Fig. 7의 x 축은 실험 재료의 내경(mm)이며, y 축은 고무재료 내부의 압력(mmHg)으로 표시한 것이다. 추정결과,

$$C = 3190, b_1 = 1.54, b_2 = 2.45, b_3 = 0.814, b_4 = 0.1 \times 10^{-9}, b_5 = 0.1 \times 10^{-9}, b_6 = 0.1 \times 10^{-9}$$

의 값을 가진다.

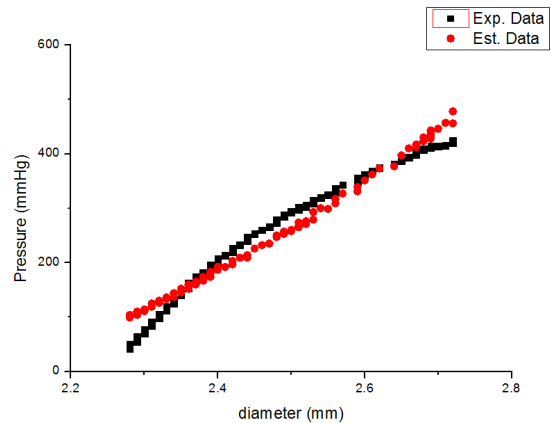


Fig. 7 Nonlinear behavior of rubber-like material at pressure-diameter test

Fig. 5와 Fig. 7을 비교하여 볼 때, 각 모델에 따라서 기계적 거동을 설명하는 방향성이 서로 상이함을 알 수 있다. 이는 기본적으로 혈관을 설명하는 스트레인 에너지 함수의 형태가 지수함수에 기초하고 있는 반면에 생체유사재료의 에너지 함수는 지수함수가 아닌 다항식의 형태를 따르기 때문이다. 다만 Chuong- Fung Model 의 특이한 점은 두 재료의 비선형 거동을 추정하는 물질상수의 $E_{\theta\theta}E_{zz}$, $E_{zz}E_{RR}$, $E_{zz}E_{\theta\theta}$ 의 기여도가 생체유사재료의 경우에도 매우 미미하다는 것을 알 수 있다.

따라서 현재 생체유사재료의 경우는 등방성과 균질성만을 고려하기 때문인 것이고, Chuong-Fung 모델의 경우는 아마도 혈관 벽을 구성하고 있는 콜라겐 파이버(collagen fiber), 일라스틴 파이버(elastin fiber), 그리고 평활근세포(smooth muscle cell)의 거동을 고려한 모델로 예상된다.

5. 결론

본 연구에서는 생체유사 재료가 보여주는 비선형 기계적 특성을 해석함에 있어서 스트레인 에너지 함수의 형태를 이용하여 추정할 수 있음을 보여주었다. 또한 이결과의 중요한 의미는 스트레인 에너지 함수에 기초한 물질상수들의 변화를 감지할 수 있다는 점이다.

즉, 건강한 혈관과 병든 혈관의 차이점을 기계적인 거동의 해석을 통하여 구분할 수 있다는 점이다.

현재는 병든 혈관을 치료하기 위하여 사용되는 시술중의 하나인 스텐트를 쓰면서도 스텐트로 인하여 혈관이 어떻게 변화되는지 알 수가 없는 상황이지만, 본 연구에서 사용하는 방법을 통하면 혈관의 스텐트 사용전과 사용 후의 기계적 특성 변화를 물질상수 값의 변화로써 측정할 수 있기에, 혈관 상태의 변화를 수치화할 수 있고, 결론적으로 이는 다시 스텐트를 설계함에 있어서 고려되어야하는 정보를 제공하는 의미를 가진다.

향후에 필요한 추가적인 연구는, 스텐트에 대한 정보, 혈관에 대한 정보 그리고 플라그(plaque)에 대한 정보가 모두 포함되는 시뮬레이션이 이루어져야 하며, 이를 바탕으로 의학적으로 의미 있는 결과를 도출할 수 있을 것이다.

후 기

본 논문은 2011년도 학술진흥원의 학술연구비(359-2008-1-D00001)에 의해 연구되었습니다.

References

- (1) Cowin, S. C., 2000, "How is Tissue Built?," *J. of Biomechanical Engr.*, Vol. 122, No. 6, pp. 553~569.
- (2) Demiray, H., and Vito, R. P., 1990, "A Layered Cylindrical Shell Model for an Aorta," *Int. J. Engr. Sci.*, Vol. 29, No. 1, pp. 47~54.
- (3) Fung, Y. C., 1990, *Biomechanics: Motion, Flow, Stress, and Growth, Second Edition*. Springer-Verlag, U.S.A.
- (4) Humphrey, J. D., 2002, *Cardiovascular Solid Mechanics: Cells, Tissues, and Organs*, Springer, U.S.A.
- (5) Kim, S. M., and Park, S. Y., 2006, "Finite Element Analysis of Stent Expansion Considering Stent, Artery and Plaque Interaction," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 23, No. 10, pp. 121~125.
- (6) Kim, C. N., Oh, T. K., Choi, M. J., and Jung, S. D., 2005, "Elastic Motion of the Blood Vessel and Wall Shear Stress in Carotid Artery with Stenosis," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 22, No. 9, pp. 179~187.
- (7) Canfield, T. R., Dobrin, P. B., and Chien, S., 1987, *Chapter 16 In Skalak, R. eds. Handbook of Bioengineering*, McGraw-Hill, U.S.A.
- (8) Fung, Y. C., 1993, *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues, 2nd Ed.*, Springer-Verlag, U.S.A., pp. 196~260.
- (9) Mooney, M., 1940, "A Theory of Large Elastic Deformations," *J. Appl. Phys.*, Vol. 11, No. 9, pp. 582~592.
- (10) Chuong, C. J., and Fung, Y. C., 1986, "On Residual Stress in Arteries," *J. Biomech. Engr.*, Vol. 108, No. 2, pp. 189~192.
- (11) Humphrey, J. D., and Delange, S. L., 2004, *An Introduction to Biomechanics: Solids and Fluids, Analysis and Design*, Springer, U.S.A., pp. 271~328.
- (12) Kang, T., 2008, "Mechanical Behavior of Arteries under Inflation and Extension," *J. of Mechanical Science and Technology*, Vol. 22, No. 4, pp. 621~627.
- (13) Treloar, L. R. G., 1975, *The Physics of Rubber Elasticity*, Oxford University Press, Oxford.