

내부감쇠가 있는 축비대칭 구동축의 안정성 해석

신응수*

(Manuscript received: Oct, 23, 2012 / Revised: Jan, 15, 2013 / Accepted: Jan, 17, 2013)

Stability Analysis of an Asymmetric Shaft with Internal Damping

Eung-Soo Shin*

Abstract

This paper intends to provide the whirling characteristics of an asymmetric rotor-shaft system with a non-ideal DC motor. The equations of motion have been derived in terms of system parameters such as the internal/external damping, the asymmetry and the motor voltage. By imposing the conditions that the motor input power should be balanced by the dissipated power, steadystate whirling characteristics are obtained such as the whirling amplitude, the whirling frequency and the stability diagrams. Results show that the whirling stability is affected by the internal/external damping and the asymmetry as well as the motor voltage. Also, the whirling amplitude at the steadystate is increased and the motor speed is lowered as the internal damping becomes higher or the external damping is reduced. In addition, the asymmetry causes the variation of the whirling orbit, which becomes splitted into two distinct trajectories. Finally, non-ideal characteristics of the DC motor is found to reduce the whirling motion in case of steadystate whirling with high asymmetry and high internal damping.

Key Words : Whirling characteristics(선회 안정성), Asymmetric shaft(비대칭 축), Non-ideal DC motor(비이상 직류모터), Internal damping(내부감쇠), Motor voltage(모터 전압)

1. 서론

비이상 회전계(Non-ideal rotating system)는 구동원의 특성에 의해 로터 및 구동축의 운동이 영향을 받는 시스템으로서 DC모터로 구동되는 많은 회전계가 여기에 속한다. 구동원의 비이상성은 공진 대역 부근에서 회전계의 거동에 큰 영향을 미치며 특히 안정성과 밀접한 관련이 있는데 이에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다⁽¹⁾.

Pusenjak 등은⁽²⁾ DC모터로 구동되는 비이상 회전계가 임계

속도를 통과할 때 발생하는 비정상 운동에 관해 분석하였으며 Samantaray는⁽³⁾ 비이상 회전계에서 발생하는 정상상태 선회운동의 궤적과 회전속도를 해석적으로 구했다. 또한 Dasgupta 등은⁽⁴⁾ 비이상 회전계의 횡방향 진동에 내부감쇠가 미치는 영향을 분석하여 임계영역 부근에서도 계의 안정성이 유지되는 조건을 제시하였다.

내부감쇠가 회전계의 선회안정성에 미치는 영향에 관해서는 매우 다양한 연구가 발표된 바 있으며 이 중에는 구동축의 비대칭성⁽⁵⁾, 지지 베어링의 이방성⁽⁶⁾ 및 비균일성⁽⁷⁾, 커플링이⁽⁸⁾ 선

* 충북대학교 기계공학부

주소: 충북 청주시 흥덕구 개신동 12, E8-7, 120

✉ Corresponding Author E-mail: esshin@cbnu.ac.kr

회 거동에 미치는 영향에 관한 연구도 포함되어 있다.

본 연구에서는 구동축의 비대칭성이 존재하는 비이상 회전계의 자유 선회운동에 대해 분석하고자 한다. 위에서 언급한 비이상 회전계에 대한 선행 연구들은 모두 대칭성을 갖는 로터 및 구동축을 대상으로 하고 있는 반면에 본 논문에서는 비대칭성을 포함하여 내부감쇠, 외부감쇠, 구동모터의 비이상 특성이 정상상태 선회운동의 궤적 및 속도, 선회 안정성에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

2. 비대칭 회전계의 선회 운동

2.1 운동방정식 유도

Fig. 1(a)에 나타낸 바와 같이 본 연구에서의 회전계는 비대칭 구동축, 로터 및 비이상적 특성을 갖는 구동원인 DC모터로 구성된다. 질량편심이 없다는 가정 하에 회전하는 $\xi - \eta$ 좌표계에 대해 선회운동을 나타내면 다음과 같다⁽⁹⁾.

$$m\ddot{\xi} + (c_e + c_{i\xi})\dot{\xi} - 2\Omega m\dot{\eta} + (k_\xi - m\Omega^2)\xi - \Omega c_e \eta = 0 \quad (1)$$

$$m\ddot{\eta} + (c_e + c_{i\eta})\dot{\eta} + 2\Omega m\dot{\xi} + (k_\eta - m\Omega^2)\eta + \Omega c_e \xi = 0 \quad (2)$$

여기서, m 은 회전계 질량, c_e 는 외부감쇠상수, $c_{i\xi}$, $c_{i\eta}$ 는 비대칭 구동축의 ξ -방향과 η -방향에 대한 내부감쇠상수, k_ξ , k_η 는 구동축의 ξ -방향과 η -방향의 강성, Ω 는 회전속도이다. 또한 구동모터의 특성을 고려한 회전계의 운동방정식은 아래와 같이 쓸 수 있다⁽³⁾.

$$J_m \dot{\Omega} + c_m \Omega = \frac{\kappa_m (V - \kappa_b \Omega)}{R_m} + c_{i\xi} \dot{\xi} \eta - c_{i\eta} \dot{\eta} \xi \quad (3)$$

위 식에서 J_m 은 회전계의 질량관성모멘트, C_m 은 회전감쇠상수이다. 또한 우변은 모터로부터 공급되는 토크와 비보존 선회력에 의해 계에 가해지는 토크를 나타낸 것으로 V 는 모터전압, κ_m 은 모터상수, κ_b 는 역기전력상수, R_m 은 모터저항이다.

식 (1), (2)를 무차원 파라미터를 사용하여 다시 쓰면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

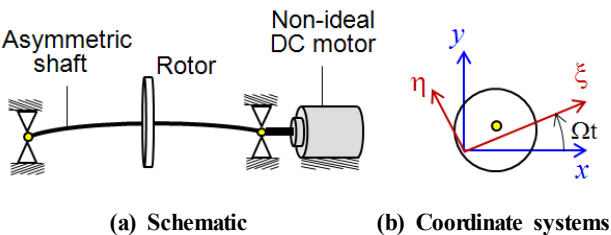


Fig. 1 An asymmetric rotor-shaft with a non-ideal DC motor

$$\ddot{\xi} + 2\omega_o \{ \zeta_e + \zeta_i (1 + \beta) \} \dot{\xi} - 2\Omega \dot{\eta} + \{ \omega_o^2 (1 + \alpha) - \Omega^2 \} \xi - 2\zeta_e \Omega \omega_o \eta = 0 \quad (4)$$

$$\ddot{\eta} + 2\omega_o \{ \zeta_e + \zeta_i (1 - \beta) \} \dot{\eta} - 2\Omega \dot{\xi} + \{ \omega_o^2 (1 - \alpha) - \Omega^2 \} \eta + 2\zeta_e \Omega \omega_o \xi = 0 \quad (5)$$

여기서,

$$\alpha \equiv \frac{k_\xi - k_\eta}{k_\xi + k_\eta}; \quad \beta \equiv \frac{c_{i\xi} - c_{i\eta}}{c_{i\xi} + c_{i\eta}}; \quad (6)$$

$$k \equiv \frac{k_\xi + k_\eta}{2}; \quad c_i \equiv \frac{c_{i\xi} + c_{i\eta}}{2};$$

$$\omega_o \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \zeta_e \equiv \frac{c_e}{2\sqrt{mk}}; \quad \zeta_i \equiv \frac{c_i}{2\sqrt{mk}}$$

2.2 정상상태 선회

선회응답을 식 (7)과 같이 가정하고 이를 식 (4), (5)에 대입하여 특성방정식을 구하면 식 (8)과 같다.

$$\xi(t) = \xi_o e^{i\omega_o s_R t}; \quad \eta(t) = \eta_o e^{i\omega_o s_R t} \quad (7)$$

$$s_R^4 + 4s_R^3 \{ \zeta_e + \zeta_i \} + 2s_R^2 \{ 1 + \Omega_R^2 + 2(\zeta_e + \zeta_i)^2 - 2\beta \zeta_i^2 \} + 4s_R \{ \zeta_e (1 + \Omega_R^2) + \zeta_i (1 - \Omega_R^2 - \alpha\beta) \} + (1 - \Omega_R^2)^2 - \alpha^2 + 4\Omega_R^2 \zeta_e^2 = 0 \quad (8)$$

여기서, $\Omega_R \equiv \Omega/\omega_o$ 은 무차원화된 모터회전속도이고 식 (8)의 해인 $s_R \equiv \sigma_R + j\omega_R$ 도 ω_o 에 대해 무차원화된 값이다. Fig. 2(a)는 ω_R 을 Ω_R 의 함수로 나타낸 Campbell선도이고 Fig. 2(b)는 σ_R 을 Ω_R 에 대해 도시한 것으로 그 값이 0보다 크면 선회응답이 불안정함을 의미한다.

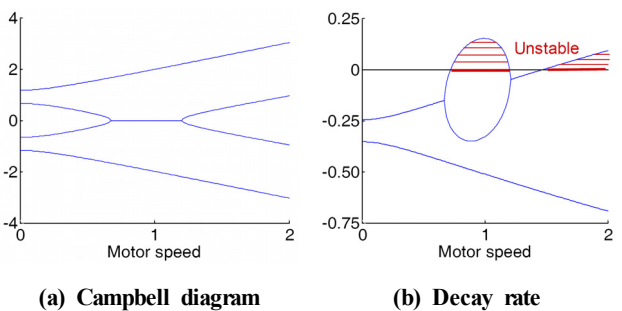


Fig. 2 Whirling characteristics vs. motor speed ($\alpha=0.5$, $\beta=0.27$, $\zeta_e=0.1$, $\zeta_i=0.2$)

식 (8)로부터 선회운동의 안정성을 판별하기 위해서는 Ω_R 이 주어져야 하는데 식 (3)과 같이 Ω_R 이 선회운동의 영향을 받는 경우에는 Ω_R 과 ξ, η 를 동시에 구해야 한다. 이를 위하여 정상 상태에서의 선회 운동을 아래와 같이 가정한다.

$$\xi(t) = \xi_o \cos(\omega_r t + \phi_\xi) = A(1+\gamma) \cos\{\omega_r t + \phi(1+\delta)\} \quad (9)$$

$$\eta(t) = \eta_o \cos(\omega_r t + \phi_\eta) = A(1-\gamma) \sin\{\omega_r t + \phi(1-\delta)\}$$

여기서,

$$\gamma \equiv \frac{\xi_o - \eta_o}{\xi_o + \eta_o}; \quad \delta \equiv \frac{\phi_\xi - \phi_\eta}{\phi_\xi + \phi_\eta}; \quad (10)$$

$$A \equiv \frac{\xi_o + \eta_o}{2}; \quad \phi \equiv \frac{\phi_\xi + \phi_\eta}{2}$$

식 (9)를 식 (4), (5)에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$(1 - \omega_R^2 - \Omega_R^2)(1 + \gamma)(C_\omega C_\delta - S_\omega S_\delta) \quad (11)$$

$$- 2\omega_R(\zeta_e + \zeta_i)(1 - \gamma)(S_\omega C_\delta + C_\omega S_\delta)$$

$$- 2\omega_R \Omega_R (1 - \gamma)(C_\omega C_\delta + S_\omega S_\delta)$$

$$- 2\Omega_R \zeta_e (1 - \gamma)(S_\omega C_\delta - C_\omega S_\delta)$$

$$- 2\omega_R \zeta_i \beta (1 + \gamma)(S_\omega C_\delta + C_\omega S_\delta)$$

$$+ \alpha(1 + \gamma)(C_\omega C_\delta - S_\omega S_\delta) = 0$$

$$(1 - \omega_R^2 - \Omega_R^2)(1 - \gamma)(S_\omega C_\delta - C_\omega S_\delta) \quad (12)$$

$$+ 2\omega_R(\zeta_e + \zeta_i)(1 - \gamma)(C_\omega C_\delta + S_\omega S_\delta)$$

$$- 2\omega_R \Omega_R (1 + \gamma)(S_\omega C_\delta + C_\omega S_\delta)$$

$$+ 2\Omega_R \zeta_e (1 + \gamma)(C_\omega C_\delta - S_\omega S_\delta)$$

$$- 2\omega_R \zeta_i \beta (1 - \gamma)(C_\omega C_\delta + S_\omega S_\delta)$$

$$- \alpha(1 - \gamma)(S_\omega C_\delta - C_\omega S_\delta) = 0$$

여기서,

$$\omega_R \equiv \frac{\omega_r}{\omega_o}; \quad \Omega_R \equiv \frac{\Omega}{\omega_o}; \quad (13)$$

$$C_\omega \equiv \cos(\omega_r t + \phi); \quad C_\delta \equiv \cos(\delta\phi);$$

$$S_\omega \equiv \sin(\omega_r t + \phi); \quad S_\delta \equiv \sin(\delta\phi);$$

식 (11), (12)는 C_ω 를 포함하는 항과 S_ω 를 포함하는 항으로 각각 정리할 수 있는데, 임의의 시간 t 일 때 식을 만족하기 위해서는 각 항의 계수가 0이어야 하며 이를 다시 C_δ 와 S_δ 에 대해 정리하고 비대칭 회전계의 경우 C_δ 와 S_δ 가 0이 아니라는 조건으로부터 ω_R 과 Ω_R 에 관한 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$(\zeta_e + \zeta_i)\omega_R^2 - (\zeta_e - \zeta_i)\Omega_R^2 = \zeta_e + (1 - \alpha\beta)\zeta_i \quad (14)$$

$$\{(1 + \gamma^2)(\zeta_e + 2\zeta_i) + 4\beta\gamma\zeta_i\}\omega_R^2 - (1 + \gamma^2)\zeta_e\Omega_R^2 \quad (15)$$

$$= -(1 + 2\alpha\gamma + \gamma^2)\zeta_e$$

식 (8), (14), (15)를 풀면 ω_R, Ω_R 및 γ 를 구할 수 있으며 동시에 선회 안정성을 판별할 수 있는 σ_R 도 결정할 수 있다. 본 연구에서는 Newton-Raphson법을 적용하여 결과를 구했다.

또한 안정 선회인 경우 그 궤적은 모터로부터 공급되는 동력과 선회 운동에 의해 외부로 소산되는 동력이 서로 같다는 조건으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\kappa_m(V - \kappa_b\Omega)\Omega}{R_m} = c_e(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + c_i\xi\dot{\xi}^2 + c_{in}\dot{\eta}^2 + c_m\Omega^2 \quad (16)$$

$x-y$ 좌표계로부터 $\xi-\eta$ 좌표계로의 변환식과 식 (9)를 식 (16)에 대입하여 선회궤적을 구하면 아래와 같다⁽⁹⁾.

$$A = \sqrt{\frac{\left(\frac{\kappa_m}{R_m}\right)(V - \kappa_b\Omega)\Omega - c_m\Omega^2}{c_e\lambda_1 + (c_e + c_i)\lambda_2 + \beta c_i\lambda_3}} \quad (17)$$

여기서,

$$\lambda_1 = \Omega^2\{(1 + \gamma)^2 C_\xi^2 + (1 - \gamma)^2 S_\eta^2\} \quad (18)$$

$$+ 2(1 - \gamma)^2 \omega_R \Omega (S_\xi S_\eta + C_\xi C_\eta)$$

$$\lambda_2 = \omega_R^2\{(1 + \gamma)^2 S_\xi^2 + (1 - \gamma)^2 C_\eta^2\}$$

$$\lambda_3 = \omega_R^2\{(1 + \gamma)^2 S_\xi^2 - (1 - \gamma)^2 C_\eta^2\}$$

$$C_\xi \equiv \cos(\omega_r t + \phi_\xi); \quad S_\xi \equiv \sin(\omega_r t + \phi_\xi);$$

$$C_\eta \equiv \cos(\omega_r t + \phi_\eta); \quad S_\eta \equiv \sin(\omega_r t + \phi_\eta)$$

식 (17)에서 근호안의 부호가 0보다 작으면 선회가 발생하지 않음을 의미한다⁽³⁾.

3. 선회운동 특성 분석

3.1 분석 개요

본 연구에서는 비대칭성 α , 내부감쇠비 ζ_i 및 외부감쇠비 ζ_o , 구동모터의 공급전압 V 를 변화시키면서 비대칭 회전계에서 나타나는 자유선회운동의 특성을 분석하였다. 다만 비대칭 변수 β 는 구동축이 균일한 재질이고 따라서 감쇠비는 일정하다는 가정하에 아래와 같이 α 의 함수로 결정하였다.

$$C_{r\xi} = 2\sqrt{mK_r(1+\alpha)}\zeta = C_r(1+\beta) \quad (19)$$

$$C_{r\eta} = 2\sqrt{mK_r(1-\alpha)}\zeta = C_r(1-\beta) \quad (20)$$

식 (19), (20)로부터 β 를 구하면 다음과 같다.

$$\beta = \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha} \quad (21)$$

여기서, 선회운동 특성이란 선회운동의 발생 여부, 선회 운동이 발생하였을 때 안정성 여부, 안정 선회운동인 경우 선회 진폭 및 선회 속도, 그리고 구동 모터의 회전속도를 포함한다.

Table 1은 위에서 언급한 파라미터를 제외한 비대칭 회전계의 시스템 상수를 정리하여 나타낸 것이다.

3.2 선회 안정성

Fig. 3 및 4는 내외부 감쇠, 비대칭성 및 구동모터 공급전압의 변화에 따라 발생하는 자유선회운동을 그 특성에 따라 도시한 것이다.

우선 Fig. 3을 보면 공급 전압이 일정할때 선회 특성은 내외부 감쇠에 크게 영향을 받는 반면 구동계의 비대칭성에는 부분적으로 영향을 받는 것을 알 수 있다. 특히 선회가 발생하지 않는 영역은 내부 감쇠가 작아지거나 외부 감쇠가 커짐에 비례하여 결정되며 비대칭성의 영향은 거의 없다.

Table 1 System constants of a asymmetric rotor-shaft system

Constants (symbol)	Value
Rotor mass (m)	1 kg
Rotor inertia (J_m)	0.001 kg-m ²
Shaft stiffness (k)	2.25x10 ⁴ N/m ²
Motor constant (κ_m)	0.3 Nm/A
Motor back-emf (κ_b)	0.3 Nm/A
Motor resistance (R_m)	200 ohm
Motor damping (C_m)	2x10 ⁻⁵ Nm-s/rad

반면 불안정 선회가 발생하는 영역은 내외부 감쇠 뿐 아니라 비대칭성의 영향도 받는데 내부감쇠가 커지거나 외부감쇠가 작아지면 불안정 선회가 발생하게 되며 또한 비대칭성이 커질수록 불안정 선회가 발생하게 된다. 특히 안정 영역에서 불안정 영역으로의 진입이 파라미터의 변화에 따라 급격하게 일어난다.

Fig. 4는 공급전압이 안정성에 미치는 영향을 나타낸 것인데 여기서 $V_R = V/\kappa_b\omega_o$ 은 무차원화된 전압이다. 결과에서 알 수 있는 바와 같이 공급전압은 선회의 발생 여부를 결정하는 데는 큰 영향을 미치지만 선회 안정성에는 거의 영향이 없다.

3.3 정상상태 선회 특성

일단 선회가 발생하면 선회속도 및 진폭, 선회 궤적, 구동계

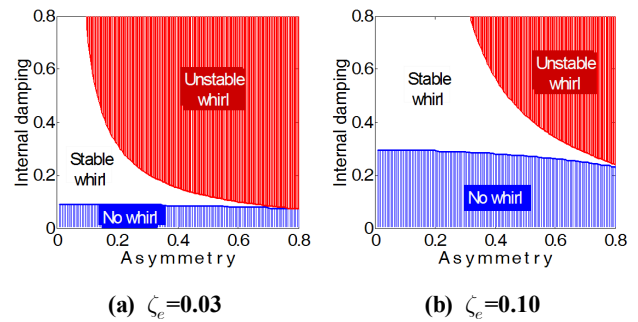


Fig. 3 Effects of damping on whirling ($V_R=1.4$)

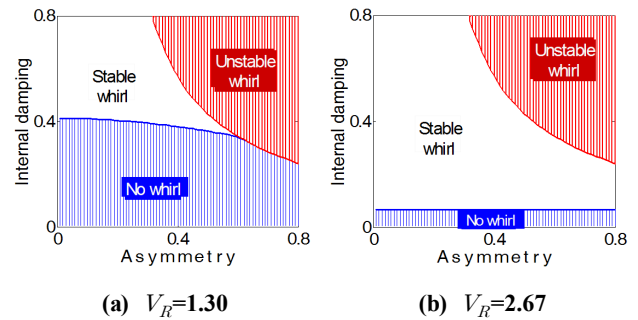


Fig. 4 Effects of motor voltage on whirling ($\zeta_c=0.1$)

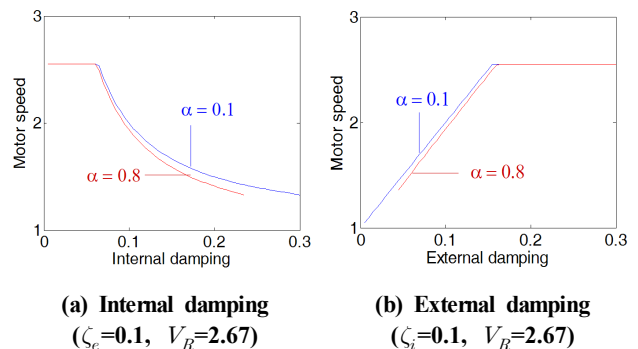


Fig. 5 Variations of the motor speed

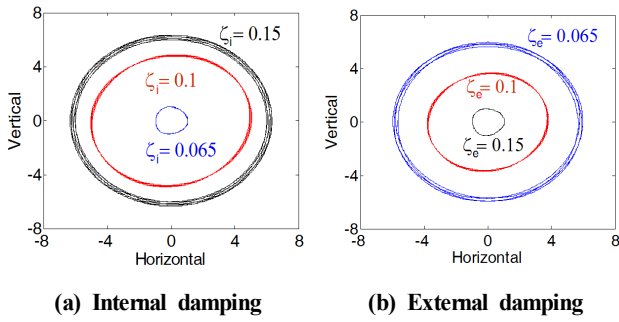


Fig. 6 Effects of damping on whirling orbits ($V_R=2.67$)

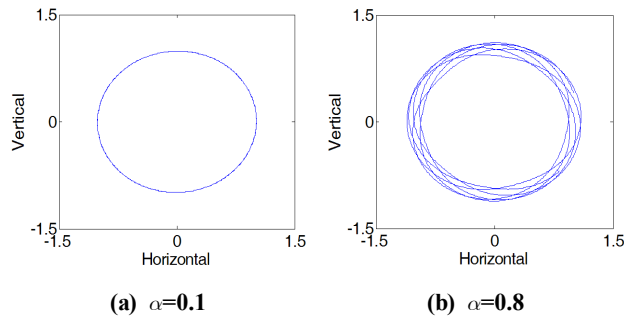


Fig. 7 Effects of asymmetry on whirling orbits ($\zeta_e=0.1, \zeta_i=0.1, V_R=2.67$)

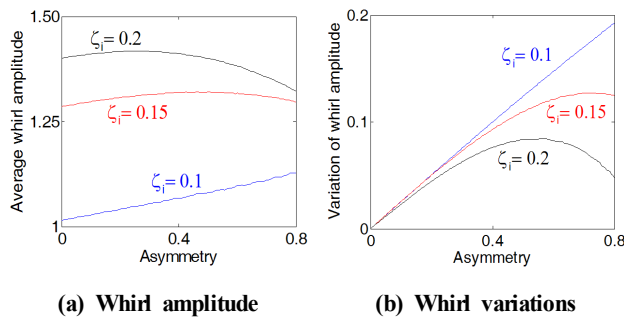


Fig. 8 Internal damping vs. whirl amplitude & variations ($\zeta_e=0.1, V_R=2.67$)

의 회전속도는 2.2절의 식 (8), (14), (15) 및 (17)을 이용하여 결정할 수 있으며 그 결과를 Figs. 5~8에 나타냈다.

Fig. 5는 정상상태 선회 시 모터 회전속도(Ω_R)를 도시한 것으로서 Ω_R 는 내부감쇠에는 역비례하고 외부감쇠에는 비례하여 변하는 반면 비대칭성에 대해서는 거의 변화하지 않음을 알 수 있다. 여기서 Ω_R 이 일정한 경우는 선회운동이 발생하지 않는 경우이다. 반면 선회 궤적의 경우에는 Fig. 6에 나타난 바와 같이 내부감쇠가 커지거나 외부감쇠가 작아지면 선회 진폭이 커지는데 이는 Fig. 5에서 Ω_R 의 변화와 직접 관련이 있다. 즉, 내부외 감쇠의 변화에 따라 Ω_R 이 증가하면 선회 진폭이 줄어들고 Ω_R 이 감소하면 선회 진폭은 커진다. 단, Fig. 6의 선회 궤적은 무차원화시켜 도시한 것으로서 Fig. 6(a)는 $\zeta_i = 0.065$ 의 궤

적, Fig. 6(b)는 $\zeta_e = 0.15$ 의 궤적에 대해 무차원화한 결과이다.

비대칭성이 선회 특성에 미치는 영향은 내외부 감쇠에 비해서는 크지 않지만 Fig. 7에 도시한 바와 같이 비대칭성이 증가할수록 선회 진폭의 변화가 커짐을 알 수 있다. 비대칭성이 선회 진폭의 변화에 미치는 영향을 내부감쇠와 동시에 고려하여 나타낸 것이 Fig. 8인데 $\zeta_i = 0.1$ 인 경우 비대칭성이 커질수록 선회 폭의 평균값도 커지고 궤적의 변화도 커지는 반면 $\zeta_i = 0.15$ 또는 0.2 인 경우는 α 의 증가에 따라 처음에는 선회 폭의 평균값과 변화량이 동시에 증가하다가 감소하는 경향을 보인다. 이는 ζ_i 의 증가에 따라 선회 궤적이 커지면서 구동모터의 비이상 특성으로 인하여 모터로부터 공급되는 동력이 선회 운동에서 필요로하는 동력보다 부족해지면서 선회운동이 감소하는 것으로 보인다.

4. 수치 해석에 의한 검증

앞 절에서 구한 선회운동 특성을 검증하기 위해 Matlab을 이용한 수치적분으로 식 (1), (2), (3)의 해를 구했다. 여기서 초기 조건은 $\{\xi, \dot{\xi}, \eta, \dot{\eta}, \Omega\} = \{10^{-4}, 0, 0, 0, 0\}$ 의 임의의 값으로 하였다.

Fig. 9는 수치적분으로 구한 과도응답으로서 모터회전속도와 식 (8), (14), (15)로부터 해석적으로 구한 정상상태 값을 비대칭성의 변화에 따라 비교한 것이다. Fig. 9(a)는 비대칭이 없는 $\alpha = 0$ 인 경우로서 수치적분의 결과가 해석적으로 결과에 잘 수렴하고 있음을 보여주고 있으며 Fig. 9(b)~(d)는 α 가 증가함에 따라 약간의 오차는 발생하지만 수치적분에 의한 Ω_R 은 해

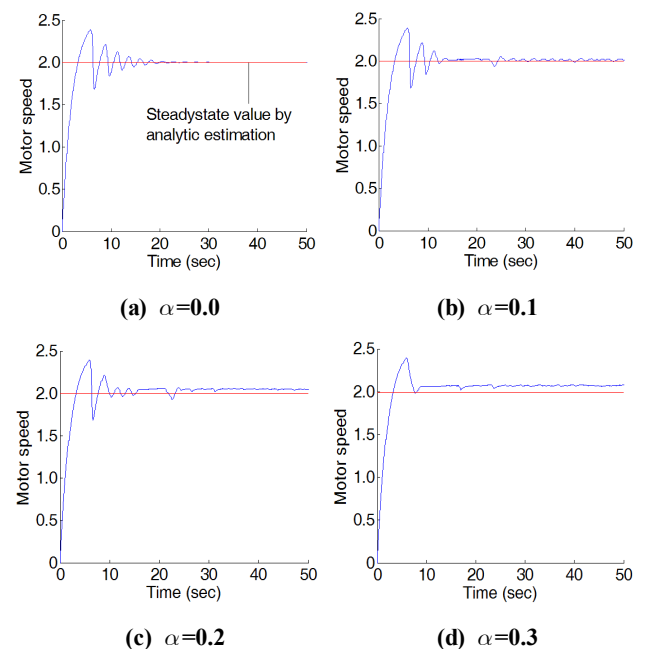


Fig. 9 Time histories of motor speed vs. asymmetry ($\zeta_e=0.1, \zeta_i=0.1, V_R=2.67$)

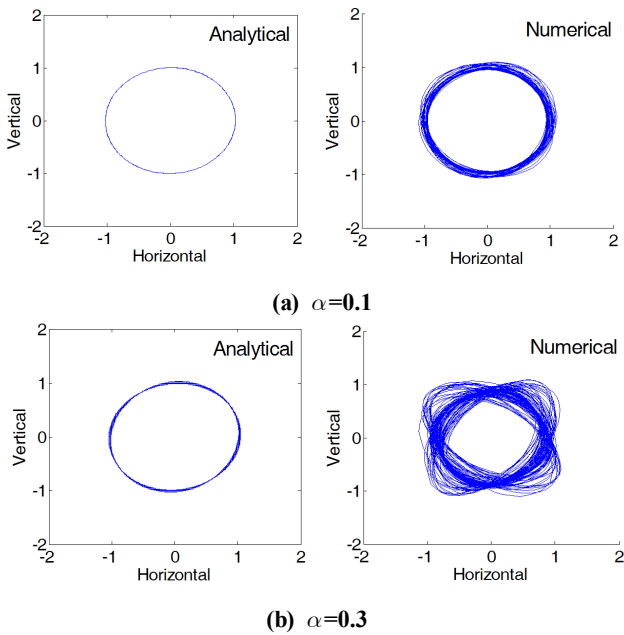


Fig. 10 Comparison of whirl orbits
($\zeta_e=0.1, \zeta_i=0.1, V_R=2.67$)

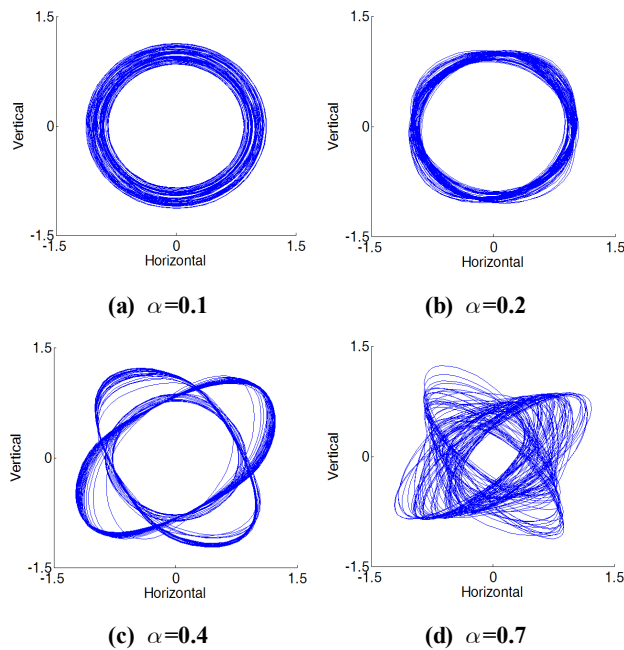


Fig. 11 Variation of whirl orbits ($\zeta_e=0.1, \zeta_i=0.2, V_R=2.67$)

석적으로 구한 Ω_R 에 수렴하는 것을 알 수 있다.

또한 선회궤적에 대한 결과를 비교해 보면 Fig. 10에 나타난 바와 같이 $\alpha=0.1$ 인 경우 궤적의 크기와 형태가 거의 일치하는 반면에 $\alpha=0.3$ 인 경우 궤적의 평균 크기는 큰 차이가 없지만 궤적의 변화 정도는 수치적분인 경우 훨씬 큰 것을 알 수 있다. 그 이유는 α 가 증가하면서 식 (16)으로 정의되는 구동계의 입출력 동력이 시간에 따라 변하는 정도가 커지고 그 결과로

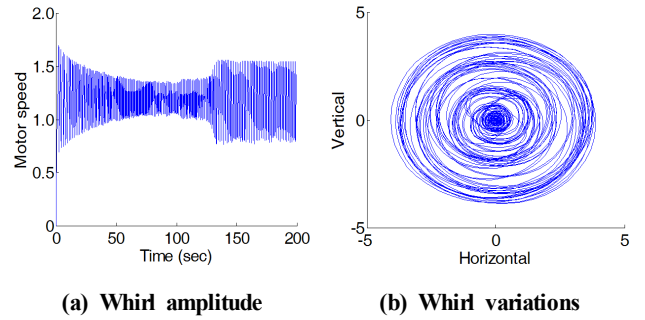


Fig. 12 Unstable whirl ($\zeta_e=0.1, \zeta_i=0.5, \alpha=0.6, V_R=2.67$)

해석적인 방법에서는 고려하지 않은 식 (3)의 모터 동특성이 미치는 영향이 증가하기 때문인 것으로 보인다.

Fig. 11은 비대칭성이 정상상태의 선회 궤적에 미치는 영향을 수치적분을 통해서 구한 결과로서 앞에서도 언급한 바와 같이 α 가 증가할수록 선회 진폭의 변화 뿐 아니라 형태도 달라지는 것을 알 수 있다. Fig. 11(c)의 $\alpha=0.4$ 인 경우 뚜렷하게 구분되는 2개의 궤적을 따라 선회가 발생하며 $\alpha=0.7$ 로 비대칭성이 더 증가한 경우 선회 진폭의 변화가 더 커지면서 2개의 궤적을 따라가는 것을 확인할 수 있다. 수치적분을 통해서 불안정 선회운동이 발생하는 경우에 대해서도 결과를 얻을 수 있는데 Fig. 12는 그 경우의 모터 회전속도와 선회 궤적을 나타낸 것으로서 Ω_R 이 시간이 경과해도 수렴하지 않고 큰 폭으로 변하며 선회 궤적도 점점 커지는 것을 볼 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 비대칭성을 갖는 회전계가 비이상적인 DC모터에 의해 구동되는 경우에 발생하는 선회운동 특성에 대하여 비대칭성, 내부외부 감쇠 및 구동모터 전압이 미치는 영향을 분석하였다. 그에 따른 결론은 다음과 같다.

- (1) 비대칭 구동계의 선회 안정성은 내부감쇠 및 외부 감쇠, 비대칭성에 모두 영향을 받는다. 반면에 선회운동의 발생 여부는 내부 및 외부 감쇠에 의해 결정되며 비대칭성이 미치는 영향은 거의 없다. 또한 구동모터의 공급전압은 선회운동의 발생 여부와는 관련이 있지만 선회 안정성에는 거의 영향이 없다.
- (2) 내부 및 외부 감쇠는 정상상태의 선회 특성과 밀접한 관련이 있으며 내부감쇠가 커지거나 외부감쇠가 줄어들면 선회 진폭은 증가하고 모터회전속도는 감소한다.
- (3) 비대칭성이 증가할수록 정상상태 선회운동은 서로 다른 2개의 궤적을 따라 나타나며 선회 진폭의 변화도 커진다. 반면에 선회 진폭 자체의 크기는 비대칭성과 큰 관련이 없다.
- (4) 해석적으로 구한 정상상태에서의 선회속도 및 진폭, 모터

회전속도는 수치적분으로 구한 결과와 잘 일치하였다. 다만 비대칭성이 커질 경우 해석적으로 구한 선회 궤적의 변화 폭과 수치적분에 의한 결과와 차이가 발생하는데 해석적인 방법에서는 비대칭계의 과도응답을 고려하지 않은데 기인한 것으로 보인다.

후 기

이 논문은 2011년도 충북대학교 학술연구 지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

References

- (1) Cveticanin, L., 2010, "Dynamics of the Non-ideal Mechanical Systems: A review," *J. of the Serbian Society for Computational Mechanics*, Vol. 4, No. 2, pp. 75~86.
- (2) Pusenjak, R., Oblak, M., and Ticar, I., 2009, "Nonstationary Vibration and Transition Through Fundamental Resonance of Electromechanical Systems Forced by a Nonideal Energy Source," *J. of Nonlinear Sciences & Numerical Simulation*, Vol. 10, No. 5, pp. 635~657.
- (3) Samantaray, A., 2008, "A Note on Internal Damping Induced Self-excited Vibration in a Rotor by Considering Source Loading of a DC Motor Drive," *Int. J. of Nonlinear Mechanics*, Vol. 43, No. 5, pp. 1012~1017.
- (4) Dasgupta, S., Samantaray, A., and Bhattachayya, R., 2010, "Stability of an Internally Damped Non-ideal Flexible Spinning Shaft," *Int. J. of Nonlinear Mechanics*, Vol. 45, No. 3, pp. 286~293.
- (5) Wettergren, H., and Olsson, K., 1996, "Dynamic Instability of a Rotating Asymmetric Shaft with Internal Viscous Damping Supported in Anisotropic Bearings," *J. of sound and vibration*, Vol. 195, No. 1, pp. 75~84.
- (6) Ganesan, R., 2003, "Effects of Bearing and Shaft Asymmetries on the Stability of Rotors Operating at Near-critical Speeds," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, No. 5, pp. 737~752.
- (7) Shin, E., 2011, "Stability Analysis of High-speed Driveshafts under the Variation of the Support Conditions," *J. of KSMTE*, Vol. 20, No. 1, pp. 40~46.
- (8) Mazzei, A., and Scott, R., 2003, "Effects of Internal Viscous Damping on the Stability of a Rotating Shaft Driven through a Universal Joint," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 265, No. 4, pp. 863~885.
- (9) Genta, G., 2005, *Dynamics of Rotating Rystems*, Springer, New York, pp. 251.