

간헐적인 운전시간 손실하에 공정-저장조 망구조의 최적설계

Optimal Design of a Process-Inventory Network Under Infrequent Shutdowns

이 경 범*
 (Gyeongbeom Yi¹)

¹Department of Chemical Engineering, Pukyong National University

Abstract: The purpose of this study is to find the analytic solution for determining the optimal capacity (lot-size) of a batch-storage network to meet the finished product demand under infrequent shutdowns. Batch processes are bound to experience random but infrequent operating time losses. Two common remedies for these failures are duplicating another process or increasing the process and storage capacity, both of which are very costly in modern manufacturing systems. An optimization model minimizing the total cost composed of setup and inventory holding costs as well as the capital costs of constructing processes and storage units is pursued with the framework of a batch-storage network of which flows are susceptible to infrequent shutdowns. The superstructure of the plant consists of a network of serially and/or parallel interlinked batch processes and storage units. The processes transform a set of feedstock materials into another set of products with constant conversion factors. A novel production and inventory analysis method, the PSW (Periodic Square Wave) model, is applied. The advantage of the PSW model stems from the fact it provides a set of simple analytic solutions in spite of a realistic description of the material flow between processes and storage units. The resulting simple analytic solution can greatly enhance a proper and quick investment decision at the early plant design stage when confronted with diverse economic situations.

Keywords: optimal lot size, process-inventory network, infrequent shutdown

I. 서론

회분식 공정은 장치고장이나 운전자 실수로 인해 예기치 않는 운전시간 손실을 겪게 된다. 모든 운전주기는 무작위 운전시간 손실을 가질 수 있는데 이를 빈번한 가동중단이라고 부르기로 한다. 이전의 연구는 가동시간을 가동과 비가동을 포함하는 총 경과된 시간으로 나눈 값인 유용성 개념을 도입하여 이 문제를 다루었다[1]. 회분식 공정의 운전주기가 무작위 변화를 겪을 때 최적운전주기를 계산하는 해석적인 해가 구해졌다. 본 연구에서는 불확실한 어떤 갯수의 정상적인 가동주기 다음에 반복적으로 일어나는 무작위 가동시간 손실을 다룬다. 이러한 유형의 고장을 간헐적인 가동중단이라고 부르기로 한다. 가동중단 시간과 가동중단 사이에 정상적인 운전주기의 횟수가 일정한 경우를 주기적인 가동중단이라고 부르기로 한다. 그림 1은 (a) 빈번한 가동중단, (b) 주기적인 가동중단 그리고 (c) 간헐적인 가동중단에 대한 흐름의 차이를 보여주고 있다. 모든 가동주기가 무작위 가동시간 손실을 포함한다는 (빈번한 가동중단) 가정하에 개발된 이전의 해는 그림 1에서 보여진 것처럼 세 경우의 물질흐름의 형태가 매우 다르기 때문에 주기적인 또는 간헐적인 가동중단에는 그대로 적용될 수 없다. 따라서 주기적이거나 간헐적인 가동중단하의 공정-저장조 망구조의 최적설계를 위한 새로운 모형의 개발이 필요하다.

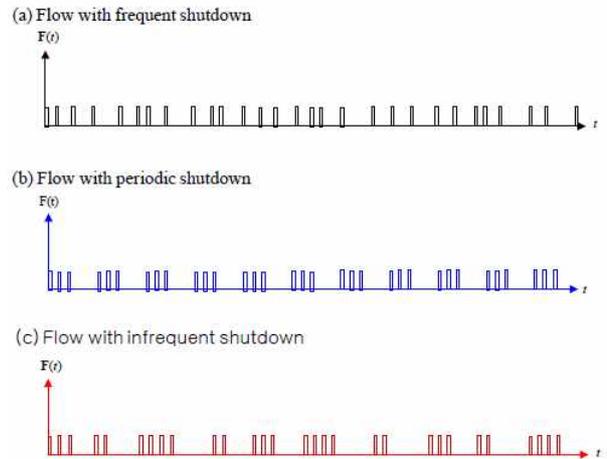


그림 1. 가동시간 손실의 유형.

Fig. 1. Types of Shutdowns.

주기적이거나 간헐적인 가동중단은 회분식 화학 공정에서 매우 흔하다. 계절적 생산, 운전양식의 주기적 전환과 빨리 마모되는 부품의 교체나 검사와 같은 계획된 예방적 유지보수에 의해 야기된 가동중단 등은 보통 주기적이거나 간헐적인 유형을 가지게 된다. 공정은 또한 의도적인 가동중단뿐만 아니라 무작위 운전 고장이 간헐적으로 발생한다. 무작위 운전 고장은 장치 파손, 운전자 실수, 공정 이상, 비정기적이거나 불충분한 원료 공급 또는 완제품 시장에서 갑작스런 매출 변동으로부터 보통 유래한다. 이러한 고장은 비상 수정 유지 보수 작업을 야기하고 따라서 간헐적인 가동중단이 발생하게 된다. 주기적인 또는 간헐적인 가동중단은 유지보수 비용

* 책임저자(Corresponding Author)

Manuscript received March 17, 2013 / revised April 29, 2013 / accepted May 1, 2013

이경범: 부경대학교(gbyi@pknu.ac.kr)

※ 이 논문은 부경대학교 자율창의 학술연구비(2013 년)에 의하여 연구되었음 (C-D-2013-0565).

뿐만 아니라 주기적이거나 간헐적인 운전 또는 사업시간 손실을 초래한다. 그러한 운전 또는 사업시간 손실에도 불구하고 최종제품의 고객 수요는 만족되어야 한다. 가동중단 또는 고장기간 동안 고객의 수요를 충족하기 위하여 이중의 공정이나 저장조 용량의 증가가 필수불가결하다. 그러나 공정을 이증으로 건설하거나 저장조 용량을 증가시키는 것은 더 이상 쉬운 일이 아니다. 화학공정의 건설비용은 총용량이 증가할수록 크게 증가한다. 오늘날 저장시설조차도 대지가격 증가, 환경적 요인과 엄격한 품질관리요건들로 인해 점점 비싸지고 있다. 게다가 JIT (Just-In-Time) 같은 현대적인 공장설계 개념은 저장조 용량을 강력히 줄이려고 노력한다. 그러므로 공정용량과 관련된 저장조 용량은 빈번한 또는 간헐적인 가동중단과 같은 운전특성을 주의깊게 고려하여 선정되어야 한다.

본 연구에서는 공장의 구조는 원료구매, 생산, 수송과 최종제품 수요와 같은 대부분의 공급사슬망 성분을 포함하는 공정-저장조 망구조로 구성되어 있다. 사각과 모형은 병렬 공정-저장조 시스템[2], 순차적인 다단계 시스템[3], 재순환 흐름을 포함하는 일반적인 구조[4], 재무처리와 현금흐름[5], 반연속공정[6], 불확실성과 폐기물 흐름[1], 이중불확실성[7], 환율과 세금[8], 재고부족비용[9]과 수송공정[10]을 포함하는 공정-저장조 망구조 최적화의 해석적인 해를 구하는데 이용되었다. 본 연구에서는 사각과 모형이 간헐적인 가동중단을 내포하도록 수정되었다. 본 연구에서는 무작위 고장에 대한 보통의 확률적 해석은 사용하지 않는다. 대신에 간헐적인 가동중단이 내포된 흐름의 상한값과 하한값을 구하기 위해 독특한 도형적 방법을 사용한다. 특히 주어진 가동중단에 대한 최소한의 정보를 가지고 간단한 해석적인 해를 얻는데 초점을 맞춘다. 해석의 주안점은 재고수준의 상한값/하한값과 평균값을 발견하는 것인데 여기서 재고수준의 상한값은 저장조 크기를 계산하는데 사용되고, 재고수준의 하한값은 재고량은 음수가 아니라는 최적화 모형의 제약식에 사용되며, 재고수준의 평균값은 재고유지비용을 계산하는데 사용된다. 재고수준의 상한값/하한값과 평균값은 저장조에 연결된 각 흐름의 상한값/하한값과 평균값을 알면 구할 수 있다. 각 흐름의 상한값과 하한값은 두 극단적인 흐름의 도형적인 해석에 의해서 계산된다.

II. 변수와 매개변수의 정의

우리는 이전의 연구 [4]에 있는 매개변수와 변수의 정의를 따른다. 다수의 물리화학적 처리과정을 거쳐서 원료물질을 최종제품으로 전환하는 화학공장은 저장조 집합 (J)와 회분식 공정 집합 (I)로 구성되어 있다. 각 공정은 일정 조성 (f_i^j) 을 가진 다수의 원료물질을 필요로 하고 일정 수율 (g_i^j) 을 가진 다수의 제품을 생산한다. 저장조 목록번호 j 는 상첨자이고, 공정 목록번호 i 는 하첨자이다. 각 저장조는 네 가지 형태의 물질이동과 관련되어 있는데, 원료제공자로부터의 구매 ($k \in K(j)$), 소비자로의 출하 ($m \in M(j)$), 공정에 대한 원료주입과 공정으로부터 제품생산이 이에 해당한다. 공정으로부터 저장조로의 (또는 저장조로부터 공정으로의) 물질흐름은 그림 1(c)에서 보여진 것처럼 간헐적인 가동중단을 포함하는 사각과 모형으로 나타내어진다. 각 공정은 매

생산주기 ω_i 마다 일회분의 제품을 생산하며, γ_i 주기가 지난 후에는 기간이 d_i 인 가동중단이 간헐적으로 일어난다. 여기서 강조체 문자 γ_i 와 d_i 는 무작위 변수이다. 공정의 생산주기는 원료주입시간 ($x_i\omega_i$), 처리시간 ($[1-x_i'-x_i]\omega_i$) 그리고 제품배출시간 ($x_i'\omega_i$) 으로 구성되어 있는데, 여기서 $0 \leq x_i', x_i \leq 1$ 는 저장조 운전시간 분율로 불린다. 변수 위에 붙은 back prime 은 변수가 공정에 대한 원료주입 흐름과 관련되어 있다는 뜻이고, 변수 위에 붙은 prime 은 변수가 공정으로부터 배출하는 흐름과 관련되어 있다는 뜻이다. 공정의 가동시작 시간은 ζ (or t_i') 이고 첫번째 가동중단은 κ_i 번의 생산주기가 지난 후에 발생한다. 따라서 간헐적인 가동중단을 포함하는 사각과 모형의 물질흐름 표현은 7 개의 변수로 구성되어 있는데, 공정용량 B_i , 생산주기 ω_i , 저장조 운전시간 분율 x_i (or x_i'), 가동시작시간 ζ (or t_i'), 가동중단시간 d_i , 초기회분번호 κ_i ($0 \leq \kappa_i \leq \gamma_i$) 그리고 회분빈도수 γ_i (≥ 2) 이다. 원료주입흐름의 가동시작시간과 제품배출흐름의 가동시작시간 사이에는 다음과 같은 시차관계식이 존재한다.

$$t_i' = \zeta + \Delta t_i(.) \quad (1)$$

여기서 $\Delta t_i(.)$ 는 임의의 변수의 함수이다. 위의 변수의 정의는 생산공정뿐만 아니라 원료구매나 최종제품 출하 흐름에 대해서도 성립한다. 표현의 편의를 위해서 상첨자나 하첨자가 없는 변수 B, ω, γ, d 와 x 는 각각 공정용량, 가동주기, 회분빈도수, 가동중단시간과 저장조운전시간 분율을 나타내며 그 대상 물질흐름은 원료구매, 생산과 최종제품 수요 중 어느 것이라도 될 수 있다. 긴 가동주기를 $\tilde{\omega}$ 로 정의하고, 긴 가동용량을 \tilde{B} 로 정의한다. 여기서 $\tilde{\omega}$ 와 \tilde{B} 는 각각 $\tilde{\omega}_k^j, \tilde{\omega}_i, \tilde{\omega}_m^j$ 와 $\tilde{B}_k^j, \tilde{B}_i, \tilde{B}_m^j$ 를 나타낸다. 정확한 정의는 아래에 있다. D_i 는 공정 i 를 통과하는 물질흐름의 평균유속으로서 긴 생산용량 \tilde{B}_i 을 긴 생산주기 $\tilde{\omega}_i$ 로 나눈 값이다. 공급자로부터 원료구매와 소비자에게로 최종제품을 출하하는 물질흐름의 평균유속은 각각 D_k^j 와 D_m^j 로 정의되며, 여기서 $D_k^j = \frac{\tilde{B}_k^j}{\tilde{\omega}_k^j}$ 와 $D_m^j = \frac{\tilde{B}_m^j}{\tilde{\omega}_m^j}$ 이다. 저장조에 대한 전반적인 물질수지식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i + \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j = \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j \quad (2)$$

그림 2는 간헐적인 가동중단을 가진 흐름 $\mathbf{F}(\mathbf{t})$ 를 보여준다. 간헐적인 가동중단은 무작위 특성을 가지고 있다. 간헐적인 가동중단의 무작위 성질은 그림 2(b)에서 보여진 것처럼 두 개의 무작위변수 γ_0 와 \mathbf{d}_0 로 표현될 수 있다. 여기서 하첨자 (0)은 발생순서를 나타낸다. γ_0 와 \mathbf{d}_0 의 정확한 확률분포 함수를 아는 것은 불필요하다. 우리는 γ_0 와 \mathbf{d}_0 가 대칭적인 분포함수를 가지며, 최대값과 최소값을 가진다고 가정한다. 즉 $\underline{\gamma} \leq \gamma_0 \leq \bar{\gamma}$ 와 $\underline{d} \leq \mathbf{d}_0 \leq \bar{d}$ 가 성립한다. γ_0 와 \mathbf{d}_0

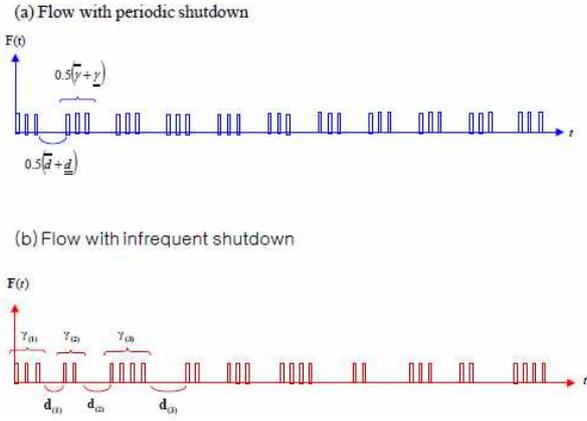


그림 2. 간헐적인 가동중단에서 불확실성의 정의
Fig. 2. Definition of Uncertainty in Infrequent Shutdown.

의 평균값은 각각 $0.5(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})$ 와 $0.5(\underline{d} + \bar{d})$ 가 된다. $\underline{\gamma}$, $\bar{\gamma}$ 와 $0.5(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})$ 가 모두 정수라는데 유의해야 한다. $0.5(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})$ 가 정수가 되기 위하여 $\underline{\gamma}$ 와 $\bar{\gamma}$ 모두 홀수이거나 짝수가 되어야 한다. γ_0 와 d_0 가 (1) 에 대하여 동일한 독립적인 분포함수를 가진다고 가정한다. 주어진 수렴한계 $0 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 \ll 1$ 와 신뢰수준 $0 < \delta_1, \delta_2 \ll 1$ 에 대하여, 대수의 약한 법칙은 $P\left\{\left|\frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} \gamma_{0i} - 0.5(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})\right| < \varepsilon_1\right\} \geq 1 - \delta_1$ 와 $P\left\{\left|\frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} d_{0i} - 0.5(\underline{d} + \bar{d})\right| < \varepsilon_2\right\}$ 를 만족하는 정수 η 가 존재함을 주장한다.

Chebycheff 부등식으로부터 $\eta \geq \frac{Var(\gamma_0)}{\delta_1 \varepsilon_1^2}$ 와 $\eta \geq \frac{Var(d_0)}{\delta_2 \varepsilon_2^2}$ 가 성립한다. 만약 최소의 정수가 선택되면 $\eta = \max\left\{\text{int}\left[\frac{Var(\gamma_0)}{\delta_1 \varepsilon_1^2}\right], \text{int}\left[\frac{Var(d_0)}{\delta_2 \varepsilon_2^2}\right]\right\} + 1$ 가 된다[1]. 여기서 η 는 발생 횟수로 불리며, 0.5η 가 정수가 되기 위하여 짝수이어야 한다. η 개의 가동중단이 발생하는 시간간격을 긴 가동주기 $\tilde{\omega}$ 로 정의한다. 대수의 약한 법칙에 의해 긴 가동주기 동안 γ_0 와 d_0 의 표본 평균은 각각의 평균값에 수렴하므로, 긴 가동주기 동안 총 회분수와 총 가동중단 기간은 각각 $0.5(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})\eta$ 와 $0.5(\underline{d} + \bar{d})\eta$ 이다. 따라서 긴 가동주기는 $\tilde{\omega} = 0.5\eta \left[(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})\omega + \underline{d} + \bar{d} \right]$ 이고 긴 가동용량은 $\tilde{B} = 0.5\eta (\underline{\gamma} + \bar{\gamma})B$ 가 된다. 여기서 긴 가동주기는 주어진 신뢰수준 내에서 모든 무작위 효과가 사라지는 최소의 기간이란 의미를 가진다. 최적화 수식을 만들기 위해서 필요한 것은 간헐적인 가동중단 하에서 저장조의 재고수준의 상한값/하한값과 평균값이다. 재고수준의 상한값은 저장조 크기를 계산하는데 사용되고, 재고수준의 하한값은 재고수준이 음수가 될 수 없다는 최적화 제약식에 사용되며, 재고수준의 평균값은 최적화 문제에

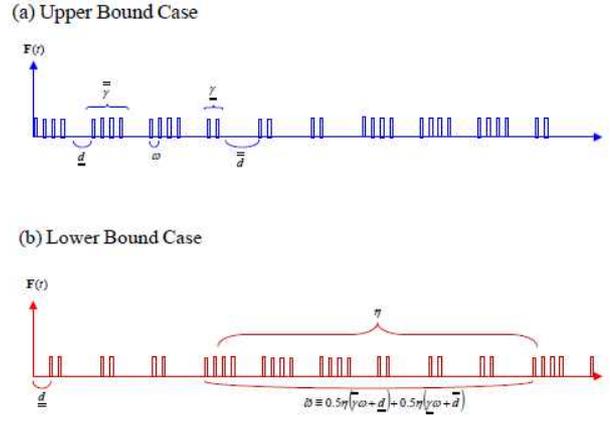


그림 3. 간헐적인 가동중단의 두가지 극단적인 경우
Fig. 3. Two Extreme Cases of Infrequent Shutdown.

서 재고유지비용을 계산하는데 사용된다. 간헐적인 가동중단을 포함하는 흐름은 긴 가동주기 동안 측정된 평균유속이 $D = \frac{(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})B}{(\underline{\gamma} + \bar{\gamma})\omega + \underline{d} + \bar{d}}$ 로서 항상 일정하다. 이것은 무작위 성질에도 불구하고 긴 가동주기동안 처리된 물량은 일정함을 의미한다.

그림 3에서 보여진 것처럼 간헐적인 가동중단을 갖는 흐름의 두 극단적인 경우 (a) 상한값을 갖는 경우, (b) 하한값을 갖는 경우가 존재한다. 상한값을 갖는 경우는 반복되는 긴 가동주기 내에 0.5η 회의 최소 가동중단 기간 \underline{d} 와 최대 회분빈도수 $\bar{\gamma}$, 그리고 나서 0.5η 회의 최대 가동중단 기간 \bar{d} 와 최소 회분빈도수 $\underline{\gamma}$ 를 가진다. 하한값을 갖는 경우는 반복되는 긴 가동주기내에 0.5η 회의 최대 가동중단 기간 \bar{d} 와 최소 회분빈도수 $\underline{\gamma}$, 그리고 나서 0.5η 회의 최소 가동중단 기간 \underline{d} 와 최대 회분빈도수 $\bar{\gamma}$ 를 가진다. 그림 4는 두 경우의 누적흐름함수를 보여주고 있다. 점선은 두 극단적인 경우의 상한값과 하한값을 나타내며 그림 4에 그 방정식이 주

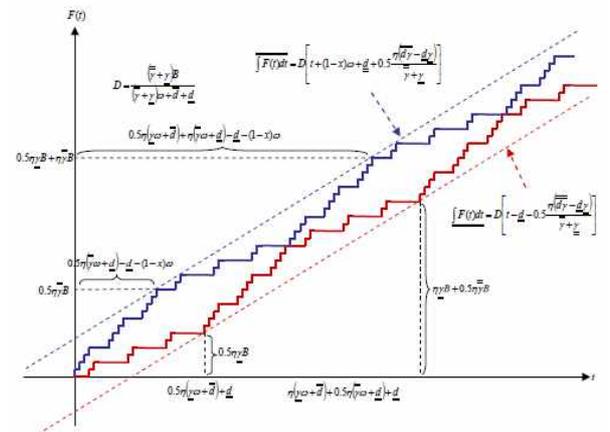


그림 4. 두 극단적인 경우의 누적흐름함수.
Fig. 4. Cumulative Flow Functions for Two Extreme Cases.

어져 있다. 간헐적인 가동중단을 갖는 흐름의 모든 $\int_0^t \mathbf{F}(t)dt$ 는 두 점선 사이에 존재한다.

$$D \left[t + (1-x)\omega + \underline{\underline{d}} + 0.5 \frac{\eta(\overline{\overline{d\gamma}} - \underline{\underline{d\gamma}})}{\gamma + \underline{\underline{\gamma}}} \right] \geq \int_0^t \mathbf{F}(t)dt \geq D \left[t - \underline{\underline{d}} - 0.5 \frac{\eta(\overline{\overline{d\gamma}} - \underline{\underline{d\gamma}})}{\gamma + \underline{\underline{\gamma}}} \right] \quad (3)$$

재고수준의 상한값 $\overline{\overline{V^j}}$ 는 초기재고로부터 모든 유입되는 흐름의 상한값을 합하고 모든 유출되는 흐름의 하한값을 뺀으로써 계산된다. 재고수준의 하한값 $\underline{\underline{V^j}}$ 는 초기재고로부터 모든 유입되는 흐름의 하한값을 더하고 모든 유출되는 흐름의 상한값을 뺀으로써 계산된다. 유입되는 흐름은 원료구매 흐름과 생산공정으로부터 제품배출 흐름이다. 유출되는 흐름은 생산공정으로 원료주입 흐름과 최종제품 수요 흐름이다. 따라서 (3)을 사용하여 재고수준의 상한값과 하한값을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{\overline{V^j}} &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{K(j)} (1-x_k^j) D_k^j \omega_k^j - \sum_{k=1}^{K(j)} D_k^j t_k^j + \sum_{k=1}^{K(j)} D_k^j d_{\underline{\underline{k}}}^j \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} (1-x_i^j) g_i^j D_i \omega_i - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i [\chi_i + \Delta t_i(\cdot)] + \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i d_{\underline{\underline{i}}}^j \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i \chi_i + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i d_{\underline{\underline{i}}}^j + \sum_{i=1}^{|I|} 0.5 \eta_i f_i^j D_i \frac{\overline{\overline{d_i \gamma_i}} - \underline{\underline{d_i \gamma_i}}}{\gamma_i + \underline{\underline{\gamma_i}}} \quad (4) \\ &+ \sum_{m=1}^{M(j)} D_m^j t_m^j + \sum_{m=1}^{M(j)} D_m^j d_{\underline{\underline{m}}}^j + \sum_{m=1}^{M(j)} 0.5 \eta_m D_m^j \frac{\overline{\overline{d_m \gamma_m}} - \underline{\underline{d_m \gamma_m}}}{\gamma_m + \underline{\underline{\gamma_m}}} \\ &+ \sum_{k=1}^{K(j)} 0.5 \eta_k^j D_k^j \frac{\overline{\overline{d_k \gamma_k}} - \underline{\underline{d_k \gamma_k}}}{\gamma_k + \underline{\underline{\gamma_k}}} + \sum_{i=1}^{|I|} 0.5 \eta_i g_i^j D_i \frac{\overline{\overline{d_i \gamma_i}} - \underline{\underline{d_i \gamma_i}}}{\gamma_i + \underline{\underline{\gamma_i}}} \\ \underline{\underline{V^j}} &= V^j(0) - \sum_{k=1}^{K(j)} D_k^j t_k^j - \sum_{k=1}^{K(j)} D_k^j d_{\underline{\underline{k}}}^j - \sum_{k=1}^{K(j)} 0.5 \eta_k^j D_k^j \frac{\overline{\overline{d_k \gamma_k}} - \underline{\underline{d_k \gamma_k}}}{\gamma_k + \underline{\underline{\gamma_k}}} \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i [\chi_i + \Delta t_i(\cdot)] - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i d_{\underline{\underline{i}}}^j - \sum_{i=1}^{|I|} 0.5 \eta_i g_i^j D_i \frac{\overline{\overline{d_i \gamma_i}} - \underline{\underline{d_i \gamma_i}}}{\gamma_i + \underline{\underline{\gamma_i}}} \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} (1-x_i^j) f_i^j D_i \omega_i + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i \chi_i - \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i d_{\underline{\underline{i}}}^j \\ &- \sum_{m=1}^{M(j)} (1-x_m^j) D_m^j \omega_m^j + \sum_{m=1}^{M(j)} D_m^j t_m^j - \sum_{m=1}^{M(j)} D_m^j d_{\underline{\underline{m}}}^j \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} 0.5 \eta_i f_i^j D_i \frac{\overline{\overline{d_i \gamma_i}} - \underline{\underline{d_i \gamma_i}}}{\gamma_i + \underline{\underline{\gamma_i}}} - \sum_{m=1}^{M(j)} 0.5 \eta_m D_m^j \frac{\overline{\overline{d_m \gamma_m}} - \underline{\underline{d_m \gamma_m}}}{\gamma_m + \underline{\underline{\gamma_m}}} \quad (5) \end{aligned}$$

저장조에 대한 전반적인 물질수지식인 (2)는 간헐적인 가동중단의 경우에도 성립한다. 평균 재고수준은 고장의 무작

위 특성에 크게 의존한다. 평균재고수준의 정확한 값은 모든 무작위 변수의 확률분포 함수를 정의하지 않고서는 구해질 수 없으며, 이것은 매우 어려운 일이다. 본 연구에서는 직관적인 접근법을 사용하고자 한다. 흐름의 적분의 평균값 $\overline{\int_0^t \mathbf{F}(t)dt}$ 는 상한값과 하한값으로부터 등거리에 있는 직선을 택한다[1].

$$\overline{\int_0^t \mathbf{F}(t)dt} \geq D[t + 0.5(1-x)\omega] \quad (6)$$

재고수준의 평균값은 초기재고로부터 모든 유입되는 흐름의 평균값을 더하고 모든 유출되는 흐름의 평균값을 뺀으로써 계산된다. 여기서 흐름의 평균값은 (6)에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} \overline{V^j} &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{K(j)} \frac{(1-x_k^j)}{2} D_k^j \omega_k^j - \sum_{k=1}^{K(j)} D_k^j t_k^j \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1-x_i^j)}{2} g_i^j D_i \omega_i - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i [\chi_i + \Delta t_i(\cdot)] \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1-x_i^j)}{2} f_i^j D_i \omega_i + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i \chi_i \\ &- \sum_{m=1}^{M(j)} \frac{(1-x_m^j)}{2} D_m^j \omega_m^j + \sum_{m=1}^{M(j)} D_m^j t_m^j \quad (7) \end{aligned}$$

공정-저장조 망구조 최적설계의 목적함수는 각 공정의 긴 가동주기내에서 최대/최소 가동중단 기간, 최대/최소 회분빈도수와 발생횟수가 주어졌을 때 공정의 준비비, 저장조의 재고유지비용 그리고 공정과 저장조의 자본비용의 합인 총비용의 연간 기대치를 최소화 하는 것이다.

$$\begin{aligned} TC &= \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{K(j)} \left[\frac{0.5 \eta_k^j \left(\overline{\overline{\gamma_k}} + \underline{\underline{\gamma_k}} \right) A_k^j}{\tilde{\omega}_k^j} + a_k^j B_k^j \right] \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \left[\frac{0.5 \eta_i \left(\overline{\overline{\gamma_i}} + \underline{\underline{\gamma_i}} \right) A_i}{\tilde{\omega}_i} + a_i B_i \right] \\ &+ \sum_{j=1}^{|J|} \left[H^j \overline{V^j} + b^j V^j \right] \quad (8) \end{aligned}$$

여기서 $B = D \left[\frac{(\overline{\overline{\gamma}} + \underline{\underline{\gamma}})\omega + \overline{\overline{d}} + \underline{\underline{d}}}{\overline{\overline{\gamma}} + \underline{\underline{\gamma}}} \right]$. $\overline{V^j}$ 와 $\underline{\underline{V^j}}$ 는 (7)과 (4)에

의해 좀더 전개된다. 최적화의 제약식은 모든 저장조가 바닥나지 않는 것으로서 $0 \leq \underline{\underline{V^j}}$ 인데, 여기서 $\underline{\underline{V^j}}$ 는 (5)에 의해 주어진다. 최적 가동주기는 다음과 같다.

$$\omega_k^j = \sqrt{\frac{A_k^j}{D_k^j \Psi_k^j}} - \frac{\overline{\overline{d_k}} + \underline{\underline{d_k}}}{\left(\overline{\overline{\gamma_k}} + \underline{\underline{\gamma_k}} \right)}, \quad B_k^j = \sqrt{\frac{A_k^j D_k^j}{\Psi_k^j}} \quad (9)$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{A_i}{D_i \Psi_i}} - \frac{\overline{\overline{d_i}} + \underline{\underline{d_i}}}{\left(\overline{\overline{\gamma_i}} + \underline{\underline{\gamma_i}} \right)}, \quad B = \sqrt{\frac{A_i D_i}{\Psi_i}} \quad (10)$$

최적목적함수의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 *TC(D_k^j, D_i) &= 2 \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \sqrt{A_k^j \Psi_k^j D_k^j} + 2 \sum_{i=1}^{|I|} \sqrt{A_i \Psi_i D_i} \\
 &+ \sum_{j=1}^{|I|} \left(\frac{H^j}{2} + b^j \right) \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j \omega_m^j (1 - x_m^j) \\
 &+ \sum_{j=1}^{|I|} \left(\frac{H^j}{2} + b^j \right) \sum_{m=1}^{|M(j)|} \eta_m^j D_m^j \frac{d_m^j \gamma_m - d_m^j \gamma_m^j}{\gamma_m + \gamma_m^j} \\
 &+ \sum_{j=1}^{|I|} \left(\frac{H^j}{2} + b^j \right) \sum_{k=1}^{|K(j)|} \eta_k^j D_k^j \frac{d_k^j \gamma_k - d_k^j \gamma_k^j}{\gamma_k + \gamma_k^j} \\
 &+ 2 \sum_{j=1}^{|I|} \left(\frac{H^j}{2} + b^j \right) \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j d_k^j \\
 &- \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \frac{(\Psi_k^j - a_k^j) (d_k^j + d_k^j)}{\gamma_k + \gamma_k^j} D_k^j \\
 &+ 2 \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{i=1}^{|I|} \left(\frac{H^j}{2} + b^j \right) (f_i^j + g_i^j) D_i d_i \\
 &+ \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{i=1}^{|I|} \left(\frac{H^j}{2} + b^j \right) \eta_i (f_i^j + g_i^j) D_i \frac{d_i \gamma_i - d_i \gamma_i^j}{\gamma_i + \gamma_i^j} \\
 &+ 2 \sum_{j=1}^{|I|} \left(\frac{H^j}{2} + b^j \right) \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j d_m^j \\
 &- \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(\Psi_i - a_i) (d_i + d_i)}{\gamma_i + \gamma_i^j} D_i
 \end{aligned} \tag{11}$$

최적 가동시작시간은 제약식 $0 \leq V^j$ 의 등식으로부터 유도되며, 여기서 V^j 는 (5) 으로부터 주어진다.

$$\begin{aligned}
 &\sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j t_k^j + \sum_{i=1}^{|I|} (g_i^j - f_i^j) D_i t_i \\
 = V^j(0) &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 - x_m^j) D_m^j \omega_m^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j t_m^j \\
 &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j d_m^j - \sum_{m=1}^{|M(j)|} 0.5 \eta_m^j D_m^j \frac{d_m^j \gamma_m - d_m^j \gamma_m^j}{\gamma_m + \gamma_m^j} \\
 &- \sum_{i=1}^{|I|} (1 - x_i) f_i^j D_i \omega_i - \sum_{i=1}^{|I|} (f_i^j + g_i^j) D_i d_i \\
 &- \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i \Delta t_i(\cdot) - \sum_{i=1}^{|I|} 0.5 \eta_i (f_i^j + g_i^j) D_i \frac{d_i \gamma_i - d_i \gamma_i^j}{\gamma_i + \gamma_i^j} \\
 &- \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j d_k^j - \sum_{k=1}^{|K(j)|} 0.5 \eta_k^j D_k^j \frac{d_k^j \gamma_k - d_k^j \gamma_k^j}{\gamma_k + \gamma_k^j}
 \end{aligned} \tag{12}$$

최적 저장조 크기는 (4) 와 (12) 로부터 유도된다.

$$\begin{aligned}
 V^j &= \sum_{i=1}^{|I|} [(1 - x_i) f_i^j + (1 - x_i') g_i^j] D_i \omega_i \\
 &+ \sum_{k=1}^{|K(j)|} (1 - x_k^j) D_k^j \omega_k^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 - x_m^j) D_m^j \omega_m^j \\
 &+ \sum_{m=1}^{|M(j)|} \eta_m^j D_m^j \frac{d_m^j \gamma_m - d_m^j \gamma_m^j}{\gamma_m + \gamma_m^j} + 2 \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j d_m^j \\
 &+ \sum_{k=1}^{|K(j)|} \eta_k^j D_k^j \frac{d_k^j \gamma_k - d_k^j \gamma_k^j}{\gamma_k + \gamma_k^j} + 2 \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j d_k^j \\
 &+ 2 \sum_{i=1}^{|I|} (f_i^j + g_i^j) D_i d_i \\
 &+ \sum_{i=1}^{|I|} \eta_i (f_i^j + g_i^j) D_i \frac{d_i \gamma_i - d_i \gamma_i^j}{\gamma_i + \gamma_i^j}
 \end{aligned} \tag{13}$$

III. 결론

본 논문은 공정에 간헐적인 가동중단이 일어날 때 망구조로 연결되어 있는 공정과 저장조의 최적크기를 결정한다. 본 연구는 가동시간에 불확실성이 함유된 다제품, 다단계 생산제고 시스템의 최적설계에 유용하다. 가동중단을 포함하는 수정된 사각파 모형은 운전시간손실을 포함하는 공정과 저장조 사이의 물질흐름을 효과적으로 표현하였다. 공장설계의 목적함수는 공정 준비비, 재고유지비 그리고 공정과 저장조를 건설하는 자본비용의 합을 최소화하는 것이다. 최적화의 제약식은 최종제품의 수요를 만족하면서 저장조에 있는 모든 물질재고가 바닥나지 않는 것이다. 최적성에 대한 Kuhn-Tucker 조건의 해는 공정과 저장조 크기에 대한 해석적인 수식을 준다. 해석적인 수식들은 공정 크기에 대한 빠른 판단과 이상진단에 매우 유용하다.

REFERENCES

- [1] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of batch-storage network with uncertainty and waste treatments," *AIChE J.* vol. 52, no. 10, pp. 3473-3490, 2006.
- [2] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of multiple batch units with feedstock/product storages," *Chemical Engineering Communications*, vol. 181, no. 1, pp. 79-106, 2000.
- [3] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of batch-storage network using periodic square model," *AIChE J.* vol. 48, no. 8, pp. 1737-1753, 2002.
- [4] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of batch-storage network with recycle streams," *AIChE J.* vol. 49, no. 12, pp. 3084-3094, 2003.
- [5] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of batch-storage network with financial transactions and cash flows," *AIChE J.* vol. 50, no. 11, pp. 2849-2865, 2004.
- [6] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of batch-storage network with multitasking semi-continuous processes," *AIChE J.* vol. 52, no. 1, pp. 269-281, 2006.
- [7] K. Suh and G Yi, "Optimal design of process-inventory network under cycle time and batch quantity uncertainties," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16,

no. 3, pp. 305-312, 2010.

- [8] K. Suh and G Yi, "Optimal design of process-inventory network considering exchange rates and taxes in multinational corporations," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 17, no. 9, pp. 932-940, 2011.
- [9] K. Suh and G Yi, "Optimal design of process-inventory network considering late delivery costs," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 5, pp. 476-480, 2010.
- [10] K. Suh and G Yi, "Optimal design of multiperiod process-inventory network considering transportation processes," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 9, pp. 854-862, 2012.



이경범

1983년 서울대학교 화학공학과 학사.
1985년 KAIST 화학공학과 석사학위.
1992년 PURDUE 대학 화학공학과 박사학위. 1985년~1988년 쌍용정유에서 공정기사. 1992년~1996년 호남정유 기술연구소 연구원. 1996년~현재 부경대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등.

1983년 서울대학교 화학공학과 학사. 1985년 KAIST 화학공학과 석사학위. 1992년 PURDUE 대학 화학공학과 박사학위. 1985년~1988년 쌍용정유에서 공정기사. 1992년~1996년 호남정유 기술연구소 연구원. 1996년~현재 부경대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등.