
컨볼루션 코딩 OFDM 시스템의 성능 분석

최승국*

Performance Evaluation of Convolution Coding OFDM Systems

Seung-kuk Choi*

이 논문은 인천대학교 2012년도 자체연구비 지원에 의하여 연구되었음

요 약

OFDM 전송방식에서는 여러 개의 부반송파를 사용하여 데이터를 전송한다. 그러므로 송신 비선형 전력증폭기와 반송파 주파수편차에 의한 부반송파 간 간섭으로 인하여 수신기에서 비트 오류율이 증가된다. 무선 다중경로 페이딩 전송채널에서는 여러 개의 OFDM 부반송파 주파수 구간동안 연속적으로 전송이득이 작은 구간이 존재하므로, 전송 시 연집에러가 발생되어, 데이터 재생 시 비트 오류율이 증가 된다. 이러한 연집에러에 의한 비트 오류율의 감소에는 인터리버와 컨볼루션 에러제어코딩이 효과적이다. 한편 파일럿 심볼을 이용하여 전송채널을 추정하는 현 시스템에서는 전송채널 추정에러로 인하여 역시 비트 오류율이 증가된다. 그러므로 본 논문에서는 비선형 전력 증폭기, 반송파 주파수편차 및 채널추정에러의 영향을 고려하여, 송신 신호가 다중경로 페이딩 채널을 통하여 전송될 때, 인터리버와 컨볼루션 코딩을 이용하는 OFDM 시스템의 데이터 비트 오류율 성능을 분석한다.

ABSTRACT

OFDM technique uses multiple sub-carriers for the data transmission. Therefore, bit error rate increases because of inter-carrier interference caused by nonlinear high power amplifier and carrier frequency offset. Wireless OFDM transmission over multi path fading channels is characterized by small transmission gain in multiple sub-carrier frequency interval. Therefore bit error rate increases because of burst errors. Inter-leaver and convolution error control coding are effective for the reduction of this burst error. Pilot symbol is used for the channel estimation in OFDM systems. However, imperfect channel estimates in this systems degrade the performance. The performance of this convolution coding OFDM systems using inter-leaver, gauged by the bit error rate, is analyzed considering the nonlinear high power amplifier, carrier frequency offset and channel estimation error.

키워드

OFDM, 컨볼루션 코딩, 비트 오류율

Key word

OFDM, convolution coding, bit error rate

* 정회원: 인천대학교 정보통신공학과 교수 (skchoi@incheon.ac.kr)

접수일자 : 2012. 09. 14

심사완료일자 : 2012. 10. 03

I. 서 론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 전송방식에서는 송신하려는 데이터를 병렬화한 후에 이를 다수의 직교 부반송파를 사용해서 전송하기 때문에 심볼주기가 짧은 고속 데이터전송 시 발생하는 심볼 간 간섭(ISI: inter symbol interference) 문제를 해결할 수 있다.

그러나 OFDM 변조된 신호는 여러 개의 부반송파 신호들의 합으로 구성되기 때문에 PAPR (peak-to-average power ratio)가 크게 되므로 비선형 고전력증폭기(HPA: high power amplifier)의 비선형 왜곡에 민감하다[1]. 또한 OFDM 방식은 여러 개의 부반송파를 사용하므로 송·수신단 간의 반송파 주파수편차에 역시 민감한 단점이 있다[2]. 비선형 HPA 및 주파수편차는 부반송파 신호들 간에 인접 부반송파 간섭(ICI: inter carrier interference)를 발생시킴으로써 QAM(quadrature amplitude modulation)된 신호의 정상도(constellation)의 I(inphase)성분과 Q(quadrature)성분이 분산되며 아울러 회전이 발생된다[1, 2].

이러한 정상도를 원래의 정확한 모습으로 복원하기 위하여 파일럿 심볼을 이용한 변조방식(PSAM: Pilot Symbol Assisted Modulation)이 시스템에 사용된다[3]. PSAM 방식은 데이터 심볼 이외에 크기와 위상이 알려진 파일럿 심볼들을 추가로 삽입하여 전송하는 방식이다. 수신단에서는 채널을 통하여 전송되어 온 이 파일럿 심볼들의 크기 및 위상 변화로부터 채널 상태를 추정한다. 그러나 부가성백색잡음(AWGN: Additive White Gaussian Noise)과 여러 원인들에 의하여 정확한 추정이 이루어지지 못하여 수신단에서 원래 데이터를 재생 시 비트 오류율(BER: Bit Error Rate)이 증가된다.

무선 다중경로 페이딩 전송채널에서는 여러 개의 OFDM 부반송파 주파수 구간동안 연속적으로 전송이득이 작은 구간이 존재하므로, 전송 시 연접에러가 발생되어, 데이터 재생 시 비트 오류율이 증가 된다. 이러한 연접에러에 의한 비트 오류율의 감소에는 인터리버와 컨볼루션 에러제어코딩이 효과적이다[4].

본 논문에서는 파일럿 심볼을 이용하여 다중경로 페이딩 채널을 추정하는 OFDM 시스템에서 OFDM의 취약

약점인 비선형 HPA 및 주파수 편차를 모두 고려하여 그에 따른 BER 성능을 분석하고자 한다. 이 때 BER 성능 향상을 위한 인터리버와 컨볼루션 코딩 기법이 적용된 경우의 성능을 분석한다.

II. OFDM 전송 시스템

PSAM 방식의 16-QAM OFDM 시스템 구성도가 그림 1에 도시되었다. 입력 데이터는 우선 I 성분 비트열과 Q 성분 비트열로 나누어진다. 각 I와 Q 성분은 함께 복소심볼 $X(k)$ 로 매핑된다. QAM 매핑된 복소심볼은 OFDM 변조기로 공급되며 그 복소심볼은 병렬의 N 개 부반송파로 역 푸리에 변환(IFFT : Inverse Fast Fourier Transform)에 의해 변조된다. IFFT 된 후 출력된 n 번째 샘플 값은 다음과 같다.

$$x(n) = (1/\sqrt{N}) \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp(j2\pi nk/N) \quad (1)$$

식 (1)은 $X_q(k)$ 의 이산 역 Fourier 변환의 모양이다. 그러므로 OFDM 변조를 그림 1의 송신기에서와 같이 소스심볼을 IFFT (inverse fast fourier transform)한 후, 아날로그 신호로 변환(D/A)시킨 다음, RF(radio frequency)변조 시키는 방법으로 간단하게 실현시킬 수 있다[5].

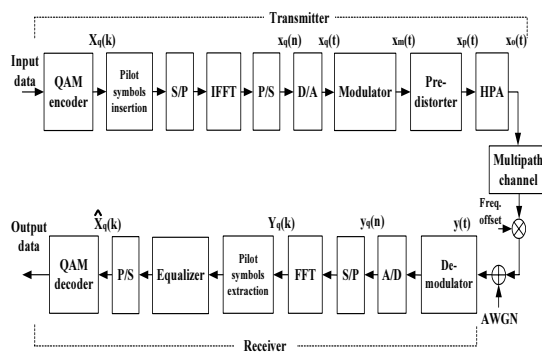


그림 1. OFDM 전송시스템의 구성도
Fig. 1 Block diagram of OFDM transmission system

RF 변조된 신호는 HPA를 통하여 증폭되어 전송되는데, 이러한 HPA의 입출력 관계는 다음과 같은 메모리 없는 비선형 시스템에 관한 식으로 표현될 수 있다 [1].

$$A(r) = \frac{2r}{1+r^2}$$

$$\Phi(r) = \Phi_0 \frac{r^2}{1+r^2}, \quad \Phi_0 = \pi/6 \quad (2)$$

여기서 $A(r)$ 는 증폭기의 크기 변환특성, $\Phi(r)$ 은 위상 변환특성을 나타내고, r 은 증폭기 입력신호의 복소포락선의 크기를 나타낸다. HPA에 의한 비선형 왜곡을 줄이기 위하여 보통 HPA의 출력신호전력의 크기가 작게 되도록 HPA를 동작 시킨다 (OBO: Output Back-Off). 이때 OBO를 아래와 같이 정의한다.

$$OBO = P_{sat}/P_{out} \quad (3)$$

여기에서 P_{sat} 와 P_{out} 은 각각 HPA 출력신호의 최대 출력전력과 평균전력을 나타낸다. 또한 신호의 비선형 왜곡을 감소시키기 위하여 증폭기의 입력단에 보통 3차 사전왜곡기(predistorter)가 사용된다[1]. 사전왜곡기는 입력신호를 HPA 전단에서 미리 HPA의 비선형특성에 역으로 왜곡시켜서 보상하는 방법이다. 3차 사전왜곡기에 복소포락선 $x_q(t)$ 의 신호가 입력될 때 다음과 같은 복소포락선 $v(t)$ 를 갖는 신호가 출력에 나타난다.

$$v(t) = x_q(t) \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 - j \frac{\sqrt{3}}{3} \right) |x_q(t)|^2 \right] \quad (4)$$

그러면 송신기 출력신호 $x_0(t)$ 가 $t = nT_s$ 때마다 샘플링 된 이산 복소포락선 $x_e(n)$ 은 다음과 같다.

$$x_e(n) = \frac{2v(n)}{1+|v(n)|^2} \exp \left(j \Phi_0 \frac{2|v(n)|^2}{1+|v(n)|^2} \right) \quad (5)$$

송신기 출력신호 $x_0(t)$ 는 전송 도중에 다중경로에

의해 주파수 선택적 페이딩이 발생된다. 또한 AWGN 잡음이 추가되며 도플러 영향 등으로 인하여 수신 시 주파수 동기편차 f_0 가 발생된다. 이 주파수편차 f_0 을 부 반송파간의 주파수간격에 대한 상대 주파수편차 $\epsilon = f_0/\Delta f$ 로 표시한다. L 개의 다중경로로 인한 수신신호의 이산 복소포락선 $y_m(n)$ 은 다음과 같다.

$$y_m(n) = \sum_{j=0}^{L-1} h(j) x_e(n-j) \quad (6)$$

위 식에서 채널응답 $h(j)$ 는 복소 가우스 불규칙변수이며, 그 크기는 Rayleigh pdf (probability density function)를, 위상은 0에서 2π 까지의 균일분포를 가진다. 상대 주파수편차 ϵ 와 대역통과 AWGN 잡음 $w(t)$ 의 영향까지 고려할 때, 수신신호의 복소포락선 $y_q(t)$ 가 $t = nT_s$ 때마다 샘플링 된 이산 복소포락선 $y_q(n)$ 은 다음과 같다.

$$y_q(n) = y_m(n) \exp(j2\pi\epsilon n/N) + w(n) \quad (7)$$

이 때 $w(n)$ 은 대역통과된 AWGN 잡음에 의한 복소변수이다. 그러면 $y_q(n)$ 을 FFT하여 $Y(k)$ 를 구할 수 있다.

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y_q(n) \exp(-j2\pi kn/N) \quad (8)$$

그러므로 송신심볼 $X(k)$ 가 k 번째 부반송파를 통하여 전송되면서 비선형 HPA, 다중경로 주파수선택적 페이딩, AWGN, 및 주파수편차의 영향을 받아서 그 크기와 위상에 변화가 생긴 $Y(k)$ 로 수신단에서 재생된다.

$$Y(k) = H(k)X(k) + W(k) \quad (9)$$

이때,

$$H(k) = \sum_{l=0}^{L-1} z(l) \exp(-j2\pi kl/N) \quad (10)$$

$$W(k) = (1/\sqrt{N}) \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \exp(-j2\pi kn/N)$$

그러므로 심볼 $Y(k)$ 는 k 번째 부반송파에 의해 전송된 $X(k)$ 과 주파수영역상의 전달함수 $H(k)$ 와 곱해지고 여기에 채널의 잡음 $W(k)$ 이 더해진 값이 된다. 따라서 $Y_q(k)$ 는 각 부반송파의 전달함수 $H(k)$ 로 추정된 채널 전달함수 $\hat{H}(k)$ 의 역과 곱해져서 등화된다.

$$\hat{X}_q(k) = Y_q(k) / \hat{H}(k) \tag{11}$$

최종적으로 $\hat{X}_q(k)$ 가 애초에 송신된 $X_q(k)$ 와 같은 성상도 내에 속하는가의 여부에 따라 데이터 BER이 결정된다. 파일럿 심볼이 주파수영역 상에서 채널전달함수 $H(k) = \alpha \exp(j\theta)$ 을 추정하는데 사용된다.

모든 N 개의 부반송파에 N 개의 파일럿 심볼 $P(k) \in \{-1, 1\}$ 이 전송되어 진다. 다음 식 (12)과 같이, 수신단에서 채널전달 함수는 수신된 샘플 $Y(k)$ 를 $P(k)$ 로 나눔으로써 추정될 수 있다(파일럿 심볼 채널 추정).

$$\hat{H}(k) = \hat{\alpha} \exp(j\hat{\theta}) = H(k) + \frac{W(k)}{P(k)} \tag{12}$$

각각의 비트 스트림에서, 16-QAM OFDM 심볼은 $Y(k) = \alpha \exp(j\theta)X(k) + W(k)$ 이다. 이때 식 (10)에서와 같이 $H(k) = \alpha \exp(j\theta)$ 는 독립적이고 평균이 0인 복소랜덤변수 $z(l) \exp(-j2\pi kl/N)$ 의 합이기 때문에, $H(k)$ 도 역시 페이딩 평균전력 $\Omega = E\{\alpha^2\} = E\{|H(k)|^2\} = 1$ 을 가지는 평균값이 0인 복소 가우시안 랜덤변수이다. 16-QAM 심볼 당 평균 에너지는 $E_S = 5d^2 T_S$ 이다. 앞으로 심볼 당 수신된 신호의 평균에너지를 $\Omega E_S = 1$ 라고 하고 AWGN의 분산은 $\sigma_n^2 = 1/SNR$ (평균신호 대 잡음 비)라고 가정한다. 여기서 데이터비트 당 평균 SNR은 $\bar{\gamma}_b = \Omega E_b / N_0$ 가 된다.

III. 다중경로 채널 모델의 특성

본 논문에서 모의실험에 사용한 다중경로 채널모델로 GSM(Global Systems Mobile communications) 표준기 구에서 TU(Typical Urban area)의 무선 채널모델로 제시한 12탭 프로파일(profile)을 선택 한다[6]. 이 채널의 경우는 전형적인 도시채널환경의 다중경로 채널로 이 모델의 시간지연프로파일은 표 1과 같다. 각 탭은 표에서와 같이 고정된 시간지연과상대적인 평균전력을 가지는데 탭 계수의 크기는 Rayleigh 분포를 가지는 랜덤변수로 서로 독립적으로 그 크기가 변화된다.

표 1. 다중 경로 채널 모델
Table. 1 Multipath channel model

탭번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
지연 μ s	0.0	0.1	0.3	0.5	0.8	1.1	1.3	1.7	2.3	3.1	3.2	5.0
탭위치	0	1	2	3	5	7	8	11	14	19	20	31
평균 전력-dB	4.0	3.0	0.0	2.6	3.0	5.0	7.0	5.0	6.5	8.6	11	10

그림 2에 표 1의 다중경로 채널모델에 따라 컴퓨터 시뮬레이션으로 생성한 OFDM 부반송파에 대한 주파수영역상의 전송채널이득이 도시되었다. 그림 2에서와 같이 다중경로채널은 인접한 여러 부반송파들에 계속 그 전송이득이 작게 되는 구간이 존재하는 특성이 있다.

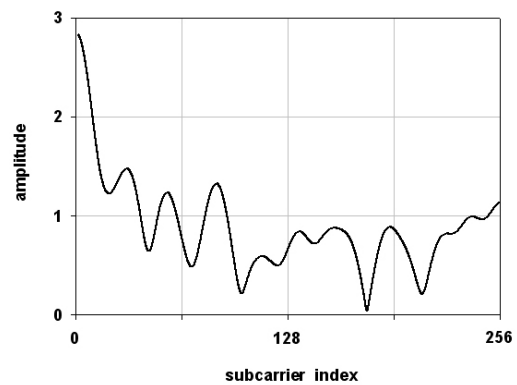


그림 2. 다중 경로 채널의 주파수영역 전송이득
Fig. 2 Gain of multipath channel in frequency domain

그러므로 OFDM 부반송파 신호들에 데이터를 전송시킬 때 연속적으로 수신판정오류가 발생할 수 있다. 그러므로 연집에러에 의한 시스템의 성능저하를 방지하기 위해서 에러제어코딩의 사용이 요구된다. 그림 3에 이러한 시스템 구성도가 도시되었다.

본 논문에서는 에러제어코드로 컨볼루션 코딩이 사용된다. 그런데 이 코드는 연집 에러에 취약하므로[4], 연집에러를 랜덤에러로 변환시키기 위하여 그림 3에서와 같이 인터리버(Interleaver)가 사용된다. 부호화된 입력데이터는 행 순서로 인터리버에 쓰여지고 전송할 때는 열 순서로 읽혀져 전송 된다.

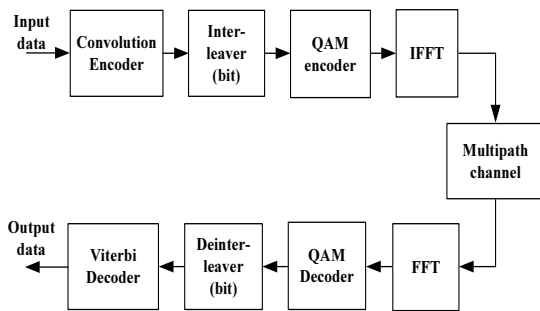


그림 3. 컨볼루션 코딩 OFDM 시스템 구성도
Fig. 3 Block diagram of convolution coding OFDM system

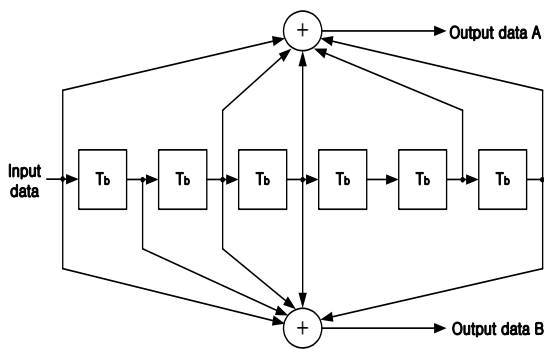


그림 4. 컨볼루션 부호화기 구성도
Fig. 4 Block diagram of convolution coder

16-QAM 변조된 OFDM 신호가 전송채널을 통과한 후, 수신기의 디인터리버에서는 역으로 열 순서로 쓰

고 행 순서로 읽게 되어, 채널에서 연집에러가 발생하더라도 단일 랜덤에러로 변환된다. 그림 4와 같이 구속장 길이 $K=7$, 부호율 $R=1/2$ 인 컨볼루션 부호화기를 사용하고 수신단에서는 truncation path의 길이가 56인 경관정 Viterbi 복호기가 사용된다.

IV. OFDM 시스템의 성능 분석

FFT의 크기는 $N=2048$ 이고 채널의 대역폭은 $20MHz$ 로 선정한다. 따라서 부반송파 간격 $\Delta f = 9.766kHz$ 이며 샘플링 주파수는 $20MHz$ 이다. 먼저 한 블록시간 동안에는 모든 부반송파들에게 해당 채널에 1, -1, ... 모양의 파일럿 심볼들을 전송하여 전송채널을 추정하고, 데이터 심볼이 보내지는 그 다음 블록 동안에는 수신단에서 추정된 채널 전달 함수를 이용하여 FFT된 데이터 심볼들을 등화 시킨다. 이 때 데이터 심볼 블록 시간동안의 채널 특성은 그 전 파일럿 심볼 시간 때의 채널 특성과 달리 다중경로 페이딩에 의하여 연속적으로 변화된다. 그림 1에서의 전송 시스템 구성도에서와 같이 입력 데이터는 Gray 코드를 이용하여 16-QAM 심볼로 매핑 된다. 이 심볼들은 병렬화된 후, OFDM 변조되어 GSM TU 모델 특성의 다중경로채널을 통하여 전송된다.

그림 5에 $\gamma_b = E_b/N_0$ 에 따른 BER이 컴퓨터 모의실험에 의한 방법으로 구해져서 도시되었다. OFDM 시스템에서는 주파수 선택적 Rayleigh 채널이 각 부반송파에 대해서는 주파수 비선택적 채널이 되도록 시스템이 구성되는데, 이 경우에 16-QAM OFDM 시스템의 BER 특성은 16-QAM 시스템의 BER 특성과 같다. 이 때 BER 곡선은 다음의 이론식과 같다[5].

$$P_b(r_b) = 3/4Q(\sqrt{4/5r_b}) \tag{13}$$

그림 5에 AWGN 잡음채널이나 Rayleigh 다중경로 페이딩채널에서 정확한 채널보상, 선형적 HPA, $\epsilon=0.0$ 인 시스템에서 인터리버를 사용하지 않고 컨볼루션 코딩만을 사용한 경우와 코딩을 사용하지 않은 경우에 대하여 분석되었다.

그림 5에서 정확한 채널추정, Rayleigh, no coding인 경우에 대한 BER 곡선은 이론식(13)과 일치한다.

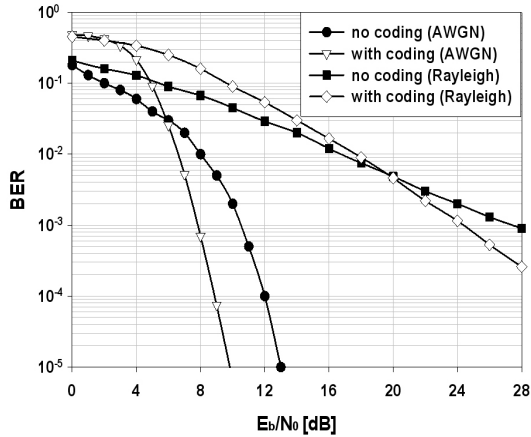
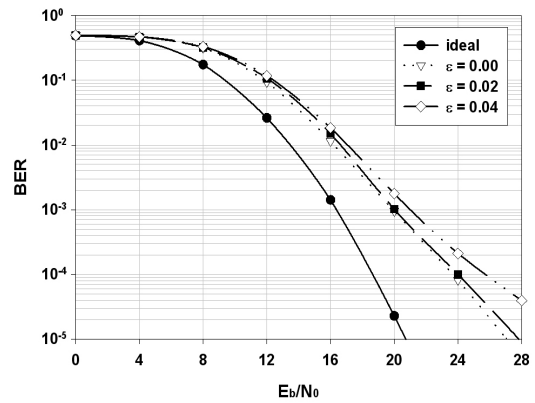


그림 5. 컨볼루션 코딩 OFDM 시스템의 BER
Fig. 5 BER of convolution coding OFDM systems

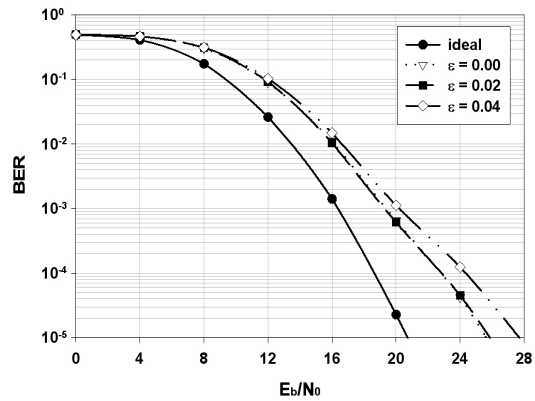
분석 결과, AWGN 잡음 채널에서는 10^{-4} 의 BER를 얻기 위해 컨볼루션 코딩만 함으로서 약 3dB의 코딩이득(coding gain)을 얻을 수 있다. 이는 에러의 형태가 독립적인 랜덤 형태로 나타나기 때문이다. 그러나 다중경로에 의한 주파수선택적 Rayleigh 페이딩 채널인 경우는 코딩으로 인한 성능의 향상은 그다지 크지 않았다. 이는 깊은 페이딩에 의해 연속성 에러가 발생하기 때문이므로, 인터리버도 함께 사용하여 연속에러를 랜덤에러 형태로 만들어 줄 필요가 있다.

그림 6, 7에 다중경로 페이딩 채널에서 주파수 편차, HPA의 비선형성 및 파일럿 심볼 채널추정에러가 존재할 때, 컨볼루션 코딩과 인터리버를 사용하는 OFDM 시스템의 성능을 분석하였다. 인터리버 크기는 그림 6에서는 (16, 32)이며, 그림 7에서는 (32, 64) 크기로 가변시켜 설정하였다. 그림 6, 7에서 ideal 곡선 경우는 선형적인 HPA, $\epsilon=0.00$ 그리고 채널추정이 정확하게 이루어진 경우에 대해 모의 실험된 BER 특성 곡선이다. Ideal한 경우를 제외한 나머지 경우는 주파수 편차와 HPA 비선형성이 존재하며 파일럿 심볼 채널추정의 경우이다.

분석 결과, 인터리버의 크기가 (32, 64)이고 OBO가 6dB 이상, $\epsilon=0.02$ 이하인 경우에 우수한 BER 특성을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그러나 이때에도 정확한 채널추정을 가정한 ideal 경우보다 파일럿 심볼로 채널을 추정하는 실제 시스템의 경우에 같은 BER 특성을 얻기 위하여 약 3~4dB 정도의 E_b/N_0 가 더 소요됨을 알 수 있다.

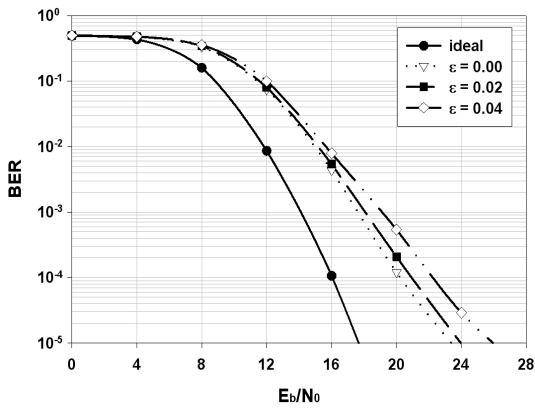


(a)

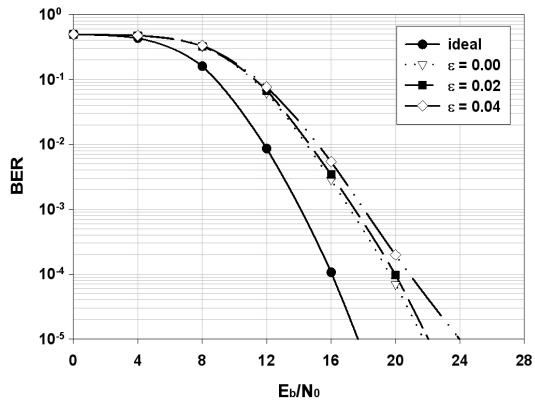


(b)

그림 6. (16, 32) 인터리버, 컨볼루션 코딩 OFDM 시스템의 BER. (a) OBO=5dB (b) OBO=6dB
Fig. 6 BER of (16, 32) interleaver, convolution coding OFDM systems (a) OBO=5dB (b) OBO=6dB



(a)



(b)

그림 7. (32, 64) 인터리버, 컨볼루션 코딩 OFDM 시스템의 BER (a) OBO=5dB (b) OBO=6dB
Fig. 7 BER of (32, 64) interleaver, convolution coding OFDM systems (a) OBO=5dB (b) OBO=6dB

V. 결론

컨볼루션 코딩 OFDM 시스템에서 비선형성 HPA, 주파수 편차 및 채널추정에러의 영향을 고려하여 BER 성능을 분석하였다. 이러한 방식의 성능을 평가하기 위해서 우선 데이터가 OFDM 변조, 비선형 전력증폭, 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널, 주파수편차가 존재하는 클럭으로 OFDM 복조, 채널추정, 등화 되는 모든 과정에

대하여 각 시스템 블록마다 채널 추정 차를 고려하여 그 입·출력 신호 변환 과정을 이산 복소 포락선함수들로 표현 하였다. 이 수식들을 이용하고 GSM이 정한 채널모델에 따라 파라미터를 정하여 컴퓨터 모의실험에 의하여 시스템의 BER 성능을 분석하였다.

분석 결과, 컨볼루션 코딩 OFDM 시스템에서 인터리버의 크기가 (32, 64)이고 OBO가 6dB 이상, $\epsilon=0.02$ 이하인 경우에 우수한 BER 특성을 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 그러나 이때에도 정확한 채널추정을 가정한 ideal 경우보다, 파일럿 심볼로 채널을 추정하는 실제 시스템의 경우에, 같은 BER 특성을 얻기 위하여 약 3~4dB 정도의 E_b/N_0 가 더 소요됨을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] G. Karam and H. Sari, "Analysis of predistortion, equalization, and ISI cancellation techniques in digital radio systems with nonlinear transmit amplifiers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, no. 12, pp. 1245-1253, Dec. 1989.
- [2] P. H. Moose, "A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no.10, pp. 2908-2914, Oct. 1994.
- [3] IEEE 802.16e, "Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems" Feb. 2006.
- [4] J. G. Proakis, "Digital Communications", 5th ed. New York, McGraw-Hill, 2008.
- [5] M. Russell and G.L. Stüber, "Interchannel interference analysis of OFDM in a mobile environment," *Proc. IEEE VTC'95*, Chicago, IL, pp.820-824 July 1995.
- [6] COST 207 TD(86)51-REV 3(WG1), "Proposal on channel transfer functions to be used in GSM tests late 1986", Sept. 1986.

저자소개



최승국(Seung-Kuk Choi)

1988.12 Braunschweig Univ.

공학박사

1989.3 ~ 현재: 인천대학교

정보통신공학과 교수

※ 관심분야: 통신시스템, 이동통신, 동기