

Lundberg형 프로파일의 원통형 로울러의 탄성유체윤활 해석

박 태 조[†]

경상대학교 기계공학부 · 공학연구원

Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of a Lundberg Profile-type Cylindrical Roller

Tae-Jo Park[†]

School of Mechanical Engineering, ERI, Gyeongsang National University

(Received September 20, 2013 ; Revised October 20, 2013 ; Accepted October 20, 2013)

Abstract – The rollers and/or races in cylindrical and tapered roller bearings should be profiled to relieve high edge stress concentrations caused by their finite lengths and misalignment. In this study, a numerical analysis was performed to investigate the elastohydrodynamic lubrication (EHL) of a Lundberg profile-type cylindrical roller. A finite difference method with fully nonuniform grids and the Newton-Raphson method were used to present detailed EHL pressure distributions and film shapes, as well as the variations in the minimum and central film thicknesses with the profile modification coefficient. In the Lundberg profile, the maximum pressure and minimum film thickness always occurred near the edges. Proper modification of the Lundberg profile considerably increased the minimum film thickness.

Key words – EHL (탄성유체윤활), finite line contact (유한한 길이의 선접촉), roller profile(로울러 프로파일), Lundberg profile (Lundberg 프로파일), profile modification coefficient (프로파일 수정 계수), Newton-raphson method(뉴우튼-랩슨 방법)

1. 서 론

대용량의 하중지지에 주로 사용되는 원통 및 테이퍼 로울러 베어링의 설계에서 집중적인 연구가 요구되는 부분은 베어링 수명이 최대가 되는 로울러 프로파일(Profile)을 설계하는 것이다. 이는 로울러의 유한한 길이와 Misalignment 작용 등에 기인하여 발생하는 로울러 양단부에서의 응력집중을 완화시키기 위해서 필수적이지만 현재까지는 Hertz의 탄성접촉이론에 기초한 접촉응력을 이론적인 설계기준으로 사용하고 있다. 특히, 대부분의 베어링회사에서는 길이방향으로 거의 균일한 접촉압력분포를 나타내는 프로파일로 Log함수 형태인 'Lundberg형 프로파일'을 설계근거자료로 제시하고 있

다[1-3]. 하지만 이는 건마찰 상태에서의 결과이므로 실제와 같이 탄성유체윤활(Elastohydrodynamic lubrication: EHL) 상태와는 크게 다른 조건이다. 즉, EHL 상태에서의 유체압력은 분포와 크기가 탄성접촉압력과 크게 다를 뿐만 아니라 탄성접촉해석으로는 베어링의 피로수명에 큰 영향을 미치는 유막의 크기를 추정할 수가 없다[4]. 따라서, 로울러 베어링의 피로수명이 최대가 되는 프로파일을 설계하기 위해서는 유체압력에 의한 윤활면의 탄성변형과 윤활유의 점도변화를 동시에 고려한 EHL 해석이 요구된다.

Dowson & Higginson[5]이 EHL 문제를 처음으로 해석한 1959년 이후, 지난 반세기 동안의 집중적인 연구에도 불구하고 로울러 베어링에서와 같은 유한한 길이의 선접촉 EHL 문제에 대한 연구는 상대적으로 극소수에 불과한 실정이다[6-18]. 이는 문제 자체의 아주

[†]Corresponding author : tjpark@gnu.ac.kr

$$S(Y) = \begin{cases} -\frac{2W}{\pi L} \ln \left\{ 1 - \left(\frac{2Y}{L} \right)^2 \right\} & |Y| < \frac{L}{2} \\ \frac{2W}{\pi L} \left\{ 1.1932 + \ln \left(\frac{L}{4\sqrt{\pi L}} \sqrt{\frac{\pi L}{2W}} \right) \right\} & |Y| = \frac{L}{2} \end{cases} \quad (7)$$

2.4. 하중조건식

로울러에 작용하는 하중은 유막내에서 발생하는 유체압력의 합과 동일하며, 이를 무차원식으로 나타내면 다음식과 같다.

$$W = \frac{w}{ER^2} = \iint P dXdY \quad (8)$$

2.5. 경계조건

계산영역의 경계에서는 $P = 0$ 이며, 구름방향 출구측에는 다음식으로 표현되는 레이놀즈의 경계조건을 만족한다.

$$P = \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \quad (9)$$

3. 수치해석

본 논문에서는 참고문헌[8, 10-11, 13-14, 18]에서와 동일하게 완전하게 불균일한 격자계를 사용하는 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 적용하여 수치해석하였다. 이때, 미지수인 압력분포는 $Y = 0$ 에 대하여 대칭이므로 수치해석시에 생성되는 연립방정식의 크기는 거의 절반으로 줄일 수 있다[8].

Fig. 2는 수치해석에 사용한 계산영역의 경계와 좌표계를 나타낸 그림이다. 계산영역의 크기가 해석결과에

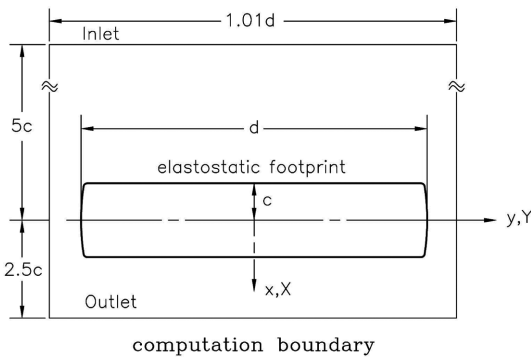


Fig. 2. Computation boundaries and coordinates.

영향을 미치지 않도록 구름방향으로의 입출구부 경계는 $x = -5.0c$ 와 $x = 2.5c$ 에, 측면부 경계는 $y = \pm 0.5005d$ 에 각각 위치시켰다. 사용한 격자의 수는 해석영역에 대하여 최대 101×61 개이며, 수치해석에 사용한 자료는 다음과 같다:

$R = 5 \text{ mm}$, $l = 10 \text{ mm}$, $E = 220 \text{ GPa}$, $\eta_0 = 0.411 \text{ Pas}$, $Z = 0.55$, $U = 1 \times 10^{-11}$, $G = 3,994$, $W = 5 \times 10^{-5}$.

4. 결과 및 고찰

Fig. 3은 해석결과를 설명하기 위한 유막의 등고선상의 주요단면과 유막두께를 나타낸 그림으로 압력분포와 유막형상은 $Y = 0$ 에 대하여 각각 대칭이다. 여기서, 단면 1-1과 2-2는 각각 최소유막두께 H_m 과 $X = 0$ 에서의 최대압력이 발생하는 위치를 통과하는 구름방향단면이며, H_c 는 로울러 중앙부인 $X = Y = 0$ 에서의 유막두께이다.

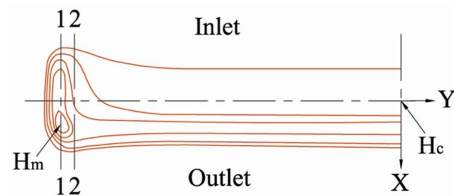


Fig. 3. Film contours for sections in contact.

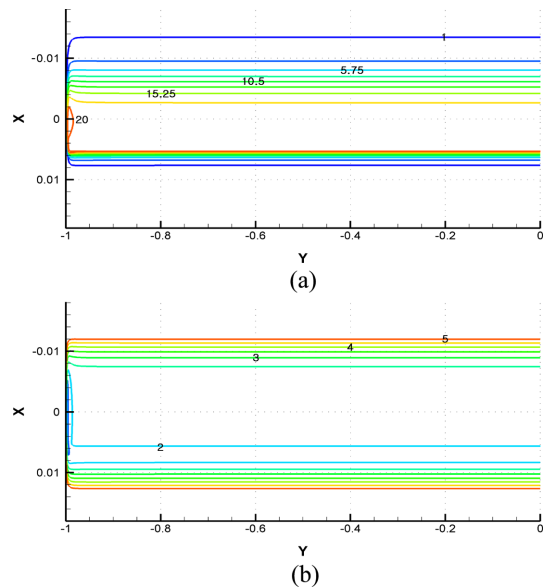


Fig. 4. Contour plots of Lundberg profile. (a) Pressure ($P \times 10^4$) and (b) film shapes ($H \times 10^5$).

Lundberg 프로파일 ($\delta=1$)인 경우의 EHL 압력과 유막의 등고선을 Y 방향으로는 축소하여 Fig. 4에 나타내었다. Y 방향으로 상당한 길이에 걸쳐서 압력분포와 유막형상이 거의 일정한 것은 프로파일링으로 인한 영향이 작은 것을 의미한다. 또한, 구름방향으로의 출구측에는 EHL의 대표적인 특징인 압력 Spike와 유막수축이 발생하고 있다. 하지만 Fig. 5에 X, Y 방향으로 동일한 비율로 나타낸 양단부 부근에서의 결과는 Fig. 4의 중앙부쪽과는 아주 큰 차이를 보이고 있다. 즉, 이곳에서 최소유막과 최대압력이 발생하며, 구름방향과 길이방향으로 이들의 크기가 급격하게 변하고 있다. 이

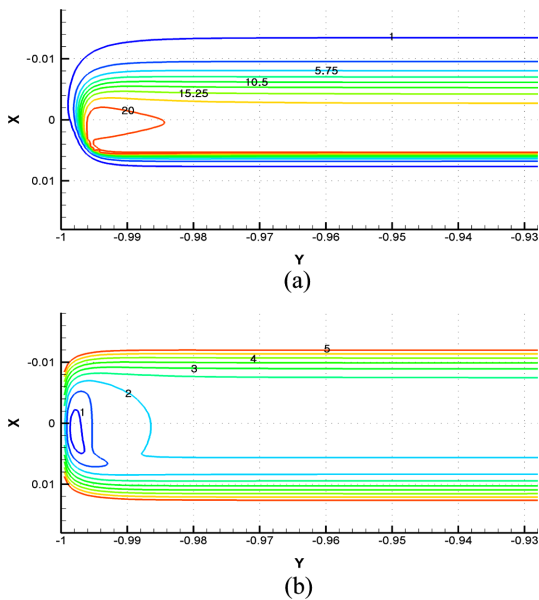


Fig. 5. Contour plots near roller edges for Lundberg profile. (a) Pressure ($P \times 10^4$) and (b) film shapes ($H \times 10^5$).

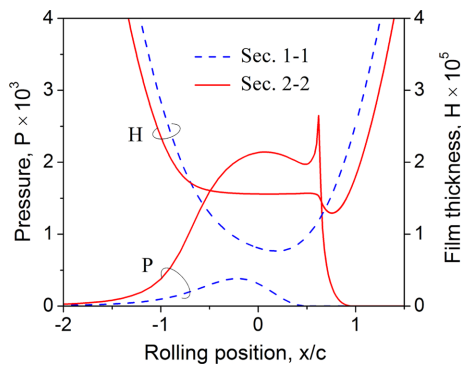


Fig. 6. Pressure profiles and film shapes for Lundberg profile in the rolling direction.

는 단면 1-1 및 2-2에서의 압력분포와 유막형상을 비교한 Fig. 6에서 더욱 쉽게 확인할 수 있다. 이와 같이 Lundberg 프로파일은 상당한 길이에 걸쳐서 EHL 압력분포와 유막형상이 변화하지 않지만 양단부에서는 유막두께가 급격하게 감소하므로 베어링에 그대로 적

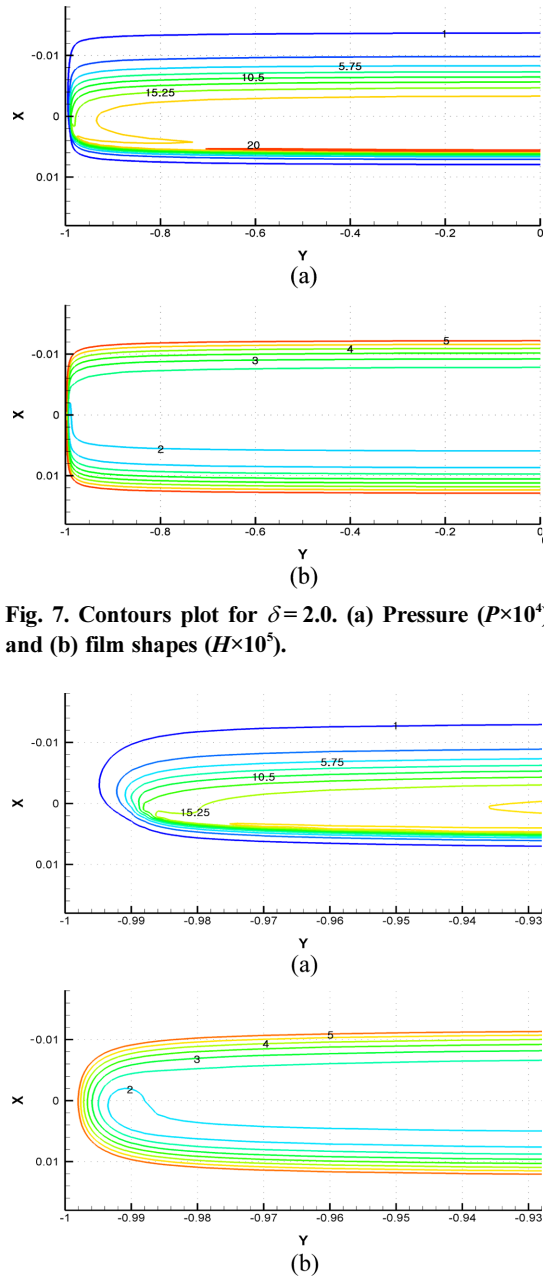


Fig. 7. Contours plot for $\delta=2.0$. (a) Pressure ($P \times 10^4$) and (b) film shapes ($H \times 10^5$).

Fig. 8. Contour plots near roller edges for $\delta=2.0$ (a) Pressure ($P \times 10^4$) and (b) film shapes ($H \times 10^5$).

용할 수가 없다. 따라서 최소유막두께가 크게 되도록 하기 위해서는 식 (6)에서 정의한 프로파일 수정계수 δ 의 값을 1 이상으로 설정하여 프로파일량을 증가시켜야한다.

Fig. 7과 Fig. 8에는 $\delta=2$ 인 경우에 대한 Fig. 4와 Fig. 5에 대응하는 압력분포와 유막형상을 각각 나타내었다. 프로파일량을 증가시키기에 따라 양단부에서 발생하는 최소유막두께의 크기는 크게 증가하였다. 반면에 윤활유의 측면유출(Side leakage)로 인하여 이 부근에서는 길이방향으로의 최대압력이 발생하지 않을 뿐만 아니라 상대적으로 EHL 압력은 크게 감소하였다. 즉, 로울러 양단부에서의 EHL 상태는 크게 완화되었다. 이러한 결과는 $\delta=1$ 과 $\delta=2$ 에 대한 $X=0$ 에서의 압력 분포와 유막형상을 비교하여 나타낸 Fig. 9에서 더욱 잘 이해할 수 있다. 반면에 Fig. 10에 나타낸 것과 같이 로울러 중앙부에서는 윤활유의 측면유출로 인하여 압력은 약간 증가하지만 유막두께는 미세하게 감소하였다.

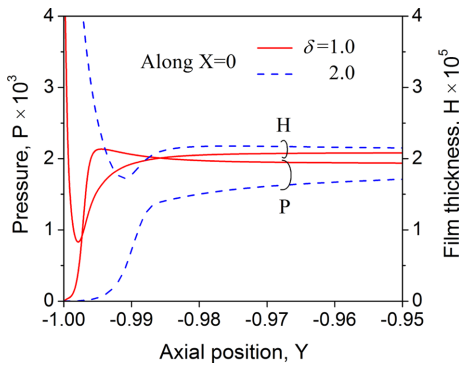


Fig. 9. Comparison of transverse pressure profiles and film shapes along $X=0$.

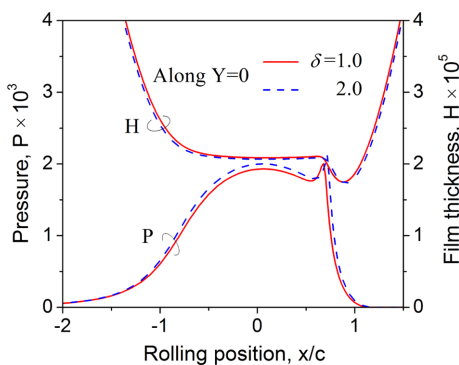


Fig. 10. Comparison of pressure profiles and film shapes along $Y=0$.

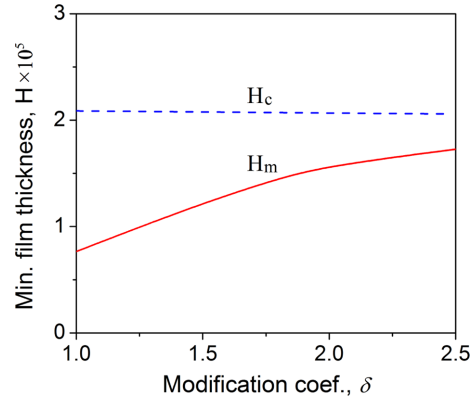


Fig. 11. Variation of the minimum and central film thicknesses with profile modification coefficient.

Fig. 11은 프로파일 수정계수 δ 의 크기에 따른 최소 유막두께 H_m 과 중앙부 유막두께 H_c 의 변화를 나타낸 결과이다. H_m 에는 δ 의 크기가 미치는 영향이 아주 크지만 H_c 에는 아주 작은 것은 로울러 길이가 반경에 비하여 상대적으로 긴 경우에 중앙부에서는 측면유출로 인한 영향이 작기 때문이다.

이상에서 고찰한 것과 같이 $\delta > 1$ 의 수정된 Lundberg 프로파일을 이용하면 로울러 양단부 부근에서 발생하는 유체압력을 완화시키고 동시에 최소유막두께를 크게 하는 최적의 프로파일 설계가 가능할 것으로 예상된다. 따라서, 본 논문의 결과는 원통형 및 테이퍼 로울러 베어링의 로울러 프로파일 설계에 사용될 수 있을 것으로 기대되며, 다양한 조건에 대한 추가연구가 요구된다.

5. 결 론

본 논문에서는 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 사용하여 길이방향 프로파일이 Lundberg형인 원통형 로울러에 대한 유한한 길이의 선접촉 EHL 문제를 성공적으로 수치해석하였다. 길이방향의 탄성접촉압력분포가 거의 균일하다고 알려진 Lundberg 프로파일에서는 로울러 양단부에서 최대압력과 최소유막이 발생하였다. 이 경우보다 프로파일량을 증가시키면 양단부에서의 최소유막두께는 크게 증가하는 반면에 EHL 압력은 감소하였다. 따라서, 프로파일 수정계수를 도입하여 수정된 Lundberg 프로파일을 이용하면 로울러 베어링의 피로수명과 부하용량을 크게 향상시킬 수 있는 최적의 프로파일 설계가 가능할 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업입(No. 2011-0014650).

Nomenclature

c	: $\delta = 1$ 경우의 Hertz 접촉반폭, $(8wR/\pi E)^{1/2}$
d	: $\delta = 1$ 경우의 Hertz 접촉부 길이
$D_{ij,kl}$: 무차원 영향계수
E	: $2/E = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$
G	: 무차원 재료변수, αE
h	: 유막두께
H	: 무차원 유막두께, h/R
H_c	: $X = Y = 0$ 에서의 무차원 유막두께
H_m	: 무차원 최소유막두께
H_o	: 유막두께식의 정의에 사용되는 임의상수
l	: 로울러 길이
L	: 무차원 로울러 길이, l/R
p	: 압력
P	: 무차원 압력, p/E
R	: $Y = 0$ 에서의 로울러 반경
S	: Lundberg형 프로파일 (Fig. 1 참조)
S_l	: Lundberg 프로파일 (Fig. 1 참조)
u	: 구름방향 평균속도
U	: 무차원 속도변수, $\eta_o u/ER$
w	: 하중
W	: 무차원 하중변수, w/ER^2
x, y	: 구름방향 및 길이방향 좌표계
X, Y	: 무차원 좌표계, $x/R, y/R$
Z	: 윤활유의 Roelands 계수
α	: 윤활유의 압력-점도 지수
δ	: Lundberg 프로파일 수정계수, S/S_l
η	: 무차원 점도, $\bar{\eta}/\eta_o$
$\bar{\eta}, \eta_o$: 대기압 및 p 에서의 윤활유 점도
ρ	: 무차원 밀도, $\bar{\rho}/\rho_o$
$\bar{\rho}, \rho_o$: 대기압 및 p 에서의 윤활유 밀도

References

[1] Lundberg, G., "Elastische Berührung zweier Halbräume," Forschung auf dem Gebiete des Inge-

nieurwesens, Vol. 10, No. 5, pp. 201-221, 1939.

- [2] Johns, P. M. and Gohar, R., "Roller Bearings under Radial and Eccentric Loads," *Tribology International*, Vol. 14, pp. 131-136, 1981.
- [3] Fujiwara, H. and Kawase, T., "Logarithmic Profile of Rollers in Roller Bearing and Optimization of the Profile," *Trans. of JSME (Part C)*, Vol. 72, pp. 3022-3029, 2006.
- [4] Skurka, J. C., "Elastohydrodynamic Lubrication of Roller Bearings," *J. of Lub. Tech.*, Vol. 92, pp. 281-291, 1970.
- [5] Dowson, D. and Higginson, G. R., "A Numerical Solution to the Elastohydrodynamic Problem," *J. of Mech. Eng. Sci.*, Vol. 1, pp. 7-15, 1959.
- [6] Wymer, D. G. and Cameron, A., "Elastohydrodynamic Lubrication of a Line Contact," *Proc. IMechE*, Vol. 188, pp. 221-231, 1973-74.
- [7] Mostofi, A. and Gohar, R., "Elastohydrodynamic Lubrication of Finite Line Contacts," *J. of Lub. Tech.*, Vol. 105, pp. 598-604, 1983.
- [8] Park, T. J. and Kim, K. W., "Elastohydrodynamic Lubrication of a Finite Line Contacts," *Wear*, Vol. 223, No. 1-2, pp. 102-109, 1998.
- [9] Kushwaha, M., Rahnejat, H. and Gohar, R., "Aligned and Misaligned Contacts of Rollers to Races in Elastohydrodynamic Finite Line Conjunctions," *Proc. IMechE, J. of Mech. Eng. Sci.*, Vol. 216, pp. 1051-1069, 2002.
- [10] Park, T. J., "Effect of Roller Profile and Misalignment in EHL of Finite Line Contacts," *Proc. of ESDA2010*, ESDA2010-24367, 2010.
- [11] Park, T. J., "Numerical Analysis of Misaligned Finite Line Contacts EHL Problem," *J. of KSTLE*, Vol. 26, pp. 263-271, 2010.
- [12] Yamashita, R., Dowson, D. and Taylor, C. M., "An Analysis of Elastohydrodynamic Film Thickness in Tapered Roller Bearings," *Tribology Series*, Vol. 32, pp. 617-637, 1997.
- [13] Park, T. J., "An Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Tapered Roller with Profiled Ends," *J. of KSTLE*, Vol. 28, No. 4, pp. 1-6, 2012.
- [14] Park, T. J., "A Finite Line Contacts EHL Analysis in a Tapered Roller Bearing," *Proc. of 18th ICT 2012*, 2012.
- [15] Liu, X. and Yang, P., "Analysis of the Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of a Finite Line Contact," *Tribology International*, Vol. 35, pp. 137-144, 2002.
- [16] Chen, X., Shen, X., Xu, W. and Ma, J., "Elastohydrodynamic Lubrication of Logarithmic Profile Roller Contacts," *Chinese J. of Mechanical Engineering*, Vol. 14, pp. 347-352, 2001.
- [17] Sun, H. and Chen, X., "Thermal EHL Analysis of

- Cylindrical Roller under Heavy Load,” *Proc. of IUTAM Sympo. on Elastohydrodynamics and Micro-elastohydrodynamics*, pp. 107-120, 2006.
- [18] Park, T. J., “Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Cylindrical Roller with Lundberg Profile,” *Proc. of 3rd ITS*, ITS2013-0034, 2013.
- [19] Roelands, J. A., “Correlation Aspects of Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils,” Ph. D. Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands, 1966.