

논문 2013-50-1-34

# 전달정렬의 속도정합에 대한 지렛대 거리 오차의 가관측성 분석

(Observability Analysis of a Lever Arm Error for Velocity Matching in Transfer Alignment)

양 철 관\*, 심 덕 선\*

(Cheol-Kwan Yang and Duk-Sun Shim)

## 요 약

본 논문에서는 관성항법시스템의 전달정렬시 속도정합 알고리즘에 대하여 지렛대 거리 오차의 가관측성 분석을 수행하였다. 이를 위해 지렛대 거리 오차를 포함한 칼만필터 상태 변수를 모델링하였고 측정 방정식을 구성하였다. 가관측성 분석 방법으로는 SOM을 이용하였고 다양한 항체의 운항 조건들에 대하여 가관측성 분석을 수행하였다. 기존의 지렛대 거리 오차를 포함한 가관측성 분석 기법들은 시뮬레이션을 통한 분석이 주를 이룬 반면에 본 논문에서는 상태 변수들이 완전 가관측하기 위한 항체의 운항 조건을 해석적으로 제시하였다. 그리고 시뮬레이션을 수행하여 분석 결과를 검증하였다.

## Abstract

This paper considers the transfer alignment in the inertial navigation system and the observability analysis is performed for velocity matching. The state variable of the Kalman filter is modeled including the lever arm error and the measurement equation is obtained. The SOM(Stripped Observability Matrix) method is used for the observability analysis for various maneuvering conditions of the vehicle, which gives the full state observability condition as a specific maneuver sequence of the vehicle. While the observability analysis of a lever arm effect in the existing papers is mainly performed by simulations, we performed it analytically by the observability analysis method. The analysis result is verified using the computer simulations.

**Keywords :** INS, Transfer Alignment, Velocity Matching, Observability, Lever Arm Error

## I. 서 론

전달정렬(Transfer Alignment) 기법이란 상대적으로 정확도가 높은 주 INS(Inertial Navigation System)의 항법 정보들(위치, 속도, 자세 등)을 이용하여 상대적으

로 정확도가 떨어지는 종 INS의 오차를 보정하는 기법으로써 주로 확장형 칼만필터를 이용한 정합 방법(Matching Method)을 이용한다. 이 때 정합에 사용된 정보(위치, 속도, 자세, 각속도, 가속도등)에 따라 여러 전달정렬 기법이 나누어지는데 일반적으로 주 INS와 종 INS의 속도 정보를 이용하는 속도정합(Velocity Matching) 방법이 가장 널리 사용되고 있다<sup>[1~4]</sup>. 속도정합은 동체(body)의 진동(vibration)으로 인한 영향이 작으며 또한 관성 센서 오차와 자세 오차 추정 성능이 우수하다는 장점이 있다. 하지만 속도 정합을 적용하기 위해서는 반드시 지렛대 효과(lever arm effect)를 보상

\* 정회원, 중앙대학교 전자전기공학부  
(School of Electrical and Electronic Engineering,  
Chung-Ang University)

※ 이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임  
(No. 2010-0014697).

접수일자: 2012년11월13일, 수정완료일: 2013년1월2일

해야 한다. 여기서 지렛대 효과란 주 INS의 동체 좌표계와 중 INS의 동체 좌표계가 물리적인 거리 차이로 인하여 항체가 회전 운동을 하는 경우에 주 INS와 중 INS의 속도 값이 서로 달라지는 현상이다. 특히, 항체의 변형이 발생하면 지렛대 거리 오차(lever arm error)가 존재하게 됨으로 적용 대상 시스템에 따라 지렛대 거리 오차를 고려해야 하는 경우들이 많이 있다. 지렛대 거리 오차를 포함한 속도 정합을 이용하기 위해서는 반드시 가관측성 분석을 수행하여서 지렛대 거리 오차가 완전 가관측하기 위한 운항 조건을 구해야 한다.

기존의 전달정렬의 가관측성 관련 논문들에서는 주로 지렛대 거리 오차 영향을 분석하기 위해서 시뮬레이션을 수행하여 분석한 반면에 본 논문에서는 지렛대 거리 오차를 1차로 모델링하여 칼만필터에 상태 변수로 추가한 후 가관측성 분석을 수행하여 완전 가관측하기 위한 운항 조건을 해석적으로 구하였다. 이 때 고려한 칼만필터의 상태 변수들로는 속도 오차, 자세 오차, 가속도계 센서의 바이어스 및 환산 계수 오차, 자이로 센서의 바이어스 및 환산 계수 오차 그리고 지렛대 거리 오차 등의 21차이고 칼만필터의 측정치로는 3채널 속도 정보를 이용하였다. 그리고 지렛대 효과는 주INS에서 보상하는 것으로 하였다. 이는 주 INS의 항법 정보들이 중 INS의 항법 정보들 보다 정확도가 높기 때문이다.

본 논문에서 사용한 가관측성 분석 기법으로는 1990년대 초반에 나온 가관측성 분석 기법인 SOM(Stripped Observability Matrix) 기법을 이용하였는데 이는 구성하는 식들이 간결하여 해석적으로 분석하기에 용이하다는 장점이 있다<sup>[5~7]</sup>. 이러한 분석 기법을 이용하여 21차의 상태 변수들 각각이 가관측하기 위한 운항 조건들을 분석하며 또한 모든 상태 변수들이 가관측하기 위한 운항 조건을 해석적으로 분석하였다. 이 때 사용된 항체의 운항 조건으로는 정지, 순항, 선형가속, 자세 변화, 회전등이며 또한 이러한 각각의 운항 조건들을 조합한 경우들이다. 기존의 논문들에서는 지렛대 거리 오차가 있는 경우 가관측성 분석방법들이 주로 시물레 또한 본 논문에서는 해석적인 가관측성 분석뿐만 아니라 시물레이션을 통하여 이러한 해석적인 가관측성 분석을 검증하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 전달정렬 기법 중 속도 정합에 대하여 소개하며 III장에서는 속도 정합에 대한 가관측성 분석을 한다. IV장에서는 속도정

합에 대한 Matlab 시뮬레이션을 수행하고 V장에서는 결론을 맺는다.

본 논문에서 사용된 기호는 다음과 같다.

$L, l, h$ : 위도, 경도, 고도

$V^n = [V_N \ V_E \ V_D]^T$ : NED 항법 좌표계에서 표시된 항체의 속도

$v^b$ : 항체의 동체 좌표계(body frame : x,y,z)에서 표시된 항체의 속도

$C_b^n$ : 동체 좌표계에서 NED 항법 좌표계로의 변환 방향 코사인 행렬

$\omega_{xy}^z$ : z 좌표계에서 표현된 x에 대한 y의 회전률(rotation rate). 여기서 x,y,z는 i, b, e, n중 하나가 될 수 있다. i는 관성 좌표계, b는 동체 좌표계, e는 지구고정좌표계(ECEF) 그리고 n은 항법 좌표계.

$\Omega$ : 지구 자전 각속도 상수(WGS84 : 7.2921151467e-5 rad/s)

$G$ : WGS84에서 정의된 중력 벡터

$f^x$ : x좌표계에서 표현된 관성 좌표계에 대한 가속도

$\phi, \theta, \psi$ : 동체 좌표계에서 NED 항법 좌표계로의 회전을 나타내는 Euler 각으로써 각각 롤각, 피치각, 요(방위)각이다.

$R_m, R_t$ : 지구 단반경, 지구 장반경

$\delta V = [\delta V_N, \delta V_E, \delta V_D]^T$ : NED 항법 좌표계에서의 속도 오차

$\delta \Phi = [\delta \phi, \delta \theta, \delta \psi]^T$ : 자세 오차(롤각, 피치각, 요각)

w: 공정 백색 잡음(system process noise)

v: 측정 백색 잡음(measurement noise)

$\delta a_B = [\delta a_{BX} \ \delta a_{BY} \ \delta a_{BZ}]^T$ : 동체좌표계에서 표현된 가속도계 바이어스 오차

$\delta g_B = [\delta g_{BX} \ \delta g_{BY} \ \delta g_{BZ}]^T$ : 동체좌표계에서 표현된 자이로 부유(drift) 오차

$\delta a_{SF} = [\delta a_{SFX} \ \delta a_{SFY} \ \delta a_{SFZ}]^T$ : 동체좌표계에서 표현된 가속도계 환산 계수 오차(scale factor error)

$\delta g_{SF} = [\delta g_{SFX} \ \delta g_{SFY} \ \delta g_{SFZ}]^T$ : 동체좌표계에서 표현된 자이로 환산 계수 오차

r: 동체좌표계에서 표현된 지렛대 거리 벡터(lever

arm vector)

$\delta r$ : 동체좌표계에서 표현된 지렛대 거리 오차(lever arm error)

구 자전 각속도

$r^M$ : 체계 GPS/INS의 동체 좌표계에서 표현된 지렛대 거리 벡터(lever arm vector)

## II. 속도정합(Velocity Matching)

여러 전달정렬 알고리즘 중에서 속도 정합은 가장 널리 사용되고 있는 기법중 하나이다. 이는 속도정합이 동체의 진동(vibration)에 대하여 영향이 작으며 자세 및 센서 오차 추정 성능이 우수하다는 특징이 때문이다. 그러나 항체의 변형(flexure)이 발생했을 경우에는 지렛대 거리 오차가 발생하고 이때 항체의 회전 각속도 값이 클 경우 지렛대 거리 오차의 영향이 크게 발생한다. 따라서 지렛대 거리 오차가 존재하는 환경에서는 이를 보상하기 위한 방법을 강구해야 한다. 본 논문에서는 지렛대 거리 오차를 보상하기 위하여 이를 랜덤 상수로 모델링하여 칼만필터의 상태 변수로 추가하였다. 구체적인 칼만필터의 상태 방정식은 다음 장에서 소개한다. 그림 1은 본 논문에서 구현한 속도 정합에 대한 전체적인 블록도이다.

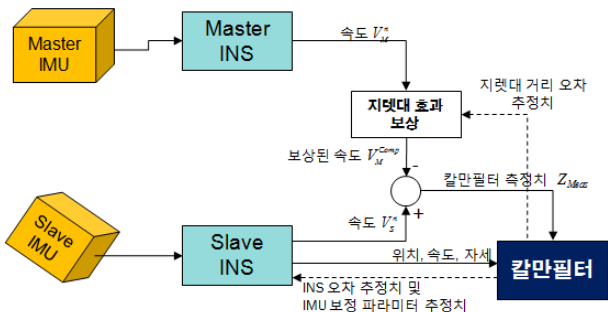


그림 1. 속도정합의 블록도  
Fig. 1. Block Diagram of the Velocity Matching.

여기서  $V_M^{Comp}$ 는 주 INS의 속도 정보에 지렛대 효과를 보정한 값으로써 식(1)과 같다.

$$V_M^{Comp} = V_M^n + C_M^n [(\omega_{iM}^M - \omega_{ie}^M) \times r^M] \quad (1)$$

$V_M^n$ : 주 INS의 NED 항법좌표계에서 계산된 속도

$C_M^n$ : 주 INS의 방향 코사인 행렬

$\omega_{iM}^M$ : 주 INS의 동체 좌표계에서 표현된 주 IMU(inertial)의 자이로 출력

$\omega_{ie}^M$ : 체계 GPS/INS의 동체 좌표계에서 표현된 지

주 INS의 데이터들이 종 INS의 데이터들보다 정확도가 높으므로 그림 1과 같이 주 INS의 속도 측정치에 대하여 지렛대 효과를 보상하는 것이 유리하다.

### 1. 칼만필터의 오차방정식

일반적으로 속도정합에 사용되는 방법으로 확장형 칼만필터(Extended Kalman Filter)를 이용한다. 이 때 칼만필터의 상태 변수로는 속도오차, 자세오차, 센서 바이어스 및 확산계수 오차등이고 측정값으로는 3채널 속도값을 이용한다. 본 논문에서는 여기에 지렛대 거리 오차항을 랜덤 변수로 모델링하여 상태변수로 추가하고 또한 측정방정식에 이를 반영시켰다. 구체적인 내용은 다음과 같다.

항법좌표계에서의 항체의 속도는 종 INS의 동체좌표계에서 측정된 가속도계 측정치인 비력  $f^b$ 를 이용하여 식 (2)를 적분함으로써 구할 수 있으며, 자세는 식 (3)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n + G^n \quad (2)$$

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (3)$$

여기서  $\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_b^n (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n)$ ,  $\Omega_{nb}^b = \omega_{nb}^b \times$ ,  $C_b^n = C_b^{nT}$ 이다.

그리고 주 INS와 종 INS가 서로 떨어져 있기 때문에 항체가 회전을 하는 경우 두 속도 정보는 달라지는데 이를 지렛대 효과라고 하며 두 INS의 속도 관계식은 식 (4)와 같다.

$$V_S^n = V_M^n + C_M^n [(\omega_{iM}^M - \omega_{ie}^M) \times r^M] + C_M^n \frac{dr^M}{dt} \quad (4)$$

여기서  $\omega_{iM}^M$ 와  $\omega_{ie}^M$ 은 각각 주 INS의 동체좌표계에서 표현된 주 IMU의 각속도 측정치와 계산된 지구 자전 각속도 벡터이다. 여기서 동체의 진동이 매우 작으면 식 (4)의 항들 중  $\frac{dr^M}{dt}$  항을 무시할 수 있으며 본 논문에서는 이를 무시하였다.

속도와 자세 계산에 자이로와 가속도계 오차와 계산 오차들이 포함되고 동체의 변형(flexure)에 의해 지렛대 거리 오차가 발생하였을 경우를 가정하고, 섭동기법(perturbation method)을 이용하여 선형 오차 방정식을 유도하면 다음과 같다<sup>[8]</sup>.

$$\begin{aligned} \delta \dot{V} &= -2(\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V + f^n \times \delta \Phi + \\ &C_b^n [\delta a_B + \text{diag}(f^b) \delta a_{SF}] \\ \delta \dot{\Phi} &= \Gamma \delta V - \omega_{in}^n \times \delta \Phi + \\ &C_b^n [\delta g_B + \text{diag}(\omega_{ib}^b) \delta g_{SF}] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{a}_B &= 0, \quad \delta \dot{g}_B = 0, \quad \delta \dot{a}_{SF} = 0, \\ \delta \dot{g}_{SF} &= 0, \quad \delta \dot{r} = 0 \end{aligned}$$

여기서  $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1/(R_t + h) & 0 \\ -1/(R_m + h) & 0 & 0 \\ 0 & -\tan L/(R_t + h) & 0 \end{bmatrix}$  이고

$\text{diag}(a)$ 는 벡터  $a$ 를 대각행렬로 변환한 행렬이다.

식 (5)를 칼만필터의 상태방정식 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$\Delta \dot{x} = F \Delta x + w \quad (6)$$

여기서  $\Delta x$ 와  $F$ 는 다음과 같고  $w$ 은 공정잡음(process noise)이다.

$$\Delta x = [\delta V^T \quad \delta \Phi^T \quad \delta a_B^T \quad \delta a_{SF}^T \quad \delta g_B^T \quad \delta g_{SF}^T \quad \delta r^T]^T$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & C_b^n & F_{14} & 0 & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{22} & 0 & C_b^n & F_{26} & 0 & 0 \\ & & & & & & 0_{15 \times 21} \end{bmatrix}$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D & -\Omega_E \\ -\Omega_D & 0 & \Omega_N \\ \Omega_E & -\Omega_N & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -f_D & f_E \\ f_D & 0 & -f_N \\ -f_E & f_N & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{14} = C_b^n \text{diag}(f^b)$$

$$F_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1/(R_t + h) & 0 \\ -1/(R_m + h) & 0 & 0 \\ 0 & -\tan L/(R_t + h) & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{22} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_D & -\omega_E \\ -\omega_D & 0 & \omega_N \\ \omega_E & -\omega_N & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{26} = C_b^n \text{diag}(\omega_{ib}^b)$$

$$\Omega_N = (2\Omega + \dot{l}) \cos L, \quad \Omega_E = -\dot{L},$$

$$\Omega_D = -(2\Omega + \dot{l}) \sin L$$

$$\omega_N = (\Omega + \dot{l}) \cos L, \quad \omega_E = -\dot{L},$$

$$\omega_D = -(\Omega + \dot{l}) \sin L$$

## 2. 칼만필터의 측정 방정식

주 INS에서 계산되는 항체 속도에는 오차가 없다고 가정하면 종 INS에서 계산되는 항체의 속도( $V_S^n$ )와 기준이 되는 주 INS의 항체속도( $V_M^{Comp}$ )의 차는 칼만필터의 측정치( $Z_{Meas}$ )로 사용되며 이를 방정식으로 나타내면 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} Z_{Meas} &= V_S^n - V_M^{Comp} \\ &= \delta V - C_M^n [(\omega_{iM}^M - \omega_{ie}^M) \times] \delta r + v \\ &= H \Delta x + v \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $H = [I_3 \quad 0_{3 \times 15} \quad \Lambda]$  이고  $\Lambda$ 는 지렛대 거리 오차와 관련된 식으로 식 (4)로부터  $\Lambda = -C_M^n [(\omega_{iM}^M - \omega_{ie}^M) \times]$ 이다. 그리고  $(a) \times$ 는 벡터  $a$ 의 교대행렬(skew symmetric matrix)이고  $v$ 는 측정 잡음(measurement noise)이다.

## III. 속도정합에 대한 가관측성 분석

상태변수를 추정하는 칼만필터의 성능은 시스템이 완전 가관측하면 공정 잡음과 측정 잡음에만 의존하게 되지만, 시스템이 완전 가관측하지 못하면 잡음크기를 무시할 수 있다 하여도 상태변수를 정확히 추정할 수 없다. 따라서 동적시스템의 상태변수를 추정하는 칼만필터의 성능을 분석하기 위해서는 시스템의 가관측성 분석이 매우 중요하다. 본 연구에서 사용한 가관측성 분석 기법은, 1990년대 초반에 나온 가관측성 분석 기법인 SOM(Stripped Observability Matrix) 기법을 이용하였는데 이는 구성하는 식들이 간결하여 해석적으로 분석하기에 용이하다는 장점이 있다. 이 분석 기법을 이용하여 21차의 상태 변수들이 각각 가관측하기 위한 운항 조건들을 분석하며 또한 모든 상태 변수들이 가관측하기 위한 운항 조건을 해석적으로 분석하였다. 이때 사용된 항체의 운항 조건으로는 정지, 순항, 선행가속, 자세 변화, 회전등이며 또한 이러한 각각의 운항 조

건들을 조합한 경우들이다.

가관측성 분석 기법인 SOM 기법은 다음과 같은 가관측 행렬  $O_{SOM}$ 를 구성한 후 행렬의 계수(rank)를 조사하는 방식이다.

$$O_{SOM}^T = [H^T (HF)^T (HF^2)^T \dots (HF^{m-1})^T]^T \tag{8}$$

따라서 식 (6), (7)의 시스템 행렬  $F$ 와 측정 행렬  $H$ 에 대하여 식 (8)을 구하면 식 (9)와 같이 가관측 행렬  $O_{SOM}$ 이 얻어진다.

$$O_{SOM} = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M \\ F_{11} & F_{12} & C_b^m & F_{14} & 0 & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{22} & 0 & 0 & C_b^m & F_{26} & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

속도정합을 수행하는데 있어서 초기 상태를 정지 상태, 순항 상태, 선행 가속 상태로 나누어 각각의 상태에 대한 가관측성을 분석한 결과는 표 1과 같다. 분석 결과 이러한 세 가지 운항 조건에서는 상태변수들 대부분이 조합된 형태로 가관측함을 알 수 있다. 그리고 항체가 순항 혹은 가속 조건만으로는 자이로의 환산계수 오차를 추정하지 못함을 알 수 있었고 지렛대 거리 오차로 인하여 속도 오차 항이 분리가 되지 않음을 알 수

있다. 또한 항체가 정지 시에는 지렛대 거리 오차항이 가관측하지 않음을 알 수 있다.

다음으로 항체의 운항 조건들이 조합된 형태일 경우에 가관측성을 분석하면 다음과 같다. 먼저 항체가 순항 후 선행가속일 경우 가관측 행렬  $O_{SOM}$ 을 구하면 식 (10)과 같으며 가관측한 항의 개수가 12개로 증가하지만 대부분의 오차항들이 분리가 되지 않고 조합된 형태로 가관측하였다.

$$O_{SOM} = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M \\ F_{11} & F_{12} & C_b^m & F_{14} & 0 & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{22} & 0 & 0 & C_b^m & 0 & 0 \\ 0 & \Delta F_{12} & 0 & \Delta F_{14} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\text{여기서 } \Delta F_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & f_E \\ 0 & 0 & -f_N \\ -f_E f_N & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta F_{14} = \begin{bmatrix} f_N & 0 & 0 \\ 0 & f_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

다음으로 항체가 순항 후 두 번의 선행가속 운동을 하는 경우에 가관측 행렬은 식 (11)과 같으며 이 경우에도 가관측항의 개수는 14개로 증가하지만 대부분의 오차항들이 분리가 되지 않고 조합된 형태로 가관측하였다. 그러나 자세 오차만은 분리되어 가관측하였다.

표 1. 가관측성 분석 결과  
Table 1. Observability Analysis Results.

		가관측항(조합 형태)	Rank
정지		$\delta V_N, \delta V_E, \delta V_D, g\delta\theta + \delta a_{BX}, -g\delta\phi + \delta a_{BY}, \delta a_{BZ} - g\delta a_{SFZ}, \omega_D\delta\theta + \delta g_{BX} + \Omega\sin(L)\delta g_{SFY},$ $-\omega_D\delta\phi + \omega_N\delta\psi + \delta g_{BY} - \Omega\sin(L)\delta g_{SFZ} - \Omega\cos(L)\delta g_{SFZ}, -\omega_N\delta\theta + \delta g_{BZ} + \Omega\cos(L)\delta g_{SFY}$	9
순항		$\delta V_N + \Omega\sin(L)\delta r_Y, \delta V_E - \Omega\sin(L)\delta r_X - \Omega\cos(L)\delta r_Z, \delta V_D + \Omega\cos(L)\delta r_Y, g\delta\theta + \delta a_{BX},$ $-g\delta\phi + \delta a_{BY}, \delta a_{BZ} - g\delta a_{SFZ}, \omega_D\delta\theta - \omega_E\delta\psi + \delta g_{BX}, -\omega_D\delta\phi + \omega_N\delta\psi + \delta g_{BY},$ $\omega_E\delta\phi - \omega_N\delta\theta + \delta g_{BZ}$	9
선행 가 속	N	$\delta V_N + \Omega\sin(L)\delta r_Y, \delta V_E - \Omega\sin(L)\delta r_X - \Omega\cos(L)\delta r_Z, \delta V_D + \Omega\cos(L)\delta r_Y,$ $g\delta\theta + \delta a_{BX} + f_N\delta a_{SFZ}, -g\delta\phi - f_N\delta\psi + \delta a_{BY}, f_N\delta\theta + \delta a_{BZ} - g\delta a_{SFZ},$ $\omega_D\delta\theta - \omega_E\delta\psi + \delta g_{BX}, -\omega_D\delta\phi + \omega_N\delta\psi + \delta g_{BY}, \omega_E\delta\phi - \omega_N\delta\theta + \delta g_{BZ}$	9
	E	$\delta V_N + \Omega\sin(L)\delta r_Y, \delta V_E - \Omega\sin(L)\delta r_X - \Omega\cos(L)\delta r_Z, \delta V_D + \Omega\cos(L)\delta r_Y,$ $g\delta\theta + f_E\delta\psi + \delta a_{BX}, -g\delta\phi + \delta a_{BY} + f_E\delta a_{SFY}, -f_E\delta\phi + \delta a_{BZ} - g\delta a_{SFZ},$ $\omega_D\delta\theta - \omega_E\delta\psi + \delta g_{BX}, -\omega_D\delta\phi + \omega_N\delta\psi + \delta g_{BY}, \omega_E\delta\phi - \omega_N\delta\theta + \delta g_{BZ}$	9
	N + E	$\delta V_N + \Omega\sin(L)\delta r_Y, \delta V_E - \Omega\sin(L)\delta r_X - \Omega\cos(L)\delta r_Z, \delta V_D + \Omega\cos(L)\delta r_Y,$ $g\delta\theta + f_E\delta\psi + \delta a_{BX} + f_N\delta a_{SFZ}, -g\delta\phi - f_N\delta\psi + \delta a_{BY} + f_E\delta a_{SFY}, -f_E\delta\phi + f_N\delta\theta + \delta a_{BZ} - g\delta a_{SFZ},$ $\omega_D\delta\theta - \omega_E\delta\psi + \delta g_{BX}, -\omega_D\delta\phi + \omega_N\delta\psi + \delta g_{BY}, \omega_E\delta\phi - \omega_N\delta\theta + \delta g_{BZ}$	9

$$O_{SOM} = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M \\ F_{11} & F_{12} & C_b^n & F_{14} & 0 & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{22} & 0 & 0 & C_b^n & 0 & 0 \\ 0_{5 \times 3} & E_{12} & 0_{5 \times 3} & E_{14} & 0_{5 \times 3} & 0_{5 \times 3} & 0_{5 \times 3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서  $E_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $E_{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

다음으로 항체가 순항 후 순간적으로 자세변화(Roll 변화)를 한 후에 다시 순항하는 경우에 대하여 가관측성 행렬을 구하면 식 (12)와 같다. 이 때 가관측항의 개수는 15로 증가하지만 대부분의 오차항들이 분리가 되지 않고 조합된 형태로 가관측하였다.

$$O_{SOM} = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & M_\phi \\ F_{11} & F_{12} & I_3 & F_{14} & 0 & 0 & 0 \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & \Delta \widetilde{C}_b^n & \Delta \widetilde{F}_{14} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \\ F_{21} & F_{22} & 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & \Delta \widetilde{C}_b^n & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서  $M_\phi = \begin{bmatrix} 0 \cos \phi - 1 & \sin \phi \\ 0 & \sin \phi & -(\cos \phi - 1) \end{bmatrix}$ ,  
 $\Delta \widetilde{F}_{14} = \begin{bmatrix} 0 g \sin \phi \cos \phi & -g \sin \phi \cos \phi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  
 $\Delta \widetilde{C}_b^n = \begin{bmatrix} 0 \cos \phi - 1 & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & -(\cos \phi - 1) \end{bmatrix}$ .

그리고 항체가 순항 후 두 번의 자세 변화가 있는 경우에 대하여 가관측 분석을 수행하면 자이로 환산계수 오차를 제외한 모든 상태변수들이 분리되어 가관측하게 됨을 알 수 있었고 자이로의 환산계수 오차가 가관측하기 위한 조건은 회전축이 다른 두 번의 각속도가 있어야 됨을 알 수 있었다. 결론적으로 21개의 상태 변수들이 모두 가관측하기 위해서는 두 번의 자세 변화와 두 번의 각속도가 있어야 함을 알 수 있었다. 그리고 속도 정합의 가관측성은 항체의 속도변화보다는 자세 변화에 민감함을 알 수 있었다.

#### IV. 시뮬레이션

본 논문에서는 앞 절에서 구한 가관측성 분석 결과를 검증하기 위하여 Matlab INS 툴박스를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 조건 및 결과는 다음

과 같다.

##### 1. 시뮬레이션 조건

본 논문에서는 앞 절에서 구한 가관측성 분석 결과를 검증하기 위해서 그림 2와 같이 총 7 단계의 운항 조건을 설정하였다. 항체는 30초간 400노트(knot)로 순항 후 30초간 고도 상승(피치각:5[deg])을 한다. 이어서 30초간 다시 순항 후에 92초간 반시계 방향으로 회전 운항을 한 후 다시 30초간 순항을 한다. 마지막으로 20초간 하강(피치각:-3[deg]) 운항을 한 후에 30초간 순항을 한다. 그리고 종 INS의 초기 오차 값으로는 위치오차가 N, E, D 세 축 모두 10[m]이고, 속도오차는 N, E, D축 각각이 1[m/s], -1[m/sec], 1.2[m/sec]이다. 그리고 자세 오차는 롤각, 피치각, 방위각이 각각 3[deg], -3[deg], 5[deg]이다. 센서 오차는 동체 좌표계의 x, y, z 세 축 모두에 대하여 가속도계 바이어스 오차가 300[μg], 환산계수오차는 300[ppm]이고 자이로 바이어스 오차는

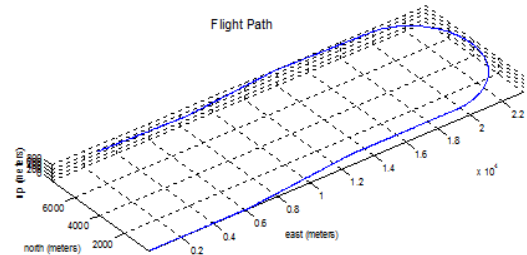
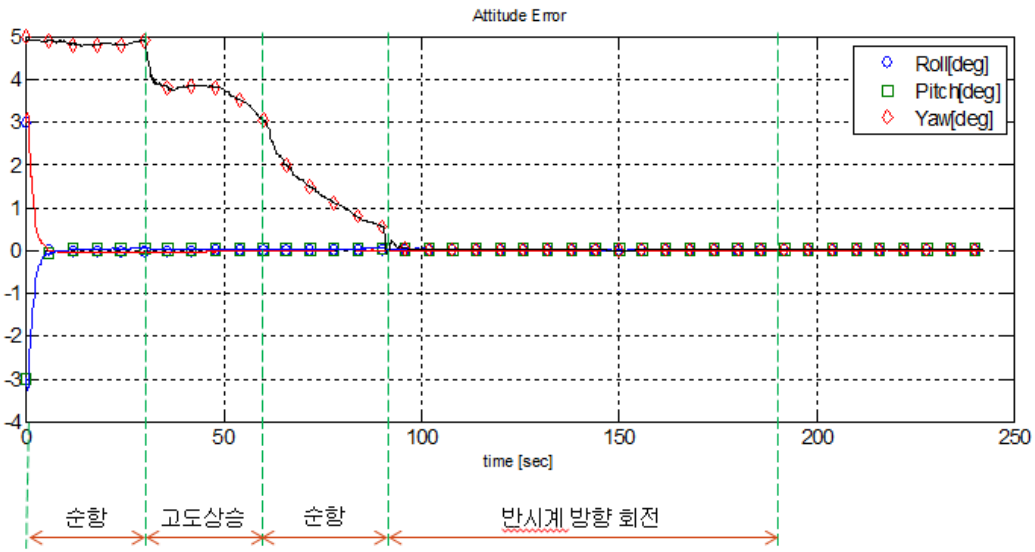


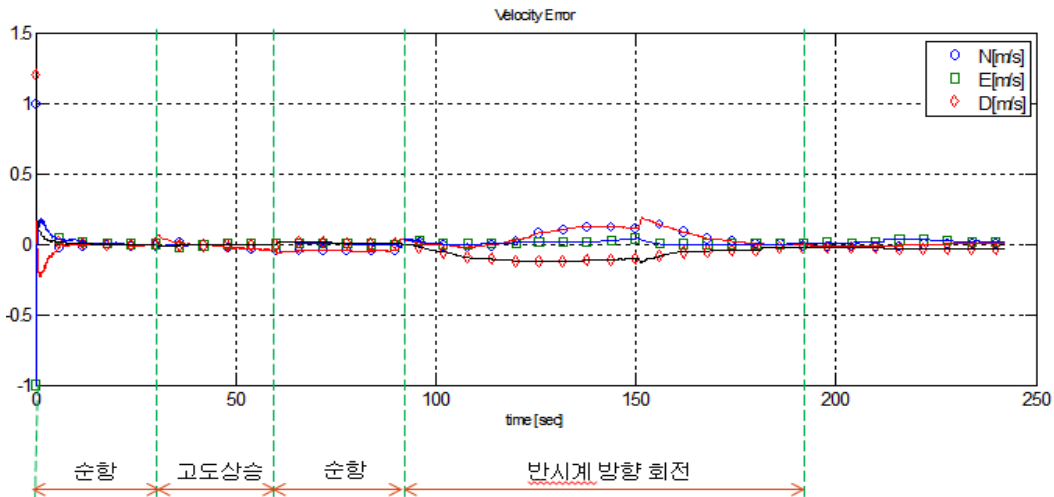
그림 2. 항체의 운항 궤적  
Fig. 2. Flight Path of a Vehicle.

표 2. 칼만필터의 초기 공분산 값  
Table 2. Initial Covariance value of the Kalman Filter.

EKF Covariance Value(1σ)			
Specification of States			
No.	States	P0(1σ)	Q(1σ)
1	Velocity Error(NED)	1 m/sec	0
2	Angle Error(Roll, Pitch)	3 deg	0
	Angle Error(Yaw)	5 deg	0
3	Accelerometer Bias	300 g	30 g
4	Acc. Scale Factor Error	300 ppm	0
5	Gyro Bias	1 deg/hr	0.1deg/hr <sup>1/2</sup>
6	Gyro Scale Factor Error	100 ppm	0
7	Lever Arm Error	0.1 m	0
Specification of Measurement			
No.	Measurements	R(1σ)	
1	Velocity Measurement Error	0.25m/sec	



(a) 자세 추정 오차  
(a) Attitude Estimation Error



(b) 속도 추정 오차  
(b) Velocity Estimation Error

그림 3. 자세 및 속도 추정 오차  
Fig. 3. Attitude and Velocity Estim.

1[deg/hr], 환산계수오차는 100[ppm]이다. 그리고 지렛대 거리오차는 세 축 모두 0.1[m]이다. 그리고 항법 계산 주기는 100Hz이고 칼만필터 갱신 주기는 50Hz이다. 또한 칼만필터의 초기 오차 공분산, 공정잡음, 측정잡음에 대한 표준편차(1 $\sigma$ ) 값은 표 2와 같다.

2. 시뮬레이션 결과

그림 3-(a)는 자세 오차를 추정한 결과이며 처음 30

초간 순항을 하는 경우에는 롤각과 피치각 자세 오차의 추정이 10초 이내에 빠르게 이루어지지만 방위각(요각)의 추정은 이루어지지 않음을 알 수 있다. 그러나 항체가 30초에 급격히 고도 상승(피치각:5[deg])을 하면서 방위각 자세의 추정이 순간적으로 추정이 이루어지지만 고도 상승하는 30초간 완만하게 이루어지다가 다시 60초에 항체가 순항을 하면서 보다 더 급격하게 추정이 이루어지고 있음을 알 수 있다. 이후 항체가 회전 운동

을 하는 경우 급격하게 방위각 자세 오차 추정이 되고 있음을 알 수 있으며 정확도가 0.02[deg]로 매우 높음을 알 수 있다. 이는 항체의 운항 속도가 400노트로 매우 높은 상황에서 회전 운동을 하게 되면 항법 좌표계의 N, E축 가속도 값이 매우 크게 변하기 때문이다. 다음으로 그림 3-(b)는 속도 오차 추정 성능을 나타낸 것으로 항체가 순항을 하는 경우에는 N, E, D축 속도 오차 추정이 매우 빠르게 이루어진다. 그러나 90초에서 항체가 회전 운항을 하면서 속도 오차가 증가하는데 이는 지렛대 거리 오차의 영향 때문이다. 그러나 150초에서는 속도 오차가 다시 감소하기 시작하는데 이는 지렛대 거리 오차에 대한 추정이 이루어지기 시작해서 지렛대 효과 보상이 조금 더 잘 이루어지기 때문이다. 이 결과들로부터 속도정합은 자세 오차를 추정하는데 있어서 자세각 변화보다는 가속도의 변화가 더 중요함을 알 수 있으며 속도 오차를 추정하기 위해서는 지렛대 거리 오차를 추정해야 하는데 이를 위해서는 항체의 회전 운항이 필요함을 알 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 지렛대 거리 오차를 포함한 속도정합 알고리즘에 대하여 가관측성 분석과 시뮬레이션을 수행하여 성능을 비교 분석하였다. 분석 방법으로는 항체의 여러 운항 조건에 따른 칼만필터의 상태 변수들의 가관측성분석과 시뮬레이션을 통한 성능 분석을 하였다.

가관측성 분석 결과 항체가 정지 시에는 지렛대 거리 오차가 가관측하지 않으며 순항 또는 선형 가속 시에는 지렛대 거리 오차와 속도 오차 항이 조합된 형태로 가관측하였다. 또한 순항 후 선형 가속 시에는 자세 오차가 분리되어 가관측하였으나 다른 상태 변수들이 분리되지 않고 조합된 형태로 가관측하였다. 순항 후 두 번의 선형 가속에서는 14개의 상태 변수들이 조합된 형태로 가관측하였고 순항하면서 2번 이상의 자세 변화가 있는 경우에는 자이로의 환산 계수 오차를 제외한 18개의 상태 변수들이 분리되어 가관측하였고 두 번의 자세 변화와 회전축이 다른 두 번의 회전 운동이 있는 경우에는 21개의 상태변수들이 모두 가관측하였다.

다음으로 속도정합 시뮬레이션 분석 결과를 보면 N, E, D축 속도 오차 추정 성능은 항체가 정지해 있거나 순항하고 있는 경우에 속도 오차 추정이 높은 정확도로

10초 이내에 이루어졌으며 롤각, 피치각 자세 오차 추정 성능 또한 항체의 운항조건에 관계없이 우수하였다. 그러나 방위각 자세 오차의 경우는 항체가 정지 혹은 순항일 때 추정이 이루어지지 않다가 선형 속도 변화(선형 가속도)가 있는 경우에 추정이 급격하게 이루어졌으며 특히 선형 속도 변화가 클수록 방위각 자세 오차 추정 정확도가 향상되었다. 그러나 단순한 순간적인 자세 변화에 대해서는 방위각 자세 오차 추정이 완만하게 이루어지며 정확도 또한 매우 낮은 반면에 항체가 회전 운동을 하는 경우에는 급격하게 방위각 자세 오차 추정이 이루어지고 정확도 또한 매우 향상되었다. 이러한 결과들로부터 항체의 자세 오차 추정 성능은 선형 속도 변화가 클수록 향상되고 선형 속도 변화보다는 항체의 회전 운동에 더 큰 영향을 받음을 알 수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] Savage, P. G., "Strapdown System Algorithms, Advances in Strapdown Inertial Systems," NATO AGARD Lecture Series, No: 133, 1984.
- [2] A. A. Sutherland, "The Kalman Filter in Transfer Alignment of Inertial Guidance System," Journal of Spacecraft, Vol. 5, No. 10, October 1968.
- [3] I. Y. Bar-Itzhack and E. F. Mallove, "Accurate INS Transfer Alignment Using A Monitor Gyro and External Navigation Measurements," IEEE on AES., Vol. 16, No. 1, January 1980.
- [4] I. Y. Bar-Itzhack and Y. Vitek, "The Enigma of False Bias Detection in a Strapdown Systems During Transfer Alignment," Journal of Guidance, Vol. 8, No. 2, March-April 1985.
- [5] I. Y. Bar-Itzhack and B. Porat, "Azimuth Observability Enhancement During Inertial Navigation Systems In-Flight Alignment," Journal of Guidance and Control, Vol. 3, No. 4, July-August 1980.
- [6] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability Analysis of Piece-Wise Constant Systems-Part 1: Theory," IEEE on AES., Vol. 28, No. 4, October 1992.
- [7] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability Analysis of Piece-Wise Constant Systems-Part 2: Application to Inertial Navigation In-Flight Alignment," IEEE on AES., Vol. 28, No. 4, October 1992.



- [8] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Unified Approach to Inertial Navigation Systems Error Modeling," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 15, No. 3, May-June 1980.

---

저 자 소 개

---



**양 철 관**(정회원)-교신저자  
 1996년 중앙대 제어계측공학  
 공학사 졸업.  
 1998년 동 대학원 전자전기공학  
 공학석사 졸업.  
 2003년 동 대학원 전자전기공학  
 공학박사 졸업.

현재 중앙대학교 전자전기공학부, 박사후 연구원.  
 <주관심분야: 고장검출, 항법알고리즘, GPS, 강인  
 필터>



**심 덕 선**(정회원)  
 1984년 서울대 제어계측공학  
 공학사 졸업.  
 1986년 동 대학원 제어계측  
 공학 공학석사 졸업.  
 1993년 미시간대 항공우주공학과  
 공학박사 졸업.

1995년 3월~현재 중앙대학교 전자전기공학부  
 교수.

<주관심분야: 제어, GPS, 관성항법시스템, 필터  
 링, 고장검출>