

## 고강도 콘크리트의 인장강성을 고려한 철근 콘크리트 보의 비틀림 해석

### Analysis of High Strength Concrete RC Beams with Tensile Resistance Subjected to Torsion

한 삼 희<sup>1)</sup>                      김 종 길<sup>2)\*</sup>                      박 창 규<sup>3)</sup>  
Sam-Heui Han                      Jong-Gil Kim                      Chang-Kyu Park

#### Abstract

The ultimate behavior of high-strength concrete beams is studied with respect to their strength. Thirteen beams were analyzed and the results are presented herein. The variable parameters were the concrete's compressive strength, from 57 to 184 MPa and the amount of lateral torsional reinforcement, from 0.35 to 1.49%.

The ultimate torsional strengths from tests were compared with those by this proposed theory and by the ACI code. As a consequence, The ultimate torsional strengths by this proposed theory show the better results than those by the ACI code.

Keywords : Torsion, High strength concrete, Truss model, Engle of twist, Transverse reinforcement, Longitudinal reinforcement, Yield strength, Shear flow

#### 1. 서론

최근 장경간 교량과 같은 많은 특수한 구조물에 고강도콘크리트 (이후 HSC)가 사용된다. 이러한 고강도콘크리트의 사용으로 강도, 내구성, 경제성의 요구에 부응하게 되었고, 건물과 일반적인 구조물에도 고강도콘크리트의 사용은 보통 강도콘크리트 (이후 NSC) 사용 시보다 부재가 작게 되어 경제적으로 효과가 있다. 기둥과 같은 고압축강도를 갖는 경우는 특히 더 그러하다. 그 결과 고강도콘크리트는 자중과 관성 (慣性)을 줄이며 이러한 감소는 지진환경에서 매우 큰 효과가 된다.

경제적인 효과 때문에 고강도콘크리트 구조물은 처음에는 충분한 연구 없이 사용되었고 역학적 거동이 보통강도콘크리트의 연장으로 간주되었다. 몇 가지 보통강도콘크리트를 위한 설계기준은 고강도콘크리트에 적용할 수 있는지 충분히 연구되어야 한다. 부분적으로 이러한 작업이 실행되어 그 결과 몇 가지 설계기준은 50Mpa 이상의 콘크리트 강도에 적용하는 설계기준으로 노르웨이, 캐나다, 뉴질랜드, 유럽,

ACI 설계기준이다. 그럼에도 불구하고 50Mpa 이상의 콘크리트 강도에 적용하는 것은 여전히 주의해야 한다는 기준들도 있다. 고강도콘크리트 부재의 구조적 거동은 완전히 알려지지 않았거나 완전히 모르는 부분이 존재한다. 비틀림을 받는 보의 경우에 대한 새로운 기준은 이론을 입증하기 위하여 많은 실험이 요구되고 그러므로 차후 연구는 설계기준을 수정할 수 있도록 계속되어야 한다.

실제 구조물에서 비틀림은 축방향력, 휨모멘트, 전단력 등과 조합하여 작용한다. 그러나 교량과 같은 구조물에서는 비틀림이 설계에서 매우 중요한 요소로 더욱이 힘의 상호작용에 따른 설계과정에서 순수 비틀림에 대한 거동을 알아야 한다.

본 논문의 연구목적은 보통강도콘크리트에 적용한 연화트러스 모델이론이 고강도콘크리트에 적용할 수 있는지를 알아보고 균열 후 콘크리트의 인장강성 차이를 알아보고자 한다.

#### 2. 지배방정식 유도

Fig. 1은 전단응력과 연직응력을 받는 철근콘크리트의 한

1) 정회원, 군산대학교 토목공학과 박사과정  
2) 정회원, 호원대학교 토목환경공학과 겸임교수, 교신저자  
3) 정회원, 군산대학교 토목공학과 교수

\* Corresponding author : kman1@kunsan.ac.kr  
• 본 논문에 대한 토의를 2013년 12월 31일까지 학회로 보내주시면 2014년 1월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

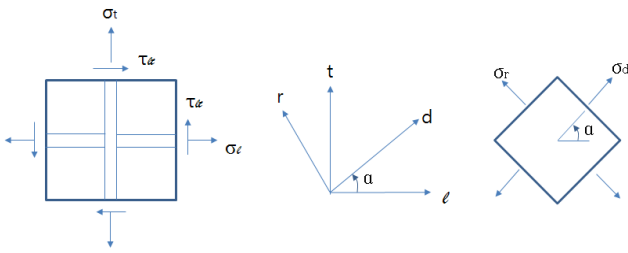


Fig. 1 Definition of stresses and coordinate system

요소를 나타낸 것이다. 종방향 철근과 횡방향 철근의 방향을 각각  $l$ 축과  $t$ 축으로 정하여  $l$ - $t$  좌표계를 구성하고 그에 따라 수직응력은  $\sigma_l$ 과  $\sigma_t$ 이며 전단응력은  $\tau_{lt}$ 이다.

대각선 균열이 발생한 후 콘크리트 스트럿은 압축을 받고 철근은 인장재로 작용하여 트러스 작용을 형성, 압축 스트럿은  $d$ 축을 향하고 종방향 철근과  $\alpha$ 경사각을 이룬다. 이 방향은 주압축응력 및 변형률의 방향과 같다고 가정한다.  $d$ 축과 직교하는 방향으로  $r$ 축을 잡고 주응력 및 변형률의 방향으로  $d$ - $r$ 좌표계를 취한다.  $d$ 와  $r$ 방향의 연직 주응력은 각각  $\sigma_d$ 와  $\sigma_r$ 이다.

### 2.1 평형방정식

트러스 모델의 세 가지 평형조건으로부터 콘크리트의 응력은 Mohr의 응력원을 만족한다고 볼 수 있다. 철근은 축방향 응력만 저항한다고 가정하면, Fig. 2에 보인바와 같이 콘크리트의 응력과 철근의 응력의 합은 다음과 같이 된다.

$$\sigma_l = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_l f_l \quad (1)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_t f_t \quad (2)$$

$$\tau_{lt} = (\sigma_d - \sigma_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (3)$$

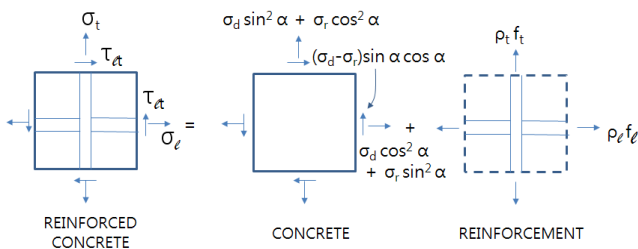


Fig. 2 Superposition of concrete stresses and steel stresses

여기서,

$\sigma_l, \sigma_t = l, t$ 방향의 수직응력 (인장일 경우 양 (+)의 값)

$\tau_{lt} = l$ - $t$  좌표계의 전단응력

(Fig. 1에 나타난 방향이 양의 값)

$\sigma_d, \sigma_r = d$ 와  $r$ 방향의 주응력 (인장일 경우 양 (+)의 값)

$\alpha = l$ 축에 대한  $d$ 축의 경사각

$\rho_l, \rho_t = l, t$ 방향의 철근비

$f_l, f_t = l, t$ 방향의 철근응력

### 2.2 적합방정식

트러스 모델의 적합조건으로 부터 평균변형률 (Smeared strains)은 Mohr의 변형률 원을 만족하며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_l = \epsilon_d \cos^2 \alpha + \epsilon_r \sin^2 \alpha \quad (4)$$

$$\epsilon_t = \epsilon_d \sin^2 \alpha + \epsilon_r \cos^2 \alpha \quad (5)$$

$$\gamma_{lt} = 2(\epsilon_d - \epsilon_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (6)$$

여기서,

$\epsilon_l, \epsilon_t = l, t$ 방향의 평균변형률 (인장일 경우 양 (+)의 값)

$\gamma_{lt} = l$ - $t$  좌표계의 전단변형률

(Fig. 1에 나타난  $\tau_{lt}$ 에 따른 경우 양 (+)의 값)

$\epsilon_d, \epsilon_r = d$ 와  $r$ 방향의 평균 주변형률

(인장일 경우 양 (+)의 값)

### 2.3 재료 구성방정식

$d$ 방향의 콘크리트의 응력과 변형률은 Vecchio가 제안한 연화된 콘크리트에 대한 구성방정식을 따른다고 가정한다.

$$|\epsilon_d| \leq |\zeta \epsilon_o| \quad \sigma_d = \zeta f'_c \left[ 2 \left( \frac{\epsilon_d}{\zeta \epsilon_o} \right) - \left( \frac{\epsilon_d}{\zeta \epsilon_o} \right)^2 \right] \quad (7a)$$

$$|\epsilon_d| > |\zeta \epsilon_o| \quad \sigma_d = \zeta f'_c \left[ 1 - \left( \frac{\epsilon_d / \epsilon_o - \zeta}{2 - \zeta} \right)^2 \right] \quad (7b)$$

식 (7a)와 (7b)를 Fig. 3에 나타냈다.

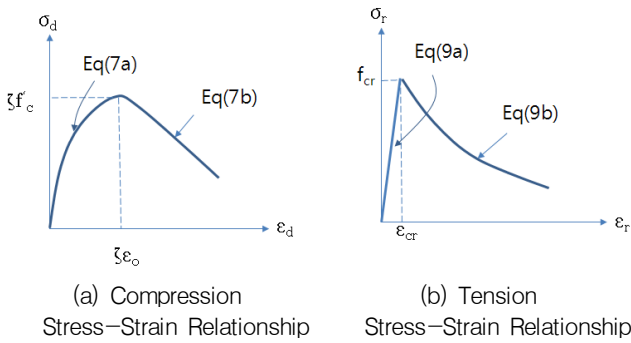


Fig. 3 Stress-strain relationship for softened concrete

응력  $f'_c$ 은 비연화된 표준공시체의 최대 압축응력이다. 변형률  $\epsilon_o$ 는 비연화된 콘크리트의 최대 압축응력의 변형률로서 -0.002로 정한다. 인수  $\zeta$ 는 연화계수로서 다음과 같이 제안된다.

$$\zeta = \sqrt{\frac{\epsilon_d}{(1-\mu)\epsilon_d - \epsilon_r}} \quad (8)$$

연화계수  $\zeta$ 는 1보다 작다. 식 (8)의 포아송 (Poisson)비는 0.3으로 정한다. 식 (7)과 (8)의 변형률과 응력  $\epsilon_d$ ,  $\epsilon_o$ ,  $\sigma_d$ ,  $f'_c$ 은 압축에 관한 것으로 음 (-)의 부호를 갖고  $\epsilon_r$ 은 인장변형률로 양 (+)의 부호를 갖는다.

$r$ 방향의 응력-변형률 관계식은 다음과 같이 된다.

$$\epsilon_r \leq \epsilon_{cr} \quad \sigma_r = E_c \epsilon_r \quad (9a)$$

$$\epsilon_r > \epsilon_{cr} \quad \sigma_r = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{\frac{\epsilon_r - \epsilon_{cr}}{0.005}}} \quad (9b)$$

여기서,

$E_c$  = 콘크리트의 초기 탄성계수로서  $-2f'_c/\epsilon_o$ 로 구하며  $\epsilon_o = -0.002$ 이다.

$\epsilon_{cr}$  = 콘크리트의 균열 변형률로서  $f_{cr}/E_c$ 로 구한다.

$f_{cr}$  = 콘크리트의 균열 응력으로서  $0.332\sqrt{f'_c}$ 로 구하며  $f'_c$ 과  $\sqrt{f'_c}$ 의 단위는 Mpa 이다.

식 (9a)와 (9b)는 Fig. 3(b)에 나타나 있다.

종방향과 횡방향 철근의 응력-변형률 관계식은 탄성완전소

성으로 가정한다.

$$\epsilon_\ell \geq \epsilon_{\ell y} \quad f_\ell = f_{\ell y} \quad (10a)$$

$$\epsilon_\ell < \epsilon_{\ell y} \quad f_\ell = E_s \epsilon_\ell \quad (10b)$$

$$\epsilon_t \geq \epsilon_{t y} \quad f_t = f_{t y} \quad (11a)$$

$$\epsilon_t < \epsilon_{t y} \quad f_t = E_s \epsilon_t \quad (11b)$$

여기서,

$E_s$  = 철근의 탄성계수

$f_{\ell y}$ ,  $f_{t y}$  = 종방향 철근 및 횡방향 철근의 항복강도

$\epsilon_{\ell y}$ ,  $\epsilon_{t y}$  = 종방향 철근 및 횡방향 철근의 항복 변형률

식 (1)부터 (11)까지 11개의 방정식에 14개의 미지변수가 존재한다. 이들은 7개의 응력 ( $\sigma_\ell$ ,  $\sigma_t$ ,  $\tau_{\ell t}$ ,  $\sigma_d$ ,  $\sigma_r$ ,  $f_\ell$ ,  $f_t$ )와 5개의 변형률 ( $\epsilon_\ell$ ,  $\epsilon_t$ ,  $\gamma_{\ell t}$ ,  $\epsilon_d$ ,  $\epsilon_r$ ) 그리고 경사각  $\alpha$ 와 재료계수  $\zeta$ 이다. 3개의 미지 변수가 주어지면, 나머지 11개의 미지 변수는 11개의 방정식에 의하여 구할 수 있다. 11개의 비선형 방정식이 복잡한 것처럼 보이지만 유심히 살펴보면 이들 11개의 방정식은 세 가지 특성으로 대폭 줄어들 수 있다. 첫째로 3개의 콘크리트 재료구성방정식 (7)부터 (9)는 6개의 미지 변수로 표시되며 4개의  $d$ - $r$ 좌표계의 응력과 변형률  $\sigma_d$ ,  $\sigma_r$ ,  $\epsilon_d$ ,  $\epsilon_r$ 과  $\alpha$ ,  $\zeta$ 이다. 둘째로 식 (1)과 (2)는 적합방정식과 재료구성방정식에서 서로 짝을 이룬다. 식 (1)의  $f_\ell$ 과 식 (2)의  $f_t$ 는 식 (10), (11), (4), (5)를 통하여  $\epsilon_d$ ,  $\epsilon_r$ ,  $\alpha$ 의 함수로 표현할 수 있다. 따라서 식 (1)과 (2)는  $\sigma_\ell$ ,  $\sigma_t$ 이 주어졌을 때 6개의 미지 변수의 함수로 표현할 수 있다. 세 번째로 식 (3)부터 (6), (10), (11)을 살펴보면  $\ell$ - $t$  좌표계의 6개의 미지 응력과 변형률  $\tau_{\ell t}$ ,  $\epsilon_\ell$ ,  $\epsilon_t$ ,  $\gamma_{\ell t}$ ,  $f_\ell$ ,  $f_t$ 는 독립적으로 이들 6개의 미지 변수들의 함수로 표현할 수 있다. 그러므로 11개의 방정식 중 5개의 방정식을 먼저 풀 수 있다. 식 (1), (2), (7), (8), (9)단지 6개의 미지 변수  $\sigma_d$ ,  $\sigma_r$ ,  $\epsilon_d$ ,  $\epsilon_r$ ,  $\alpha$ ,  $\zeta$ 를 포함할 뿐이다. 하나의 미지 변수 보통  $\epsilon_d$ 가 주어지면 나머지 5개의 미지 변수는 구할 수 있다.

### 3. 비틀림 지배방정식

비틀림을 받는 부재의 경우 새로운 평형, 적합, 재료구성

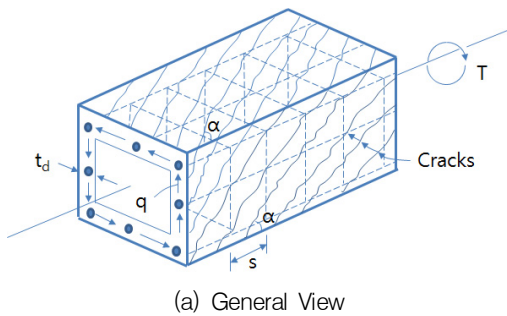
방정식이 앞에서 유도한 11개의 방정식에 추가 이들 방정식의 유도는 Hsu에 의하여 제안되었다. 본 논문에서는 비틀림의 해를 구하기 위한 방정식을 체계적으로 소개하며 연립 방정식을 풀기 위한 단순하고 새로운 알고리즘을 제안한다.

### 3.1 평형방정식

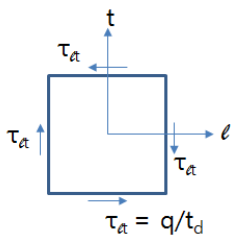
비틀림 하중  $T$ 를 받는 직사각형 단면을 Fig. 4(a)에 나타내었고 전단흐름  $q$ 가 단면외측둘레에 링을 그리며 발생 이 영역을 전단흐름 영역이라 부른다. Bredt의 이론에 따르면 전단흐름은 영역의 중심선을 따라 일정한 값을 가지며 비틀림 하중  $T$ 와 매우 단순한 평형방정식  $q = T/2A_o$ 을 이룬다. 여기서  $A_o$ 는 전단흐름의 중심선으로 둘러싸인 면적이다.

대각선 균열이 발생한 후 나선형 콘크리트 스트럿의 시리즈가 발생하며 종방향 철근 및 횡방향 폐합철근과 함께 공간 트러스를 형성한다. 전단흐름영역의 요소는 2차원 구조물과 유사하게 평면트러스 작용이 발생하고 이 요소를  $d$ -좌표계의 요소로 따로 떼어내어 살펴보면 Fig. 4(b) 네 변에 전단응력  $\tau_{\alpha}$ 를 받게 된다. 이 전단응력이 전단흐름영역 두께  $t_d$ 에 작용하므로 다음 식이 성립된다.

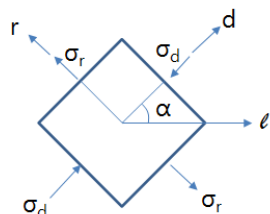
$$\tau_{\alpha} = \frac{T}{2A_o t_d} \quad (12)$$



(a) General View



(b) Shear Flow Zone Element in  $l$ - $t$  Coordinate



(c) Shear Flow Zone Element in  $d$ - $r$  Coordinate

Fig. 4 Member subjected to torsion

두께  $t_d$ 는 적합조건에 의하여 나중에 결정한다.

콘크리트 스트럿에서 응력변환 원리를 이용하여  $d$ - $r$ 좌표계의 요소 Fig. 4(c)는  $d$ 축에 주압축응력  $\sigma_d$ 를 받고  $r$ 축으로 주인장응력  $\sigma_r$ 을 받는다. 그러므로 평형방정식 식 (1), (2), (3)을 적용할 수 있고 철근비  $\rho_\ell, \rho_t$ 는 전체 콘크리트 면적을 기준으로 계산하지 않고 전단흐름영역의 면적으로 계산한다. 즉  $\rho_\ell = A_\ell / p_o t_d$  여기서  $A_\ell$ 은 종방향 철근의 총 면적이고  $p_o$ 는 전단흐름 중심선의 둘레이다.  $\rho_t = A_t / s t_d$  여기서  $A_t$ 는 폐합스터럽의 한가닥 면적이며  $s$ 는 폐합스터럽의 간격이다.

요약하면 비틀림을 받는 단면에서 4개의 평형방정식이 성립한다. 즉 식 (1)부터 (3), (12)이다. 식 (12)가 추가됨으로써 새로운 변수  $T$ 가 추가 되었고,  $t_d$ 의 함수가 되므로 식 (1), (2), (12)는  $t_d$ 를 구하기 위한 새로운 적합방정식과 짝을 이룬다.

### 3.2 적합방정식

거더가 비틀림을 받으면 각 단면은 비틀각  $\theta$ 와 벽에 전단 변형률  $\gamma_{\ell t}$ 이 발생한다. Bredt의 이론에 따르면 적합조건에 의하여  $\theta$ 와  $\gamma_{\ell t}$ 은 다음의 관계식으로 표현할 수 있다.

$$\theta = \frac{p_o}{2A_o} \gamma_{\ell t} \quad (13)$$

대각선 균열 발생하여 트러스 작용이 형성되면 벽에 발생한 전단변형률  $\gamma_{\ell t}$ 이 종방향 철근과 횡방향 철근의 변형률  $\epsilon_\ell$ 과  $\epsilon_t$ 에 의하여 팽창한다. 변형률변환 원리를 이용하여  $d$ 축에 주압축 변형률  $\epsilon_d$ 를 받고  $r$ 축으로 주인장변형률  $\epsilon_r$ 을 받는다. 따라서 적합방정식 식 (4)부터 (6)까지 응용할 수 있고, 주변형률축과 주응력축이 같다고 가정함으로써 이들 방정식의 각  $\alpha$ 는 평형방정식에서 사용된 각과 같다.

$d$ -방향의 변형률  $\epsilon_d$ 과 함께 대각선 콘크리트 스트럿은 전단흐름 벽 표면의 Warping에 의하여 휨작용을 받으므로 콘크리트 스트럿의 곡률  $\psi$ 는 비틀각  $\theta$ 와 기하학적으로 다음의 관계식으로 표현된다.

$$\psi = \theta \sin 2\alpha \quad (14)$$

콘크리트의 휨에 의하여 단면 내부의 인장 면적은 생략하

면 압축을 받는 외측 부분이 전단흐름을 유효하게 저항하는 것으로 생각된다. 따라서 압축영역의 깊이는 전단흐름의 두께  $t_d$ 로 간주한다. 그러므로 두께  $t_d$ 는 표면의 최대 변형률  $\epsilon_{ds}$ 와 곡률  $\psi$ 의 관계식으로 다음과 같이 표현된다.

$$t_d = \frac{\epsilon_{ds}}{\psi} \quad (15)$$

또한 선형 변형률 분포이므로 최대 변형률  $\epsilon_{ds}$ 는 평균 변형률  $\epsilon_d$ 와 다음의 관계식이 성립된다.

$$\epsilon_{ds} = 2\epsilon_d \quad (16)$$

식 (13)부터 (16)까지가 식 (4)부터 (6)까지 세 개의 적합 방정식에 추가하여 비틀림에 요구되는 네 개의 적합 방정식이다. 이들 네 개의 추가 방정식은 또한 변형률과 기하학적 변수  $\theta$ ,  $\psi$ ,  $\epsilon_{ds}$ ,  $t_d$ 를 추가한다.

### 3.3 재료 구성방정식

두께  $t_d$  안에서 축 방향력과 힘을 받으므로 압축응력의 분포는 Fig. 5에 보인바와 같이 곡선분포를 갖는다. 식 (7)에 나타난 연화된 응력-변형률을 따르면 최대응력은  $\zeta f'_c$ 이다. 점선으로 표시된 평균압축응력은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\sigma_d = k_1 \zeta f'_c \quad (17)$$

$k_1$ 는 식 (7)을 적분하여 구할 수 있고 최대 변형률  $\epsilon_{ds}$ 와 연화계수  $\zeta$ 의 함수가 된다.

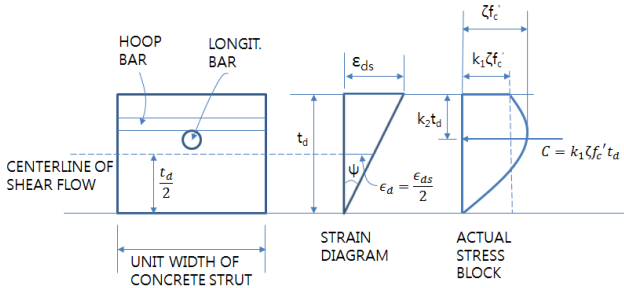


Fig. 5 Strain and stress distributions in concrete struts

$$|\epsilon_{ds}| \leq |\zeta \epsilon_o| \quad k_1 = \frac{\epsilon_{ds}}{\zeta \epsilon_o} - \frac{1}{3} \left( \frac{\epsilon_{ds}}{\zeta \epsilon_o} \right)^2 \quad (18a)$$

$$|\epsilon_{ds}| > |\zeta \epsilon_o| \quad k_1 = \left[ 1 - \frac{\zeta^2}{(2-\zeta)^2} \right] \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{\zeta \epsilon_o}{\epsilon_{ds}} \right) + \frac{\zeta^2}{(2-\zeta)^2} \frac{\epsilon_{ds}}{\zeta \epsilon_o} \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{\epsilon_{ds}}{\zeta \epsilon_o} \right) \quad (18b)$$

식 (17), (18) 외에 콘크리트 연화와 철근특성에 관한 식 (8), (10), (11)은 비틀림의 경우에 적용 가능함으로 전부 5개의 방정식이 사용된다. 추가되는 식 (17)은 연화계수  $\zeta$ 외에 새로운 재료 변수  $k_1$ 이 추가된다.

주목해야 할 점은 식 (7)은 콘크리트 스트럿의 압축응력만을 고려한 것이므로 비틀림에 적용할 수 없다는 점이다. 그 식은 축방향 압축응력과 힘을 고려한 식 (18)로 대체 평형, 적합, 재료구성에 관한 전체 방정식 수와 응력, 변형률, 재료특성에 관한 모든 변수의 수를 Table 1에 정리하였다. 17개의 방정식에 20개의 변수가 포함되었음을 알 수 있고 3개의 변수가 주어지면 나머지 17개의 변수를 구할 수 있다.

### 3.4 순수비틀림에 적용

순수 비틀림의 경우 두 개의 변수는 알게 된다.  $\sigma_\ell = 0$ ,  $\sigma_t = 0$ . 세 번째 변수  $\epsilon_{ds}$  (따라서  $\epsilon_d = \epsilon_{ds}/2$ )는 임의로 정한다.  $\epsilon_{ds}$ 는 하중이 증가함에 따라 단조증가하기 때문이다.

본 논문에서는 17개의 방정식을 8개의 변수를 포함하는 7개의 방정식으로 축소하는 효율적인 알고리즘이 제시되었다. 7개의 방정식은 재료에 관한 4개의 방정식을 포함한다. 식 (8), (9), (17), (18); 식 (1), (2)로부터 유도한 2개의 평형방정식 식 (13)부터 (16)까지 제시된 새로운 적합방정식으로부터  $t_d$ 를 구하기 위해 유도한 하나의 적합방정식이다. 식 (10)과 (4)를 식 (1)에 대입하면

$$\epsilon_\ell \geq \epsilon_{\ell y} \quad \cos^2 \alpha = \frac{-\sigma_r - \rho_\ell f_{\ell y}}{\sigma_d - \sigma_r} \quad (19a)$$

$$\epsilon_\ell < \epsilon_{\ell y} \quad \cos^2 \alpha = \frac{-\sigma_r - \rho_\ell E_s \epsilon_r}{\sigma_d - \sigma_r - \rho_\ell E_s \epsilon_r} \quad (19b)$$

식 (11)과 (5)를 식 (2)에 대입하면 두 가지가 가능하다.

Table 1 Equations and variables for torsion

Category	Variables			Equations		
	Stress or force	Strain, deformation, or geometry	Material	Equilibrium	Compatibility	Material
For Shear	$\sigma_\ell$	$\epsilon_\ell$	$\zeta$	Eq. (1)	Eq. (4)	Eq. (7)*
	$\sigma_t$	$\epsilon_t$		(2)	(5)	(8)
	$\tau_{tt}$	$\gamma_{tt}$		(3)	(6)	(9)
	$\sigma_d$	$\epsilon_d$				(10)
	$\sigma_r$	$\epsilon_r$				(11)
	$f_\ell$	$\alpha$				
	$f_t$					
Additional for torsion	$T$	$\theta$	$k_1$	(12)	(13)	(17)
		$\psi$			(14)	(18)*
		$t_d$			(15)	
		$\epsilon_{ds}$			(16)	
Total for torsion	8 + 10 + 2 = 20			4 + 7 + 6 = 17		

\* Eq. (7) used in shear is replaced by Eq. (18) applicable to torsion

$$\epsilon_t \geq \epsilon_{ty} \quad \sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_t f_{ty} = 0 \quad (20a)$$

$$\epsilon_t < \epsilon_{ty} \quad \epsilon_r = \frac{-\sigma_r - (\sigma_d + \rho_t E_s \epsilon_d) \tan^2 \alpha}{\rho_t E_s} \quad (20b)$$

식 (15)의 두께  $t_d$ 는 연속적인 대입을 통하여  $\epsilon_d, \epsilon_r, \alpha$ 의 향으로 나타낼 수 있다. (가) 식 (6)으로부터  $\gamma_{tt}$ 를 식 (13)에 대입한다. (나) 식 (13)으로부터  $\theta$ 를 식 (14)에 대입한다. (다) 식 (14)로부터  $\psi$ 를 식 (15)에 대입한다. (라) 식 (16)으로부터  $\epsilon_{ds}$ 를 식 (15)에 대입한다. 결과적으로

$$t_d = \frac{A_o}{P_o \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \left( \frac{\epsilon_d}{\epsilon_d - \epsilon_r} \right) \quad (21)$$

여기서  $A_o$ 와  $p_o$ 는 또한  $t_d$ 의 함수임을 주목한다.

$$A_o = A_c - \frac{t_d}{2} p_c + \xi t_d^2 \quad (22)$$

$$p_o = p_c - 4 \xi t_d \quad (23)$$

여기서,

$A_c$  = 콘크리트 단면의 외곽 둘레로 둘러싸인 면적

$p_c$  = 콘크리트 단면의 외곽 둘레

$\xi$  = 구형단면은 1, 원형단면은  $\pi/4$ , 정확성을 무시해도

좋은 경우 모든 단면에 1로 취할 수 있다.

식 (22)와 (23)은 전단흐름 영역두께  $t_d$ 의 가운데에 전단흐름의 중심선이 있다는 가정 하에 유도된 것이다.

두께  $t_d$ 는 변수  $\epsilon_d, \epsilon_r, \alpha$ 가 주어지면 식 (21)로부터 간단한 시산법으로 구할 수 있다. 7개의 방정식 (8), (9), (17), (18), (19), (20), (21)을 풀기 위한 반복법은 다음과 같다.

1.  $\epsilon_{ds}$ 를 선정한다.  $\epsilon_d = \epsilon_{ds}/2$
2.  $\epsilon_r$ 을 가정한다.
3. 식 (8)로부터  $\zeta$ 를 계산한다.
4. 식 (18)로부터  $k_1$ 를 계산한다.
5. 식 (9), (17)로부터  $\sigma_d, \sigma_r$ 를 계산한다.
6.  $t_d$ 을 가정하고 식 (22)와 (23)으로부터  $A_o$ 와  $p_o$ 를 계산한다.
7. 식 (19)로부터  $\alpha$ 를 계산한다. 식 (19a) 또는 (19b)가 유효한지 식 (4)로부터  $\epsilon_\ell$ 을 체크한다.
8. 식 (21)로부터  $t_d$ 를 계산한다.  $t_d$ 가 가정한 값에 근접하면  $t_d$ 와  $\alpha$ 값을 확정한다.  $t_d$ 가 가정한 값에 충분히 근접하지 않으면 단계 6과 단계 7을 반복한다.
9.  $\epsilon_t < \epsilon_{ty}$ 이면 식 (20b)로부터  $\epsilon_r$ 을 계산한다.  $\epsilon_t$ 는 식 (5)로부터 계산된다.  $\epsilon_t \geq \epsilon_{ty}$ 이면 식 (20)을 체크한다.
10.  $\epsilon_r$ 이 가정한 값에 충분히 근접하거나 식 (20a)가 만족되면, 선정된  $\epsilon_{ds}$  값에 대응하는  $\epsilon_r, \zeta, k_1, \sigma_d, \sigma_r, \alpha, t_d$ 의 해가 얻어진다. 그렇지 못하면 새로운  $\epsilon_r$ 을 가정하고

단계 2부터 단계 9까지 반복한다.

11. 다른  $\epsilon_{ds}$  값을 선정하고 단계 1부터 단계 10까지 반복한다.  $\epsilon_{ds}$  값은 적당한 증분으로 0.0035까지 증가시켜 선정한다. 이렇게 하면 8개의 변수  $\epsilon_d, \epsilon_r, \zeta, k_1, \sigma_d, \sigma_r, \alpha, t_d$ 에 대한 해가 얻어진다.
12. 다른 변형률 또는 변위 변수  $\epsilon_\ell, \epsilon_t, \gamma_{\ell t}, \theta, \psi$ 는 식 (4), (5), (6), (13), (14)로부터 각각 계산한다. 그리고 응력 또는 힘의 변수  $\tau_{\ell t}, f_\ell, f_t, T$ 는 식 (3), (10), (11), (12)로부터 각각 계산된다.

#### 4. 실험 자료와 해석결과

본 논문에서 제안한 연화된 트러스모델을 고강도콘크리트에 적용성을 검토하기 위한 해석 예제로서 참고문헌에서 인용한 보 13개를 선정하였다.

Table 2는 참고문헌에서 인용한 것으로 횡방향 비틀림 철근의 평균항복강도가 660Mpa인 9개의 보에 대한 실험결과

와 해석결과를 보여주고 있다. Table 2에서 알 수 있듯이 본 논문이 제시한 모델에 의한 극한 비틀림 강도와 ACI 기준에 의한 공칭 비틀림 강도가 실험값보다 크게 나왔다. 또한 본 논문이 제시한 모델에서 콘크리트의 인장강성을 무시한 경우가 ACI 기준에 의한 경우보다 실험값에 더 가깝게 나타났으며, 그 반면에 본 논문이 제시한 모델에서 콘크리트의 인장강성을 고려한 경우보다 ACI 기준에 의한 경우가 실험값에 더 가깝게 나타났다 (L. J. Rasmussen et al., 1995).

Table 3은 참고문헌에서 인용한 것으로 횡방향 비틀림 철근의 평균항복강도가 400Mpa인 4개의 보에 대한 실험결과와 해석결과를 보여주고 있다. Table 3에서 알 수 있듯이 현재 보통강도콘크리트에 적용하고 있는 설계기준 (ACI)은 콘크리트 기여 강도가 없으므로 횡방향 철근의 항복강도에 크게 영향을 받는다 (Joo, 2012). 즉 횡방향 철근의 항복강도가 660Mpa인 9개의 ACI 공칭 비틀림 강도의 실험값에 대한 비가 평균 1.476으로 실험값보다 크게 나왔으나 횡방향 비틀림 철근의 평균항복강도가 400Mpa인 4개의 보의 경우에는

Table 2 Results of calculations from Rasmussen et al.

BEAM	$f'_c$	$f_{yt}$	$T_u / T_{exp}$		$T_{ACI} / T_{exp}$
	Mpa	M	$f_r > 0$	$f_r = 0$	
B50-1	62	665	1.232	1.165	1.575
B50-2	57	665	1.403	1.36	1.702
B50-3	62	665	1.484	1.213	1.643
B70-1	77	658	1.646	1.542	1.550
B70-2	77	656	1.591	1.491	1.495
B70-3	76	663	1.409	1.408	1.495
B110-1	110	655	1.636	1.564	1.252
B110-2	105	660	1.652	1.614	1.320
B110-3	105	655	1.578	1.507	1.249
Average	-	660	1.515	1.429	1.476
Standard Deviation	-	4.381	0.144	0.157	0.166
COV	-	0.007	0.095	0.110	0.113

Table 3 Results of calculations from Joo

BEAM	$f'_c$	$f_{yt}$	$T_u / T_{exp}$		$T_{ACI} / T_{exp}$
	Mpa	Mpa	$f_r > 0$	$f_r = 0$	
F1S35	174	400	0.991	0.839	0.156
F1S70	174	400	0.86	0.728	0.271
F2S35	184	400	0.892	0.753	0.137
F2S70	184	400	0.695	0.587	0.214
Average	-	-	0.860	0.727	0.194
Standard Deviation	-	-	0.123	0.105	0.060
COV	-	-	0.143	0.144	0.311

콘크리트의 압축강도가 더 커지더라도 ACI 공칭 비틀림 강도의 실험값에 대한 비가 평균 0.194로 실험값보다 훨씬 작게 나왔다. 또한 본 논문이 제시한 모델에 의한 극한 비틀림 강도의 실험값에 대한 비가 인장강성을 고려한 경우 평균 0.860, 인장강성을 무시한 경우 평균 0.727으로 나타나 ACI 기준의 경우보다 실험값에 더 근접함을 알 수 있다.

따라서 현재 사용하고 있는 ACI 기준에서 제시하는 공칭 비틀림 강도에 콘크리트 기여 강도가 추가되어야 할 것으로 판단된다.

## 5. 결 론

본 논문은 보통강도콘크리트에 적용한 연화트러스 모델이 고강도콘크리트에 적용할 수 있는지를 알아보고, 균열 후 콘크리트의 인장강성을 고려한 경우와 고려하지 않는 경우의 차이를 알아보고자 한다.

본 연구의 참고문헌에서 발췌한 13개의 공시체에 대하여 ACI 설계기준이 제시한 공칭 비틀림 강도와 본 논문에서 제시한 모델에 의한 극한 비틀림 강도를 실험값과 비교 검토하였다. 본 논문의 연구결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 본 논문이 제시한 모델에서 콘크리트의 인장강성을 무시한 경우가 ACI 기준에 의한 경우보다 실험값에 더 가깝게 나타났다.
- (2) 현재 보통강도콘크리트에 적용하고 있는 설계기준(ACI)은 콘크리트 기여 강도가 없으므로 콘크리트의 강도와 무관하게 횡방향 철근의 항복강도에 크게 영향을 받는다.
- (3) 고강도콘크리트 보에 대한 공칭 비틀림강도 산정을 위해 현재 사용하고 있는 ACI 기준을 적용에 있어, 모든 범위의 콘크리트 강도에 적용하기 위하여 공칭 비틀림강도 산정 시 콘크리트 기여 강도를 포함되는 것이 바람직한 것으로 판단된다.

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (318R-05)", American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2005, p.443.
2. Brecht., "Kritische Bemerkungen Zur Drehungselastizitat", Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, Vol. 40, No. 28, 1986, pp.785-790 and No. 29, 1986, pp.813-817.
3. CEB-FIP, "Model Code 1990", Comité Euro-International du Béton, Lausanne, Switzerland, 1990, p.461.
4. CEN prEN 1992-1-1, "Eurocode 2: Design of Concrete Structures-Part 1: General Rules and Rules for Buildings", Brussels, Belgium, Apr. 2002, p.225.
5. Hsu, Thomas T. C. and Mo, Y. L., "Softening of Concrete in Torsional Members-Design Recommendation", ACI Journal, Vol. 82, No. 4, 1985, pp.443-452.
6. Hsu, Thomas T. C. and Mo, Y. L., "Softening of Concrete in Torsional Members-Prestressed", ACI Journal, Vol. 82, No. 5, 1985, pp.603-615.
7. Hsu, Thomas T. C. and Mo, Y. L., "Softening of Concrete in Torsional Members-Theory and tests", ACI Journal, Vol. 82, No. 3, 1985, pp.228-234.
8. Hsu, Thomas T. C., Torsion of Reinforced Concrete, Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1984, p.544.
9. Joo, G. Y., "Torsional Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beam", Thesis, Graduate School Kunsan National University, 2012 (in Korean).
10. L. J. Rasmussen and G. Baker, "Torsion in Reinforced Normal and High-Strength Concrete Beams-Part 1: Experimental Test Series", ACI Structural Journal N0. 92-S7, January-February, 1995.
11. Norwegian Standards, "Concrete Structures, Design Rules", NS3473, Stockholm, Sweden, 1989, p.78.
12. Standards Association of New Zealand, "Concrete Structures NZS 3101-Part 1 : Design", 1995, p.256.
13. Standards Council of Canada, "Design of Concrete Structure for Buildings (CAN3-A23.3-04)", Canadian Standards Association, Mississauga, Canada, Dec. 2004, p.240.
14. Vecchio, F. and Collins, M. P., "Stress-Strain Characteristics of Reinforced Concrete in Pure Shear", IABSE Colloquim Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft, Final Report, 1981, pp.211-225.

Received : 04/18/2013

Revised : 08/21/2013

Accepted : 09/17/2013



---

## 요 지

고강도 콘크리트 보의 극한상태의 거동을 강도에 따라 연구하였다. 13개의 보를 해석하고 그 결과를 제시하였다. 변수는 콘크리트의 압축강도로 범위는 57~184 MPa이며, 횡방향 철근비로 범위는 0.35~1.49%이다.

실험에서 측정된 극한 비틀림 강도를 본 논문에서 제안한 값과 ACI 기준에 따른 값을 비교하였다. 그 결과 본 논문에서 제안한 이론에 의한 극한 비틀림 강도가 ACI 기준에 따른 값보다 더 좋은 결과를 보였다.

**핵심 용어** : 비틀림, 고강도콘크리트, 트러스모델, 비틀림, 횡방향철근, 종방향철근, 항복강도, 전단흐름

---