Journal of Korean Institute of Intelligent Systems, Vol. 23, No. 4, August 2013, pp. 348-353
http://dx.doi.org/10.5391/JKIIS.2013.23.4.348

확률론적 최적제어와 기계학습을 이용한 동적 트레이딩 전략에 관한 고찰

Investigations on Dynamic Trading Strategy Utilizing Stochastic Optimal Control and Machine Learning

박주영*+ · 양동수* · 박경욱**
Jooyoung Park+, Dongsu Yang, Kyungwook Park

*고려대학교 과학기술대학 제어계측공학과, **고려대학교 경상대학 경영학부
+Department of Control and Instrumentation Engineering, Korea University

요 약

최근들어, 확률론적 최적제어를 포함한 제어이론과 각종 기계학습 기반 인공지능 방법론은 금융공학 분야의 주요 도구로 자리를 잡아 가고 있다. 본 논문에서는 평균회귀 현상을 보이는 시장을 위한 페어 트레이딩 전략 분야와 추세 추종형 트레이딩 전략 분야에 대해 확률론적 최적제어 이론을 활용한 최신 논문 몇 편을 간단히 살펴보고, 보다 융통성 있고 접근성이 좋은 도구를 확보하기 위하여 확률론적 최적제어이론과 기계학습 기법을 동시에 응용하는 전략을 고려한다. 예시를 위하여 실시한 시뮬레이션은 본 논문에서 고려한 전략이 실제 금융시장 데이터를 대상으로 적용될 때 고무적인 결과를 제공할 수 있음을 보여준다.

키워드: 금융공학, 확률론적 최적제어, 기계학습, 트레이딩 전략.

Abstract

Recently, control theory including stochastic optimal control and various machine-learning-based artificial intelligence methods have become major tools in the field of financial engineering. In this paper, we briefly review some recent papers utilizing stochastic optimal control theory in the fields of the pair trading for mean-reverting markets and the trend-following strategy, and consider a couple of strategies utilizing both stochastic optimal control theory and machine learning methods to acquire more flexible and accessible tools. Illustrative simulations show that the considered strategies can yield encouraging results when applied to a set of real financial market data.

Key Words: Financial Engineering, Stochastic Optimal Control, Machine Learning, Trading Strategy.

1. 서 론

최근들어, 확률론적 최적제어 등의 제어이론과 각종 기계학습 기반 인공지능 방법론은 금융공학 분야의 중요한 핵심 도구로 자리를 잡아 가고 있다. 이와 같이 공학적 기법에 의존하는 전략들 중 본 논문에서는 주목하는 분야는 롱숏(long-short) 전략의 일종인 페어 트레이딩(pairs trading) 기법[1-6]과 추세 추종형(trend-following) 전략[7-9]으로 이들은 최근에 국내외적으로 관심이 높은 분야이다.

롱숏 전략은 매수(long)와 공매도(short) 전략을 모두 사용하여 꾸준한 수익을 거두는 것을 목표로 하는 전략을 의미하며, 이들 중 가장 널리 알려진 전략은 가격변화의 패턴이 유사하다고 판단되는 두 개의 종목을 한 쌍으로 하여 서로 반대의 포지션을 갖도록 하는 페어 트레이딩이다. 페어 트레이딩은 표준화된 가격(normalized price)의 차이가 작은 두 유가증권으로 페어(pair)를 구성하고 두 유가증권의 표준화된 가격의 차이가 일정 범위 이상 벌어지는 경우 상대적으로 비싸진 증권을 공매도하고 상수대적으로 저렴한 증권을 매수함으로써 초과수익을 추구하는 투자전략이다 [6]. 이러한 페어 트레이딩 전략은 뉴욕증권 거래소의 1962년-2002년 주가 자료를 을 대상으로 한 연구에서 연 11% 정도의 초과수익률이 확인됨으로써 투자전략으로서의 유표성이 검증됨 바 있다[6]. 페어 트레이딩 관련 연구 중 주목할 만한 최신 경향 중 하나로는 확률론적 최적제어(stochastic optimal control)에 기반을 둔 제어이론적 트레이딩 전략(control-theoretic trading strategy)으로 평균 회귀(mean-reverting) 현상을 갖는 시장에서 수익을 거두는 연구를 들 수 있다[1-3]. 본 논문의 주요 주제 중 하나는,

접수일자: 2013년 3월 31일
심사(수정)일자: 2013년 4월 7일
게재확정일자 : 2013년 5월 19일
† Corresponding author
이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2012-0008375).

이러한 제어이론 기반의 페어 트레이딩 기법에 기계학습(machine learning) 방법론을 접목하여 보다 융통성 있는 전략을 확보하는 것이다.

이상에서 언급한 평균 회귀(mean-reverting) 현상을 활용하는 제어이론 기반 방법론의 등장과 함께 최근에 금융공학 분야에 소개된 흥미로운 제어이론 응용 사례로, 평균 회귀와 정반대의 상황을 고려하는 추세 추종형 제어이론적 접근 방식(trend-following control-theoretic approach)[7-9]을 들 수 있다. 본 논문에서는 [7]의 확률론적 최적제어 기반 추세 추종형 트레이딩 기법에 자연적 기울기(natural gradient) 기법에 기반을 둔 기계학습(machine learning)을 접목하는 방안을 고려하여 방법론에 대한 접근성을 높이고, 미국 NASDAQ 시장의 데이터를 대상으로 고려된 방법론의 적용 가능성을 시험해 본다.

본 논문의 구성은 다음과 같다: 2장에서는 확률론적 최적제어이론을 이용하는 주요 트레이딩 관련 연구사례를 소개한다. 그리고, 이들 사례에 소개된 내용을 개선하는 전략을 위하여 기계학습 방법론의 접목을 고려하고, 실제 국내외 자본시장 데이터에 적용함으로써 고려된 전략들의 응용 가능성을 살펴본다. 마지막으로, 3장에서는 결론 및 추후 연구 주제 등을 다룬다.

2. 제어이론 기반 트레이딩 전략과 기계학습의 융합

최근의 페어 트레이딩 관련 연구 중 주목할 만한 경향 중 하나로는, 주가 (혹은 로그주가) 스프레드(spread)를 평균회귀과정(mean reversion process)인 OU 프로세스(Ornstein-Uhlenbeck process)로 모델링한 후 확률론적 최적제어이론과 결합하여 성능지수를 최적화하는 트레이딩 전략을 구하는 방안을 들 수 있다[1-3]. 이러한 전략을 간단하게 약술하면 다음과 같다. 우선 무위험이자율(risk-free rate)의 투자수익을 갖게 되는 무위험자산(risk free asset)의 가격변화는 다음과 같은 상미분방정식(ordinary differential equation, ODE)로 표현된다:

$$dB = r_f B dt$$

그리고, 각각이 OU 프로세스로 모델링되며 상호 간에 상관관계를 갖는 n 개의 스프레드(spread)는 다음과 같은 벡터 프로세스로 모델링될 수 있다[2-3].

$$dS_i = \kappa_i(\overline{S_i} - S_i)dt + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ij} dZ_j\,,\ i = 1, \cdots, n$$

여기에서 Z_i 는 상호간에 독립인 브라운운동 프로세스이다. 이러한 벡터 OU 프로세스는 다음과 같은 간결한 형태로 고쳐쓸 수 있다.

$$dS = K(\overline{S} - S)\,dt + \sigma\, dZ$$

위와 같이 모델링되는 n 개의 스프레드와 무위험자산으로 구성된 포트폴리오가 자기금융(self-financing) 조건을 만족하고, t 시점에 i 번째 스프레드의 소유 수량을 $h_i(t)$ 로 표기하며 이들로 구성되는 벡터를

$$h(t) = [h_1(t), \cdots, h_n(t)]^T$$

로 정의하면, 이 자기금융 포트폴리오의 부(wealth)는 다음과 같은 확률미분방정식(stochastic differential equation, SDE)로 표현된다[1-2].

$$dW = [r_f(W - h^T S) + h^T K(\overline{S} - S)]\,dt + h^T \sigma\, dZ$$

참고문헌 [1]과 [2]에서는, $U(W) = W(T)^{1-\gamma}/(1-\gamma)$ 형태의 CRRA 효용함수의 기댓값을 목적함수로 하고 부와 벡터 스프레드를 위한 확률미분방정식을 제약조건으로 하는 최적제어문제에 대한 풀이를 제시하였다. 그리고, [3]에서는 일반적으로 금융공학 분야의 주가 모델링이 기하 브라운 운동(geometric Brownian motion, GBM)에 의존함을 고려하여 두 개의 주가가 각각 GBM으로 모델링되고 그 로그 스프레드(log spread)가 OU 프로세스를 가지는 경우에 상응하는 최적제어 문제에 대한 풀이를 제시하고 있다. [1-3]의 전략은 각 스프레드의 평균회귀 가정이 정확하게 만족될 경우를 다루고 있기 때문에 실제 시장 상황에 비추어 볼 때 다소 부자연스러운 부분이 있을 수 있다. 예를 들어 참고문헌 [3]에서 고려한 파라메터를 통한 인위적인 가격 데이터(그림 1 참조)를 보면, 두 자산의 가격이 각각 기하 브라운운동을 하고 이들의 로그 스프레드는 평균회귀를 하는 상황이 (본 논문의 저자의 의견으로는) 우리에게 직관적으로 익숙한 형태를 보여주는 것은 아닌 것 같다는 생각이 들게 한다.

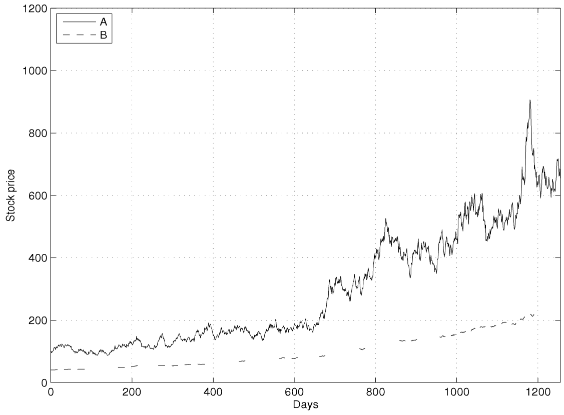


그림 1. 주식 A와 B의 가격 시계열[3].
Fig. 1. Time series of stock prices A & B[3].

본 논문에서는 평균 회귀 현상의 확보를 보다 공고히 하기 위하여, n 개의 시계열 각각은 정상성(stationarity)을 갖지 않지만 이들의 선형결합(linear combination)은 정상성을 갖는 공적분 과정(cointegrated process)을 고려한다. 이러한 공적분 과정은 계량경제학 분야의 주요 개념으로, 2003년에 Granger[10]는 이에 대한 연구를 바탕으로 노벨 경제학상을 수상한 바 있다. 그리고, 정상성을 갖지 않는 시계열들을 결합하여 평균회귀의 정상성을 발견하는 작업에는 기계학습 관련 방법론이 사용될 수 있다(e.g., [11]). 본 논문에서 페어 트레이딩 문제를 위해 고려하는 방법론은 크게 세가지 단계로 구성되는데, 그 첫 번째 단계에서는 n 개의 가격 시계열을 적절히 선형결합하여 평균회귀의 정상성을 확보하는 과정을 기계학습 방법론으로 풀고, 두 번째 단계에서는 이 평균회귀 OU 프로세스의 파라메터 추정(parameter estimation)을 수행하며, 마지막 단계에서는 이 OU 프로세스에 $W(t)$ 를 위한 wealth process와 CRRA 효용의 기댓값으로 정의되는 목적함수를 결합한 확률론적 최적제어 문제를

풀어줌으로써 최적 트레이딩 전략을 구하는 방안을 고려한다(그림 2 참조). 실제로 3개월, 6개월, 9개월, 1년, 1년6개월, 2년, 2년6개월, 3년, 5년, 10년 만기의 국내 현물이자율(그림 3-5)을 기본 가격 시계열정보로 하고 주성분 분석과 최소자승법 등의 기계학습 방법을 기반으로 하여 그림 2의 전략을 적용한 결과, 2002-2004년 자료를 학습데이터로 삼고 2005-2007년 자료를 시험데이터로 사용하는 경우에 그림 6-8과 같은 고무적인 투자성과를 관찰할 수 있었다. 그림 6-8는 거래비용을 무시한 상황에서 얻어진 결과이므로 이들에 대한 지나치게 낙관적인 해석은 경계해야 하며, 그림 6-8의 차이로부터 주성분분석 과정의 적용시 어떠한 고유치(eigenvalues)를 선택하는가에 따라 다소 공격적인 전략부터 보수적인 전략까지 다양한 선택이 가능함을 보여준다.

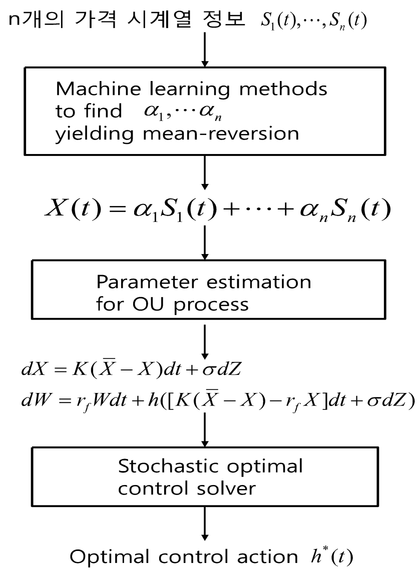


그림 2. 확률론적 최적제어와 기계학습을 결합한 트레이딩 전략.
Fig. 2. Trading strategy combining stochastic optimal control and machine learning.

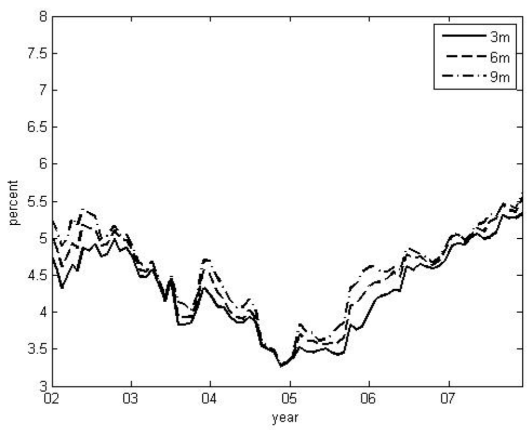


그림 3. 단기 이자율.
Fig. 3. Short-term rate of interest.

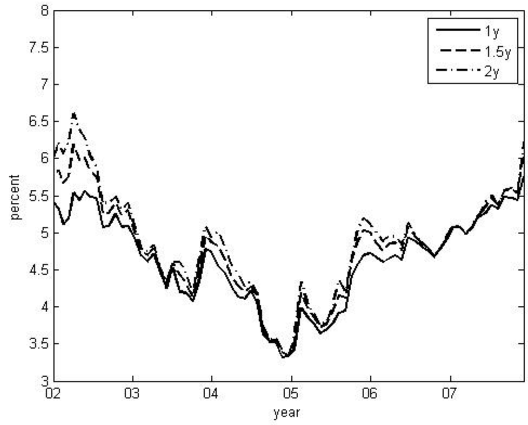


그림 4. 중기 이자율.
Fig. 4. Mid-term rate of interest.

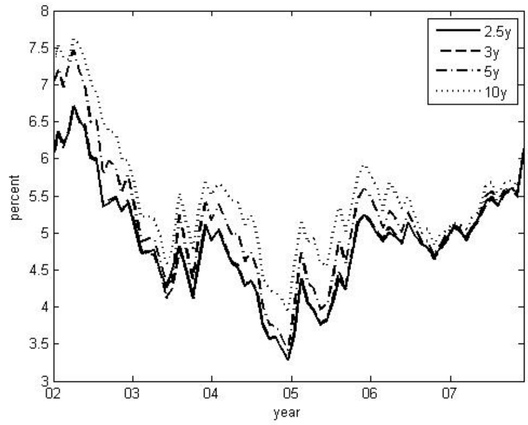


그림 5. 장기 이자율.
Fig. 5. Long-term rate of interest.

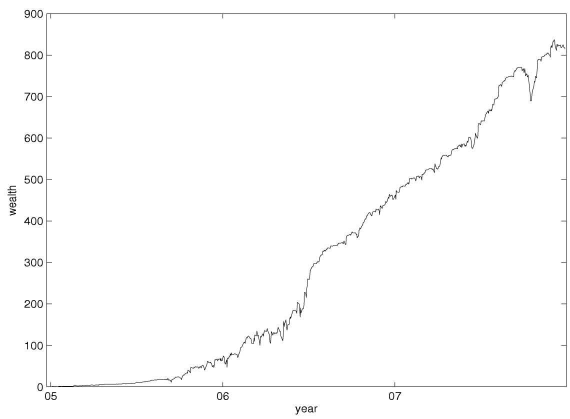


그림 6. 본 논문에서 고려하는 절차(그림 2)에 따르는 경우의 시뮬레이션 결과 (1).
Fig. 6. Simulation results for the procedure (Fig.2) considered in this paper (1).

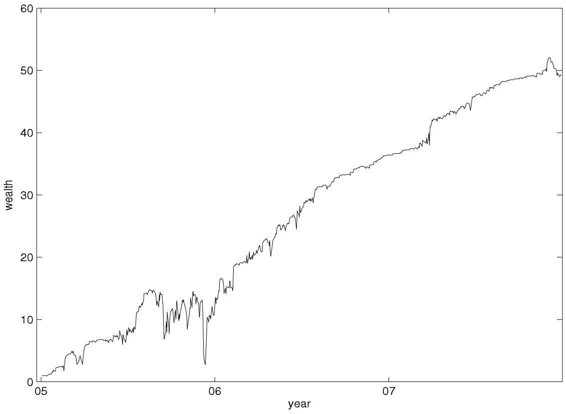


그림 7. 본 논문에서 고려하는 절차(그림 2)에 따르는 경우의 시뮬레이션 결과 (2).
Fig. 7. Simulation results for the procedure (Fig.2) considered in this paper (2).

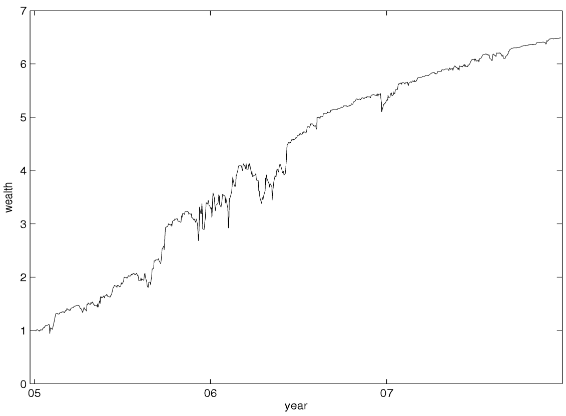


그림 8. 본 논문에서 고려하는 절차(그림 2)에 따르는 경우의 시뮬레이션 결과 (3).
Fig. 8. Simulation results for the procedure (Fig.2) considered in this paper (3).

평균회귀(mean-reverting) 현상을 보이는 시장을 대상으로 제어이론을 적용하는 공학적 방법론[1-3]의 등장과 함께 최근에 소개된 흥미로운 제어이론 응용 사례 중 하나로, 평균회귀와 정반대의 상황을 고려하는 추세 추종형 제어이론 기반 트레이딩 전략(control-theoretic trading strategy)에 대한 연구 결과[7-9]를 들 수 있다. 이러한 추세 추종형 제어전략 중 본 논문에서 주목하는 방법은 Dai 등에 의해 제시된 확률론적 최적제어 방법[7]인데, 이 방법론에서는 가격의 변화를 다음과 같은 국면전환 기하 브라운 운동(regime-switching Geometic Brownian Motion)으로 모델링한다:

$$dS_r = S_r[\mu(\alpha_r)dr + \sigma dB_r],\ \ S_t = S,\ \ t \le r \le T \le \infty$$

이 식에서 $\alpha_r \in 1,2$는 시장의 mode로써 두 개의 상태를 갖는 마르코프 체인(two-state Markov chain)을 구성하며, $\alpha_r = 1$ 은 상승 국면(bull market)을 나타내고 $\alpha_r = 2$ 은 하락 국면(bear market)을 나타낸다. 그리고, $\mu(i) = \mu_i,$ $i = 1,2$ 는 각 장세에 대한 기대 수익률(expected rate of return)을 의미하고, $Q = \begin{pmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & -\lambda_2 \end{pmatrix}$는 이 마르코프 체인의 생성 행렬(generator)이다. 각 B_r은 표준 브라운 운동(standard Brownian Motion)을 나타내고, $\{\alpha_r\}$ 과 $\{B_r\}$은 서로 독립이다. Dai 등은 [7]에서 S&P500, 다우존스, 나스닥 등의 인덱스 지수 S_t 가 위와 같은 국면전환 기하 브라운 운동으로 모델링되고 거래비용과 무위험 이자율이 각각 $100K$[%], ρ 일 때 다음과 같이 정의되는 목적함수를 최대화하는 해(즉, 최적 매수시점 $\tau_1, \tau_2, \cdots$ 과 최적 매도시점 $v_1, v_2, \cdots$)를 정지시간(stopping times)과 편미분방정식의 풀이 등을 활용하여 구하였다[7].

$$J_i(S,p,t,\Lambda_i) = \begin{cases} E_t\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left[e^{-\rho(v_n - t)}S_{v_n}(1-K) - e^{-\rho(\tau_n - t)}S_{\tau_n}(1+K)\right]I_{\{\tau_n < T\}}\right\} \\ \text{if initially flat,} \\ E_t\left\{e^{-\rho(v_1 - t)}S_{v_1}(1-K) \right. \\ \left. \quad + \sum_{n=2}^{\infty}\left[e^{-\rho(v_n - t)}S_{v_n}(1-K) - e^{-\rho(\tau_n - t)}S_{\tau_n}(1+K)\right]I_{\{\tau_n < T\}}\right\} \\ \text{if initially long.} \end{cases}$$

이러한 방법론은 추세추종형 트레이딩 문제에 대해 수학적인 해를 제시한 매우 획기적인 결과이며, 현재의 풀이 방식이 상승 국면과 하락 국면에 대해 같은 변동성을 가정함 등을 고려할 때 향후에 다양한 방향으로의 개선이 뒤따를 것으로 보여진다. 이러한 개선을 위한 엄밀한 수학적 풀이와는 별도로, 본 논문에서는 가격 시계열이 국면전환 기하 브라운 운동으로 표현될 경우에 대해 기계학습 방법론을 접목하여 매도 및 매수 시점들을 위한 준최적해(suboptimal solution)를 구하는 방안을 고려하여 보았다. 이러한 방안은, 수학적 엄밀성을 양보하는 대신 기계학습 방법론이 갖는 범용성을 활용해보고자 하는 시도로 볼 수 있다. 보다 구체적으로 설명하면, 본 논문의 방법론의 모델링 과정에서는 [7]과 마찬가지 절차에 따라 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \lambda_1, \lambda_2$ 값을 구한다. 그리고, 국면전환 기하 브라운 운동으로 묘사되는 시스템을 위한 최적 정책(optimal policy)을 구하는 과정을 episodic task[12,13]에 대해 비용(cost)을 최소화하는 문제의 관점으로 바라보고 자연적 기울기[13-16]를 활용한 학습으로 [7]에서 유도한 형태의 트레이딩 전략을 위한 파라메터를 구함으로써 준최적 정책(suboptimal policy)을 확보한다. 이러한 접근 방법은 이론적 타당성 측면에서는 [7]에서 제공하는 방법론보다 미흡할 수 있지만, 비용 함수나 탐색 알고리즘의 선택 등의 단계에서는 융통성과 접근성을 보다 폭넓게 확보할 수 있는 편리함이 있다고 생각된다. 본 논문에서 고려하는 방법론의 응용가능성을 살펴보기 위하여, 1991년 초부터 2008년 말까지의 기간 동안에 NASDAQ 지수를 대상으로 추세 추종형 전략을 얻는 문제[7]를 고려하여 보았다. 참고문헌 [7]과 같이 해당기간동안의 거래비용 비율은 $K = 0.001$ 로 잡고, 무위험 이자율을 위해서는 해당 기간 동안의 평균값인 $\rho = 5.4\%$ 를 사용하였다. 모델링 과정에서 구해진 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \lambda_1, \lambda_2$를 활용하여 episodes를 구하고 이를 바탕으로 자연적 기울기 방향으로 정책의 파라메터를 업데이트하는 학습을 10회 수행한 결과 그림 9와 같은 평균 학습 커브(averaged learning curve)가 얻어졌다. 이와 같이 파라메터 업데이트가 거듭될수록 비용의 감소가 나

타나는 학습 커브는 본 논문에서 고려하는 방법론의 메카니즘이 바람직한 방향으로 작동하고 있음을 보여준다. 위의 학습으로 얻어진 전략이 제공하는 long 및 flat 트레이딩 포지션 결과를 해당 기간 동안의 NASDAQ 지수의 변화와 함께 그림 10에 나타내었다. 그림 11에서는 본 논문에서 구한 트레이딩 전략을 적용하는 경우에 얻어지는 트레이드 수익(trade returns)과 부(wealth)의 변화를 기록하였다. 비록 현재까지의 실험 결과가 타당성 검증 측면에서 완성도를 추가적으로 제고할 필요가 남아있다고 판단되지만, 본 문제에서 "Buy and hold" 전략을 사용하는 경우의 투자수익이 투자액의 4.24배이고, 무위험이자율에 의한 투자수익이 투자액의 2.7배이며, [7]의 제어이론 기반 방법론이 보고한 투자수익이 투자액의 8.82배임을 감안할 때 그림 11이 보여주는 10.65배의 투자수익은 고무적인 결과라고 생각할 수 있다. 물론 본 논문에서 제시한 투자전략의 유효성을 보다 엄밀한 차원에서 검증하려면 Jensen alpha와 같은 지수 수익률을 기반으로 한 초과수익 척도를 계산하여 평가할 필요가 있을 것이다. 이상에서 관찰한 내용에 덧붙여서, 본 논문에서 고려하는 전략이 여타 요인에 올바로 대응할 수 있는 지를 따져보기 위하여 거래비용의 증가에 효과적으로 대응할 수 있는 지를 따져 보았다. 이를 위하여 거래비용이 10배로 증가하는 경우(즉, $K=0.01$ 인 경우)를 대상으로 본 논문의 방법론을 적용하여 그림 12와 같은 트레이딩 포지션과 부의 변화를 관찰하였다. 이 그림의 내용은 트레이딩 포지션의 변화 횟수가 상당히 감소되고 부의 증가도 5.095배로 완화되었음을 보여준다. 이는 증가한 거래비용이 반영된 올바른 방향의 변화이며, 거래 비용의 크기가 상당함에도 불구하고 "Buy and hold" 전략을 사용하는 경우의 수익과 무위험이자율에 의한 수익을 초과하는 성능이 관찰되고 있다는 점에서 상당히 긍정적인 결과라고 볼 수 있다.

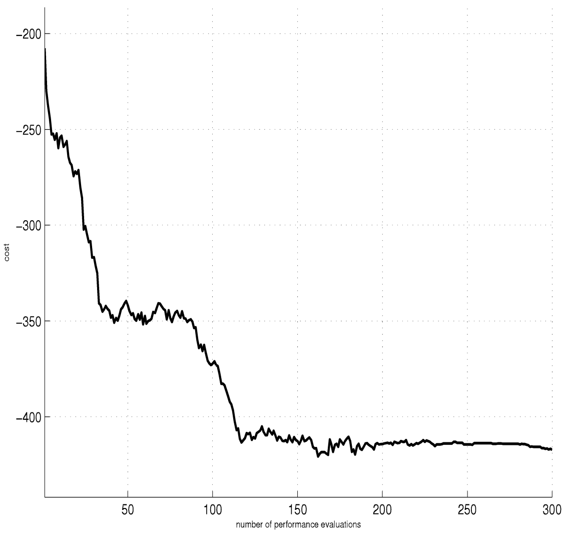


그림 9. 추세 추종형 전략을 구하는 문제에 자연적 기울기 기반 기계학습을 적용한 경우에 관찰된 학습 커브

Fig. 9. Learning curve observed in the natural-gradient-based machine learning method for the problem of finding a trend following strategy.

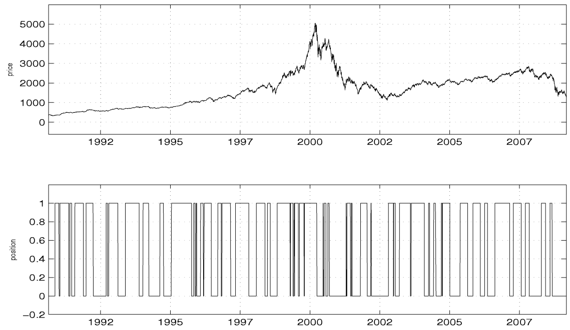


그림 10. NASDAQ 지수와 트레이딩 포지션: $K=0.001$ 인 경우.

Fig. 10. NASDAQ index and trading position: The $K=0.001$ case.

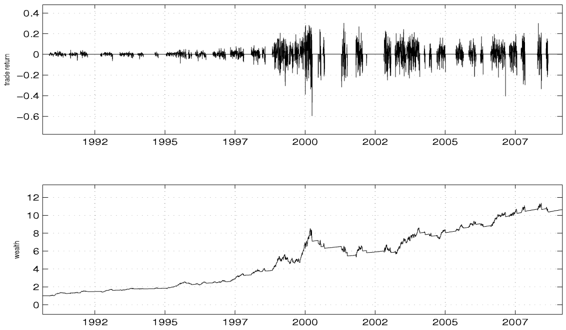


그림 11. 트레이드 수익과 부: $K=0.001$ 인 경우.

Fig. 11. Trade return and wealth: The $K=0.001$ case.

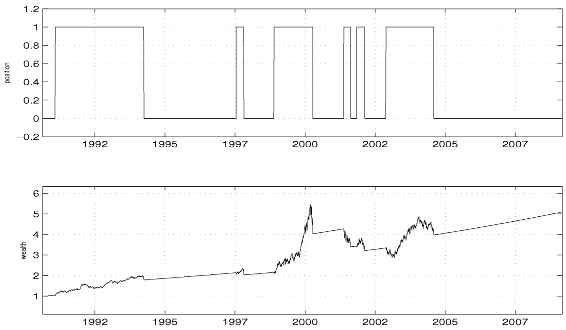


그림 12. 트레이딩 포지션과 부: $K=0.01$ 인 경우.

Fig. 12. Trading position and wealth: The $K=0.01$ case.

3. 결론 및 추후 연구주제

본 논문에서는 확률론적 최적제어이론을 이용하는 트레이딩 기법에 대한 주요 연구 사례를 소개한 후, 그 개선 방안으로 확률론적 최적제어와 기계학습을 융합하는 접근 방법들을 고려하고 이들을 이용하여 평균회귀 기반 동적 트레이딩 전략을 구하는 문제와 추세 추종형 전략을 구하는 문제를 다루어 보았다. 그리고, 고려된 방법론의 실제 시장 응용가능성을

살펴보기 위하여, 한국 금융시장의 장단기 현물 이자율 10개를 선택하여 일정 기간 동안 평균 회귀 현상을활용하는 방법론에 의한 모의투자를 시행하는 문제와 나스닥 지수에 대하여 추세 추종형 전략을 구하는 문제를 고려하였다. 본 논문의 시뮬레이션 부분은, 그 이론적 타당성과 충분한 실험 데이터의 확보 측면에서 아직 미진한 부분이 있는 현재 진행형의 상태이기는 하지만 여러 가지 고무적인 결과를 보여 주었다. 본 논문과 관련된 향후 연구주제로는, 다양한 종류의 데이터에 기반을 둔 광범위한 시뮬레이션을 통하여 방법론의 타당성을 확인하는 작업과 시장 상황 등을 보다 정확하게 고려함으로써 실제 상황에 보다 근접한 방향으로 방법론을 개선하는 작업 등을 들 수 있다. 또한 본 논문에서 관찰된 바와 같이 거래비용의 크기에 따라 투자전략의 수익성이 크게 달라지는 바 향후 본 투자전략을 한국거래소의 주식 포트폴리오에 적용하는 경우에는 호가스프레드 구조 등 한국 주식시장의 “market micro structure”를 고려한 연구도 필요할 것이다.

References

[1] S.-J. Kim, J. Primbs, S. Boyd, "Dynaimc Spread Trading," *Manuscript,* 2008.

[2] J. A. Primbs, "A Control Systems based Look at Financial Engineering," *Manuscript*, 2009.

[3] S. Mudchanatongsuk, J. A. Primbs, W. Wong, “Optimal Pairs Trading: A Stochastic Control Approach,” *Proceedings of 2008 American Control Conference,* Westin Seattle Hotel, Seattle, Washington, USA, June 11-13, 2008.

[4] J, Yun, K. Kim, “Performance Analysis of Pairs Trading Strategy Utilizing High Frequency Data: Evidence from the Korean Stock Market,” *Asian Review of Financial Research*, Vol. 24, No. 4, pp. 1153-1172, 2011.

[5] J. Kim, *Efficiency of the Pair Trading Strategy in Korea Capital Market, Master Thesis*, Hanyang University, 2012.

[6] E. Gotev, W. Goetzmann, K.G. Rouwenhorst, “Pairs Trading: Performance of a Relative-value Arbitrage Rule,” *The Review of Financial Studies*, Vol 19, No 3, pp. 797-827, 2006.

[7] M. Dai, Q. Zhang, Q.J. Zhu, "Trend Following Trading under a Regime Switching Model," *SIAM Journal on Financial Mathematics,* Vol. 1, pp. 780-810, 2010.

[8] H.T. Kong, Q. Zhang, G. G. Yin, "A Trend-Following Strategy: Conditions for Optimality," *Automatica*, Vol. 47, No. 4, pp. 661-667, 2011.

[9] J. Yu, Q. Zhang, "Optimal Trend-following Trading Rules under a Three-state Regime Switching Model," *Mathematical Control and Related Fields*, Vol. 2, No. 1, pp. 81-100, 2012.

[10] R. Engle, C. Granger, "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica,* Vol. 55, No. 2, pp. 251-276, 1987.

[11] A. D'Aspremont, "Identifying Small Mean-Reverting Portfolios," *Quantitative Finance*, Vol. 11, pp. 351-364, 2011.

[12] R. S. Sutton and A. G. Barto, *Reinforcement Learning: An Introduction,* MIT Press, Cambridge, MA, 1998

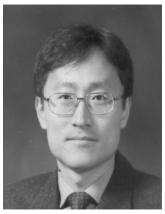
[13] J. Peters and S. Schaal, "Natural Actor-critic," *Neurocomputing*, Vol. 71, pp. 1180-1190, 2008.

[14] B. Chu, D. Kim, D. Hong, J. Park, J.-H. Chung, "Passive Dynamic Walker Controller Design Employing an RLS-based Natural Actor-critic Algorithm," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 21, Issue 7, pp. 1027-1034, October 2008.

[15] B. Kim, J. Park, S. Park, S. Kang, "Impedance Learning for Robotic Contact Tasks Using Natural Actor-critic Algorithm," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part B - Cybernetics,* Vol. 40, No. 2, pp. 433-443, 2010.

[16] D. Wierstra, T. Schaul, T. Glasmachers, Y. Sun and J. Schmidhuber, "Natural Evolution Strategies," arXiv:1106.4487, 2011.

저 자 소 개



박주영(Jooyoung Park)

1983년 : 서울대학교 전기공학과 공학사
1985년 : KAIST 핵공학과 공학석사
1992년 : University of Texas at Austin, 전기 및 컴퓨터공학과 공학박사
1993년～현재 : 고려대학교 과학기술대학 제어계측공학과 교수
관심분야 : 기계학습, 제어이론
E-mail : parkj@korea.ac.kr

양동수(Dongsu Yang)

2012년 : 고려대학교 제어계측공학과 학사
2012년～현재 : 고려대학교 제어계측공학과 석사과정
관심분야 : 기계학습, 제어이론
E-mail : cooldongsu@korea.ac.kr

박경욱(Kyungwook Park)

1983년 : 서울대학교 경영학과 경영학 학사
1985년 : 서울대학교 국제경영학 석사
1993년 : University of Texas at Austin, 재무학 박사
1994년～현재 : 고려대학교 경상대학 경영학부 교수

관심분야 : 재무관리, 금융공학
E-mail : pkw@korea.ac.kr