

# 부족구동 기계시스템을 위한 적분 슬라이딩 모드 제어기 설계

## Design of Integral Sliding Mode Control for Underactuated Mechanical Systems

유동상\*

Dong Sang Yoo<sup>†</sup>

\*국립한경대학교 전기전자제어공학과

<sup>†</sup> Dept. of Electrical, Electronic and Control Engineering, Hankyong National University

### 요 약

부족구동시스템은 제어되어야 하는 자유도보다 더 적은 수의 구동부를 가진 시스템으로 특정될 수 있으며, 이런 시스템을 제어하기 위한 알고리즘을 찾는 문제에 대한 관심이 지속적으로 증대되고 있다. 가변구조시스템 이론을 기반으로 하는 슬라이딩 모드 제어기는 비선형 시스템을 제어하는데 있어 강건한 도구를 제공하고 있다. 본 논문에서는 부족구동시스템을 효과적으로 제어하기 위한 적분슬라이딩 함수를 이용한 슬라이딩 모드 제어기를 제안하고, Lyapunov 안정도 이론을 이용하여 접근적 안정성을 입증하였다. 제안된 제어기의 효용성을 검증하기 위해 대표적인 부족구동시스템인 아크로봇 (Acrobot)을 대상으로 시뮬레이션을 수행하였다. 아크로봇의 동적 모델은 Mathworks사의 Simscape를 이용하여 구현하였으며, 제어기 구성은 Simulink를 이용하여 구성하였다. 시뮬레이션 결과는 제안된 제어기의 유용성과 효과성을 입증하였다.

**키워드** : 부족구동시스템, 아크로봇, 강인제어, 가변구조시스템, 슬라이딩모드 제어

### Abstract

The problem of finding control laws for underactuated systems has attracted growing attention since these systems are characterized by the fact that they have fewer actuators than the degrees of freedom to be controlled. A sliding mode control based on the theory of variable structure systems is a robust methodology to control nonlinear systems. In this paper, a sliding mode control with integral sliding function is proposed and asymptotical stability is proved in the Lyapunov's sense for underactuated systems. In order to verify the effectiveness of the proposed control, computer simulations for an acrobot, which is a representative underactuated system, are performed. Using Mathworks' Simulink/Simscape, the acrobot dynamics is implemented and the proposed control is composed. Simulations demonstrate the effectiveness and usefulness of the proposed control.

**Key Words** : Underactuated Systems, Acrobot, Robust Control, Variable Structure Systems, Sliding Mode Control

## 1. 서 론

부족구동시스템은 제어되어야 하는 자유도보다 적은 구동 자유도를 가지고 있는 시스템으로 특정될 수 있으며, 이런 시스템의 예로는 우주로봇, 해저로봇, 이동로봇, 보행로봇 및 체조로봇 등과 같이 다양한 분야에서 찾아볼 수 있다 [1]. 이런 부족구동시스템에서는 구동 자유도와 비구동 자유도간의 강한 비선형 커플링 현상 때문에 제어 입력을 통해

시스템의 상태를 임의의 방향으로 전이시킬 수 없다는 것이다. 결과적으로, 완전구동 기계시스템과는 달리 부족구동시스템은 임의의 궤도를 추종하도록 제어할 수 없다는 것이다 [2].

최근 많은 제어연구자들이 이런 부족구동시스템과 관련된 제어문제에 대한 관심을 가지고 있으며, 다양한 제어 알고리즘들이 제안되었다. Su와 Stepanenko[3]는 부족구동시스템의 셋 포인트 제어를 위한 적응가변구조제어기를 제안하였으며, 2축 펜더봇 (Pendubot)을 대상으로 제어기의 성능을 검증하였다. Park과 Chwa[4]는 Cart-Pole과 Furuta pendulum과 같은 역진자 시스템을 대상으로 커플링된 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. Brown과 Passino[5]는 퍼지 이론을 이용하여 불안정 균형점에서 아크로봇이 균형을 유지하는 제어기를 제안하였다. 한편, Xu와 Ozguner[6]는 4개의 회전 날개를 가진 헬리콥터를 대상으로 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다.

한편, 가변구조시스템 이론을 기반으로 하는 슬라이딩 모드 제어기는 비선형시스템을 제어하는데 있어 강건한 도구를 제공한다. 슬라이딩 모드 제어기의 특징은 시스템 궤적

접수일자: 2013년 4월 22일

심사(수정)일자: 2013년 6월 4일

게재확정일자: 2013년 6월 일

<sup>†</sup> Corresponding author

본 논문은 한경대학교 2011년도 학술연구조성비의 지원에 의한 것임.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

이 미리 설계된 슬라이딩 평면에 제한되면 파라미터 섭동이나 외란에 둔감하게 된다는 것이다. 따라서 시스템 궤적이 슬라이딩 모드가 일어나는 슬라이딩 평면에 빠르게 도달하도록 설계되어진다. 최근에는 슬라이딩 모드 제어기 설계에 퍼지이론을 접목한 퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 개발되었다[7-9]. 한편 파라미터 섭동이나 외란에 강인하게 되는 것은 슬라이딩 평면에 도달되었을 때이므로 초기시간에서부터 슬라이딩 운동이 일어나도록 하는 적분 슬라이딩 모드 제어기가 제안되었다. 이런 적분 슬라이딩 모드 제어기의 장점은 초기 시간부터 슬라이딩 운동이 일어나므로 시스템의 궤적을 미리 정의된 슬라이딩 평면에서의 슬라이딩 모드 동력학을 이용하여 초기 시간부터 완벽하게 예측할 수 있다[10-11].

본 논문에서는 부족구동 기계시스템을 제어하기 위해 가변구조시스템 이론을 기반으로 초기 시간부터 슬라이딩 운동을 하도록 하는 적분슬라이딩 모드 제어기를 제안한다. 이를 위해 Lagrange 식을 바탕으로 하는 부족구동 기계시스템의 동력학을 기술하고, 균형점에서 부족구동 기계시스템이 가져야 하는 제한 조건을 제시한다. 슬라이딩 모드 제어기 구성을 위해 먼저 적분슬라이딩 함수를 정의하며, 부족구동시스템의 비선형성의 영향을 감소시키기 위해 비선형성의 한정성을 이용하여 불연속 비선형 제어기를 구성한다. 기계 동력학의 중요한 성질인 왜대칭성, 관성 행렬의 양의 정의성 및 한정성 등을 이용하여 Lyapunov 관점에서 제안된 제어시스템의 점근적 안정성을 증명한다. 제안된 제어기의 효용성을 검증하기 위해 어깨에 구동부가 없고, 팔꿈치에 구동부가 있는 2관절 로봇 팔인 아크로봇을 대상으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한다.

## 2. 부족구동 기계시스템의 동력학

Lagrange 식을 바탕으로 하는  $n$ 자유도를 가진 기계시스템의 동력학식은 다음과 같이 표현된다.

$$M(x)\ddot{x}(t) + C(x, \dot{x})\dot{x}(t) + G(x) = B(x)u(t) \quad (1)$$

여기서  $x(t) \in R^n$ 는 일반화된 좌표계의 벡터이고,  $M(x)$ 는 관성행렬로 모든 벡터  $x(t)$ 에 대해 대칭이며 양의 정의 행렬인 관성행렬이며,  $C(x, \dot{x})$ 는  $\dot{x}(t)$ 에 대한 선형 관계이고  $x(t)$ 에 대해서는 한정되어 있는 전향력과 원심력을 나타내는 행렬이다. 한편, 행렬  $\dot{M}(x) - 2C(x, \dot{x})$ 는  $C(x, \dot{x})$ 에 대한 적절한 정의에 따라 왜대칭 행렬로 표현되는데 임의의 벡터  $y \in R^n$ 에 대해  $y^T[\dot{M}(x) - 2C(x, \dot{x})]y = 0$ 이 되는 특성을 가지고 있다. 또한,  $G(x)$ 는 모든  $x(t)$ 에 대해 한정되어 있는 중력 토크이며,  $u(t)$ 는 관절에 공급되는 일반화된 입력 힘을 의미한다.  $B(x)$ 는 입력 변환 행렬을 의미한다. 만약,  $B(x)$ 가  $n \times n$  행렬로 표현되고 유효차수가  $n$ 이면 모든 관절에 구동부가 장착되어 동력이 공급되는 완전 구동시스템이며, 일반적인 산업용 로봇 매니퓰레이터가 여기에 속한다.

만약  $B(x)$ 가  $n \times m$  ( $m < n$ ) 행렬로 유효차수가  $m$ 이라면, 즉 제어대상인 기계시스템이  $m$ 개의 관절만이 구동기가 장착되어 동력이 공급되고, 나머지는 동력이 공급되지 않는 부족구동시스템이라면, 관절위치벡터  $x(t)$ 는 구동 관절을 나타내는  $m$ 차원의  $x_a(t)$ 와 비구동 관절을 나타내는  $(n-m)$ 차원의  $x_u(t)$ 으로 이루어진  $x(t) = [x_u^T, x_a^T]^T$ 로 표

현할 수 있다. 따라서 동적 모델 (1)은 다음과 같이 일반화하여 정리할 수 있다[1-2].

$$\begin{bmatrix} M_{uu}(x) & M_{ua}(x) \\ M_{au}(x) & M_{aa}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_u(t) \\ \ddot{x}_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{uu}(x, \dot{x}) & C_{ua}(x, \dot{x}) \\ C_{au}(x, \dot{x}) & C_{aa}(x, \dot{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_u(t) \\ \dot{x}_a(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_u(x) \\ G_a(x) \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $\tau \in R^m$  인 구동 입력이다.

식 (2)에서 비구동 관절에 대한 동력학식은

$$\begin{bmatrix} M_{uu}(x) & M_{ua}(x) \\ C_{uu}(x, \dot{x}) & C_{ua}(x, \dot{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_u(t) \\ \dot{x}_a(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_u(x) \\ G_a(x) \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

으로 표현되며, 부족구동 기계시스템이  $\dot{x}(t) = 0$ , 즉 정지 상태에서 균형을 취하기 위해서는 관절위치벡터  $x(t)$ 는

$$G_u(x) = 0 \quad (4)$$

인 조건을 만족해야 한다.

2관절 로봇인 아크로봇은 어깨에 구동부가 있지 않고, 팔꿈치에 구동부가 있는 부족 구동시스템이다. 그림 1은 아크로봇의 모델 파라미터를 보여주고 있으며,  $\theta_u$ 은 어깨 관절 각이며,  $\theta_a$ 는 팔꿈치 관절각을 나타낸다. 여기서, 식 (2)에 따라 구동부 및 비구동부에 의한 관절 벡터를  $x = [\theta_u, \theta_a]^T$ 로 정의하면, 아크로봇의 동력학식은 다음과 같이 표현된다[2].

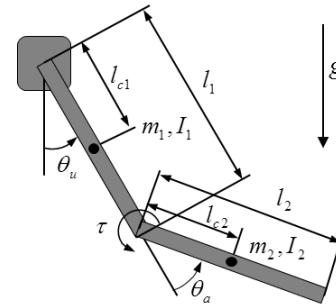


그림 1. 아크로봇  
Fig. 1. Acrobot

$$\begin{aligned} M_{uu}(x) &= I_1 + I_2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos \theta_a \\ M_{ua}(x) &= M_{au}(x) = I_2 + m_2 l_1 l_2 \cos \theta_a \\ M_{aa}(x) &= I_2 \\ C_{uu}(x, \dot{x}) &= -m_2 l_1 l_2 \sin \theta_a \cdot \dot{\theta}_a \\ C_{ua}(x, \dot{x}) &= -m_2 l_1 l_2 \sin \theta_a \cdot (\dot{\theta}_u + \dot{\theta}_a) \\ C_{au}(x, \dot{x}) &= m_2 l_1 l_2 \sin \theta_a \cdot \dot{\theta}_u \\ C_{aa}(x, \dot{x}) &= 0 \\ G_u(x) &= m_1 g l_{c1} \sin \theta_u + m_2 g (l_1 \sin \theta_u + l_2 \sin(\theta_u + \theta_a)) \\ G_a(x) &= m_2 g l_2 \sin(\theta_u + \theta_a) \end{aligned}$$

## 3. 적분슬라이딩모드 제어기

본 논문에서는 식 (2)와 같이 표현되는 부족구동시스템에 대해 셋 포인트 (Set-point) 제어를 위한 적분슬라이딩모드 제어를 제안한다. 식 (2)의 동력학에서 관절위치벡터  $x(t)$ 에 대한 목표 관절위치벡터를  $x_d = [x_{du}^T, x_{da}^T]^T$ 로 정의하면, 관절위치추적 오차벡터  $e(t) \in R^n$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$e(t) = x(t) - x_d \quad (5)$$

슬라이딩 함수  $s(t)$ 를 적분요소를 포함하여 다음과 같이 설계한다[11-12].

$$s(t) = \begin{bmatrix} s_u(t) \\ s_a(t) \end{bmatrix} = \dot{e}(t) + \Lambda e(t) + z(t) \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \Gamma(\dot{e}(t) + \Lambda e(t)) \\ z(0) &= -(\dot{e}(0) + \Lambda e(0)) \end{aligned} \quad (6b)$$

여기서  $\Lambda$ 와  $\Gamma$ 는 양의 정의 행렬로 선택된다. 식 (6)에서 슬라이딩 운동이 일어나기 위한 조건에 따라  $s(t) = 0$ 와  $\dot{s}(t) = 0$ 로 설정하면 슬라이딩 평면에 한정되는  $n$ 차 슬라이딩 모드 동력학을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\ddot{e}(t) + (\Lambda + \Gamma)\dot{e}(t) + \Gamma\Lambda e(t) = 0 \quad (7)$$

만약 슬라이딩 모드가 일어나면 위 식은 슬라이딩 평면에서의 오차 동력학을 나타내게 되며 적절한  $\Lambda$ 와  $\Gamma$ 를 선택하면  $e(t)$ 가 0으로 수렴한다. 한편 식 (5)과 (6)에서 제시된 초기값에 대해 슬라이딩 함수값을 보면  $s(0) = 0$ 임을 알 수 있다. 따라서 초기 시간에서부터 오차 동력학에서의 궤적은 슬라이딩 평면에 머물러 있으며, 적절한 제어 입력에 의해 지속적으로 그 평면상에 머물러 있도록 유도된다면 슬라이딩 운동이 유지될 수 있음을 알 수 있다.

제어 입력 설계 및 안정도 판별 등을 단순화하기 위해 다음과 같이 기준 속도오차벡터를  $\dot{e}_r(t) \in R^n$ 로 정의한다.

$$\dot{e}_r(t) = [\dot{e}_{ru}^T(t), \dot{e}_{ra}^T(t)]^T = \dot{x}_d - \Lambda e(t) - z(t) \quad (8)$$

셋 포인트 제어의 경우에는  $\dot{x}_d = 0$ 이므로 식 (8)은

$$\dot{e}_r(t) = -\Lambda e(t) - z(t)$$

로 표현된다.

슬라이딩 함수는 기준 속도오차벡터를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$s(t) = \dot{x}(t) - \dot{e}_r(t) \quad (9)$$

따라서 식 (2)와 같이 표현되는 부족구동 기계시스템은 다음과 같이 슬라이딩 모드 방정식으로 변환할 수 있다:

$$\begin{bmatrix} M_{uu}(x) & M_{ua}(x) \\ M_{au}(x) & M_{aa}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{s}_u \\ \dot{s}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{uu}(x, \dot{x}) & C_{ua}(x, \dot{x}) \\ C_{au}(x, \dot{x}) & C_{aa}(x, \dot{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_u \\ s_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_u(x, \dot{x}, \dot{e}_r, \ddot{e}_r) \\ \tau + H_a(x, \dot{x}, \dot{e}_r, \ddot{e}_r) \end{bmatrix} \quad (10a)$$

$$M(x)\dot{s} + C(x, \dot{x})s = \begin{bmatrix} H_u(x, \dot{x}, \dot{e}_r, \ddot{e}_r) \\ \tau + H_a(x, \dot{x}, \dot{e}_r, \ddot{e}_r) \end{bmatrix} \quad (10b)$$

여기서

$$\begin{aligned} H_u(\cdot) &= -M_{uu}\ddot{e}_{ru} - M_{ua}(x)\ddot{e}_{ra} - C_{uu}(x, \dot{x})\dot{e}_{ru} \\ &\quad - C_{ua}(x, \dot{x})\dot{e}_{ra} - G_u(x) \\ H_a(\cdot) &= -M_{au}\ddot{e}_{ru} - M_{aa}(x)\ddot{e}_{ra} - C_{au}(x, \dot{x})\dot{e}_{ru} \\ &\quad - C_{aa}(x, \dot{x})\dot{e}_{ra} - G_a(x) \end{aligned} \quad (11)$$

잘 알려진 기계시스템의 특성인 파라미터들의 한정성을 바탕으로 식 (11)는 다음과 같은 부등식 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned} \|H_u\| &\leq \rho_u = \alpha_{uu}\|\ddot{e}_{ru}\| + \alpha_{ua}\|\ddot{e}_{ra}\| \\ &\quad + \beta_{uu}\|\dot{x}\|\|\dot{e}_{ru}\| + \beta_{ua}\|\dot{x}\|\|\dot{e}_{ra}\| + \delta_u \\ \|H_a\| &\leq \rho_a = \alpha_{au}\|\ddot{e}_{ru}\| + \alpha_{aa}\|\ddot{e}_{ra}\| \\ &\quad + \beta_{au}\|\dot{x}\|\|\dot{e}_{ru}\| + \beta_{aa}\|\dot{x}\|\|\dot{e}_{ra}\| + \delta_a \\ \|M_{ij}(x)\| &\leq \alpha_{ij}, \|C_{ij}(x, \dot{x})\| \leq \beta_{ij}\|\dot{x}\|, \|G_i(x)\| \leq \delta_i \end{aligned}$$

위와 같은 특성을 바탕으로 다음과 같이 선형 궤환제어 및 비선형 궤환제어기로 구성된 제어를 제안한다.

$$\begin{aligned} \tau &= -K_a s_a - u_n \\ u_n &= \begin{cases} \frac{s_a}{\|s_a\|}(\rho_a + \frac{1}{\|s_a\|}[\rho_u\|s_u\| + s_u^T K_u s_u]) & \text{if } s_a \neq 0 \\ 0 & \text{if } s_a = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $K_a$ 와  $K_u$ 는 양의 정의 이득행렬이다.

**정리 1 :** 적분슬라이딩 함수 (6)를 가진 제어입력 (12)가 부족구동 기계시스템 (2)에 적용된다면,  $s = 0$ 은 점근적 안정하다.

**증명:** 이득  $K = \text{diag}[K_u, K_a]$ 로 정의하고, 식 (10b)의 양측에  $K_s s$ 를 더하면, 다음과 같은 식이 유도된다.

$$M(x)\dot{s} + C(x, \dot{x})s + Ks = \begin{bmatrix} H_u + K_u s_u \\ \tau + H_a + K_a s_a \end{bmatrix} \quad (13)$$

다음의 Lyapunov 함수를 고려하자.

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T M s \quad (14)$$

식 (14)를 시간에 대해 미분하고 로봇 동력학이 가지는 특성을 고려하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &= \frac{1}{2} s^T (\dot{M} - 2C)s - s^T K s \\ &\quad + s^T \begin{bmatrix} H_u + K_u s_u \\ \tau + H_a + K_a s_a \end{bmatrix} \\ &= -s^T K s + s_u^T (H_u + K_u s_u) + s_a^T (\tau + H_a + K_a s_a) \end{aligned} \quad (15)$$

로 정리된다. 여기에 식 (12)를 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &\leq -s^T K s + \|H_u\|\|s_u\| + s_u^T K_u s_u \\ &\quad + \|H_a\|\|s_a\| + s_a^T K_a s_a \\ &\quad - s_a^T K_a s_a - \rho_a\|s_a\| - \rho_u\|s_u\| - s_u^T K_u s_u \\ &\leq -s^T K_s s + \rho_u\|s_u\| - \rho_a\|s_a\| \\ &\quad + \rho_a\|s_a\| - \rho_a\|s_a\| \\ &= -s^T K_s s \end{aligned} \quad (16)$$

따라서  $s = 0$ 은 점근적 안정하다. ■

### 4. 시뮬레이션 예제

제안된 적분 슬라이딩 모드 제어기의 효용성을 비교하기 위해 2관절 로봇 팔인 아크로봇을 대상으로 시뮬레이션을 수행하였다.

본 논문에서는 기계, 유압, 공압, 열, 전기 및 전자 부품 등의 물리적 시스템에 대한 모델링 및 시뮬레이션 도구인 Mathworks사의 Simscape를 이용하여 아크로봇의 모델을 구현하였다. Simscape를 이용하면 상태방정식을 이용한 아크로봇 모델을 구현할 필요없이 직접 기계적인 요소를 활용하여 그림 2와 같이 아크로봇의 동적 모델을 구현할 수 있으며, 센서 및 액추에이터 모듈을 이용하여 필요한 입출력 신호를 처리할 수 있다. 시뮬레이션을 위해 사용한 아크로봇의 기계적 파라미터는 표 1과 같다.

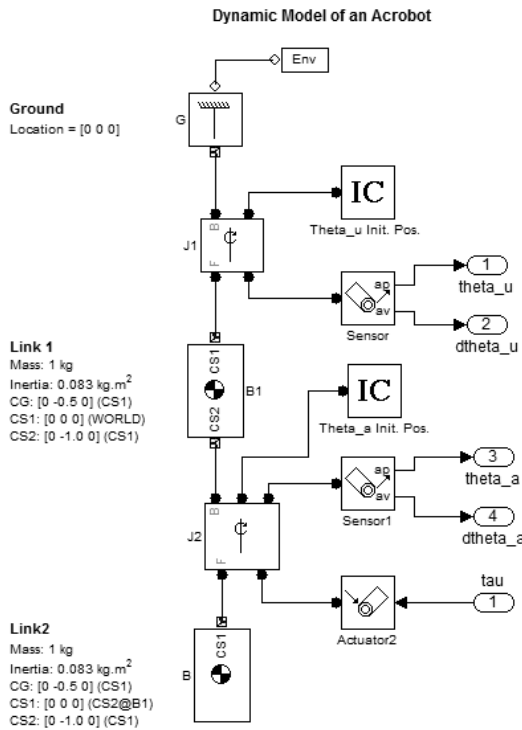


그림 2. Simscape를 이용한 아크로봇 모델  
Fig. 2. Acrobot model using Simscape

표 1. 아크로봇 모델 파라미터  
Table 1. Acrobot model parameters

파라미터	모델값	파라미터	모델값
$m_1$	1.0 kg	$m_2$	1.0 kg
$l_1$	1.0 m	$l_2$	1.0 m
$l_{c1}$	0.5 m	$l_{c2}$	0.5 m
$I_1$	0.083 kg.m <sup>2</sup>	$I_2$	0.083 kg.m <sup>2</sup>

제어기를 포함한 전체시스템은 그림 3 ~ 그림 5와 같이 Simulink를 이용하여 구현하였다. 제안된 제어기는 불연속적이므로 실제 구현을 위해서는 부드러운 연속함수로 구현

할 필요가 있다. 따라서 식 (12)의 비선형 제어입력은 다음과 같이 수정하였다.

$$u_n = \frac{s_a}{\|s_a\| + \epsilon} \rho_a + \frac{s_u}{\|s_u\|^2 + \epsilon} [\rho_u \|s_u\| + s_u^T K_u s_u]$$

수정된 제어기는 정리 1에서와 같이  $s=0$ 에 점근적 안정을 보장하기 못하지만  $s=0$ 에 균일 궁극 유한 (Uniformly Ultimately bounded) 하게 된다.

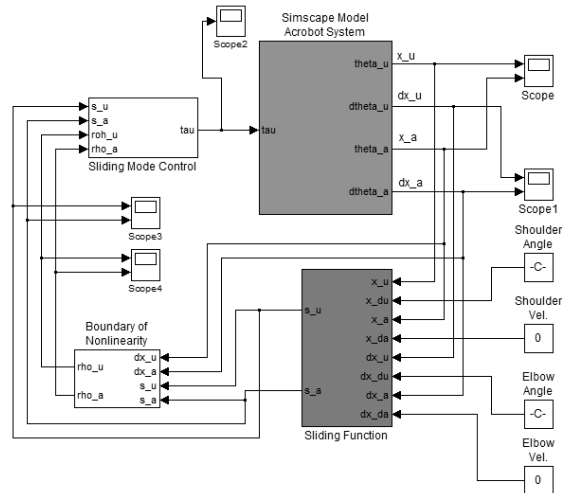


그림 3. Simulink 기반의 전체시스템 구조  
Fig. 3. Whole system structure using Simulink

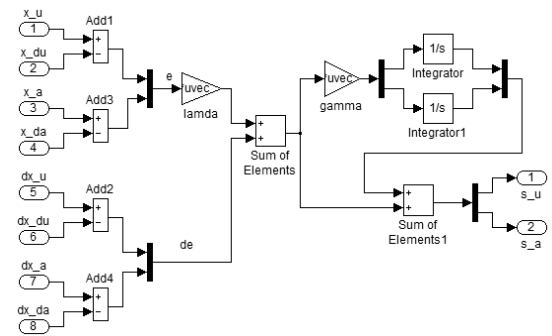


그림 4. Simulink 기반의 슬라이딩 함수  
Fig. 4. Sliding function using Simulink

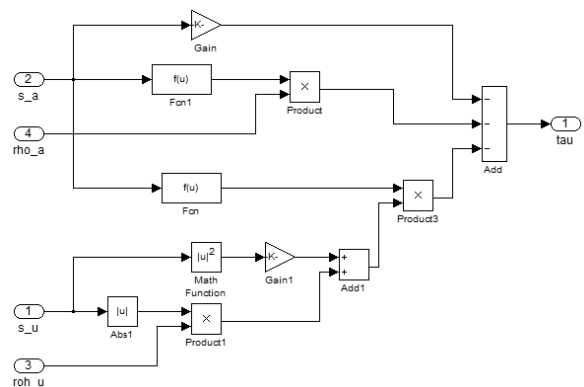


그림 5. Simulink 기반의 제안 슬라이딩 모드제어기  
Fig. 5. Proposed sliding mode control using Simulink

먼저, 초기 위치값이  $(\pi/4, \pi/4)$  일 때 제어가 되고 있지 않는 아크로봇의 운동에 대해 시뮬레이션을 하였다. 주어진 아크로봇의 모델에서 마찰력이 고려되지 않은 상태이므로 초기의 위치에너지를 각 관절의 운동에너지로 전환되면서 그림 6과 같이 각 관절각이 진동하는 것을 볼 수 있다.

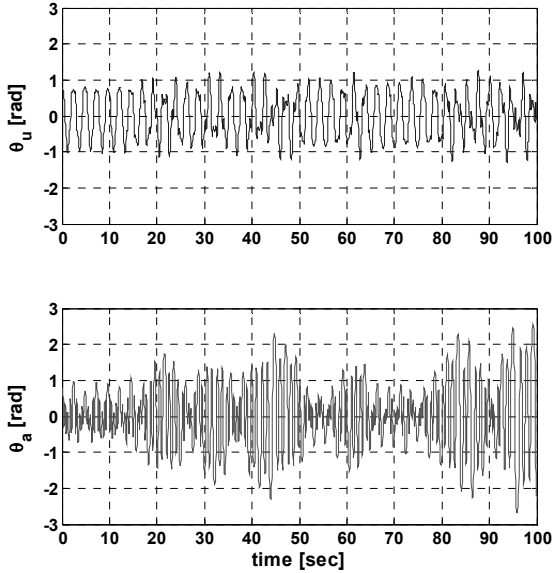


그림 6. 제어되지 않는 아크로봇의 운동  
Fig. 6. Uncontrolled motion of acrobot

다음은 목표 셋 포인트를  $(\theta_{du}, \theta_{da}) = (0, 0)$  으로 잡고 제안된 제어기에 의한 아크로봇의 운동을 시뮬레이션 하였다. 그림 7에서 보는 바와 같이 주어진 목표 위치값은 아크로봇의 균형을 유지하기 위한 동력학적인 제한 조건인

$$G_u(x) = (m_1 g l_{c1} + m_2 g l_1) \theta_u + m_2 g l_2 \sin(\theta_u + \theta_a) = 0$$

를 만족하고 있어 중력에 대한 균형을 이루고 있는 위치임을 알 수 있다.

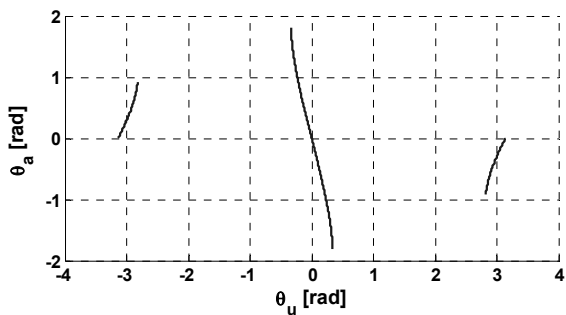


그림 7. 아크로봇의 균형점  
Fig. 7. Equilibrium points for acrobot

한편, 슬라이딩 모드 제어기를 구성하는 파라미터를 다음과 같이 정의하였다.

$$K_s = 200, K_u = 100, \epsilon = 0.02$$

$$A = \begin{bmatrix} 3.0 & 0.0 \\ -2.0 & 1.5 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 2.5 & 0.0 \\ -2.5 & 2.0 \end{bmatrix}$$

그림 8은 제안된 제어기에 의해 시뮬레이션 결과를 보여 주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 시간이 지나감에 따라 초기의 위치에너지가 주어진 토크에 의해 감소되면서 균형 점인  $(0, 0)$ 으로 수렴됨을 보여 주고 있다. 그림 9에서는 Simscape에서 제공하는 애니메이션 결과를 보여 주고 있다.

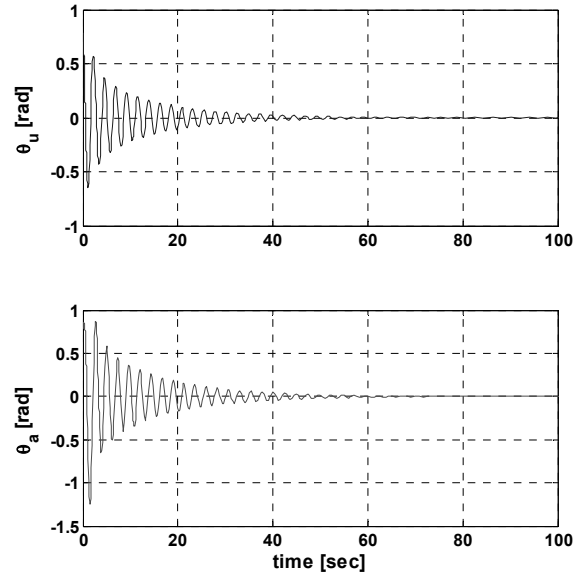


그림 8. 제안된 제어기에 의한 아크로봇의 운동  
Fig. 8. Motion of acrobot using the proposed control

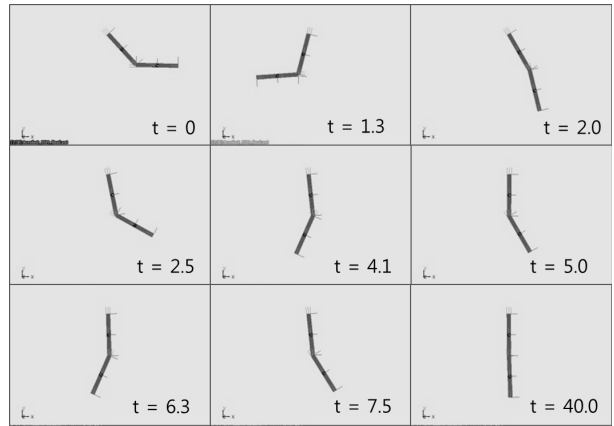


그림 9. 아크로봇 운동 애니메이션  
Fig. 9. Motion animation of acrobot

### 5. 결론

제어되어야 하는 자유도보다 구동부가 더 적은 부족구동 기계시스템은 기존의 완전 구동 기계시스템보다 안정성 유지를 위한 제어기 설계에 대해 세심한 연구가 요구된다. 본 논문에서는 이런 부족구동 기계시스템을 제어하기 위해 가변구조시스템 이론을 기반으로 하는 적분슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 슬라이딩 모드 제어기 구성을 위해 먼저 적분슬라이딩 함수가 정의되었으며, 부족구동시스템의

비선형성의 영향을 감소시키기 위해 비선형항의 경계치를 사용한 불연속 비선형 제어기가 구성되었고, Lyapunov 안정도 이론을 이용하여 제안된 제어시스템의 점근적 안정성을 증명하였다. 제안된 제어기의 효용성을 검증하기 위해 어깨에 구동부가 없고, 팔꿈치에 구동부가 있는 2관절 로봇 팔인 아크로봇을 대상으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 아크로봇의 동적 모델은 기계적 요소에 대한 라이브러리를 제공하는 Mathworks사의 Simscape을 이용하여 구현하였으며, 제어기 구성은 Simulink를 이용하여 구성하였다. 시뮬레이션 결과는 제안 제어기가 부족구동시스템을 효과적으로 제어할 수 있음을 보여주었다.

### References

[1] Mark W. Spong, "The Swing Up Control Problem for the Acrobot," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 15, pp. 49-55, 1995.

[2] Russ Tedrake, *Underactuated Robotics: Learning, Planning, and Control for Efficient and Agile Machines*, Course Notes for MIT 6.832, 2009. [https://svn.csail.mit.edu/russt\\_public/6.832/](https://svn.csail.mit.edu/russt_public/6.832/)

[3] Chun-Yi Su and Yury Stepanenko, "Adaptive Variable Structure Set-Point Control of Underactuated Robots," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 44, no. 11, pp. 2090-2093, Nov. 1999.

[4] Mun-Soo Park and Dongkyoung Chwa, "Swing-Up and Stabilization Control of Inverted-Pendulum System via Coupled-Mode Control Method," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 9, pp. 3541-3555, Sep. 2009.

[5] Scott C. Brown and Kevin M. Passino, "Intelligent Control for an Acrobot," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 18, pp. 209-248, 1997.

[6] Rong Xu and Umit Ozguner, "Sliding Mode Control of a Class of Underactuated Systems," *Automatica*, vol. 44, pp. 233-241, 2008.

[7] Eun Ju Hwang, Young-Wan Cho, Euntai Kim, and Mignon Park, "Fuzzy Sliding Mode Controller Design for Improving the Learning Rate," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 16, no. 6, pp. 747-752, 2006.

[8] Sam-Jun Seo, "Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for Nonlinear Systems using Estimation of Bounds for Approximation Errors," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 15, no. 5, pp. 527-532, 2005.

[9] Dae-Sik Lee, Hye Kyung Kim, "A Study on the Adaptive Fuzzy Nonlinear VSS," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol.11, no. 9, pp. 788-792, 2001.

[10] Vadim I. Utkin and Jingxin. Shi, "Integral Sliding Mode in Systems Operating Under Uncertainty Conditions," *Proceeding of the 35th Conference on Decision and Control*, pp. 4591-4597, Kobe, Japan, December 1996.

[11] Han Ho Choi, "LMI-Based Sliding Surface Design for Integral Sliding Mode Control of Mismatched Uncertain Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 52, No 4, pp. 736-742, 2007.

[12] Dong Sang Yoo, "Integral Sliding Mode Control for Robot Manipulators," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 14, no. 12, pp. 1266-1269, Dec. 2008.

### 저 자 소 개



#### 유동상(Dong Sang Yoo)

1985년 : 서울대학교 공과대학 전기공학과 공학사  
 1987년 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사  
 1992년 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학박사  
 1992년~2000년 : LG생산기술원 책임 연구원  
 2000년~현재 : 국립한경대학교 전기전자제어공학과 교수

관심분야 : Robust Control, Robotics, Automation  
 Phone : +82-31-670-5322  
 E-mail : dsyoo@hknu.ac.kr