

개선된 샘플링 방법에 기초한 삼각프리즘법

Triangular Prism Method Based on an Enhanced Sampling Method

진강규*
Gang-Gyoo Jin*

한국해양대학교 IT공학부

† Division of Information Technology, Korea Maritime University

요 약

프랙탈 이론은 컴퓨터 과학, 공학, 의학, 기상학 등 여러 분야에서 직면하는 복잡하고 불규칙적인 자연현상을 모델링할 수 있는 효과적인 도구로서 인정받아 왔다. 본 연구에서는 지형 및 이미지의 프랙탈 정보 추출에 많이 이용되는 삼각프리즘법의 정밀도를 개선하는 문제를 다룬다. 이를 위해 기존의 샘플링 방법들을 분석하고 그들의 장점을 취하는 새로운 샘플링 방법을 제안한다. 가상의 프랙탈 맵에서 제안된 방법을 다른 방법과 비교하며 그 유효성을 검증한다.

키워드 : 프랙탈 차원, 삼각프리즘법, 샘플링 방법, 수정 산술적 스텝법, 커버리지 비율

Abstract

Fractal theory has been adopted as an effective tool for modelling complex and irregular natural phenomena facing in the fields of Computer Science, Engineering, Medical, Climatology and so on. In this paper, we presents an algorithm which enhances the performance of the triangular prism method(TPM) which has been widely used for fractal dimension extraction of natural terrains and images. For this, existing sampling methods are analyzed and a new sampling method which takes their merits is proposed. The effectiveness of the proposed algorithm is tested on fractal terrain maps and its performance is compared with that of other methods.

Key Words : Fractal dimension, Triangular prism method, Sampling method, Modified arithmetic step, Coverage ratio

1. 서 론

지난 30년간 프랙탈 이론은 유클리드 기하학으로 설명할 수 없는 복잡하고 불규칙적인 자연현상을 모델링할 수 있는 새로운 도구로서, 용접부의 결함 탐지와 진단[1], 구름 위성 이미지와 프랙탈 박스 차원과의 상관관계 규명[2], 원수(raw water)에 형성된 침전물의 프랙탈 차원 측정[3], 두개골 봉합선의 복잡성 평가[4], 음악의 유형 분류[5]를 포함해 컴퓨터 예술, 공학, 의학, 지질학, 기상학 등 다양한 분야에서 성공적으로 응용되어 왔다[6,7,12].

이와 같이 프랙탈 이론이 많은 분야에서 성공적으로 응

용되고 있음에도 불구하고 그 결과의 일관성 부족이 약점으로 지적되어 왔다. 그 주 이유는 인위적으로 만들던 아니면 자연에서 취득하던 다루는 맵이 완전한 프랙탈 구조가 아니라는 사실 때문이지만, 그럼에도 불구하고 유사 프랙탈 구조 하에서 프랙탈 차원의 추정 성능을 높이려는 연구들이 계속되어 왔다. 대표적인 프랙탈 차원 추정법으로는 Pentlant법, Isarithm법, Variogram법, Probability법, Box-counting법, 삼각프리즘법(triangular prism method: TPM) 등이 있으며, 이 중 TPM이 가장 신뢰성이 있는 알고리즘으로 인정받고 있다[9].

TPM의 성능은 스텝수(number of steps)와 대응되는 스텝크기(step size)를 어떻게 정하느냐에 달렸다고 할 수 있고, 이것은 본질적으로 샘플링 전략의 주요 쟁점이기도 하지만 다른 여러 프랙탈 추정 알고리즘들이 겪는 공통적인 문제이고, 추정치의 정밀도에 영향을 끼치는 요소이다. 현재까지 프랙탈 차원 추정법들이 채용하고 있는 샘플링 전략으로는 기하학적 스텝(geometric step: GS)법[8], 제수 스텝(divisor step: DS)법[9], 산술적 스텝(arithmetic step: AS)법이 있다[10].

Clarke의 고정 커버리지 GS법은 매 스텝마다 낭비되는 픽셀수가 많아 계산된 프랙탈 차원이 전체 윈도에 대한 대표성이 낮은 것이 약점으로 지적되고 있다. 이를 개선한 DS법은 매 스텝마다 전체 윈도우를 활용하는 장점을 가지

접수일자: 2013년 2월 2일

심사(수정)일자: 2013년 4월 1일

게재확정일자 : 2013년 4월 4일

† Corresponding author

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

지만 특정 크기의 윈도우에서 회귀분석 데이터가 항상 3개 밖에 되지 않아, 픽셀에 잡음이 내포될 경우에는 잡음에 민감해지고 추정 정보가 왜곡될 가능성이 높다. 한편 Emerson 등[10]은 작은 윈도우의 맵을 다룰 때 충분한 크기의 회귀분석 데이터를 얻기 위해 AS법을 사용하고 있다. 그러나 이 방법은 회귀분석용 데이터를 충분히 얻을 수는 있지만, 반대로 픽셀 활용률이 낮은 데이터가 다량 포함되어 이들로 인해 더 이상 성능 개선은 되지 않고 연산부담만 늘어나는 문제점을 가지고 있다.

따라서 본 논문에서는 기존의 DS법이 가지고 있는 100% 픽셀 활용률과 AS법이 가지고 있는 풍부한 데이터 확보 능력을 결합해 TPM의 추정 성능을 높이는 문제를 다룬다. 제안하는 방법은 픽셀 활용률, 즉 커버리지 비율(coverage ratio)이 일정한 값 이상인 스텝만을 취해 샘플링하며, 이를 통해 유효 커버리지를 높여 성능을 개선하고 또 연산시간을 줄인다. 가상의 프랙탈 맵에서 제안된 샘플링 방법을 다른 방법과 비교하며 그 유효성을 검증한다.

2. 프랙탈 및 기존의 데이터 샘플링

2.1 프랙탈(Fractal)

프랙탈 이론은 1975년 Mandelbrot의 ‘영국의 해안선 길이는 얼마인가?’라는 논문을 통해 처음 소개되었고[11], 이후로 프랙탈 기하학은 유클리드 기하학으로는 설명할 수 없는 복잡한 자연 현상을 모델링할 수 있는 새로운 도구로서 급속하게 발전해 왔다. 프랙탈 구조는 부분이 전체와 비슷한 형태로 끝없이 되풀이되기 때문에 자기유사성(self-similarity)과 순환성(recursiveness)과 소수차원(fractal dimension)을 그 특징으로 하고 있다. 주위에서 찾아볼 수 있는 프랙탈 구조의 한 좋은 예는 강의 지류이다. 비바람에 의한 반복적인 침식, 퇴적, 풍화 작용으로 강에서 갈라져 나온 강과 그 강에서 갈라져 나온 또 다른 강, 이렇게 계속적으로 분화된 강의 지류는 매우 복잡하고 불규칙하게 보이지만 놀랍게도 여기에는 일정한 패턴이 존재하고 강과 하천과 시내와 도랑 간에는 유사성이 발견된다.

프랙탈은 형상화 시키는 방법에 따라 결정형과 비결정형으로 구분될 수 있다. 결정형은 수학적 규칙에 따라 어떤 비율로 축소시키고 회전시켜 가면서 무한히 반복할 때 만들어지는 모양으로서 컴퓨터 예술 등에 다양하게 적용되고 있고, 비결정형은 형상의 부분을 계속 확대할 때 전체 모습과 통계적으로 유사한 형상을 갖는 모양을 말한다. 결정형의 예로는 코흐 곡선, 만델브로트 집합, 줄리아 집합 등이 있고, 비결정형의 예로는 자연에서 볼 수 있는 해안선, 구름, 번개, 나무, 고사리, 벌집, 뇌 등이 있다. 그림 1은 비결정형 프랙탈의 예를 보여준다.

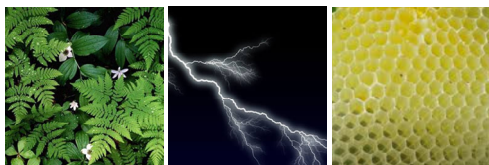


그림 1. 자연계의 프랙탈
Fig. 1. Natural fractals

2.2 프랙탈 차원

앞서 언급하였듯이 프랙탈 구조는 끊임없이 자기 유사적이고 반복적인 패턴을 갖는데, 이러한 구조들의 복잡성 정도를 정의하기 위해 고전(유클리드) 기하학에서 빌려온 유용한 개념 중 하나가 프랙탈 차원이다. 유클리드 기하학에서는 차원이 다른 도형을 축소하거나 확대하면 그 크기가 각각 달라진다. 가령 1차원에서 하나의 선분을 m등분하면 원래 길이의 1/m 배인 선분이 m개가 생기고, 2차원에서 정사각형의 각 변을 m등분하면 변이 1/m배 줄어든 사각형(자기 유사도형) m²개가 생긴다. 마찬가지로 3차원에서 정육면체의 각 변을 m등분하면 변이 1/m배 줄어든 정육면체 m³개가 생긴다(그림 2 참조).

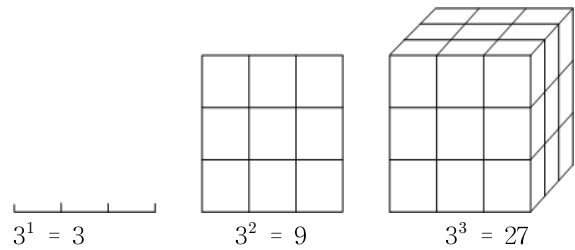


그림 2. 차원의 도면
Fig. 2. Schematics of dimension

이로부터 축소를 r= 1/m과 유사도형의 수 N과 차원 D와의 관계는 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$N = 1/r^D \text{ 또는 } D = \log(N)/\log\left(\frac{1}{r}\right) \quad (1)$$

예로 유클리드 기하학에서 직선을 3등분하면 r= 1/3이고 N= 3이므로 차원 D는 1이 되고, 평면의 각 변을 3등분하면 r= 1/3이고 N= 9 이므로 차원 D는 2가 됨을 확인할 수 있다. 식 (1)은 프랙탈 구조에도 적용되지만 앞의 예와 같이 항상 정수차원이 보장되지 않는다. 일례로 코흐 곡선과 같은 구조에서는 r= 1/3일 때 N= 4가 되어 D= log(4)/log(3)= 1.26이 된다[7]. 1.26의 소수차원은 코흐 곡선이 1차원보다는 더 복잡하고 2차원보다는 덜 복잡하다는 것을 말해준다.

프랙탈 차원을 추정하는 방법으로는 Pentlant법, Isarithm법, Variogram법, Probability법, Box-counting법, 삼각프리즘법 등이 있다.

2.3 삼각프리즘법

TPM은 1986년 Clarke[8]에 의해 소개된 방법으로서 1차원 측정자법(ruler method)의 2차원 확장으로 생각될 수 있으며, 여기서 표면 측정자(surface ruler)는 사각기둥의

상단 표면적이 된다. TPM은 맵의 정보가 이산적(픽셀 단위)으로 표현된 곳에 적용이 용이하므로, 픽셀의 z값으로 고도를 가지는 N×N 프랙탈 표면을 생각하면 그 표면은 δ×δ 크기의 기저면을 갖는 사각기둥으로 측정할 수 있다. 사각기둥의 상단 표면적은 먼저 그림 3처럼 네 모서리 고도 (h_a, h_b, h_c, h_d)의 평균값으로 중점의 고도(h_e)를 보간하고 또 사각기둥을 4개의 삼각 프리즘으로 나누어 그 표면적을 구한 다음 이들을 합산하여 구하게 된다. 이때 삼각형의 넓이는 헤론의 공식(Heron's formula)으로 계산될 수 있다.

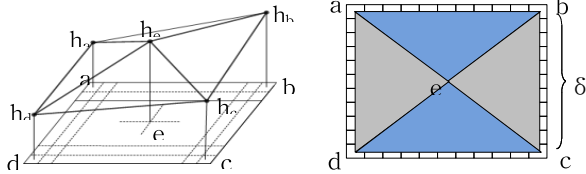


그림 3. Clarke의 삼각프리즘 법
Fig. 3. Clarke's triangular prism method

샘플링 전략에 따라 스텝크기 δ를 변경하면서 표면 측정자의 표면적 S를 구하게 되면, H는 log(S)-log(δ) 그래프 또는 최소자승법으로 얻게 되고, 프랙탈 차원 D는 다음 식으로 구해진다.

$$D = 2 - H \quad (2)$$

2.4 픽셀 샘플링

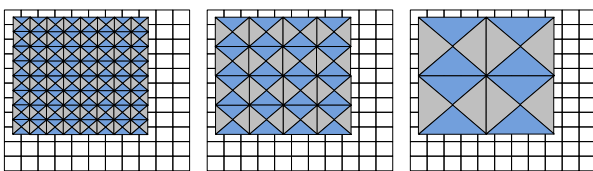
샘플링 전략에 따라 프랙탈 차원을 추정할 때 주어진 맵으로부터 어떤 스텝크기를 어떻게 샘플링할 것인지를 정하는 방법이라 할 수 있다. 프랙탈 차원의 정밀도는 샘플링 전략에 직접적인 영향을 받게 된다. 여기서는 N×N 윈도우에서 동작하는 기존의 몇 가지 샘플링 방법에 대해 살펴본다.

(1) 기하학적 스텝법

기하학적 스텝(geometric step: GS)법은 Clarke[8]에 의해 처음 사용되었고 샘플링 시 일련의 기하학적 스텝을 사용한다. 스텝크기 δ는(N-1)/2를 초과하지 않는 범위 내에서 2의 급수로 커지는 값들을 가지며, δ를 모든 Δ= {δ| 2⁰, 2¹, 2², ... ≤(N-1)/2}은 스텝집합, n= dim(Δ)은 스텝수이다.

GS법은 δ의 최대값을 기준으로 나머지 모든 δ에 대해 고정 커버리지(fixed coverage)를 적용하고 있어서 고정 커버리지 GS법이라 불리우고, 스텝마다 활용 못하는 픽셀 수가 많은 것이 단점이다.

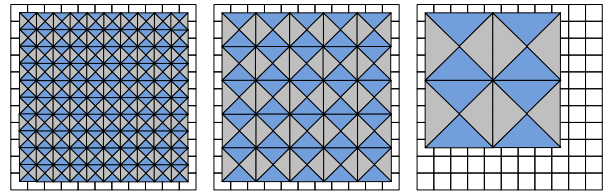
그림 4는 11×11 윈도우에서 GS법을 수행한 결과를 그린 것이다. Δ= {1, 2, 4}, n= 3이 되고, 각 스텝마다 40개의 픽셀이 낭비됨을 알 수 있다.



(a) δ= 1 (b) δ= 2 (c) δ= 4
그림 4. 고정 커버리지 GS법의 샘플링
Fig. 4. Sampling of the fixed coverage GS method

이를 보완하고자 각 스텝마다 가능한 한 많은 픽셀이 포함되도록 커버리지를 변경한 것이 가변 커버리지(varying coverage) GS법이다. 이 방법은 Clarke의 방법보다는 더 효율적이지만, 모든 스텝이 픽셀을 전부 활용 못하기는 마찬가지이다.

그림 5는 가변 커버리지 GS법을 적용했을 때의 예이다.



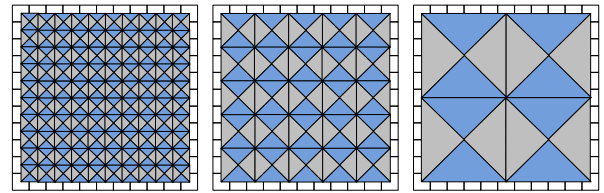
(a) δ= 1 (b) δ= 2 (c) δ= 4

그림 5. 가변 커버리지 GS법의 샘플링
Fig. 5. Sampling of the varying coverage GS method

(2) 제수 스텝법

제수 스텝(divisor step: DS)법은 Ju와 Lam[9]에 의해 제안된 방법으로서 직관적으로 어떤 스텝에서든지 N×N 윈도우를 전부 활용하도록 설계되었기 때문에 스텝집합은 Δ= {δ|δ는 N-1의 자연수 제수이고 N-1은 제외}가 된다. N이 홀수인 한 DS법에서는 모든 스텝에서 전체 윈도우의 사용이 보장된다.

앞서 사용한 11×11 윈도우에 DS법을 적용하면 Δ= {1, 2, 5}와 n= 3이 되고 그림 6은 샘플링 결과이다.



(a) δ= 1 (b) δ= 2 (c) δ= 5

그림 6. 제수 스텝법의 샘플링
Fig. 6. Sampling of the divisor step method

그러나 DS법은 (N-1)/2이 소수(prime number)가 되는 N값에서는 스텝수가 항상 3이 되어 이는 회귀분석(Regression analysis) 데이터수로는 충분치 않고 만약 픽셀에 잡음이 내포되면 추정 정보가 왜곡될 가능성이 높다.

(3) 산술적 스텝법

산술적 스텝(arithmetic step: AS)법[10]은 스텝 δ를 1에서 (N-1)/2까지 산술적으로 1씩 증가시키면서 샘플링하는 방법이며 스텝집합은 Δ= {δ| 1, 2, ..., (N-1)/2}이 된다.

일반적으로 AS법의 스텝수는 GS법과 DS법보다 더 많아 회귀분석 시 필요한 데이터를 충분히 얻을 수 있어서 윈도우 크기가 작은 곳에 유리하다.

앞서 사용한 11×11 윈도우에 AS법을 적용하면 Δ= {1, 2, 3, 4, 5}와 n= 5가 되며, 그림 7은 AS법을 적용했을 때의 예이다.

그러나 AS법은 δ 값이 클 때 픽셀 활용률이 낮고 크기가 작은 블록(block)이 여러 번 샘플링 되어 이로 인해 정밀도

는 개선되지 않으면서 연산부담만 늘어나고 또 픽셀에 잡음이 내포될 경우에는 잡음에 민감해질 수 있다.

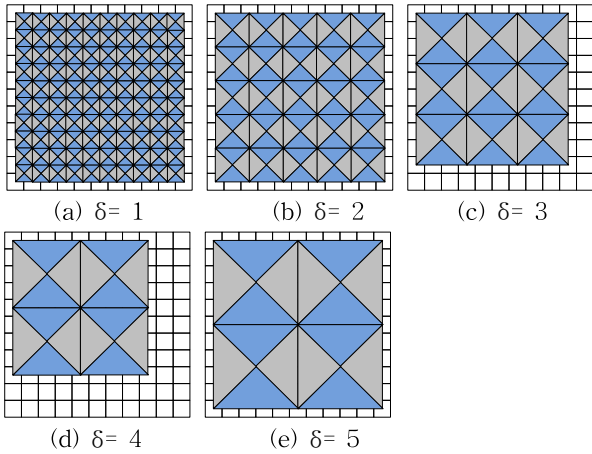


그림 7. 산술적 스텝법의 샘플링
Fig. 7. Sampling of the arithmetic step method

3. 제안된 샘플링법

앞 절에서 우리는 샘플링 방법에 따라 스텝집합과 샘플링 블록 수가 달라짐을 확인하였다. 이 때문에 샘플링은 프랙탈 차원의 정밀도에 영향을 끼치며, 직관적으로 스텝마다 픽셀 정보를 더 많이 사용하면서 충분한 크기의 회귀분석 데이터를 가질 때 추정값이 더 대표성을 갖는다고 할 수 있다. 따라서 여기서는 기존의 산술적 스텝법을 보완한 샘플링 방법을 제안한다.

3.1 수정 산술적 스텝법

AS법은 스텝수가 커서 회귀분석용 데이터를 충분히 얻을 수 있지만, 픽셀 활용률이 낮은 다량의 데이터를 가지는 것이 단점이고, DS법은 100[%] 픽셀 활용률을 보장하지만, 특정 N에서 데이터 수가 부족한 것이 단점이다. 따라서 제안하는 방법은 AS법의 스텝 중 픽셀 활용률이 일정한 값 이상인 것만을 취해, DS법의 스텝을 수용하고 또 전체 픽셀 활용률을 높이면서 스텝수를 줄여 연산시간을 경감시킨다. 또한 임의 크기의 N×M 윈도우(단, N, M은 홀수)에도 사용할 수 있도록 하며, 제안하는 샘플링 방법을 수정 산술적 스텝(modified arithmetic step: MAS)법이라 칭한다.

N×M 윈도우에서 픽셀의 활용률을 정량적으로 계량하기 위해 주어진 δ에서 전체 픽셀 수 대비 샘플링 픽셀 수의 비율, 즉 커버리지 비율(coverage ratio)을 CR이라 하면 다음 식으로 정의된다.

$$CR = \frac{[\text{int}(\frac{N-1}{\delta})\delta+1][\text{int}(\frac{M-1}{\delta})\delta+1]}{N \times M} \times 100[\%] \quad (3)$$

여기서 N과 M은 각각 윈도우의 행과 열의 수, $[\text{int}(\frac{N-1}{\delta})\delta+1][\text{int}(\frac{M-1}{\delta})\delta+1]$ 은 δ 스텝크기에서 샘플링 픽셀 수, $\text{int}(\cdot)$ 는 정수를 취하는 연산자이다.

따라서 MAS법은 AS법의 $\delta \in \Delta_{AS}$ 중 CR 값이 threshold

이상인 것만을 취하게 되므로 스텝집합은 다음 식과 같게 된다.

$$\Delta = \{\delta \mid \delta \in \Delta_{AS} \text{ and } CR \geq \text{threshold}\} \subseteq \Delta_{AS} \quad (4)$$

여기서 $\Delta_{AS} = \{\delta \mid 1, 2, \dots, (L-1)/2\}$ 이고 $L = \min(N, M)$ 이다.

그림 8은 예로 27×27 윈도우에서 AS법의 CR을 구해 그린 것이고, MAS법에 80[%] threshold를 적용하면 $\Delta = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 13\}$ 이 되어 AS법의 $\delta = 7, 9, 10, 11$ 가 제외된 것을 알 수 있다. Threshold를 낮출수록 MAS법의 성능은 AS법에 접근해가고, 반대로 높일수록 DS법에 접근해간다. 만약 threshold가 0[%]이면 AS법과, 100[%]이면 DS법과 같게 된다.

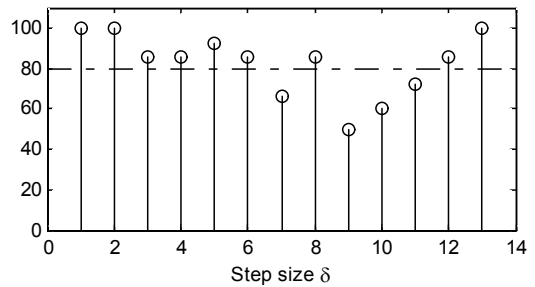


그림 8. AS법의 CR과 threshold
Fig. 8. CR of the AS method and threshold

MAS법을 채용함으로써 추정 성능이 개선됨을 그래프적으로 살펴보기 위해 그림 9는 27×27 윈도우에서 AS법과 MAS법을 채용한 TPM의 회귀분석 그래프를 그린 것이다. AS법은 δ가 클 때 회귀직선에서 벗어난 데이터들이 많지만 MAS법은 모두 근접해 있다.

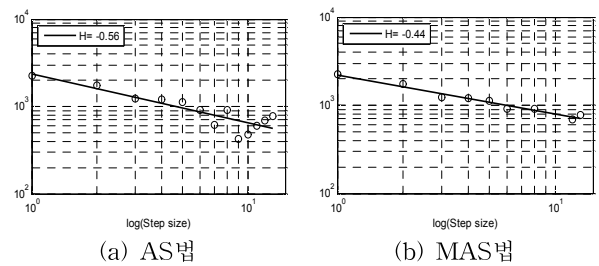


그림 9. 27×27 윈도우에서 TPM의 회귀분석

Fig. 9. Regression analysis of TPM on 27×27 window

3.2 MAS법을 채용한 TPM

N×M 윈도우가 주어질 때 제안한 방법으로 Δ를 얻고, 각 δ마다 프리즘 상단의 전체 표면적 S를 계산하게 되므로 TPM은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\log(S) = a + H \cdot \log(\delta) + \epsilon \quad (5)$$

여기서 S는 프리즘 상단의 전체 표면적, δ는 스텝크기, H는 상수로서 log-log 그래프 상의 직선 기울기, a는 상수로서 절편, ε는 오차를 의미한다.

$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n \in \Delta$ 에서 계산된 표면적을 각각 $S_1, S_2, \dots,$

S_n 라 하면 식 (5)는 벡터-행렬로 표시할 수 있다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{Ax} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (6a)$$

$$\text{단, } \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \log(S_1) \\ \log(S_2) \\ \vdots \\ \log(S_n) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} a \\ H \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2, \boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n \quad (6b)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \log(\delta_1) \\ 1 & \log(\delta_2) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \log(\delta_n) \end{bmatrix} \quad (6c)$$

오차제곱의 합을 J 라 하면

$$J = \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\epsilon} = (\mathbf{z} - \mathbf{Ax})^T (\mathbf{z} - \mathbf{Ax}) \quad (7)$$

이 값이 최소가 되기 위한 필요조건, 즉 $\partial J / \partial \mathbf{x} = 0$ 을 만족하는 추정치 $\hat{\mathbf{x}}$ 는 다음 식으로 주어지고 D 는 식 (2)로부터 구해진다.

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{z} \quad (8)$$

다음은 MAS법을 채용한 TPM 알고리즘을 보여준다.

```

Procedure of TPM with the MAS method
{
Step 1 input N×M map;
Step 2 calculate Δ and n= dim(Δ);

for i= 1 to n
  Step 3 let δ= Δ(i) and S(i)= 0;
  Step 4 find covering area(b_row, e_row, b_col,
    e_col) with N, M and δ;
  for row= b_row to e_row-δ step δ
    for col= b_col to e_col-δ step δ
      Step 5 get ha, hb, hc and hd from the map;
      Step 6 calculate he= (ha+hb+hc+hd)/4;
      Step 7 calculate area A with ha, hb, hc, hd,
        he and δ;
      Step 8 let S(i)= S(i)+A;
    end
  end
end

Step 9 apply data fitting to derive H;
Step 10 calculate D= 2-H;
}
    
```

4. 실험 및 결과 검토

제안된 방법의 유효성을 검증하기 위하여 프랙탈 맵에서 모의실험을 실시하였다. 프랙탈 맵은 구현이 쉽고 효과적인 random midpoint displacement법[7]으로 만들었다.

4.1 유효 커버리지 비율

앞서 정의된 CR로부터 각 샘플링 방법들이 평균적으로 사용하는 픽셀 활용률을 계량하도록 유효 커버리지 비율 (effective coverage ratio: ECR)을 정의하면 식 (9)와 같다. 이때 표준편차 σ_{ECR} 는 식 (10)으로 쓸 수 있다.

$$ECR = \frac{1}{n} \sum_{\delta \in \Delta} \frac{[\text{int}(\frac{N-1}{\delta})\delta+1][\text{int}(\frac{M-1}{\delta})\delta+1]}{N \times M} [\%] \quad (9)$$

$$\sigma_{ECR} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{\delta \in \Delta} (CR - ECR)^2} \quad (10)$$

ECR이 클수록 낭비되는 픽셀의 수가 적고, σ_{ECR} 이 작을수록 CR값들이 ECR에 근접해 있음을 의미한다.

표 1은 6가지 다른 윈도우에서 각 방법의 ECR을 구한 것이다. 이때 threshold는 80[%]으로 하였다. 표에서 보면 $N \times N$ 윈도우에서는 그 특성상 DS법의 ECR이 다른 방법에 비해 크게 되지만, $N \times M$ 윈도우에서는 MAS법의 ECR이 나머지 방법의 ECR값 이상임을 알 수 있다.

표 1. 다른 샘플링 방법으로 계산된 ECR과 σ_{ECR}
Table 1. ECR and σ_{ECR} computed by different sampling methods

Window	GS법	DS법	AS법	MAS법
9×9	100.0±0.00	100.0±0.00	90.12±17.11	100.0±0.00
17×17	100.0±0.00	100.0±0.00	89.19±13.87	96.19±5.38
29×29	93.58±11.12	100.0±0.00	85.13±15.06	94.83±6.78
9×17	100.0±0.00	100.0±0.00	93.30±11.60	100.0±0.00
17×23	91.30±10.65	91.30±10.65	86.09±11.76	91.94±6.15
47×37	87.23±14.79	92.55±8.38	84.02±12.35	93.72±5.63

4.2 연산시간의 비교

각 샘플링 방법에 기초한 TPM의 연산시간을 측정해보기 위해 5가지 크기의 윈도우에서 시뮬레이션을 실시하였다. 각 방법 당 100번의 루프를 돌리면서 이때의 시간을 측정하고, 다시 반복횟수로 나눈 것이 표 2이다.

예견할 수 있듯이 AS법과 MAS법은 나머지 두 방법보다 연산시간이 약간 길지만, MAS법의 연산시간은 AS법보다 짧아졌다.

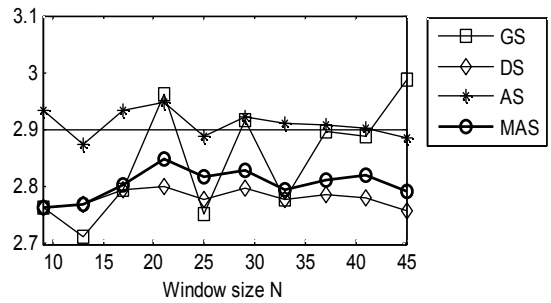
표 2. 다른 샘플링 방법의 연산시간
Table 2. Computation time of different sampling methods

Window	Computation time[sec]			
	GS법	DS법	AS법	MAS법
11×11	0.0148	0.0148	0.0163	0.0162
17×17	0.0362	0.0366	0.0413	0.0399
45×45	0.2714	0.2640	0.3101	0.3043
19×67	0.0814	0.0864	0.0939	0.0926
79×57	0.2974	0.3032	0.3548	0.3498

4.3 프랙탈 차원 추정 성능 비교

추정 성능은 먼저 주어진 프랙탈 차원으로 $N \times M$ 맵을 만든 다음 각 샘플링 전략을 적용한 TPM으로 프랙탈 차원을 추정해서 검증한다. 이때 각 방법 간에 비교의 공정성이 유지되도록 윈도우를 $N \times N$ 으로 하였고 또 결과 값이 랜덤씨드(random seed)의 선택에 따라 영향을 받지 않도록 독립된 랜덤씨드로 프로그램을 20번 돌려 계산된 값들을 평균하였다. 그림 10은 N 을 9에서 45까지 4씩 변경해가며 평균한 값을 그린 것이다.

그림에서 보면 $D = 2.9$ 의 경우를 제외하고는 제안된 MAS법의 성능이 다른 방법보다 우수함을 알 수 있고, 특히 GS법은 N 에 따라 ECR의 차이가 커서 그 영향이 추정 값에 직접 나타나는 것을 확인할 수 있다.

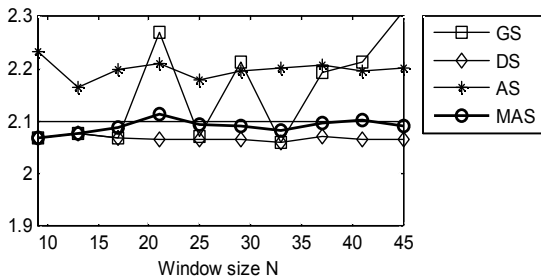


(e) $D = 2.9$

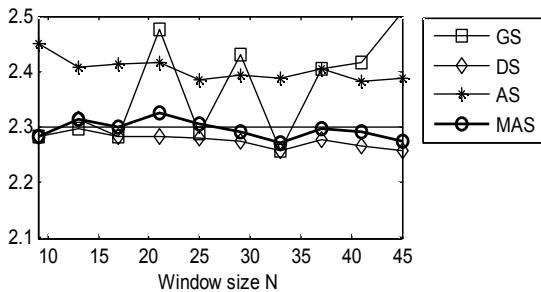
그림 10. 다른 윈도우에서 샘플링법의 성능비교
Fig. 10. Performance comparisons of the sampling methods at different window sizes

다음은 윈도우 크기를 고정하고 서로 다른 샘플링법을 적용했을 경우의 프랙탈 차원을 구하는 시뮬레이션을 실시하였다. 앞의 경우와 마찬가지로 서로 다른 랜덤씨드로 20번의 실험을 행하고 평균을 취하였다.

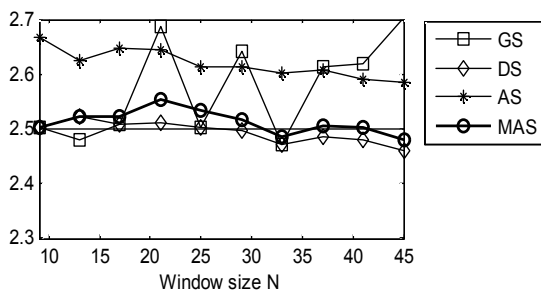
그림 11은 $N = 17, 27, 37$ 에서 4가지 방법으로 프랙탈 차원을 추정하고 그 결과를 그린 것이다. 그림에서 보면 AS법은 $D = 2.9$ 근방에서 다른 방법에 비해 성능이 좋지만, 나머지 D 에서는 제안한 MAS법이 다른 세 방법보다 성능이 나은 것을 확인할 수 있다.



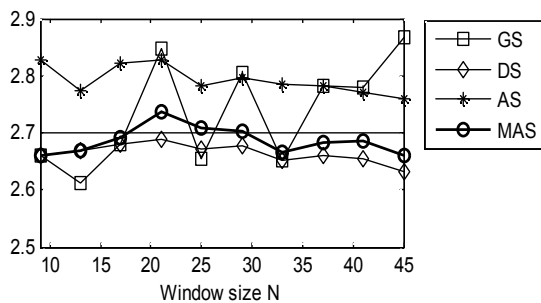
(a) $D = 2.1$



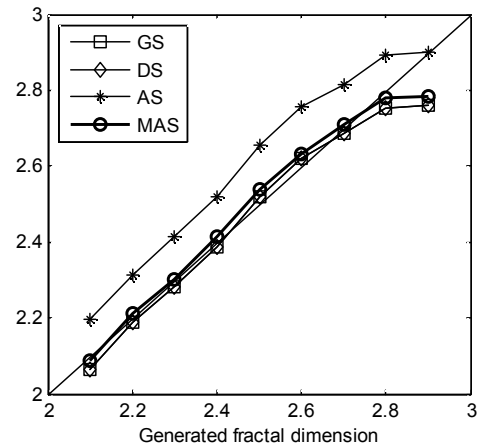
(b) $D = 2.3$



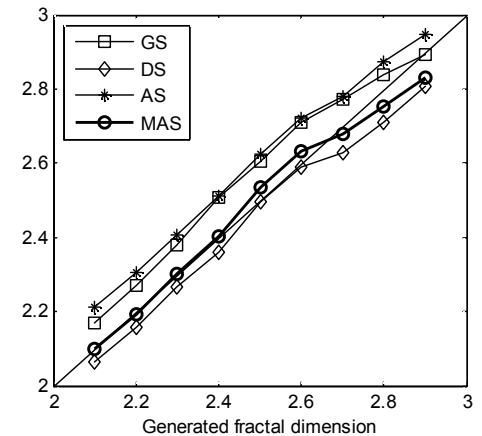
(c) $D = 2.5$



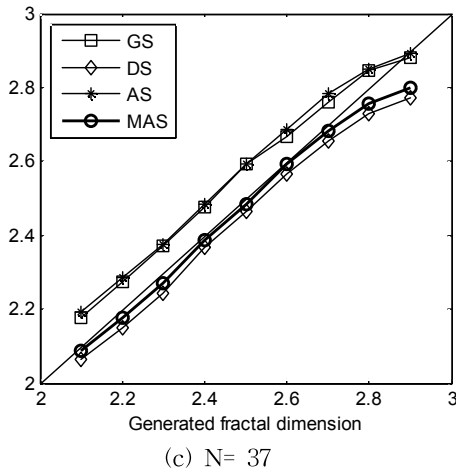
(d) $D = 2.7$



(a) $N = 17$



(b) $N = 27$



(c) N= 37
 그림 11. 고정된 윈도우에서 샘플링법의 성능비교
 Fig. 11. Performance comparisons of the sampling methods at fixed window sizes

5. 결론

본 논문에서는 프랙탈 정보 추출에 자주 이용되는 TPM의 정밀도를 개선하는 문제를 다루었다. 기존의 AS법은 스텝수가 커서 회귀분석용 데이터를 충분히 얻을 수 있지만, 픽셀 활용률이 낮은 다량의 데이터로 인해 성능 개선에는 도움이 되지 못하고 연산부담으로 작용하였다.

따라서 AS법을 개선하기 위해 픽셀 활용률이 일정한 값 이상인 스텝만을 포함시키는 새로운 샘플링 방법을 제안하였고, 이를 통해 ECR을 높이고 또 연산시간을 줄일 수 있었다. 가상의 프랙탈 맵에서 제안한 샘플링 방법의 성능을 다른 방법과 비교한 결과 그 유효성을 확인할 수 있었다.

References

[1] Gang Wang and Ji Ma, "Fractal Analysis to the Robot during the Application of Defect Detection," *2010 3rd IEEE Int. Conf on Computer Science and Information Technology (ICCSIT)*, Chengdu, China, pp. 656-658, 2010.

[2] L. M. V. Carvalho and M. A. F. S. Dias, "An Application of Fractal Box Dimension to the Recognition of Mesoscale Cloud Patterns in Infrared Satellite Images," *J. of Applied Meteorology*, vol. 37, no. 10, pp. 1265-1282, 1998.

[3] P. Jarvis, S. A. Parsons, R. Henderson, N. Nixon, and B. Jefferson, "The practical application of fractal dimension in water treatment practice - the impact of polymer dosing," *Separation Science and Technology*, vol. 43, no. 7, pp. 1785-1797, 2008.

[4] J. Skrzat and J. Walocha, "Application of Fractal Dimension in Evaluation of Cranial Suture Complexity," *Harmonic and Fractal Image Analysis*, pp. 39 - 41, 2003.

[5] M. Bigerelle, and A. Iost, "Fractal dimension and classification of music," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 11, no. 14, pp. 2179-2192, 2000.

[6] C. Pokorny, *Computer Graphics an Objected-Oriented Approach to the Art and Science*, Franklin, Beedle & Associates Inc., Wilsonville, Oregon, 1994.

[7] D. Saupe, *Algorithms for Random Fractals, The Science of Fractal Images*, In H. -O. Peitgen and D. Saupe, Editors, Springer-Verlag, 1988.

[8] C. Clarke, "Computation of the Fractal Dimension of Topographic Surfaces Using The Triangular Prism Surface Area Method," *Computers & Geosciences*, vol. 12, no. 5, pp. 713-722, 1986.

[9] W. Ju, N. S.-N. Lam, "An improved algorithm for computing local fractal dimension using the triangular prism method," *Computers & Geosciences*, vol. 35, no. 6, pp. 1224 - 1233, 2009.

[10] C. W. Emerson, N. S.-N. Lam and D. A. Quattrochi, "A comparison of local variance, fractal dimension, and Moran's I as aids to multi-spectral image classification," *Int. J. of Remote Sensing*, vol. 26, no. 8, pp. 1575-1588, 2005.

[11] B. Mandelbrot, "How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension," *Science*, vol. 156, no. 3775, pp. 636-638, 1967.

[12] Y. C. Bae, "A Study on Chaotic Phenomenon in Rolling Mill Bearing," *J. of Korea Institute of Intelligent Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 315-319, 2001.

저 자 소 개



진강규(Gang-Gyoo Jin)

1977년 : 한국해양대학교 기관학과 공학사
 1985년 : FIT 전기·전자·컴퓨터공학과 공학석사
 1996년 : University of Wales, Cardiff 전기·전자·시스템공학과 공학박사
 1996년~현재 : 한국해양대학교 IT공학부 교수

관심분야 : 지능제어, 유전알고리즘을 이용한 최적화
 Phone : +82-51-410-4341
 E-mail : ggjin@hhu.ac.kr