

차량으로 인한 다리의 진동응답을 줄이는 방법

Reduction of Vibration Responses of a Bridge due to Vehicles

이 건 명† · 주 영 호* · 박 문 수**
Gun-Myung Lee, Young-Ho Ju and Mun-Soo Park

(Received September 7, 2012 ; Revised December 27, 2012 ; Accepted December 27, 2012)

Key Words : Bridge(다리), Vibration(진동), Vehicle(차량), Moving Load(이동 하중), Beam(보), Finite Element Method(유한요소법)

ABSTRACT

The responses of a bridge due to a moving vehicle are obtained analytically by modeling a vehicle as a constant point force. From the results it is found that the responses after a vehicle leaves the bridge become very small for some speeds of a vehicle. When a vehicle is modeled as a two dof system for a more accurate analysis, the same phenomenon is observed while the roughness of the surface of the bridge is small. Determining the fundamental frequency of a bridge so that one of the above speeds coincides with a frequent speed of vehicles, the responses of a bridge can be minimized.

1. 서 론

다리는 종종 많은 교통량으로 인하여 심하게 진동을 하고, 이러한 현상은 현대의 경간(span)이 긴 다리에서 더욱 심각하다. 교통 하중으로 인한 다리의 동적 응답을 연구하기 위하여 해석적, 수치적, 또는 실험적인 방법을 사용하여 활발한 연구가 수행되었다. 다리의 동적 응답을 구하기 위하여 해석적이나 수치적인 방법을 사용할 때 다리는 보로 취급하는 것이 일반적이나 차량의 양방향 운동을 고려할 경우 다리는 판으로 모형화 하기도 한다⁽¹⁾. 움직이는 차량은 간단하게 크기가 일정한 집중하중으로 모형화하거나^(2,3), 다리와 항상 접촉하는 움직이는 질량으로 모형화하기도 하고⁽⁴⁾, 더욱 정확한 해석을 위하여

질량-스프링-감쇠기계로 모형화하기도 한다^(5,6). 중요한 해석적인 연구결과로서 Frýba는⁽⁷⁾ 균일한 간격 d 와 일정한 속력 v 를 갖는 동일한 하중의 무한 연쇄를 받는 보를 연구하여 정상상태 진동응답은 연속적인 두 이동하중간의 시간 간격이 보의 자유진동 주기나 그의 정수배와 같을 때 최대가 됨을 밝혔는데 이는 공진현상에 해당한다. 또한 Yang 등은^(2,3) 철로 다리에서 기차가 유발하는 진동의 공진과 소멸(cancellation) 현상을 연구하였다.

차량으로 인한 다리의 진동이 과도할 경우 이를 줄이기 위하여 동조질량감쇠기(tuned mass damper)를 사용하는 방법이 폭넓게 연구되고 있다^(5,6,8,9). 연구되고 있는 TMD는 대부분이 선형이나, 비선형 TMD를⁽¹⁰⁾ 적용하기도 하고, 넓은 주파수 대역에서의 진동 저감을 위하여 여러 개의 TMD를 동시에

† Corresponding Author ; Engineering Research Institute, Gyeongsang National University
E-mail : gmlee@gnu.ac.kr
Tel : +82-55-772-1621, Fax : +82-55-772-1577

* Doosan Heavy Industries and Construction

** Member, Jinju Campus, Korea Polytechnic VII College

‡ Recommended by Editor Jin Yong Jeon

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

적용하는 방안도 연구하였다⁽¹¹⁾. 다리의 진동을 줄이는 다른 방법으로 유체점성감쇠기를 적용하기도 하였다⁽¹²⁾.

이 논문에서는 차량의 속력을 조절함으로써 다리의 동적 응답을 최소화할 수 있음을 보이고자 한다. 이를 위하여 다리를 단순지지 Euler-Bernoulli보로 모형화하고, 차량을 이동하는 집중하중으로 단순화하여 다리의 동적 응답을 해석적으로 구할 것이다. 이로부터 차량의 특별한 속력에 대하여 다리의 진동 응답이 매우 작아지는 것을 보일 것이다. 유사한 연구 결과로 Yang 등은^(2,3) 기차의 각각의 바퀴 하중을 크기가 일정한 집중하중으로 모형화하여 다리의 동적 응답을 연구한 결과 기차의 특별한 속력에서 다리의 진동 응답이 작아지는 소멸현상을 규명하였다. Yang 등의 연구와 이 연구의 차이는 기차에서와 같이 일련의 집중하중이 연속적으로 다리를 통과할 때뿐만 아니라 단일의 집중하중이 다리를 통과할 때에도 특별한 속력에서 진동 응답이 작아진다는 점이다. 또한 이 연구에서는 이러한 결과가 차량을 질량-스프링-감쇠기계로 모형화하여 다리의 진동 응답을 더욱 정확하게 구하였을 때와 다리 노면의 거칠기를 고려하였을 때에도 나타나는 지를 고찰할 것이다.

2. 다리의 동적 응답 계산

2.1 차량을 집중하중으로 모형화

차량으로 인한 다리의 동적 응답을 계산하기 위하여 다리는 단순지지 Euler-Bernoulli보로, 그리고 차량은 크기가 일정한 집중하중으로 모형화하였다. Fig. 1은 단순지지보 위에서 v 의 속력으로 움직이는 크기 F_0 의 집중하중을 보이고 있다. 이 보의 운동방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \delta(x - vt) F_0 \tag{1}$$

이때 w , E , I , ρ , A , x , t 는 각각 보의 수직 변위, Young률, 단면의 관성모멘트, 밀도, 단면적, 보를 따라 측정된 길이, 시간을 나타낸다. 변위는 정규모드의 합으로써 나타낼 수 있다.

$$w(x,t) = \sum_r W_r(x) q_r(t) \tag{2}$$

이때 $W_r(x)$ 는 r 번째 모드의 모드형을 나타내고, 길이 L 의 단순지지보에 대하여 $\sin \frac{r\pi x}{L}$ 가 된다. 식 (2)를 (1)에 대입하고, 식 (1)의 양변에 $W_s(x)$ 를 곱한 후, 0부터 L 까지 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$\ddot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) = \frac{2F_0}{\rho AL} W_r(vt) \tag{3}$$

이때 ω_r 은 r 번째 모드의 고유진동수를 나타낸다. 초기조건을 0으로 놓고, 위 방정식을 풀면 다음과 같다.

$$q_r(t) = \frac{1}{\omega_r^2 - \left(\frac{r\pi v}{L}\right)^2} \frac{2F_0}{\rho AL} \left[\sin \frac{r\pi vt}{L} - \frac{r\pi v}{\omega_r L} \sin \omega_r t \right] \tag{4}$$

식 (4)를 (2)에 대입하면 보의 수직변위를 얻는다.

차량이 다리를 떠나는 순간 t 는 L/v 가 되고, 이때 식 (4)의 $q_1(t)$ 는 다음과 같게 된다.

$$q_1(L/v) = \frac{1}{\omega_1^2 - \left(\frac{\pi v}{L}\right)^2} \frac{2F_0}{\rho AL} \left[\sin \pi - \frac{\pi v}{\omega_1 L} \sin \omega_1 \frac{L}{v} \right] \tag{5}$$

만약 $\frac{\omega_1 L}{v} = 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$ 이면 위 식의 대괄호안의 부분은 0이 된다. 또한 $\dot{q}_1(L/v)$ 도 0이 됨을 보일 수 있다. 이 사실은 이 시각 이후의 첫 번째 모드의 응답은 0이 됨을 의미한다. 다리의 응답에서 첫 번째 모드가 지배적이고, 고차 모드의 영향이 무시할 만하다면 차량이 다리를 지난 후 다리의 응답은 0이 되어 진동이 없을 것이다. $\frac{\omega_1 L}{v} = \pi$ 이면 ω_1 은 $\pi v/L$ 이 되고, $q_1(L/v)$ 는 $\frac{0}{0}$ 의 부정형이 되어 0이 아닌 극한값을 갖는다. 따라서 이 경우에 다리의 응답은 차량이 다리를 지난 후 0이 되지 않는다. 차량이 통과한 후 다리의 응답이 0이 되는 이상의 조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v = \frac{\omega_1 L}{(2i+1)\pi}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \tag{6}$$

Yang 등은^(2,3) 기차의 바퀴 하중이 유발한 철로

다리의 동적 응답을 연구하여 위의 속도에서는 철로 다리에 공진이 발생하지 않는다는 소멸 현상을 발견하였는데 이 현상은 이 논문의 연구결과를 사용하면 다음과 같이 설명될 수 있다. 기차가 유발한 다리의 동적 응답은 각각의 바퀴 하중으로 인한 응답을 중첩하여 구할 수 있고, 다리의 첫 번째 모드가 전체 응답을 지배한다고 가정하면 기차가 위의 속력으로 움직일 때 각각의 바퀴 하중으로 인한 응답은 바퀴가 다리를 떠난 후에는 0이 될 것이다. 따라서 다리의 전체 응답은 그 순간 다리 위에 놓여 있는 몇 개의 바퀴 하중으로 인한 응답만의 합이므로 그다지 커지지 않을 것이다.

다리의 감쇠를 고려하였을 때의 응답은 유사한 방법으로 계산할 수 있다. 그러나 논문을 간략하게 하기 위하여 그 유도 과정은 생략한다.

2.2 차량을 2자유도계로 모형화

차량으로 인한 다리의 응답을 보다 더 정확하게 해석하기 위하여 차량을 실제에 가깝도록 Fig. 2와 같이 2자유도계로 모형화하였다. 그림에서 하첨자 ‘b’와 ‘w’는 각각 차체(body)와 바퀴(wheel)를 의미한다. 이때 차체와 바퀴의 운동방정식은 식 (7)과 (8)로, 그리고 다리의 운동방정식은 식 (9)로 나타낼 수 있다.

$$m_b \ddot{y}_b + c_b (\dot{y}_b - \dot{y}_w) + k_b (y_b - y_w) = 0 \tag{7}$$

$$m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b + c_w (\dot{y}_w + \dot{w}) + k_w (y_w + w) = 0 \tag{8}$$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + c \frac{\partial w}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \delta(x - vt) F(t) \tag{9}$$

식 (9)의 c 는 다리의 감쇠를 나타내고, 다리에 작용하는 힘 $F(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(t) = (m_b + m_w)g + m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b \tag{10}$$

이 방정식들을 풀기 위하여 유한요소법을 사용하였고, 다리는 길이가 일정한 보요소로 나누었다. 각 요소의 질량행렬과 강성행렬을 결합하고, 경계조건을 고려하여 다리의 질량행렬과 강성행렬을 구하였다. 다리의 감쇠는 다음과 같은 Rayleigh 감쇠를 가정하였다.

$$C = aM + bK \tag{11}$$



Fig. 1 A beam and a moving force

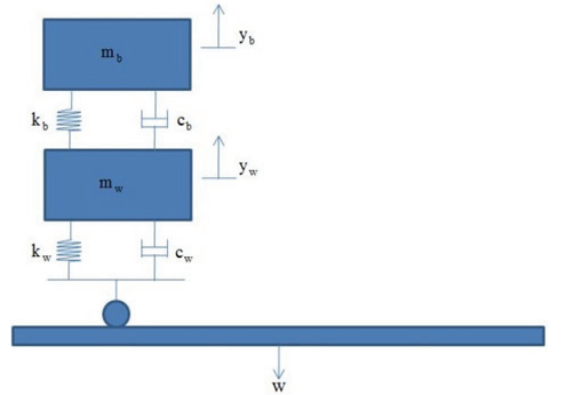


Fig. 2 A two degree-of-freedom model of a vehicle

이때 M, K, C 는 각각 다리의 질량, 강성, 감쇠행렬을 나타내고, a 와 b 는 상수이다. 이들 상수는 다음과 같이 고유진동수, 감쇠비와 관련되므로 두 개 모드의 고유진동수와 감쇠비를 구하면 이로부터 이들 상수를 계산할 수 있다.

$$a + b\omega_r^2 = 2\zeta_r \omega_r \tag{12}$$

다리의 질량, 강성, 감쇠행렬에 적절한 행과 열을 추가하여 식 (7), (8), (9)를 나타내도록 하였다. 유한요소법에서 힘벡터는 각 요소의 절(node)에 작용하는 힘을 나타낸다. 그러나 차량이 다리 위를 움직일 때 다리에 작용하는 힘은 일반적으로 요소의 절에 작용하지 않으므로 이 힘은 Fig. 3에서 보이는 것처럼 요소의 두 절에 작용하는 힘으로 분해하였다.

전체시스템의 질량, 강성, 감쇠행렬과 힘벡터를 구하면 운동방정식은 2차 미분방정식으로 나타난다. 이 방정식을 풀기 위하여 여러 가지 방법 중에서 사용하기 간편한 Newmark법을⁽¹³⁾ 사용하였다. 이 방법에서 사용되는 상수인 α 와 β 는 해가 발산하지 않도록 $\alpha = 1/4$ 와 $\beta = 1/2$ 가 사용되었다.

다리의 노면이 매끄럽지 않을 때는 노면의 거칠기 y_r 을 운동방정식에 포함하였다. y_r 의 방향은 수직 위쪽을 양으로 정의하였다. y_r 을 포함하면 운동

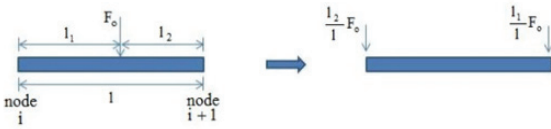


Fig. 3 The force is distributed between two nodes

방정식은 식 (8)만 다음 식과 같이 변화한다.

$$m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b + c_w (\dot{y}_w + \dot{w}) + k_w (y_w + w - y_r) = 0 \tag{13}$$

y_r 은 노면 거칠기의 PSD(power spectral density)를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$y_r(x) = \sum_{k=1}^{N_k} A_{rk} \cos(\omega_k x + \phi_k) \tag{14}$$

이때

$$A_{rk} = \sqrt{2\Delta\omega\Phi_{rr}(\omega_k)} \tag{15}$$

$$\omega_k = \omega_{\min} + \Delta\omega(k-1) \tag{16}$$

$$N_k = \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{\Delta\omega} \tag{17}$$

이고, $\Phi_{rr}(\omega)$ 는 다음 식과 같이 나타내어지는 노면 거칠기의 PSD이다.

$$\Phi_{rr}(\omega) = \Phi(\omega_0)(\omega/\omega_0)^{-2} \tag{18}$$

이때 $\Phi(\omega_0)$ 는 노면 거칠기의 진폭 계수이고, ω_0 는 기준 공간주파수이다. 또한 식 (14)의 ϕ_k 는 $[0, 2\pi]$ 의 범위내에서 균등하게 분포하는 불규칙 위상각이다.

3. 동적 응답의 수치 계산

3.1 차량을 집중하중으로 모형화한 경우

앞에서 설명한 다리의 동적 응답 계산 방법을 참고문헌에서 언급한 실제 다리에⁽⁵⁾ 적용하였다. 이 다리의 치수와 재료의 성질은 다음과 같다. $E=3.303 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $I=18.638 \text{ m}^4$, $\rho=3852 \text{ kg/m}^3$, $A=11.332 \text{ m}^2$, $L=40 \text{ m}$. 실제 이 다리는 $L=40 \text{ m}$ 의 세경간(span)을 가지고 있지만 이 논문에서는 그 중 한 경간만을 고려하였다. 다리는 단순지지보로 취급하였고, 처음 5개의 고유진동수는 3.69, 14.75, 33.18,

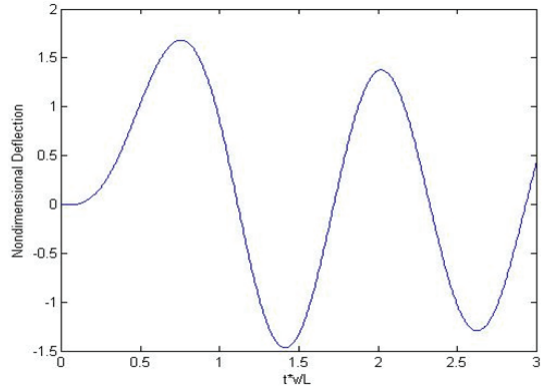


Fig. 4 Deflections at the mid-span of the bridge when $v=179 \text{ m/s}(644.4 \text{ km/h})$

58.99, 92.17 Hz이었다. 다리의 감쇠를 고려하기 위하여 처음 5개 모드의 감쇠비를 임의로 2%로 정하였다. 차량으로 인한 집중하중은 10,000 N으로 정하였다.

차량으로 인한 다리의 동적 응답을 2.1절에서 설명한 방법으로 구하였다. 차량이 다리에 진입한 초기에는 다리의 중앙으로부터 진입부쪽으로 이동한 점에서 다리의 처짐이 최대가 된다. 시간이 지남에 따라 처짐이 최대가 되는 점이 다리의 중앙쪽으로 이동하고, 차량이 다리를 떠날 때까지 중앙 주위에서 처짐이 최대가 된다. 차량의 속력을 변화시키면서 다리 중앙에서의 최대 처짐을 반복적으로 계산하여 속력 $v=179 \text{ m/s}(644.4 \text{ km/h})$ 일 때 중앙에서의 처짐이 최대가 됨을 밝혔다. 이 속력은 보통의 차량이 낼 수 없는 매우 빠른 속력인데 이는 바꾸어 말하면 이 다리는 보통의 주행 속력에서는 처짐이 그다지 크지 않도록 설계가 되었다는 것을 의미한다. 이 속력에서 다리 중앙에서의 무차원 처짐은 1.682이고, 무차원 처짐은 동적 처짐량을 다리 중앙에 차량의 무게가 정적으로 작용할 때의 처짐량으로 나눈 값으로 정의하였다. 차량이 이 속력으로 움직일 때 다리 중앙에서의 무차원 처짐의 변화를 Fig. 4에 나타내었다. 이 그림의 가로축은 무차원 시간을 나타내고, 이는 실제 시간을 차량이 다리를 통과하는데 걸리는 시간으로 나눈 값이다. 따라서 무차원 시간이 1인 시점은 차량이 다리를 떠나는 순간을 나타낸다. 이 그림을 보면 차량이 다리를 통과한 후에도 다리의 처짐이 상당히 크고, 이 처짐은 다리의 감쇠

로 인하여 시간이 지남에 따라 그 진폭이 감소하는 것을 알 수 있다.

식 (2)를 구성하는 각 모드의 응답성분을 다리의 중앙에서 계산하고, 그 응답성분의 rms값을 계산하였다. rms값은 첫 번째 모드에 대하여 2.1344×10^{-5} m이었고, 세 번째, 다섯 번째 모드에 대하여는 첫 번째 모드에 대한 값의 각각 0.53%와 0.066%이었다. 식 (2)를 살펴보면 다리 중앙($x=L/2$)에서 두 번째와 네 번째 모드의 성분은 0이 됨을 알 수 있다. 이 사실로부터 차량으로 인한 다리의 응답은 첫 번째 모드 성분이 지배적임을 알 수 있고, 이는 식 (6)을 유도하는데 사용되었던 가정이 타당함을 의미한다.

$v=59.0$ m/s(212.4 km/h)는 식 (6)을 만족하는 속력이다. 이 속력에 대한 다리의 응답을 계산하여 Fig. 5에 나타내었다. 이 그림에 나타난 결과는 Fig. 4에 나타난 결과와 대조적으로 차량이 다리를 통과한 후에는 응답이 매우 작아짐을 알 수 있다. 응답이 매우 작기는 하지만 완전히 0이 되지는 않는다. 그 이유는 다리의 응답을 첫 번째 모드가 지배하기는 하지만 고차 모드의 영향이 완전히 0이 되지는 않기 때문이다. 또 하나의 이유는 다리에 감쇠가 포함되었기 때문이다. 다리에 감쇠가 없을 때는 차량이 다리를 통과한 후 첫 번째 모드의 응답이 0이 되지만 감쇠가 있을 때는 완전히 0이 되지 않는다.

차량이 다리를 통과한 후 다리 중앙에서의 최대 처짐을 속력 v 를 변화시키면서 계산하여 그 결과를 Fig. 6에 나타내었다. 이 그림은 식 (6)이 의미하는 것처럼 다리의 주어진 기본진동수 ω_1 에 대하여 여러 속력에서 다리의 처짐이 매우 작아지는 현상을 보이고 있다. 이 속력이 큰 경우에는 속력이 조금만 변화하여도 다리의 처짐이 급격하게 증가한다. 반면 이 속력이 작은 경우에는 속력에 변화가 생기더라도 다리의 처짐에 큰 변화가 생기지 않으므로 다리의 응답이 안정적이다. 다리를 설계할 때 차량의 일반적인 주행속도가 식 (6)을 만족하도록 다리의 기본진동수를 설계한다면 차량으로 인한 다리의 동적 처짐을 최소화할 수 있을 것이다.

3.2 차량을 2자유도계로 모형화한 경우

차량을 보다 정확하게 모형화하였을 경우에도 식 (6)의 관계식이 성립하는지 확인하기 위하여 차량을 2자유도계로 모형화하고 2.2절에서 설명한 유한요소

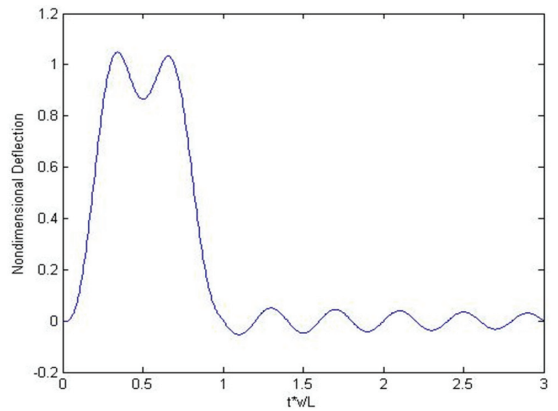


Fig. 5 Deflections at the mid-span of the bridge when $v=59.0$ m/s(212.4 km/h)

Table 1 Parameters of a vehicle

m_b	17000 kg	m_w	2382 kg
k_b	5.0×10^6 N/m	k_w	1.0×10^7 N/m
c_b	8.0×10^4 Ns/m	c_w	8.0×10^4 Ns/m

법으로 다리와 차량의 응답을 해석하였다. 다리는 길이가 일정한 10개의 보요소로 나누었다. 다리의 감쇠는 3.1절에서와 같이 처음 5개 모드의 감쇠비를 2%로 정하였다. 차량의 2자유도 모형의 질량, 강성, 감쇠값은 Table 1에 수록한 값을 사용하였다.

차량이 $v=59.0$ m/s(212.4 km/h)의 속력으로 움직일 때 차량을 2자유도계로 모형화하고 유한요소법으로 해석한 다리의 응답과, 차량을 집중하중으로 모형화하고 해석적인 방법으로 구한 다리의 응답을 Fig. 7에 비교하였다. 다리의 응답은 무차원 처짐으로 나타내었고, 시간 역시 무차원 시간으로 나타내었다. 그림을 살펴보면 두 방법으로 구한 응답이 거의 일치함을 알 수 있다. 이는 다리의 노면이 매끄러우면 움직이는 차량으로 인한 다리의 응답은 차량을 집중하중으로 모형화한 경우나 차량을 2자유도계로 모형화한 경우에 거의 일치함을 의미한다. 따라서 차량을 2자유도계로 모형화하여 다리의 응답을 보다 정확하게 해석하더라도 식 (6)의 관계식이 성립함을 알 수 있다.

다리의 노면이 매끄럽지 않은 실제의 경우를 고려하기 위하여 식 (14)~(18)로 나타내어지는 노면거칠기를 더하였다. 이때 사용한 데이터는 $\phi(\omega_0)=$

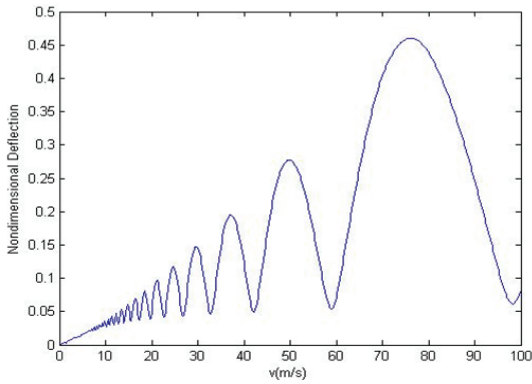


Fig. 6 Variation of the maximum deflections at the mid-span of the bridge with the speed of a vehicle

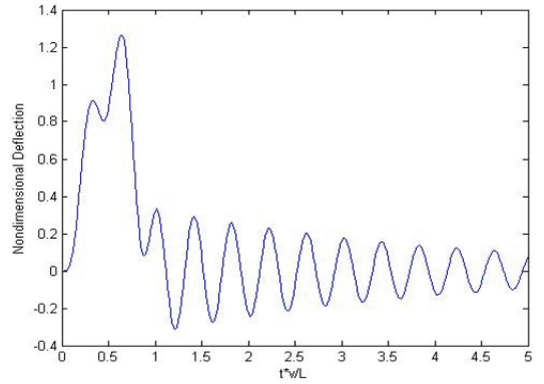


Fig. 8 Deflections at the mid-span of the bridge when the surface of the bridge is not smooth

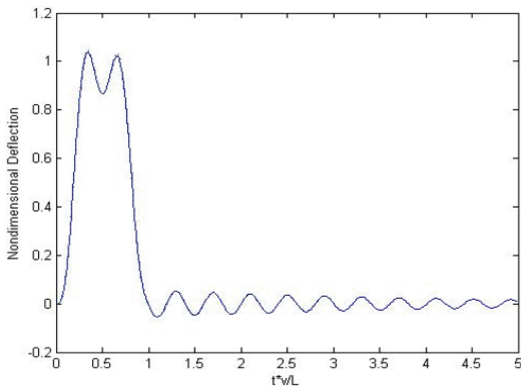


Fig. 7 Comparison of the deflections obtained by using a 2 dof model(solid) and a constant force model(dotted)

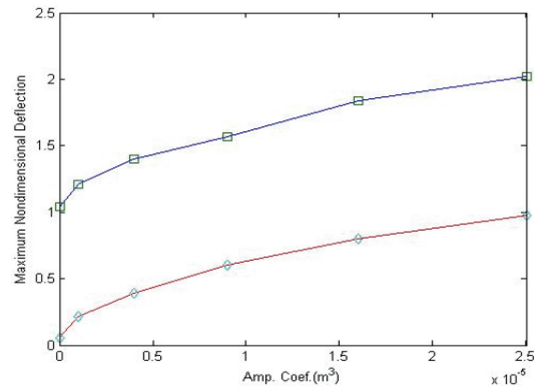


Fig. 9 Maximum deflections at the mid-span of the bridge while a vehicle is on the bridge(square) and after a vehicle leaves the bridge(diamond)

$1 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, $\omega_0=1 \text{ rad/m}$, $\omega_{\min}=0.1 \text{ rad/m}$, $\omega_{\max}=10 \text{ rad/m}$ 이었다. 차량이 $v=59.0 \text{ m/s}$ (212.4 km/h)의 속력으로 움직일 때의 다리의 응답을 유한요소법을 사용하여 구하고, 그 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 차량이 다리 위를 지나는 동안 다리의 응답이 노면이 매끄러운 경우보다 커졌고, 차량이 다리를 통과한 후에는 다리의 응답이 더 이상 매우 작지 않음을 알 수 있다. 이는 예측할 수 있는 결과이다.

노면의 거칠기가 불규칙하므로 다리의 응답은 시뮬레이션을 수행할 때마다 다른 값을 갖게 된다. 따라서 시뮬레이션을 수행하여 차량이 다리 위에 있는 동안의 다리의 최대 처짐과 차량이 다리를 통과한 후의 다리의 최대 처짐을 구하고, 시뮬레이션을 20 회 반복하여 최대 처짐의 평균을 구하였다. Fig. 9는

노면 거칠기의 진폭 계수 $\phi(\omega_0)$ 에 대한 최대 처짐의 변화를 나타내고 있다. 이때 최대 처짐은 무차원으로 나타내었고, 두 개의 최대 처짐은 각각 차량이 다리 위에 있는 동안의 최대 처짐과 차량이 다리를 통과한 후의 최대 처짐을 의미한다. 이 그림을 살펴보면 노면의 거칠기가 커짐에 따라 두 개의 최대 처짐이 모두 증가하고, 특히 차량이 다리를 통과한 후의 다리의 최대 처짐은 급격하게 증가함을 알 수 있다. 이로써 노면의 거칠기가 작은 경우에는 식 (6)의 관계식으로 주어진 속력에서 다리의 응답이 작지만 거칠기가 커지면 다리의 응답은 더 이상 작지 않게 된다고 결론지을 수 있다.

여러 대의 차량이 동일한 속력으로 다리를 지날 때 다리의 응답은 각각의 차량이 다리를 지날 때의 응답을 구하고, 이를 더함으로써 구할 수 있으므로

다리의 응답은 다리 위에 있는 차량으로 인한 응답과 다리를 통과한 차량으로 인한 응답을 더하여 구한다. 그런데 노면의 거칠기가 작은 경우에 차량이 특정한 속력으로 움직이면 차량이 다리를 통과한 후의 응답이 작아지므로 결과적으로 전체 응답도 작아진다. 이러한 조건은 철로 다리에서 쉽게 만족시킬 수 있다.

4. 결 론

이 논문에서는 다리를 단순지지보로 모형화하고, 차량을 크기가 일정한 집중하중으로 모형화하여 다리의 응답을 해석적으로 구하고 그 결과로부터 차량의 특정한 속력에서 다리의 응답이 매우 작아지는 현상을 보였다. 이 현상은 차량을 2자유도계로 모형화하여 보다 정확하게 다리의 응답을 구하였을 때에도 나타났다. 그러나 다리 노면의 거칠기가 커지면 이 현상은 더 이상 나타나지 않았다. 이러한 결론은 여러 대의 차량이 동일한 속력으로 다리를 지날 때에도 성립한다.

다리를 설계할 때 일반적인 주행속도가 이 특정한 속력이 되도록 다리의 기본진동수를 결정함으로써 다리의 동적 응답을 최소화할 수 있을 것으로 기대한다.

후 기

이 연구는 BK21사업의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) González, A., O'Brien, E. J., Cantero, D., Li, Y., Dowling, J. and Žnidarič, A., 2010, Critical Speed for the Dynamics of Truck Events on Bridges with a Smooth Road Surface, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, No. 11, pp. 2127~2146.

(2) Yang, Y. B., Yau, J. D. and Hsu, L. C., 1997, Vibration of Simple Beams due to Trains Moving at High Speeds, *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 11, pp. 936~944.

(3) Yang, Y. B., Lin, C. L., Yau, J. D. and Chang, D. W., 2004, Mechanism of Resonance and Cancellation

for Train-Induced Vibrations on Bridges with Elastic Bearings, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 269, No. 1-2, pp. 345~360.

(4) Ouyang, H., 2011, Moving-load Dynamic Problems: A Tutorial(with a Brief Overview), *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 6, pp. 2039~2060.

(5) Kwon, H. C., Kim, M. C. and Lee, I. W., 1998, Vibration Control of Bridges under Moving Loads, *Computers & Structures*, Vol. 66, No. 4, pp. 473~480.

(6) Jo, B.-W., Tae, G.-H. and Lee, D.-W., 2001, Structural Vibration of Tuned Mass Damper-installed Three-span Steel Box Bridge, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 78, pp. 667~675.

(7) Fryba, L., 1972, Vibration of Solids and Structures under Moving Loads, Noordhoff International Publishing, The Netherlands.

(8) Wang, J. F., Lin, C. C. and Chen, B. L., 2003, Vibrations Suppression for High-speed Railway Bridges Using Tuned Mass Dampers, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 465~491.

(9) Chen, S. R. and Wu, J., 2008, Performance Enhancement of Bridge Infrastructure Systems: Long-span Bridge, Moving Trucks and Wind with Tuned Mass Dampers, *Engineering Structures*, Vol. 30, pp. 3316~3324.

(10) Samani, F. S. and Pellicano, F., 2012, Vibration Reduction of Beams under Successive Traveling Loads by Means of Linear and Nonlinear Dynamic Absorbers, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, No. 10, pp. 2272~2290.

(11) Yau, J.-D. and Yang, Y.-B., 2004, A Wideband MTMD System for Reducing the Dynamic Response of Continuous Truss Bridges to Moving Train Loads, *Engineering Structures*, Vol. 26, pp. 1795~1807.

(12) Museros, P. and Martinez-Rodrigo, M. D., 2007, Vibration Control of Simply Supported Beams under Moving Loads Using Fluid Viscous Dampers, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 300, No. 1-2, pp. 292~315.

(13) Rao, S. S., 2004, *Mechanical Vibrations*, Pearson Education, Inc., New Jersey.

(14) Wu, S. Q. and Law, S. S., 2012, Evaluating the Response Statistics of an Uncertain Bridge-vehicle

System, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 27, pp. 576~589.



Gun-Myung Lee received his Ph. D. degree from the Pennsylvania State University in 1988. He is currently a professor at the Gyeongsang National University. His research areas are modal testing, system identification, and

model updating.



Mun-Soo Park received his master's degree in Mechanical Engineering from the Gyeongsang National University in 1997. He is currently a professor with Department of Computer Application Machine at Jinju Campus of Korea Polytechnic. He is also currently a doctoral student in the Department of Mechanical Engineering at the Gyeongsang National University. His research interests include modal testing and MR dampers.