The Korean Journal of Applied Statistics (2013) DOI: http://dx.doi.org/10.5351/KJAS.2013.26.6.943
26(6), 943–952

On Prediction Intervals for Binomial Data

Jea-Bok Ryu[a,1]

[a]Department of Statistics, College of Science & Engineering, Cheongju University

(Received August 26, 2013; Revised October 24, 2013; Accepted October 24, 2013)

Abstract

Wald, Agresti-Coull, Jeffreys, and Bayes-Laplace methods are commonly used for confidence interval of binomial proportion are applied for prediction intervals. We used coverage probability, mean coverage probability, root mean squared error, and mean expected width for numerical comparisons. From the comparisons, we found that Wald is not proper as for confidence interval and Agresti-Coull is too conservative to differ from confidence interval. However, Jeffrey and Bayes-Laplace are good for prediction interval and Jeffrey is especially desirable as for confidence interval.

Keywords: Binary data, prediction interval, coverage probability, mean coverage probability, root mean squared error, mean expected width.

1. 서론

이항자료에 대한 통계적 추론에서 신뢰구간(confidence interval)과 함께 예측구간(prediction interval)에 대한 문제는 많은 관심거리이다. 신뢰구간은 미지 모수에 대한 추정인 반면에 예측구간은 과거의 관측 결과를 바탕으로 미래 관측에 대한 예측이다.

예측구간을 구하기 위해서는 일차적으로 이항비율 p에 대한 추정이 필요하다. 이항비율에 대한 신뢰구간은 일반적으로 대표본 정규근사를 이용한 Wald 방법이 널리 사용되어 왔다. 그러나 표본이 적거나 이항비율 p가 0.5에서 멀리 떨어져 있는 경우 Wald 방법에 의한 신뢰구간이 적절치 않다는 의견이 지배적이다 (Agresti와 Coull, 1998; Brown 등, 2001, 2002; Ryu와 Lee, 2006; Ryu, 2009). 더욱이 Wald 방법은 $X = 0$ (또는 $X = n$)인 경우 신뢰구간을 제공하지 못할 뿐만 아니라 이항비율 p가 0이나 1에 근접한 경우 포함확률이 매우 낮게 된다. 이러한 경우에 대해서 Agresti와 Coull (1998), Brown 등 (2001), 그리고 Ryu (2010, 2011) 등은 대체방법의 사용을 제시하고 있다. 즉, 극단값의 조정을 통해 신뢰구간의 포함확률이 개선됨을 보여주고 있다.

의사결정을 위해서는 관심 특성인 미지 모수에 대한 추정 결과를 이용하기도 하지만 미래에 발생할 예측결과를 이용하는 경우도 많다. 예측구간도 Wald의 신뢰구간 추정방법을 근거로 정규근사를 이용한 Nelson (2004)의 방법이 널리 사용되고 있다. 신뢰구간에서와 같이 예측구간에도 포함확률이 명목수준과 일치하는 것이 바람직하다. 예측구간을 구하는 방법은 여러 학자들에 의해서 시도되었다. 그러나 신

This work was supported by the research grant of Cheongju University in 2012.
[1]Professor, Department of Statistics, College of Science & Engineering, Cheongju University, 298 Daeseongro, Sangdang-gu, Cheongju, Chungbuk 360-764, Republic of Korea. E-mail: jbryu@cju.ac.kr

뢰구간에서와 마찬가지로 예측구간에서도 사전 관측결과가 없는 경우 미래 관측에 대한 예측구간을 구하는 것이 문제가 된다.

일반적으로 희귀질병에 대한 병리 검사결과 양성반응, 새로운 치료약에 대한 부작용 발생률, 비행기의 추락 확률, 제품의 불량률 등은 발생률이 매우 낮다. 그래서 임상실험이나 검사 결과에서 관심 특성이 관측되지 않는 경우 Nelson (2004)에 의한 이항자료에 대한 예측구간은 얻을 수 없다. 즉, $B(n,p)$에서 관심 특성에 대한 사전 관측값을 X라 할 때 $X=0$이면 p에 대한 MLE가 0이 되므로 미래 발생에 대한 예측구간을 구할 수 없다. 또한 Wald를 기반으로 한 Nelson (2004)의 예측구간은 Figure 4.1, Figure 4.2, 그리고 Table 4.1에서와 같이 사전 관측수가 적거나 이항비율 p가 0이나 1 근처일 때 포함확률이 매우 낮게 된다. 그리고 평균포함확률도 명목수준에 크게 못 미치고, 사전 관측수가 적을 경우 평균제곱오차의 제곱근도 다른 방법들에 비해 크다. 따라서 사전 관측수가 적거나 이항비율 p가 0(또는 1)에 가까울 경우 Nelson 예측구간에 대한 보완 및 대체가 필요하다.

따라서 본 연구에서는 관심 모수값이 작다는 것이 알려져 있거나 관심특성에 대한 사전 관측값이 없는 상태에서도 적합한 예측구간에 대한 문제를 다루고자 한다. 이항비율에 대한 신뢰구간 추정에서 $X=0$인 경우에도 p에 대한 추정이 가능한 Agresti-Coull 방법과 이항모수에 대한 사전분포로 무정보적사전분포(noninformative prior)를 이용한 Jeffrey와 Bayes-Laplace 방법을 사용한다.

논문의 구성은 2절에서는 예측구간에 적용할 방법들을 살펴보고, 3절에서는 신뢰구간 추정에서와 마찬가지로 예측구간의 선정을 위한 기준들을 다룬다. 그리고 4절에서는 제시한 방법의 타당성을 검토하기 위해 포함확률과 평균포함확률, 평균제곱오차의 제곱근, 그리고 평균기대폭들을 계산하여 수치적 비교를 한다.

2. 예측구간

통계적 추론에서 예측구간은 이미 관측된 자료를 이용해서 임의의 확률을 갖고 미래의 관찰값들이 포함될 구간에 대한 추정이다. 예측구간이 개개의 미래 값들의 분포를 예측하는 반면에, 신뢰구간(또는 credible interval)은 미지의 모수값을 추정하는 것이다.

사전 관측값과 독립인 미래의 관측값에 대한 예측구간은 신뢰구간의 경우와 마찬가지로 가능한 한 포함확률이 명목수준과 일치하는 것이 바람직하다. 이러한 예측구간을 구하는 방법은 여러 학자들에 의해서 시도되었다. 사전관측분포와 미래관측분포가 정규분포인 경우는 물론 미지 분포의 경우도 다양하게 다루고 있다. 가능하면 명목수준에 근사한 포함확률을 갖는 예측구간을 구하는 방법들을 Hall과 Rieck (2001), Vidoni (2009), Yu와 Ally (2009) 등이 다루고 있다. Yu와 Ally (2009)는 Box-Cox 정규변환(normal transformation)방법과 지수분포변환(exponential distribution transformation)방법을 사용하여 예측구간을 구하는 방법을 제시하였는데, 지수분포변환방법을 이용하는 경우 예측구간의 포함확률이 Hall과 Rieck (2001)의 포함확률보다 명목수준에 더 근사함을 보여주고 있다. 한편 Wang (2008)은 포함확률이 모수를 포함하고 있기 때문에 실제 포함확률을 계산할 수 없으므로 최소포함확률을 구하고, 이들로부터 포함확률을 보수적이나마 추정할 수 있다는 점을 고려하였다. 특히 표본이 작은 경우 정규근사를 사용하기 어려우므로 예측구간이 부정확해져서 실제 적용에 어려움이 있다. 이러한 이유로 모수공간의 값을 유도하여 최소포함확률과 평균포함확률을 정확히 계산하는 방법을 제시하였고, 베이지안 관점에서도 다루었다. 또한 예측구간의 포함확률이 명목수준에 근사하도록 개선된 예측구간을 제안하였다.

이항자료에서 관심 특성에 대한 사전 관측값이 0이라는 것은 추정하고자하는 이항비율이 0이라는 것이 아니고 현재의 실험이나 시행에서 얻어지지 못하였다는 것을 의미하는 것이다. 따라서 향후의 실험이나

시행에서는 언제든지 관찰이 가능할 것이다. 우리들의 관심은 현재 관심 특성에 대한 관측값이 없는 상태에서도 미래의 관측에 대한 추정이다. 즉, 미래 관측에 대한 예측구간을 구하는 것이다.

이항자료의 예측구간은 초기하분포를 이용하여 구할 수 있으나 계산이 매우 번거롭다 (Hahn과 Meeker, 1991). 그래서 정규근사를 이용한 Nelson (2004)의 방법이 널리 사용된다. 즉, $X_1, X_2, \ldots, X_n$을 $B(n,p)$인 이항분포로부터의 과거의 표본이라 하고, $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$을 같은 분포로부터 크기 m인 미래의 표본이라 하자. 여기서 p는 미지 모수이다. 미래의 표본은 과거의 표본과 독립임을 가정한다. 사전에 관측된 X를 바탕으로 미래에 관측될 Y에 대한 대표본근사 $100(1-\alpha)\%$ 양측예측구간 $[L(X), U(X)]$은 다음과 같다.

$$\hat{Y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{m\hat{p}(1-\hat{p})(m+n)}{n}} \tag{2.1}$$

여기서, $\hat{Y} = m\hat{p} = m(x/n)$, $V(\hat{Y} - Y) = m\hat{p}(1-\hat{p})(m+n)/n$, 그리고 $z_{\alpha/2}$는 표준정규분포의 $(1-\alpha/2)$ 분위수이다.

2.1. Agresti-Coull 방법을 이용한 예측구간

식 (2.1)의 예측구간은 과거에 관측된 값을 이용한 p의 추정값을 사용한다. 그러나 이항비율 p가 작을 때 과거에 관측된 값이 없는 경우(즉, $X = 0$)는 얼마든지 발생할 수 있다. 그러나 $X = 0$일 때는 p에 대한 최우추정값을 구할 수 없기 때문에 예측구간을 구할 수 없다. 뿐만 아니라 (평균)포함확률이나 신뢰구간의 기대폭도 계산할 수 없다. 하지만 사전 관측값이 없어도 p에 대한 추정값을 대체하는 방법을 고려할 수 있다. 여기서는 p에 대한 신뢰구간 추정에 아주 유용한 Agresti-Coull(AC)의 방법을 사용한다.

이항비율 p에 대한 신뢰구간 추정에서 p가 0이나 1에 근사한 경우 기존의 Wald 신뢰구간은 적절치 않고 대체신뢰구간의 사용이 필요함을 많은 이들이 주장하고 있다. 이러한 대체 신뢰구간 중에서 AC 방법이 편리성과 효율성면에서 좋은 방법으로 널리 사용되고 있다. AC 방법은 $X = 0$인 경우에도 사용 가능하다. Wald 신뢰구간에서 n대신에 $n^* = n+4$, p대신에 $\hat{p}_{AC} = (X+2)/(n+4)$를 사용한다. 그러면 예측구간 식 (2.1)은 다음과 같이 된다.

$$\hat{Y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{m\hat{p}_{AC}(1-\hat{p}_{AC})(m+n+4)}{n+4}}\,, \tag{2.2}$$

여기서, $\hat{Y} = m\hat{p}_{AC} = m(x+2)/(n+4)$.

2.2. 사전분포를 이용한 예측구간

이항비율 p가 작거나 관측값이 없는 경우 모수에 대한 사전 정보를 이용한 베이지안 방법이 유용하다 (Geisser, 1984; Winkler 등, 2002; Tuyl 등, 2008). 이항비율에 대한 신뢰구간 추정에 p에 대한 사전분포로 베타분포족의 주로 사용된다. 여기서는 Jeffrey's prior, Beta$(1/2, 1/2)$와 Bayes-Laplace prior, Beta$(1,1)$을 사용한다 (Tuyl 등, 2009). 두 사전분포로부터 사후분포를 구하고 사후평균을 p의 추정치로 사용하여 예측구간을 구한다. 사전 관측값 X가 이항분포, $B(n,p)$를 하고 모비율 p의 사전분포가 베타분포, Beta(a,b)를 하는 경우 사후분포도 같이 베타분포, Beta$(a+X, b+n-X)$를 하므로 이들의 사후평균은 $(a+x)/(a+b+n)$이 된다. 따라서 사전분포로 Jeffrey와 Bayes-Laplace(BL)를 사용하여 사후평균을 p에 대한 추정치로 사용하면, $\hat{p}_J = (x+0.5)/(n+1)$와 $\hat{p}_{BL} = (x+1)/(n+2)$이 된다.

이들은 Agresti-Coull이 제시한 경우와 유사하다. p에 대한 추정치로 $\hat{p}_J$와 $\hat{p}_{BL}$을 사용하여 예측구간을 구하면 각각 다음과 같다.

$$\hat{Y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{m\hat{p}_J(1-\hat{p}_J)(m+n+1)}{n+1}} \tag{2.3}$$

여기서, $\hat{Y} = m\hat{p}_J = m(x+0.5)/(n+1)$.

그리고

$$\hat{Y} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{m\hat{p}_{BL}(1-\hat{p}_{BL})(m+n+2)}{n+2}} \tag{2.4}$$

여기서, $\hat{Y} = m\hat{p}_{BL} = m(x+1)/(n+2)$.

3. 평가기준

이항비율에 대한 신뢰구간 추정에서와 마찬가지로 미래에 발생할 관측 결과에 대한 예측구간을 구하는 방법들이 많은 연구자들에 의해서 다루어지고 있다. 가장 적합한 예측구간을 선정하기 위해 다양한 평가기준들이 사용된다. 대표적인 것이 포함확률이다. 포함확률은 예측구간에 미래 발생할 관측결과가 포함될 확률로 포함확률이 명목수준에 최대한 근접한 것이 바람직하다. 이 포함확률을 모든 모수공간에 대해 평균한 평균포함확률이 널리 사용된다. 또한 포함확률이 명목수준으로부터 얼마나 떨어져 있는 가를 나타내는 평균제곱오차의 제곱근도 중요한 척도이다. 그리고 포함확률을 보안해주기 위해서 예측구간의 상한과 하한의 차이인 기대폭을 모든 모수공간에 대해 평균한 평균기대폭도 사용된다.

3.1. 평균포함확률

미래 관측결과에 대한 예측구간에 실제 관측값이 포함될 확률을 포함확률(coverage probability; CP)이라 한다. 정규근사이론에 의한 예측구간에 대한 포함확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{CP} = \sum_{x=0}^{n} \sum_{y=0}^{m} I(y,x,p) \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \binom{m}{y} p^y (1-p)^{m-y}, \tag{3.1}$$

여기서 $I(y,x,p)$는 $X=x$일 때의 예측구간이 $Y=y$를 포함하고 있으면 1이고 그렇지 않으면 0이다. 포함확률은 n, m과 p의 함수이고 모든 X와 Y값에 대해 계산된다. 이러한 포함확률을 모수의 전 구간에 대해 평균한 평균포함확률(mean coverage probability; MCP)은 매우 중요한 평가기준이 된다. 평균포함확률은 다음과 같이 구한다.

$$\text{MCP} = \int_0^1 \text{CP} f(p) dp, \tag{3.2}$$

여기서 $f(p)$는 모비율 p에 대한 밀도함수로 균등분포를 사용한다.

3.2. 평균제곱오차의 제곱근

한편 포함확률이 명목수준으로부터 얼마나 떨어져 있는가를 나타내는 척도로 다음과 같은 평균제곱오차의 제곱근(root mean square error; RMSE)을 사용한다.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\int_0^1 (\text{CP}-\alpha)^2 dp}\ . \tag{3.3}$$

3.3. 평균기대폭

포함확률은 예측구간의 상한과 하한의 폭에 의존하는데, 폭이 넓으면 포함확률이 커지고 반대로 폭이 좁으면 작아지는 경향이 있다. 예측구간의 폭이 너무 넓으면 포함확률은 커지지만 예측의 의미는 없게 된다. 따라서 포함확률이 명목수준에 근사하면서도 예측구간의 폭이 가능한 한 작은 것이 바람직하다. 예측구간의 상한과 하한의 차($w(y,x)$)에 의한 기대폭(expected width; EW)은 다음과 같이 구한다.

$$\mathrm{EW} = \sum_{x=0}^{n}\sum_{y=0}^{m} w(y,x)\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}\binom{m}{y}p^y(1-p)^{m-y}. \tag{3.4}$$

예측구간의 기대폭을 모든 모수공간에 대해 평균한 평균기대폭(mean expected width; MEW)은 다음과 같다.

$$\mathrm{MEW} = \int_0^1 \mathrm{EW}dp. \tag{3.5}$$

4. 수치적 비교

3절에서 다룬 예측구간을 구하는 네 가지 방법들(Wald, AC, Jeffrey, BL)을 통계패키지 R(Ver. 3.0.1)을 사용하여 수치적으로 비교하였다. 과거와 미래의 관측값 X와 Y가 독립이면서 각각 $B(n,p)$와 $B(m,p)$인 분포를 할 때, 미래 관측값 Y에 대한 예측구간은 식 (2.1)∼식 (2.4)에서와 같이 n, m, 및 사전 관측값 $X = x$에 의존한다. 그러므로 사전 관측수 n이 작은 경우에서부터 어는 정도 큰 경우를 고려하고, 또한 미래의 관측수 m도 다양하게 할 필요가 있다. 따라서 $m = 5$일 때 $n = 5, 10, 30, 50$인 경우와 $n = 30$일 때 $m = 5, 10, 30$인 경우로 나누어 살펴본다.

Figure 4.1과 Table 4.1은 미래 관측수 $m = 5$이고 사전 관측수 n이 다양한 경우에 Wald, AC, Jeffrey, 그리고 BL의 CP, MCP, RMSE, 그리고 MEW를 나타내고 있다. Figure 4.1에서 Wald의 CP는 명목수준에 크게 못 미치며 변동이 심하다. 그러나 AC의 CP는 p의 전 구간에서 명목수준을 초과하여 보수적이다. 반면에 Jeffrey와 BL의 CP는 명목수준과 거의 일치하고 있다. 특히 n이 작은 경우 Wald나 AC 방법은 바람직하지 않다. Table 4.1에서도 Wald의 MCP는 명목수준 0.95에 크게 못 미치지만 AC의 MCP는 명목수준을 초과하고 있다. 그러나 Jeffrey와 BL의 MCP는 명목수준에 가깝다. n이 증가하면 AC(보수적임)를 제외하고 나머지들의 MCP는 명목수준에 근사하다. RMSE는 Wald가 가장 크고 BL이 가장 작지만 n이 증가하면 차이는 미미해 진다. 또한 MEW는 Wald가 가장 작고 AC가 가장 크다. Figure 4.2와 Table 4.2는 $n = 30$이고 $m = 5, 10, 30$인 경우이다. 사전 관측수 n의 변화와는 달리 n이 어느 정도 크면 미래의 관측수 m이 달라도 CP와 MCP의 변화는 그리 크지 않다. 그러나 Wald의 경우는 m이 증가할수록 MCP는 명목수준에서 오히려 멀어지고 또한 RMSE도 증가하고 있다. 나머지 세 가지 방법들의 MCP와 RMSE의 변화는 아주 미미하다.

이상의 수치적 비교에 의하면, Wald 방법은 신뢰구간에서 뿐만 아니라 예측구간에서도 적절치 않다. 특히, 사전 관측수 n이 작거나 미래의 관측수 m이 증가할수록 바람직하지 않다. 한편 AC 방법은 신뢰구간 추정에는 널리 추천되지만 예측구간에서는 CP와 MCP가 명목수준을 초과하여 너무 보수적이다. 그러나 베이지안 방법에 의한 Jeffrey와 BL은 대부분의 경우 바람직하다. 특히 Jeffrey는 신뢰구간의 경우에서와 마찬가지로 예측구간에서도 가장 바람직하다고 할 수 있다.

5. 결론 및 토의

본 연구에서는 이항자료에 대한 예측구간의 문제를 다루었다. 과거와 미래의 관측값 X와 Y가 독립이

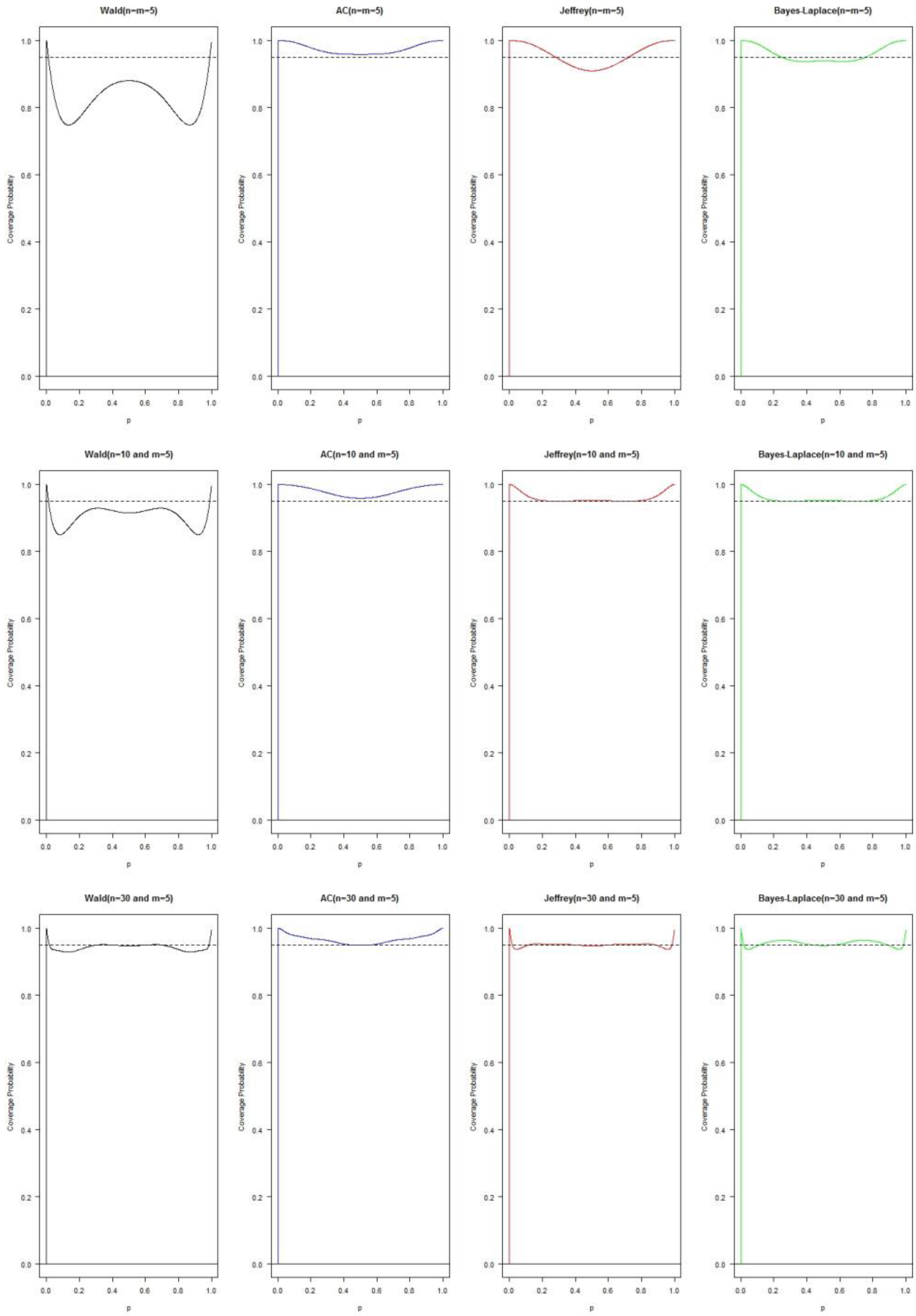

Figure 4.1. Coverage probabilities for the nominal 95% prediction intervals obtained by Wald, AC, Jeffrey, and BL with $m = 5$ and different n.

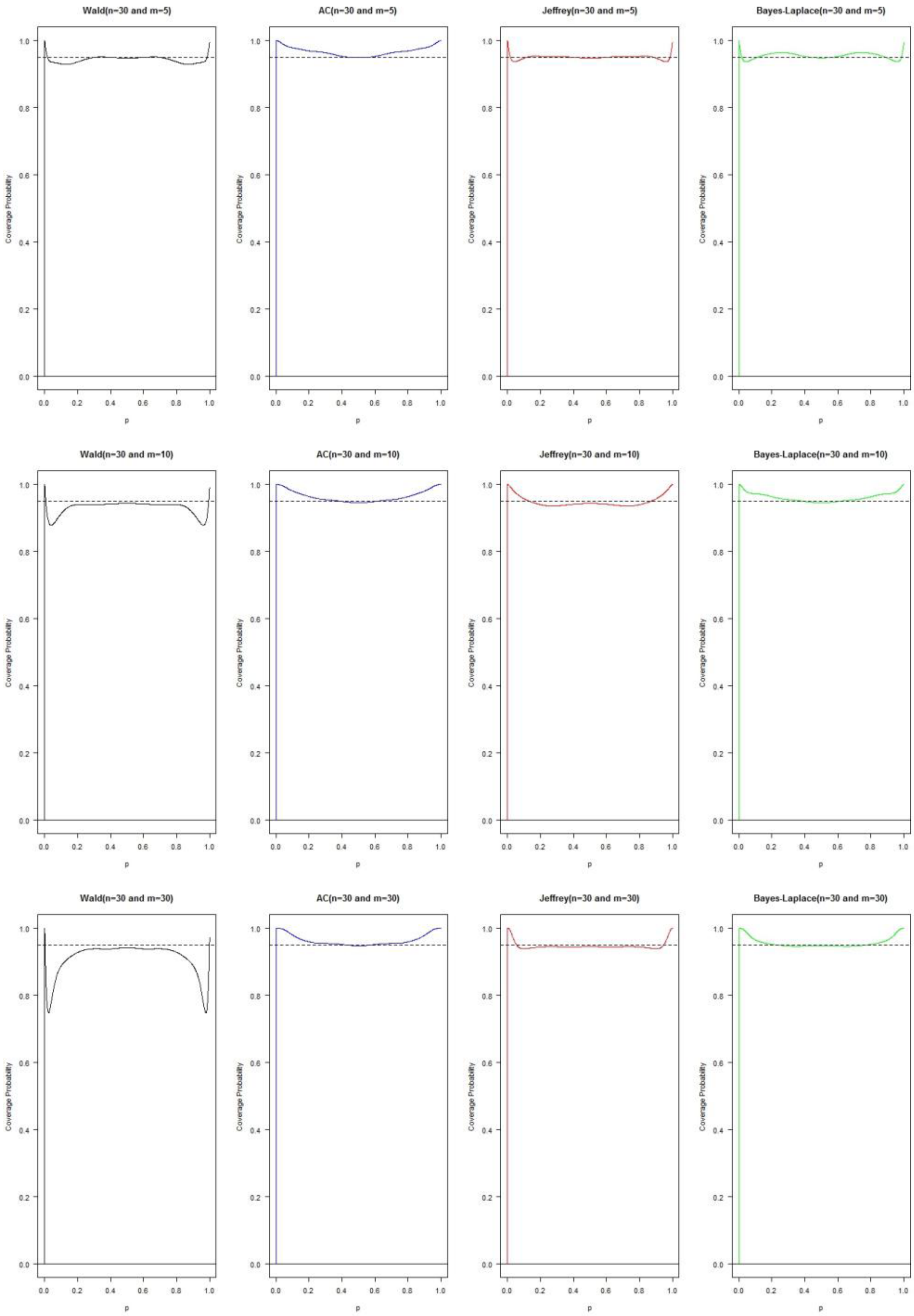

Figure 4.2. Coverage probabilities for the nominal 95% prediction intervals by Wald, AC, Jeffrey, and BL with $n = 30$ and different m.

Table 4.1. A Comparison of MCP, RMSE, and MEW for the nominal 95% prediction intervals obtained by Wald, AC, Jeffrey, and BL with $m = 5$ and different n.

n		5	10	30	50
MCP	Wald	0.825294	0.905065	0.942306	0.947940
	AC	0.974495	0.979374	0.966568	0.963440
	Jeffrey	0.956475	0.958332	0.949247	0.947940
	BL	0.959358	0.958332	0.953914	0.957672
RMSE	Wald	0.138357	0.060324	0.032297	0.032681
	AC	0.042250	0.045135	0.037332	0.035431
	Jeffrey	0.044722	0.034555	0.030650	0.032681
	BL	0.039387	0.034555	0.031634	0.031841
MEW	Wald	2.823567	2.969138	2.989799	2.978495
	AC	4.184254	3.778740	3.312270	3.182248
	Jeffrey	3.621809	3.337099	3.101700	3.043614
	BL	3.904620	3.528324	3.181675	3.094261

Table 4.2. A Comparison of MCP, RMSE, and MEW for the nominal 95% prediction intervals obtained by Wald, AC, Jeffrey, and BL with $n = 30$ and different m.

m		5	10	30
MCP	Wald	0.942306	0.930245	0.909648
	AC	0.966568	0.963417	0.963266
	Jeffrey	0.949247	0.947357	0.946433
	BL	0.953914	0.960605	0.956201
RMSE	Wald	0.032297	0.040461	0.070205
	AC	0.037332	0.037218	0.037004
	Jeffrey	0.030650	0.034009	0.032500
	BL	0.031634	0.034690	0.034428
MEW	Wald	2.989799	4.903482	11.00499
	AC	3.312270	5.400669	11.92703
	Jeffrey	3.101700	5.077403	11.34459
	BL	3.181675	5.199970	11.57518

면서 각각 $B(n,p)$와 $B(m,p)$인 분포를 할 때, 과거의 관측값을 기반으로 Y에 대한 예측구간에 관한 것이다. 이항비율에 대한 신뢰구간 추정은 일반적으로 Wald 방법이 사용된다. 그러나 Wald의 신뢰구간은 표본수가 크지 않고 이항비율 p가 0.5에서 멀리 떨어져 있을 때 바람직하지 않다. 이러한 문제를 보완하기 위해서 Agresti-Coull이 제안한 방법과 이항비율 p에 대한 사전분포를 이용한 베이지안 방법들이 사용된다. 특히 무정보적사전분포를 이용한 Jeffrey와 Bayes-Laplace가 빈도학파들에게도 선호된다.

미래 관측값에 대한 예측구간은 이항비율의 추정값 $\hat{p}$에 영향을 받으므로 앞에서도 언급한 네 가지 이항비율에 대한 신뢰구간 추정 방법을 사용하였다. 그리고 예측구간은 사전 관측수 n과 미래의 관측수 m의 함수이므로 이들의 변화에 따라 예측방법의 차이를 수치적으로 비교하였다. 예측구간의 평가는 신뢰구간 선정의 주요 기준인 포함확률(CP), 평균포함확률(MCP), 평균제곱오차의 제곱근(RMSE), 그리고 평균기대폭(MEW)을 사용하였다.

수치적 비교결과 현재 일반적으로 사용되고 있는 Wald 방법은 신뢰구간에서 뿐만 아니라 예측구간을 구하는 데에도 적절치 않다. 특히, 사전 관측수가 적은 경우 평균포함확률이 명목수준에 크게 못 미치

고, 평균제곱오차의 제곱근도 크다. 그리고 AC 방법은 신뢰구간 추정에 간편성과 효율성 측면에서 널리 추천되지만 예측구간에서는 포함확률과 평균포함확률이 명목수준을 초과하여 너무 보수적이다. 그러나 베이지안 방법에 의한 Jeffrey와 BL은 대부분의 경우 바람직하다. 평균포함확률이 명목수준에 근사하고 평균제곱오차의 제곱근도 상대적으로 작다. 특히 Jeffrey는 신뢰구간의 경우에서와 마찬가지로 예측구간에서도 바람직하다고 할 수 있다.

References

Agresti, A. and Coull, B. A. (1998). Approximate is better than “Exact” for interval estimation of Binomial proportions, *The American Statistician*, **52**, 119–126.

Brown, L. D., Cai, T. T. and DasGupta, A. (2001). Interval estimation for a binomial proportion(with discussion), *Statistical Science*, **16**, 101–133.

Brown, L. D., Cai, T. T. and DasGupta, A. (2002). Confidence intervals for a binomial proportion and asymptotic expansions, *The Annals of Statistics*, **30**, 160–201.

Geisser, S. (1984). On prior distribution for binary trials(with discussion), *The American Statistician*, **38**, 244–247.

Hahn, G. J. and Meeker, W. Q. (1991). *Statistical Intervals - A Guide for Practitioners*, John Wiley & Sons, Inc.

Hall, P. and Rieck, A. (2001). Improving coverage accuracy of nonparametric prediction intervals, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **63**, 717–725.

Nelson, W. B. (2004). *Applied Life Data Analysis*, John Wiley & Sons, Inc.

Ryu, J. B. (2009). A short consideration of binomial confidence interval, *Communications of the Korean Statistical Society*, **16**, 731–743.

Ryu, J. B. (2010). The effect of adjusting the extreme values in Wald confidence interval, *Journal of Research Institute of Industrial Sciences*, **28**, 29–34.

Ryu, J. B. (2011). The influence of extreme value in binomial confidence interval, *Communications of the Korean Statistical Society*, **18**, 615–623.

Ryu, J. B. and Lee, S. J. (2006). Confidence intervals for a low binomial proportion, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **19**, 217–230.

Tuyl, F., Gerlach, R. and Mengersen, K. (2008). A comparison of Bayes-Laplace, Jeffreys, and other priors: The case of zero events, *The American Statistician*, **62**, 40–44.

Tuyl, F., Gerlach, R. and Mengersen, K. (2009). Posterior predictive arguments in favor of the Bayes-Laplace prior as the consensus priors for binomial and multinomial parameters, *Bayesian Analysis*, **4**, 151–158.

Vidoni, P. (2009). Improving prediction intervals and distributional functions, *Scandinavian Journal of Statistics*, **36**, 735–748.

Wang, H. (2008). Coverage probability of prediction intervals for discrete random variable, *Computational Statistics and Data Analysis*, **53**, 17–26.

Winkler, R. L., Smith, J. E. and Fryback, D. G. (2002). The role of informative priors in zero-numerator problems: Being conservative versus being candid, *The American Statistician*, **56**, 1–4.

Yu, K. and Ally, A. (2009). Improving prediction intervals: Some elementary methods, *The American Statistician*, **63**, 17–19.

이항자료에 대한 예측구간

류제복[a,1]

[a]청주대학교 이공대학 통계학과

(2013년 8월 26일 접수, 2013년 10월 24일 수정, 2013년 10월 24일 채택)

요 약

신뢰구간 추정에 널리 사용되고 있는 Wald, Agresti-Coull, 그리고 베이지안 방법인 Jeffrey와 Bayes-Laplace를 예측구간에 적용하였다. 네 가지 방법의 수치적 비교를 위해서 포함확률, 평균포함확률, 평균제곱오차의 제곱근, 그리고 평균기대폭을 사용하였다. 비교결과 Wald 방법은 신뢰구간에서와 마찬가지로 예측구간에서도 바람직하지 않았고 신뢰구간에서 선호되던 Agresti-Coull 방법은 예측구간에서는 너무 보수적이라 적절치 않다. 반면에 Jeffrey와 Bayes-Laplace 방법은 적절하였고, 특히 Jeffrey 방법은 신뢰구간의 경우에서와 마찬가지로 예측구간에서도 바람직하였다.

주요용어: 이항자료, 예측구간, 포함확률, 평균포함확률, 평균제곱오차의 제곱근, 평균기대폭.

이 논문은 2012년도에 청주대학교 산업과학연구소가 지원한 학술연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었음.
[1](360-764) 충북 청주시 상당구 대성로 298, 청주대학교 이공대학 통계학과, 교수. E-mail: jbryu@cju.ac.kr