# LMS기반 트랜스버설 필터의 컨벡스조합을 위한 부밴드 적응알고리즘

# Subband Adaptive Algorithm for Convex Combination of LMS based Transversal Filters

손 상 욱<sup>\*</sup>·이 경 표<sup>\*\*</sup>·최 훈<sup>\*\*\*</sup>·배 현 덕<sup>†</sup> (Sang-Wook Sohn·Kyeong-Pyo Lee·Hun Choi·Hyeon-Deok Bae)

Abstract - Convex combination of two adaptive filters is an efficient method to improve adaptive filter performances. In this paper, a subband convex combination method of two adaptive filters for fast convergence rate in the transient state and low steady state error is presented. The cost function of mixing parameter for a subband convex combination is defined, and from this, the coefficient update equation is derived. Steady state analysis is used to prove the stability of the subband convex combination. Some simulation examples in system identification scenario show the validity of the subband convex combination schemes.

Key Words: Filter bank, Subband adaptive filter, LMS based algorithm, Convex combination, Mixing parameter

## 1. 서 론

기존에 널리 사용되고 있는 LMS(least mean square)기반 적응 기법은 스텝사이즈(step size)의 값에 따라 수렴성능이 많은 영향을 받는다. 빠른 수렴속도를 만족하기 위하여 상 대적으로 큰 스텝사이즈를 사용하면 정상상태 오차가 상대 적으로 증가하며, 반대로 정상상태 오차를 줄이기 위해 상대 적으로 작은 스텝사이즈를 사용하면 수렵속도가 느려지므로 수렴속도와 정상상태 오차 사이에는 트레이드오프 (trade-off)관계가 있다[1]. 이 문제를 해결하기 위한 대표적 알고리즘이 NLMS(normalized LMS)이며, NLMS에 기반하 여 임펄스응답이 성긴(sparse) 특성의 시스템에 유용한 알고 리즘으로는 IPNLMS(improved proportionate NLMS)가 있 다[1]. 그리고 NLMS의 일반적 형식의 알고리즘으로는 인접 투사 알고리즘(affine projection: AP)이 있다. AP 알고리즘 은 현재의 입력 벡터뿐만 아니라 과거의 입력 벡터들도 함 께 사용하기 때문에 수렴 속도를 향상 시킬 수 있으나, 여전 히 계산량 문제와 조정 파라미터(regularization parameter) 라 불리는 δ의 값에 따라 수렴 속도와 정상상태 오차 간에 트레이드오프 관계가 발생하는 단점이 있다[2][3]. 또 다른 접근방법으로 부밴드(subband) 적응기법이 빠른 수렴속도와 작은 정상상태 오차를 만족하기 위하여 연구 되어왔다. 부 밴드 적응필터는 입력신호의 부밴로 분해로 입력신호의 고

\* Dept. EC, Univ. of Texas at Austin, USA

\*\* Dept. of Electrical Eng., Chungbuk National Univ., Korea

\* Corresponding Author : Dept. of Electrical Eng., Chungbuk National Univ., Korea

E-mail : hdbae@cbnu.ac.kr

Received : November 6, 2012; Accepted : December 6, 2012

유치 분포가 감소되고, 다위상(poly phase) 분해와 노블 아 이덴티티(noble identity)가 적용된 적응 부필터(sub filter)의 사용으로 인해 전 밴드(full band)에 비해 계산량의 증가 없 이 수렵속도가 증가될 수 있다[4][5][6]. 대표적 부밴드 적응 알고리즘으로는 SNLMS(subband NLMS), SIPNLMS(suband IPNLMS), SAP(subband AP)등이 있다[7][8].

이러한 연구는 한정된 프로세서의 성능에서 최고의 성능 을 유도하기위한 최적화 기법이다. 최근 프로세서의 성능 향상으로 인하여 최적화된 계산량을 필요로 하는 알고리즘 보다 두 가지 알고리즘을 동시에 사용하여 그 출력을 제어 하는 컨벡스 조합(convex combination)기법이 연구되고 있 다. 컨벡스 기법은 주로 과도 상태에서 빠른 수렴 성능을 담당하는 필터와 안정 상태에서의 낮은 정상상태 오차를 담 당하는 필터를 독립적으로 구성하여 빠른 수렴성과 낮은 정 상상태 오차를 동시에 만족시켜주는 기법이다. 즉 두 적응 필터의 장점만 취하기 위한 결합으로 구성되며, 전체 시스 템의 성능은 가중치 합이 1이 되는 혼합 파라미터(mixing parameter)로 제어된다. 혼합 파라미터는 전체 구조의 오차 신호 자승 합을 최소화시키는 방향으로 매번 새로운 값으로 갱신된다[9][10][11].

본 논문에서는 기존의 전 밴드 적응 컨벡스 기법을 부밴 드 적응필터에 적용하기위한 부밴드 적응 컨벡스 기법을 제 한 하고자 한다. 새로운 부밴드 적응 컨벡스 조합을 위한 혼합파리미터의 갱신식을 각 부밴드 필터의 오차를 최소화 하는 비용함수 정의를 통해 유도한다. 그리고 부밴드 컨벡 스기법의 정상상태 수렴성 해석을 이용 제안기법의 안정성 을 증명한다. 그리고 제안기법의 타당성을 전밴드-부밴드 컨벡스 조합과 부밴드-부밴드 컨벡스 조합의 수렴성능 비교 를 통해 입증하고자 한다.

<sup>\*\*\*</sup> Dept. of Electronics Eng., Dongeui Univ., Korea

## 2. 컨벡스 조합 기법



- 그림 1 시스템 식별에서 두 트랜스버설 필터의 적응 컨벡스 조합
- Fig. 1 Adaptive convex combination of two transversal filters in system identification

적응필터에서 컨벡스 기본 개념은 서로 다른 스텝사이즈 를 가지고 독립적으로 운용되는 적응필터를 조합하여 전체 시스템의 성능을 향상시키는 것이다. 두 적응 필터의 출력 은 혼합 파라미터에 의하여 전체 출력으로 조합되며 이는 빠른 수렴속도와 작은 정상상태 오차를 동시에 만족시켜준 다. 그림 1에 시스템 식별 모델에 전밴드(full band) 컨벡스 기법을 적용한 구조를 나타내었다. 컨벡스 구조는 미지의 시스템 계수 S\*를 추정하기 위하여 독립적으로 운용되는 두 적응필터  $s_{1, s_2}$ , 두 적응필터의 출력을 조절하는 혼합 파라 미터  $\lambda$ 와 이를 갱신하는 전체 오차 e로 구성된다. 전체 출 력 y(n)과 적응 필터 계수 s(n)은 각각 식 (1)과 식(2)와 같 다[9][10].

$$y(n) = \lambda(n)y_1(n) + [1 - \lambda(n)]y_2(n)$$
(1)

$$\mathbf{s}(n) = \lambda(n)\mathbf{s}_1(n) + [1 - \lambda(n)]\mathbf{s}_2(n)$$
<sup>(2)</sup>

여기서 y<sub>1</sub>(n)과 y<sub>2</sub>(n)는 각 적응필터 출력으로 y<sub>i</sub>(n) = s<sup>T</sup><sub>i</sub>(n)x(n), i = 1,2으로 표현되며 s<sub>i</sub>(n)는 각 적응필터 의 계수이고 **x(n)**는 입력신호 벡터이다. 그리고 λ(n)는 출 력 정도를 제어하는 혼합 파라미터로 0과 1사이의 값을 가 지며 매 샘플마다 갱신되는 구조를 가진다. 이 λ(n)로부터 컨벡스 구조의 적응필터가 최적 성능을 발휘하도록 s,과 s, 가 적절히 조정 된다. 일반적으로 혼합 파라미터 λ(n)의 갱 신을 위해 원하는 신호 d(n)과 전체 출력신호 y(n)의 자승 오차  $e^{2}(n) = [d(n) - y(n)]^{2}$ 를 최소화하는 기울기 경사 (gradient descent) 기법이 사용된다. 그렇지만  $\lambda(n)$ 의 직접 적인 유도보다 식 (3)과 같은 시그모이드(sigmoidal) 함수를 사용 것이 유용하며 이로부터 정해진  $\lambda(n)$ 값으로부터 a(n)의 값을 변화 시킨다[10].

$$\lambda(n) = \text{sgm}[a(n)] = \frac{1}{1 + e^{-a(n)}}$$
(3)

여기서 a(n)의 계수 갱신식은 다음과 같다.

$$a(n+1) = a(n) - \frac{\mu_a}{2} \frac{\partial e^2(n)}{\partial a(n)}$$
  
=  $a(n) - \frac{\mu_a}{2} \frac{\partial e^2(n)}{\partial \lambda(n)} \frac{\partial \lambda(n)}{\partial a(n)}$   
=  $a(n) + \mu_a e(n) [y_1(n) - y_2(n)] \lambda(n) [1 - \lambda(n)]$  (4)

여기서  $\mu_a \doteq a(n)$ 의 갱신을 위한 스텝사이즈이다.  $\lambda(n) \doteq 식$  (3)의 시그모이드 함수로부터 값이 결정되기 때문에  $\lambda(n)$ 의 범위를 [0,1]로 제한 할 수 있다. 또한  $\lambda(n)$ 의 값이 0 혹은 1에 근접할 때 독립적으로 동작하는 두 적응 필터중 하나의 적응 필터가 최적의 성능을 보이기 때문에 통계 경 사 잡음(stochastic gradient noise)이 줄어드는 장점이 있다.



그림 2 시그모이드 함수를 통한  $\lambda(n)$ 의 범위 Fig. 2 The range of  $\lambda(n)$  via a sigmoidal function

그렇지만 a(n)의 스텝사이즈  $\mu_a$ 는 상대적으로 큰 값이 ( $\mu_a \ge 100$ ) 사용되어 a(n)의 절대 값이 매우 커지는 경우가 발생한다. 이 경우 식 (3)에 의하여  $\lambda(n)$ 의 값은 0이나 1에 완전히 근접하게 되며 a(n)의 갱신이 멈추게 되는 문제점이 발생한다[9]. 이를 방지하기 위하여  $\lambda(n)$ 의 범위를  $[1-\lambda^+,\lambda^+](\lambda^+ = sgm(a^+))$ 로 제한을 두어 최소한으로 a(n)이 갱신이 가능하도록 보장한다. 여기서  $a^+$ 는 주로 4의 값을 가지며 따라서  $\lambda(n)$ 의 범위는 [0.018, 0.982]가 되며 그림 2에 이를 나타내었다[10].

#### 3. 부밴드 컨벡스 조합 기법

부밴드 적응 필터링에서는 입력신호가 필터 뱅크에 의하 여 부밴드 신호로 분해되므로 입력신호의 자기상관행렬 (autocorrelation matrix)의 고유치 분포가 감소하게 되어 적 응필터의 수렴성능이 향상되게 된다. 또한 적응필터에 다위 상 분해를 통한 적응 부필터를 적용할 경우 계산량 추가 없 이 적응필터의 성능을 개선 할 수 있다[9]. 그리고 부밴드 적응 기법을 컨벡스 구조에 적용하여 기존에 사용되는 전 밴드 컨벡스 기법에 계산량 추가 없이 보다 빠른 수렴속도 를 가지는 부밴드 컨벡스 알고리즘의 개발이 가능하다.

그림 1의 구조에 부밴드 적응기법과 노블 아이덴티티를 적용한 부밴드(*M*=2) 컨벡스 적응필터 블록도는 그림 3과 같다. 여기서 **H**<sub>0</sub>와 **H**<sub>1</sub>은 분해필터로 저역통과, 고역통과 필 터이며 S<sup>•</sup>는 미지의 시스템, *x*(*n*)은 입력신호이다. **s**<sub>1</sub>과 **s**<sub>2</sub> 는 독립적으로 동작하는 적응필터 계수이며 이의 다위상 성 분은 **s**<sub>1</sub>(z)=**s**<sub>10</sub>(z)+z<sup>-1</sup>**s**<sub>11</sub>(z)과 **s**<sub>2</sub>(z)=**s**<sub>20</sub>(z)+z<sup>-1</sup>**s**<sub>21</sub>(z)로 표 현된다[4].  $y_1(n)$ 과  $y_2(n)$ 는 각 적응필터의 출력이며 y(n)은 혼합 파라미터  $\lambda(n)$ 에 의하여 결정되는 전체 출력이다.  $F_0$ 와  $F_1$ 은 합성필터이다. 그림 3으로부터 전체 출력과 필터 계수와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(n) &= \mathbf{F_0^T y_1}(n/2) + \mathbf{F_1^T y_2}(n/2) \\ \mathbf{y}_1(n) &= \lambda(n)\mathbf{y}_{10}(n) + (1 - \lambda(n))\mathbf{y}_{20}(n) \\ \mathbf{y}_2(n) &= \lambda(n)\mathbf{y}_{11}(n) + (1 - \lambda(n))\mathbf{y}_{21}(n) \end{aligned}$$
(5)

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(n) &= \lambda(n) \mathbf{s_1}(n) + (1 - \lambda(n)) \mathbf{s_2}(n) \\ \mathbf{s_1}(z) &= \mathbf{s_{10}}(z^2) + z^{-1} \mathbf{s_{11}}(z^2) \\ \mathbf{s_2}(z) &= \mathbf{s_{20}}(z^2) + z^{-1} \mathbf{s_{21}}(z^2) \end{aligned}$$
(6)

또한 오차는 다음과 같다.

$$e_i(n) = d_i(n) - y_i(n), \quad i = 1, 2.$$
 (7)

컨벡스 조합 기법에 사용되는 적응 필터는 각각 독립적으 로 운용된다. 즉 적응필터의 계수갱신은 각각의 필터의 출 력과 원하는 신호간의 오차  $e_1(n)$ 과  $e_2(n)$ 에 의하여 갱신되 기 때문에 해당 적응필터에 사용하고자 하는 알고리즘의 계 수 갱신식을 적용하면 된다. 그러나 전체 출력과 전체 계수 는 혼합 파라미터  $\lambda(n)$ 에 의해 결정된다. 혼합 파라미터 갱 신을 위하여 각각의 적응 필터에 의하여 발생된 오차  $e_1(n)$ 과  $e_2(n)$ 의 자승합을 (square error) 최소화하는 통계 경사 기법을 사용하며 그 비용함수는 식 (8)로 정의할 수 있다.



그림 3 시스템 식별에서 두 트랜스버설 필터의 부밴드 적응 컨벡스 조합

Fig. 3 Subband adaptive convex combination of two transversal filters in system identification

$$J(n) = \sum_{i=1}^{M} e_i^2(n) \qquad M = 2$$
  
=  $\begin{bmatrix} d_1(n) - (y_{10}(n) + y_{20}(n)) \\ + d_2(n) - (y_{11}(n) + y_{21}(n)) \end{bmatrix}$   
=  $\sum_{i=1}^{M} \begin{bmatrix} d_i(n) - (y_{1i-1} + y_{2i-1}) \end{bmatrix}, \quad M = 2$  (8)

λ(n)는 식 (3)과 동일하게 시그모이드 함수로 정의하고 a(n)의 갱신식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} a(n+1) &= a(n) - \frac{\mu_a}{2} \frac{\partial J(n)}{\partial a(n)} \\ &= a(n) - \frac{\mu_a}{2} \frac{\partial J(n)}{\partial \lambda(n)} \frac{\partial \lambda(n)}{\partial a(n)} \\ &= a(n) - \left[ \mu_a \Big\{ e_1(n) \big( y_{20}(n) - y_{10}(n) \big) \\ + e_2(n) \big( y_{21}(n) - y_{11}(n) \big) \Big\} \right] \lambda(\lambda - 1) \\ &= a(n) + \mu_a \lambda(1 - \lambda) \sum_{i=1}^M \left[ y_{2i-1}(n) - y_{1i-1}(n) \right] \end{aligned}$$
(9)

여기서  $\mu_a \doteq a(n)$ 을 조절하는 스텝사이즈이다. 유도된 식 (9)를 이용 식(6)의 부밴드 적응 컨벡스 필터의 계수 갱신이 가능하게 된다.

#### 4. 부밴드 컨벡스 조합 기법의 정상상태 수렴성

제안하는 부밴드 컨벡스 기법의 정상상태 해석을 위해 기 본 표현식을 다음과 같이 정리 할 수 있다. 원하는 신호 d(n)과 입력과의 관계는 미지의 계수 s\*(s<sub>0</sub>)와 잡음의 선형 결합으로 표현된다.

$$d(n) = \mathbf{s}_0^{\mathrm{T}} \mathbf{x}(n) + \mathbf{e}_0(n) \tag{10}$$

여기서  $e_0(n)$ 는 입력  $\mathbf{x}(n)$ 와 독립적이며 동일한 분포 (independent identically distributed : iid)를 가지는 잡음이 다. 각각의 필터에서 필터계수의 최적해 와 적응필터 계수 와의 오차 벡터는 다음과 같으며

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{i}}(n) = \mathbf{s_0} - \mathbf{s_i}(n) \qquad \mathbf{i} = 1, 2, \tag{11}$$

두 필터의 조합에서 전체 오차벡터는  $\epsilon(n) = \epsilon_1(n) + \epsilon_2(n)$ 이 다. 이로부터 계수 벡터 갱신에 의한 오차는 다음과 같다.

$$e_{a,i}(n) = \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{i}}^{\mathsf{T}}(n) \mathbf{x}_{\mathbf{i}}(n), \quad \mathbf{i} = 1, 2 \quad \exists \mathbf{z}$$
  
 $e_{a}(n) = \boldsymbol{\epsilon}^{\mathsf{T}}(n) \mathbf{x}(n)$ 
(12)

이로부터 매번 계수 갱신에서 발생하는 총 오차는 다음과 같다.

$$e(n) = e_a(n) + e_0(n)$$
(13)

필터의 정상상태 성능평가를 위해 EMSE(excess mean-square error)를 사용하며 n을 ∞로 두면 각각의 필터

에 대한 EMSE는 다음식으로 계산이 가능하다.

$$J_{\text{ex},i}(\infty) = \lim_{n \to \infty} E\{e_{a,i}^2(n)\}, \ i = 1,2$$
(14)

$$J_{\rm ex}(\infty) = \lim_{n \to \infty} E\{e_a^2(n)\}$$
(15)

식 (13)의 오차를 컨벡스 형식으로 표현하면 다음과 같 다.

$$e(n) = \lambda(n)e_1(n) + [1 - \lambda(n)]e_2(n)$$
  
=  $\lambda(n)e_{a,1}(n) + [1 - \lambda(n)]e_{a,2}(n) + e_0(n)$  (16)

같은 방법으로 각각 필터의 컨벡스 형식의 전체 계수 벡 터 갱신에 의한 오차 역시 다음과 같이 표현된다.

$$e_a(n) = \lambda(n)e_{a,1}(n) + [1 - \lambda(n)]e_{a,2}(n)$$
(17)

식 (17)을 제곱하고 n을 ∞로 두면 정상상태 EMSE는 다 음과 같다.

$$J_{\text{ex}} = \lim_{n \to \infty} E_{2\lambda(n)[1-\lambda(n)]e_{a,1}(n)} + [1-\lambda(n)]^2 e_{a,2}^2(n) + {2\lambda(n)[1-\lambda(n)]e_{a,1}(n)e_{a,2}(n)}$$
(18)

식 (18)을 식 (14)과 식 (15)을 이용하고 교차항인 $J_{\text{ex}} = \lim_{n \to \infty} E\{2\lambda(n) [1 - \lambda(n)] e_{a,1}(n) e_{a,2}(n)\} = J_{\text{ex},12}(\infty) \text{로 두고}$ 간단히 하면

$$J_{\text{ex}} = \lambda^{2} J_{\text{ex},1}(\infty) + (1-\lambda)^{2} J_{\text{ex},2}(\infty) +$$
(19)  
2(1-\lambda) \lambda J\_{\text{ex},12}(\infty)

가 된다. 식 (18)은 λ(n)을 결정짓는 a(n)에 의하여 두 가지 경우로 나눌 수 있다[9].

**Case 1)**  $\lim_{n \to \infty} E\{a(n)\} = a^+, a(n) \in [-a^+, a^+]$ 

n이 ∞로 증가하여 a(n)가 a<sup>+</sup>의 값을 가지게 되면 λ(n)는 λ<sup>+</sup>의 값 1을 가지게 된다. 따라서 식 (19)은

$$J_{\text{ex}} = \lambda^2 J_{\text{ex},1}(\infty) + (1-\lambda)^2 J_{\text{ex},2}(\infty) + 2(1-\lambda)\lambda J_{\text{ex},12}(\infty)$$
$$= J_{\text{ex},1}(\infty)$$
(20)

이며, s, 적응필터의 EMSE의 값을 가지게 된다.

**Case 2)**  $\lim E\{a(n)\} = -a^+, a(n) \in [-a^+, a^+]$ 

n이 ∞로 증가하여 a(n)가 -a<sup>+</sup>의 값을 가지게 되면 λ(n)는 λ<sup>+</sup>의 값 0을 가지게 된다. 따라서 식 (19)은

$$J_{\text{ex}} = \lambda^{+2} J_{\text{ex},1}(\infty) + (1 - \lambda^{+})^{2} J_{\text{ex},2}(\infty) + 2(1 - \lambda^{+})\lambda^{+} J_{\text{ex},12}(\infty)$$
  
=  $J_{\text{ex},2}(\infty)$  (21)

이 되며, s<sub>2</sub> 적응필터의 EMSE의 값을 가지게 된다. 즉 각 적응필터에 사용된 적응알고리즘의 안정성이 보장되면 컨벡 스 기법의 정상상태 안정성 역시 보장됨을 알 수 있다.

#### 5. 실험결과

제안한 부밴드 컨벡스 기법의 성능 평가를 위해 시스템 식별 모델과 더블토크(double talk) 상황을 고려하지 않은 반향제거 시스템을 고려한다. 시스템 식별 모델의 실험 결 과와 반향제거 시스템의 실험 결과로부터 빠른 수렴 속도와 낮은 정상상태 오차의 만족여부를 전 밴드 기법과 제안기법 성능을 비교 평가한다. 신호의 사전 백색화를 위하여 저역 통과 필터와 고역통과 필터는 완전복원이 가능한 IIR 타원 필터뱅크를 사용하며 차수는 11이다. 각 실험에 따라 다양 한 반향 경로와 입력신호를 사용하여 *a*(*n*)의 범위를 [-4,4] 로 제한하여 혼합파라미터 λ(*n*)가 [0.018,0.982]의 값을 갖도 록 조정하며 이로부터 *a*(*n*)값의 갱신이 멈추는 것을 방지 한다.

## 실험1) 전밴드와 부밴드의 컨벡스 기법 수렴성능 비교

제안한 부밴드 컨벡스 기법과 전밴드 컨벡스 기법의 수렴 성능을 비교를 위하여 그림 1과 그림 3의 시스템 식별 모델 을 고려한다. 미지의 시스템은 성긴도(sparseness) ζ=0.7042 를 갖는 길이 256의 그림 4와 같은 임펄스 응답을 사용하였 고, 입력신호는 백색신호를 *T*(*z*)=1/(1-0.99*z*)를 통과 시켜 생성된 AR(1) 신호를 사용하였다. μ<sub>a</sub>는 400을 사용한다. 적응필터는 미지시스템과 같은 길이 256의 계수를 사용한 다.



그림 4 반향경로의 임펄스응답( $\zeta$ =0.7042) Fig. 4 Impulse response of echo path ( $\zeta$ =0.7042)

컨벡스 조합의 구성은 IPNLMS와 NLMS, AP와 NLMS 조합으로 구성되며 IPNLMS와 AP가 빠른 수렴속도를 담당 하는 필터로 스텝사이즈는 0.5, NLMS가 낮은 정상상태 오 차를 담당하는 필터로 스텝사이즈는 0.1을 사용한다. 또한 관측 잡음(observation noise)으로 원하는 신호에 50 dB의 백 색 가우시안잡음을 첨가하였다. 부밴드 컨벡스 기법에서 각 적응필터는 전 밴드 컨벡스에서 사용한 각 알고리즘을 부밴 드로 변환한 SIPNLMS, SNLMS, SAP를 사용한다[7] [8]. 전밴드 컨벡스와 부밴드 컨벡스 기법의 계수오차에 대한 수 렴성능 결과를 그림 5와 그림 6에 나타내었다. 그림 5는 전밴드와 부밴드의 계수조정오차 비교로 IPNLMS(SIPNLMS)와 NLMS(SNLMS)를 사용한 컨벡스 조합의 결과이다. 결과로부터 전밴드와 부밴드 모두 빠른 수렴속도와 낮은 정상상태 오차를 모두 만족하지만 부밴드 기법에서 전밴드에 비해 과도상태와 정상상태 모두 빠른 수 렴속도를 보임을 알 수 있다.



- 그림 5 AR(1) 입력신호에 대한 IPNLMS(SIPNLMS)와 NLMS(SNLMS)의 전밴드와 부밴드 컨벡스 조합의 계 수조정오차 비교
- Fig. 5 Misalignment learning curves comparison of subband convex and fullband convex with IPNLMS(SIPNLMS) and NLMS(SNLMS) to AR(1) signal

그림 6 또한 전밴드와 부밴드의 계수조정오차 비교로 AP(SAP)와 NLMS(SNLMS)를 사용한 컨벡스 조합의 결과 이다. 그림 5와 유사한 결과로 부밴드 기법에서 전밴드에 비해 과도상태와 정상상태 모두 빠른 수렴속도를 보인다. 두 실험 결과로부터 제안된 부밴드 컨벡스 기법이 전밴드 컨벡스 기법보다 빠른 수렴성능을 보임을 알 수 있다.



- 그림 6 AR(1) 입력신호에 대한 AP(SAP)와 NLMS(SNLMS)의 전밴드 부밴드 컨벡스 조합의 계수조정오차 비교
- Fig. 6 Misalignment learning curves comparison subband convex and fullband convex with AP(SAP) and NLMS(SNLMS) to AR(1) signal

## 실험 2) SIPNLMS와 SNLMS를 이용한 부밴드 컨벡스 기법의 수렴성능

실험1에서의 성능 평가 결과를 바탕으로 여기에서는 SIPNLMS기법과 SNLMS기법을 사용하여 컨벡스 기법의 성능평가를 수행한다. 그림 3의 시스템 식별구조와 그림 4 와 같은 임펄스응답특성을 가지는 시스템을 고려한다. 사용 된 입력신호는 *T*(*z*)=1/(1-0.98*z*)를 통과 시켜 생성된 AR(1)과 8 bit, 16 kHz로 샘플링된 음성 신호를 사용하였다. 컨벡스 기법에서 μ<sub>a</sub>는 400을 사용하였다. 적응필터의 계수 는 반향경로과 같은 256을 사용하였으며 SNLMS의 스텝사 이즈는 0.1로 두어 낮은 정상상태오차를, SIPNLMS의 스텝 이즈는 0.5를 사용하여 빠른 수렴속도의 성능을 보이도록 하였다. 또한 관측 잡음으로 원하는 신호에 50 *dB*의 백색 가 우시안 잡음을 첨가하였다.

그림 7은 AR(1) 입력신호에 대한 SIPNLMS와 SNLM의 컨벡스 조합의 계수조정오차 결과이다. SIPNLMS는 상대적 으로 큰 스텝사이즈를 사용하여 빠른 수렴속도를 만족하였 지만 큰 정상상태 오차를 보인다. SNLMS는 상대적으로 낮 은 스텝사이즈를 사용하여 수렵속도는 느리지만 낮은 정상 상태 오차를 만족하고 있다. 이 둘을 적절하게 조합한 컨벡 스 기법의 결과는 빠른 수렴속도와 낮은 정상상태 오차를 모두 만족함을 알 수 있다.



- 그림 7 AR(1) 입력신호에 대한 SNLMS와 SIPNLMS 컨벡스 조합의 계수조정오차 비교
- Fig. 7 Misalignment learning curves of convex combination of SNLMS and SIPNLMS to AR(1) signal

그림 8은 입력으로 음성신호를 사용한 계수조정오차 수렴 성능이다. 음성신호를 사용한 컨벡스 기법의 수렴성능 또한 AR(1) 신호를 사용한 경우와 유사한 결과를 보인다.

이상의 실험에서 조정파라미터 λ(n)에 의하여 수렴 초기 에는 빠른 수렴속도를 보이는 SIPNLMS 알고리즘의 결과를 취하고 정상상태에서는 낮은 오차를 갖는 SNLMS의 결과를 취하기 때문에 빠른 수렴속도와 낮은 정상상태 오차를 모두 만족시키는 결과를 보임을 알 수 있다.



- 그림 8 음성신호에 대한 SNLMS와 SIPNLMS 컨벡스 조합의 계수조정오차 비교
- Fig. 8 Misalignment learning curves of convex combination of SNLMS and SIPNLMS to speech signal

## 실험 3) SAP와 SNLMS를 이용한 부밴드 컨벡스 기법 수렴성능

실혐2에서와 같은 조건에서 SAP와 SNLMS을 사용한 컨 벡스 구조의 성능평가를 위하여 SAP의 스텝사이즈는 0.5를 사용하여 빠른 수렴속도를 담당하며 SNLMS의 스텝사이즈 는 0.1을 사용하여 낮은 정상상태 오차를 담당하게한다. 또 한 관측 잡음으로 원하는 신호에 50*dB*의 백색 가우시안 잡 음을 첨가하였다.

그림 9는 실험 2와 같은 AR(1) 입력신호에 대한 SAP와 SNLMS의 컨백스 조합의 계수조정오차 결과로서 그림 7의 결과와 유사하게 SAP에서 빠른 수렴속도를 만족하고, SNLMS에서 낮은 정상상태 오차를 만족하고 있음을 알 수 있다. 부밴드 필터들을 적절히 조합한 컨벡스 기법의 결과 는 빠른 수렴속도와 낮은 정상상태 오차를 모두 만족함을 알 수 있다.



- 그림 9 AR(1) 입력신호에 대한 SNLMS와 SAP 컨벡스 조합 의 계수조정오차 비교
- Fig. 9 Misalignment learning curves of convex combination of SNLMS and SAP to AR(1)

그림 10은 입력으로 음성신호를 사용한 계수조정오차의 수렴결과이다. SAP와 SNLMS조합 컨벡스 역시 SIPNLMS 와 SNLMS조합의 컨벡스와 유사한 결과를 보인다.

이상의 세가지 실험으로 부터 컨벡스 기법의 사용은 두 적응필터를 독립적으로 사용하기 때문에 계산량은 증가하지 만 빠른 수렴속도와 낮은 정상상태 오차를 모두 만족시킬



- 그림 10 음성신호에 대한 SNLMS와 SAP 컨벡스 조합의 계수조정오차 비교
- Fig. 10 Misalignment learning curves of convex combination of SNLMS and SAP to speech signal

수 있음을 보였다. 그림 7에서 그림 10까지의 결과로부터 임펄스 응답이 성긴 특성을 보이는 시스템에서 SIPNLMS의 사용은 SAP와 거의 동일한 성능을 보임을 알 수 있다. 이 는 성긴 특성의 시스템에서 계산량이 많이 요구되는 SAP의 사용보다 SIPNLMS의 사용이 더욱 효과적임을 알 수 있다.

#### 6.결 론

독립적으로 운용되는 두 적응필터를 사용하여 빠른 수렴 속도와 작은 정상상태오차를 만족하는 컨벡스 기법에 부밴 드 기법을 적용한 부밴드 컨벡스 기법을 본 논문에서 제안 하였다. 각 부밴드의 자승 오차를 최소화하기 위한 비용함 수를 정의하고 통계 경사 기법을 사용하여 혼합파라미터 계 수 갱신식을 유도하였으며 컨벡스기법의 정상상태 해석을 통하여 사용되는 각 적응필터의 안정성이 보장된다면 컨벡 스 기법 역시 정상상태에서 안정함을 보였다. 실험을 통하 여 제안된 부밴드 컨벡스 기법이 전밴드 컨벡스 기법에 비 하여 빠른 수렴 속도를 가짐을 보였고 성긴 환경에서 SIPNLMS와 SAP의 성능이 유사함을 보였다. 이는 계산량 면에서 유리한 SIPNLMS의 사용이 효과적임을 의미한다.

빠른 수렴속도와 낮은 정상상태 오차를 모두 만족시키는 제안된 부밴드 컨벡스 기법은 적응필터가 요구되는 대부분 의 분야, 즉 음향 반향제거기, 적응 잡음제거기, 채널 등화 등에 유용하게 이용이 가능하며, SIPNLMS와 SNLMS를 조 합하는 경우 성긴 임펄스 응답을 갖는 환경에서 AP의 사용 에 비해 요구되는 계산량은 적지만 유사한 성능을 보이기 때문에 매우 유용하게 적용 될 수 있다.

#### 감사의 글

이 논문은 2011년도 충북대학교 학술연구지원사업 의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

#### 참 고 문 헌

- [1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ED., NJ:Prentice-Hall, 2002.
- [2] S. J. M.D. Almeida, J. C. M. Bermudez, N, J, Bershad, and M. H. Costa, "A statistical analysis of the affine projection algorithm for unity step size and autoregressive inputs," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 52, no. 7, pp. 1394–1405, July 2004.
- [3] H. C. Shin and A. H. Sayed, "Mean-square performance of a family of affine projection algorithm," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 52, no. 1, pp. 90–102, Jan. 2004.
- [4] P. P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
- [5] S. S. Pradhan and V. U. Reddy, "A new approach to subband adaptive filtering," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 45, no. 3, pp. 655–664, Mar. 1999.
- [6] M. R. Petraglia, R. G. Alves and P. S. R. Diniz,

"New structures for adaptive filtering in subbands with critical sampling," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 48, no. 12, pp. 3316–3327, Dec. 2000.

- [7] H. Choi and H. D. Bae, "Subband affine projection algorithm for acoustic echo cancellation system," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing 2007*, 2007:075621, pp. 1–12, Jan. 2007.
- [8] S. D. Sohn, H. Choi, H. D. Bae, "Subband IPNLMS Adaptive Filter for sparse Impulse Response Systems," *The Transactions of The Korean Institute* of Electrical Engineers, vol. 60, no. 2, pp. 423–430, Feb. 2011
- [9] Jeronimo Arenas-Garcia, Vanessa Gomez-Verdejo, and Anibal R. Figueiras-Vidal, "New algorithm for improved adaptive convex combination of LMS transversal filter," *Trans on Instrumentation and Measurement*, vol. 54, no. 6, pp. 2239–2249, Dec. 2005.
- [10] Jeronimo Arenas-Garcia, Anibal R. Figueiras-Vidal, and Ali H. Sayed, "Meas-square performance of a convex combination two adaptive filters," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 54, no. 3, pp. 1078–1090, Mar. 2006.
- [11] MagnoT.M.Silva and VitorH.Nascimento, "Improving the tracking capability of adaptive filters via convex combination," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 56, no. 7, pp. 3137–3140, July 2008.



## 최 훈 (崔 薰)

1996년 충북대학교 전자공학과 졸업, 2001년 동 대학원 전자공학과 석사, 2006 년 동 대학원 전자공학과 박사, 1995년 ~ 1998년 LG반도체, 2006년~2008년표준과 학연구원 Post-Doc., 2008년 3월 ~ 현재 동의대학교 전자공학과 조교수 Tel: 051-890-1673 E-mail: hchoi@deu.ac.kr



## 배 현 덕 (裵 鉉 悳)

1977년 한양대학교 전자공학과 졸업, 1980년 서울대학교 전자공학과 석사, 1992년 동 대학원 전자공학과 박사, 1994 년~1995년 : 미국 시라큐스 대학 전기컴 퓨터공학과 방문교수, 1987년 3월~현재 충북대학교 전자정보대학 전기공학부 교수 Tel : 043-261-2474 Fax : 043-263-2419 E-mail : hdbae@cbnu.ac.kr

자 개 저 소



## 손 상 욱 (孫 尙 郁)

2004년 충북대학교 전자공학과 졸업, 2006년 동 대학원 전자공학과 석사, 2011 년 동 대학원 전기공학과 박사, 2011년 9 월~현재 univ. of Texas at Austin Post Doc

관심분야 : 적응신호처리, Blind신호처리, 전력품질

E-mail : sohn6523@austin.utexas.edu



#### 이 경 표 (李 京 表)

2012년 2월 충북대학교 전기공학부 졸업, 2012년 3월~현재 충북대학교 석사과정 관심분야 : 적응신호처리, 전력품질 Tel : 043-261-2474 E-mail : microsoftkp@naver.com