ISSN 1975-8359(Print) / ISSN 2287-4364(Online)
The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers Vol. 62, No. 1, pp. 57~62, 2013
http://dx.doi.org/10.5370/KIEE.2012.62.1.057

회로정수를 이용한 직류전동기의 정류회로 모델링 및 특성 해석

Commutation Modeling and Characteristic Analysis of DC Motor using Circuit Parameters

김 영 선*
(Young Sun Kim)

Abstract - Because of high torque and easiness of speed control, Direct Current(DC) motors have been used for a long time. But, its applications are limited in circumstance and performance, since they contained brush and commutator. The commutation characteristic gives effect to life and performance of the DC motor. Naturally, the commutation characteristic analysis is strongly required. In this paper, With the result of finite element analysis, The inductance is calculated each rotor position and applied to the voltage equations coupled with commutation equation. Also, contact resistances of brush/commutator assembly are considered using contact area and brush width converted with commutator segments. The time derivative term in the differential equation is solved in time difference method. This algorithm was applied to 2-pole shunt DC motor. We considered commutation characteristic by changing contact resistance between brush and commutator segment.

Key Words : DC motor, Commutation, Brush, FEM, Time difference method, Contact resistance

1. 서 론

직류전동기는 역사적으로 가장 오래되고, 회전속도를 용이하게 또 광범위하게 변화시킬 수 있고 고출력 특성을 가지므로 전기철도나 선박용으로 많이 사용되어 왔다. 그러나 브러쉬와 정류자를 포함하고 있어 환경 및 특성에 제약을 받는다. 특히 직류기의 생명이라 할 수 있는 정류현상은 브러쉬와 정류자의 수명과 그 특성에 많은 영향을 주고 있으므로 직류전동기의 개선을 위해서는 정류특성 해석이 불가피하다.

정류자기에서는 한 인접 브러쉬 영역에 속하던 코일이 다른 인접 브러쉬 영역으로 들어갈 때 그 영역의 지배를 받아야 한다. 즉, 그 전의 영역에서 취했던 전압, 전류를 소멸하고 현재 영역에 맞는 전압, 전류로 전환하여야 한다. 이와 같이 전압, 전류를 전환시키는 작용을 정류작용이라 한다. 정류작용의 주체가 되는 것은 정류자와 브러쉬에 의한 기계적 switching(일종의 무정전 rotaty switch)인데, 이 경우 정류를 받는 코일의 인덕턴스와 유기전압(코일의 속도기전력)이 전류의 전환에 장해요소가 된다[1]-[5].

정류과정은 브러쉬와 정류자편(copper bar, commutation sector) 사이의 미끄러지는 접촉을 통하여 흐르는 전류와 관계 있다. 이 정류자편은 '라이저(riser)'를 통하여 전기자 코일의 끝과 연결되어 있다. 정류자편은 브러쉬의 접촉하여 회전하므로 정류자편과 붙어있는 코일의 전류방향을 바꾼다. 브러쉬와 정류자편은 하나의 전기-기계적인 (electro-mechanical) 컨버터이다. 그러나 그것의 구조로 인해 기계의 설계를 제한하고 치수(dimension)는 회전자의 지름/길이(diameter/length)의 비에 맞는 높이가 요구된다. 정류자는 회전자에 수반되므로 원심력에 견뎌야하고 매끄러운 표면접촉을 지속하여 안정성을 유지하여야 한다. 정류자는 연화(softening)와 왜곡(distortion) 피하기 위하여 온도상승이 제한되어야 하며, 먼지(dirt)나 습기(moisture)로부터 보호되어야 한다 [5],[6]. 브러쉬는 브러쉬 홀더안에서 적당한 표면접촉을 위하여 알맞는 브러쉬 압력을 주어야 한다. 전기자 권선은 전류가 갑자기 바뀔 때 역기전력(emf.)을 제한하고 누설 인덕턴스를 최소화하기 위하여 세분되어 있어야 한다. 정류자편 사이는 얇은 층으로 절연되어 있으므로 정류자편간 전압은 낮아야 한다 [7],[8].

본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 직류전동기의 매 위치마다 권선의 자기 및 상호 인덕턴스를 계산하였다. 이를 전동기의 전기자 전압방정식, 계자 전압방정식 및 정류방정식에 적용하였다. 시간미분방정식은 후퇴차분법을 이용하여 해석하였으며, 2극 전동기에 적용하여 전동기의 전기자 전류, 계자 전류 및 정류코일의 정류특성을 살펴보았다. 향후 지속적인 연구는 직류전동기의 정류 특성을 파악하여 브러쉬와 정류자편 사이의 불꽃 방지나 보극 설계시에 유용하게 이용될 것이다.

2. 모델링 및 해석이론

2.1 인덕턴스 계산

전동기의 인덕턴스를 계산하기 위하여 2극 직류 분권 전

* Corresponding Author: Dept. of Electrical and Electronic Engineering, Joongbu University, Korea
E-mail : yskim@joongbu.ac.kr
Received : July 16, 2012; Accepted : December 26, 2012

동기를 채택하였으며, 그림 1과 같은 1/2 해석모델을 유한요소법을 이용하여 전자장 해석을 하였다. 자속의 분포를 그림 2에 나타내었다. 이를 계자 회로, 전기자 회로 그리고 브러쉬에 의해 단락되어 전류의 변화가 일어나고 있는 정류회로로 구분하여 각각 자기 및 상호 인덕턴스를 구하였다.

해석모델은 슬롯의 수가 40개이고, 정류시 브러쉬의 폭이 정류자편의 폭과 동일하다고 가정하였으므로 1/40 회전시마다 주기적인 현상이 반복된다. 그러므로 인덕턴스도 회전자의 위치에 대하여 한주기만을 사용하였다. 각각의 자기 및 상호 인덕턴스는 그림 4와 같고 다음과 정의 하였다.

L_{ff} : 계자 권선의 자기인덕턴스
L_{af}, L_{cf} : 계자 권선의 상호인덕턴스
L_{aa} : 전기자 권선의 자기인덕턴스
L_{fa}, L_{ca} : 전기자 권선의 상호인덕턴스
L_{cc} : 정류 권선의 자기인덕턴스
L_{fc}, L_{ac} : 정류 권선의 상호인덕턴스

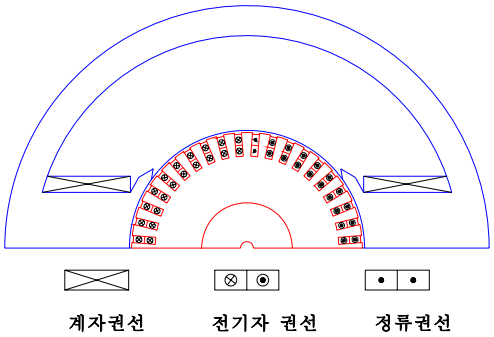


그림 1 인덕턴스 계산을 위한 유한 요소 모델
Fig. 1 Finite element model for circuit parameter

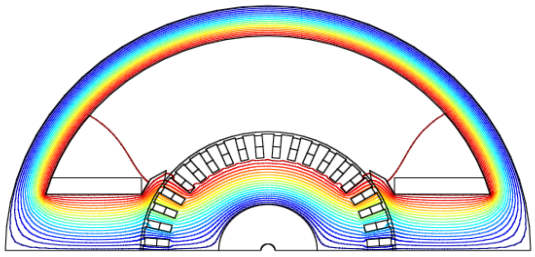
인덕턴스는 전류와 쇄교자속의 관계를 나타내므로, 권선에 일정한 전류를 입력하고 해당권선에 쇄교하는 자속을 구함으로써 인덕턴스를 계산할 수 있다. 그림 3과 같이 j번째 권선에 흐르는 전류에 의해 k번째 권선에 쇄교되는 자속을 자기벡터포텐셜로 표현하면 식 (1)과 같다.

$$\lambda_{kj} = (\pm N_k)\int_s \overrightarrow{B_k}(x,y,I_j)\cdot d\vec{s} \qquad (1)$$
$$= (\pm N_k)\oint_c \overrightarrow{A_k}(x,y,I_j)\cdot d\vec{l}$$

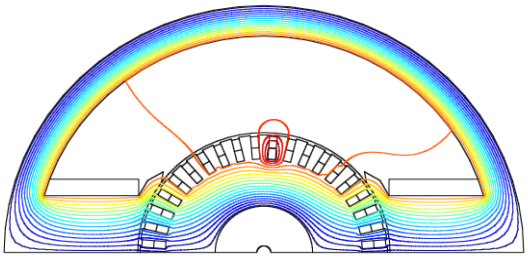
여기서, N_k는 k번째 권선의 권회수, $\overrightarrow{B_k}$는 k번째 권선의 자속밀도, $\overrightarrow{A_k}$는 k번째 권선의 자기벡터포텐셜이다. 그리고 "±"의 의미는 전류의 방향으로써 권선의 감은 방향이 축과 동일한 방향이면 (+)이고, 축과 반대 방향이면 (-)가 된다. 식 (1)에서 자기벡터포텐셜을 유한요소해석으로 구한 절점에서의 값으로 표현하면 식 (2)와 같다.

$$\lambda_{kj} = \sum_{m=1}^{ns}(\pm N_k)\frac{l_s}{S_{mk}}\sum_{n=1}^{nse}\sum_{i=1}^{np}\int_{\Omega} N_i\,dxdy\,A_i \qquad (2)$$

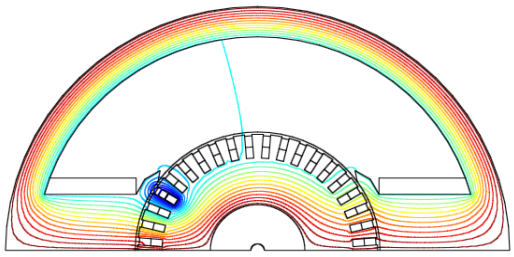
여기서, l_s는 축방향의 길이, S_{mk}는 k번째 상에 있는 m번째 슬롯의 단면적, N_i는 i번째 절점의 형상함수, A_i는 i번째 절점의 자기벡터포텐셜, ns는 k번째 권선의 슬롯수, nse는 k번째 권선에 있는 m번째 슬롯의 요소수 그리고 np는 한 요소의 절점수이다.



(a) 계자권선에 의한 자속분포
(a) Flux distribution by field winding



(b) 정류권선에 의한 자속분포
(b) Flux distribution by commutation coil



(c) 전기자권선에 의한 자속분포
(c) Flux distribution by armature coil

그림 2 인덕턴스 파라메타 추출을 위한 자속분포(1/2 모델)
Fig. 2 Magnetic flux distribution for extraction of inductance profiles(1/2f model)

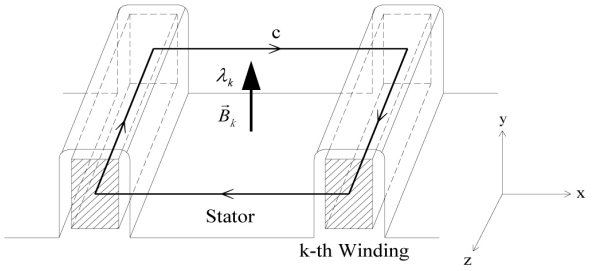
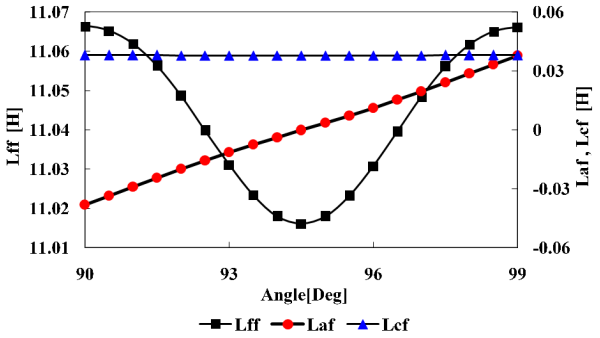


그림 3 k번째 권선에 쇄교되는 자속
Fig. 3 Flux linkage of k_{th} winding

인덕턴스는 쇄교자속과의 관계로부터

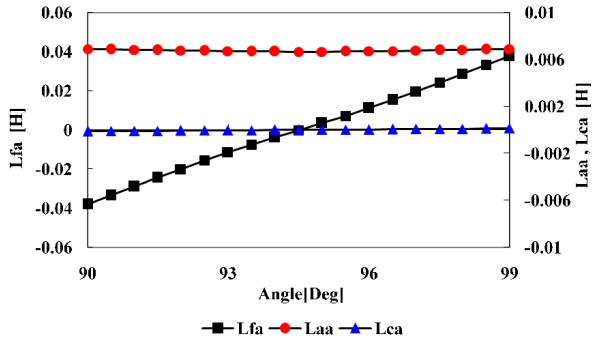
$$L_{kj} = \frac{\lambda_{kj}}{i_j} \tag{3}$$

와 같이 된다. 여기서, L_{kj}는 j번째 권선과 k번째 권선 사이의 인덕턴스이며, i_j는 j번째 권선에 흐르는 전류이다.



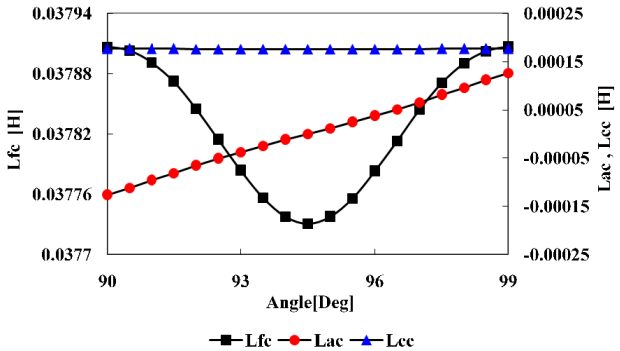
(a) 계자 권선의 인덕턴스

(a) Inductance of field coil



(b) 전기자 권선의 인덕턴스

(b) Inductance of armature coil



(c) 정류 권선의 인덕턴스

(c) Inductance of commutation coil

그림 4 계자, 전기자 및 정류 권선에 의한 각 권선의 자기 및 상호인덕턴스

Fig. 4 Self and mutual inductance profiles of each coil by currents of field, armature and commutation windings

2.2 전압 방정식

직류전동기의 회로방정식의 계자 전압방정식과 전기자 전압방정식으로 식 (4) 및 (5)와 같다. 여기에 정류가 일어날 경우에는 정류방정식이 추가된다.

$$R_f I_f + \frac{d\phi_f}{dt} = V_{dc} \tag{4}$$

$$R_a I_a + \frac{d\phi_a}{dt} = V_{dc} \tag{5}$$

여기서,

I_f , I_a : 계자 및 전기자 전류

R_f , R_a : 계자 및 전기자 권선의 저항

ϕ_f , ϕ_a : 계자 및 전기자 권선에 쇄교하는 자속

식 (4)과 (5)에서 역기전력 항인 좌변의 두 번째 항은 전동기의 회전에 따른 각 권선의 시간당 자속변화율로 인덕턴스와 전류를 이용하여 식 (6)과 같이 나타낸다.

$$\frac{d\phi_k}{dt} = \frac{d\,L_{fk} I_f}{dt} + \frac{d\,L_{ak} I_a}{dt} + \frac{d\,L_{ck} i_c}{dt} \tag{6}$$

그리고, 각각의 시간미분항은 식 (7)와 같이 후퇴차분법을 적용하여 이산화 한다.

$$\frac{dL(\theta)\,I(t)}{dt} = \frac{L(\theta)^{t+\Delta t} \cdot i^{t+\Delta t} - L(\theta)^{t} \cdot i^{t}}{\Delta t} \tag{7}$$

2.3 정류방정식

정류자기에서는 한 인접 브러쉬 영역에 속하던 코일이 다른 인접 브러쉬 영역으로 들어갈 때 그 영역의 지배를 받아야 한다. 즉, 그 전의 영역에서 취했던 전압, 전류를 소멸하고 현재 영역에 맞는 전압, 전류로 전환하여야 한다. 이와 같이 전압, 전류를 전환시키는 작용을 정류작용이라 한다. 정류작용의 주체가 되는 것은 정류자와 브러쉬에 의한 기계적 스위칭인데, 이 경우 정류를 받는 코일의 인덕턴스와 유기전압이 전류의 전환에 장해요소가 된다. 그림 5은 브러쉬와 정류자편의 폭이 같은 경우와 같지 않은 경우의 브러쉬에 의하여 전기자 권선이 단락된 정류회로를 나타내고 있다.

정류가 일어나는 동안의 정류 회로방정식은 단락권선이 1개인 경우에는 식 (8)과 같고, 단락권선이 n개인 경우에는 식 (9)와 같이 모델링 할 수 있다.

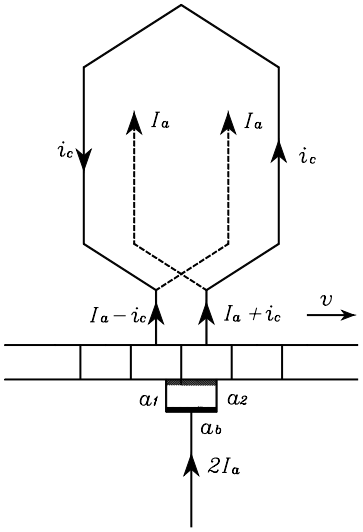
$$\frac{d\phi_c}{dt} + (r_c + r_1 + r_2) i_c - r_1 (I_a - i_c) + r_2 (I_a + i_c) = 0 \tag{8}$$

여기서,

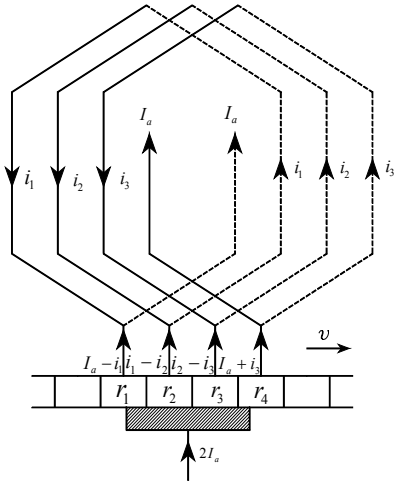
ϕ_c : 정류 권선에 쇄교하는 자속

r_c : 정류 권선의 저항

r_1 , r_2 : 브러쉬와 정류자편 사이의 접촉저항



(a) 단락권선 : 1
(a) Short coil : 1



(b) 단락권선 : 3
(b) Short coil : 3

그림 5 단락권선에 따른 정류회로
Fig. 5 Commutation circuits by short Coils

$$\frac{d\phi_{c1}}{dt} - r_1 I_a + (r_c + r_1 + r_2) i_1 - r_2 i_2 = 0 \quad (9)$$
$$\frac{d\phi_{c2}}{dt} - r_2 i_1 + (r_c + r_2 + r_3) i_2 - r_3 i_3 = 0$$
$$\frac{d\phi_{c3}}{dt} - r_3 i_2 + (r_c + r_3 + r_4) i_3 - r_4 i_4 = 0$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$\frac{d\phi_{cn}}{dt} + r_{n+1} I_a - r_n i_{n-1} + (r_c + r_n + r_{n+1}) i_n = 0$$

여기서,
ϕ_{cn} : n번째 정류 권선에 쇄교하는 자속
$r_1, r_2 \cdots r_n$: 브러쉬와 정류자편 사이의 접촉저항

시간미분항은 전압방정식과 마찬가지로 후퇴차분법을 이용하여 정리하였고, 전동기의 회전에 따른 브러쉬와 정류자 편간의 접촉저항은 그림 6와 같이 각각의 접촉저항을 병렬로 보아 모델링하였다. 식 (10)과 (11)은 각각의 접촉저항을 나타내며, 그림 7에 도시하였다.

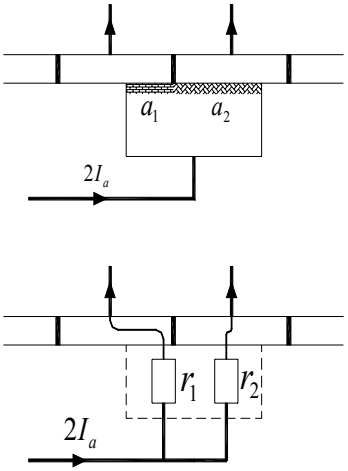


그림 6 접촉저항 모델링 개념
Fig. 6 Modeling concept for contact resistance

$$r_1 = r_b(a_b/a_1) \quad (10)$$
$$r_2 = r_b(a_b/a_2) \quad (11)$$

여기서,
a_1, a_2 : 브러쉬와 정류자편과의 접촉면적
a_b : 브러쉬의 총면적
r_b : 정류자편 1개의 모든 면적이 브러쉬와 접촉된 경우의 저항

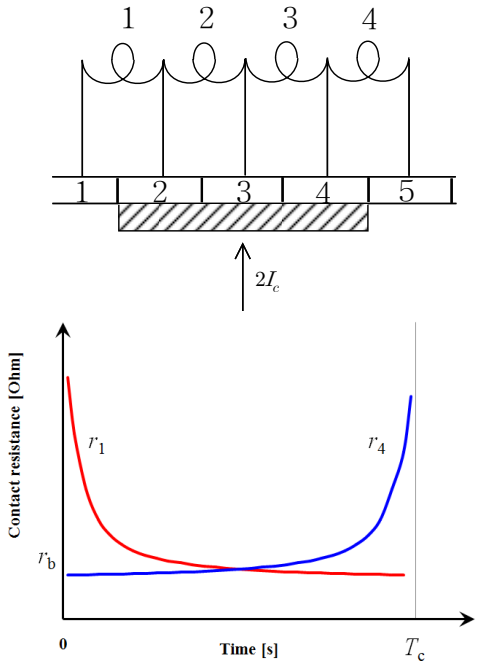
n개 단락권선의 단자 접촉저항을 r_1, r_2, $r_3 \cdots r_n$, r_{n+1}로 둘 때 접촉저항변화는 다중도의 수에 해당하는 정류자편수를 지날 때마다 같은 형태를 취하는데, 정류자편수 환산 A가 정수인가 소수인가에 따라 접촉저항은 전단과 후단의 것만 접촉면적변화로 변하나, 중간의 것을 변하지 않는다.

브러쉬에 의해 2개 이상의 단락권선 생길 경우 단락권선의 정류대폭(정류자 편수 환산) A는 브러쉬에 의한 단락지점부터 브러쉬 후단이 개로지점까지 움직인 정류자 편수로 식 (12)와 같다.

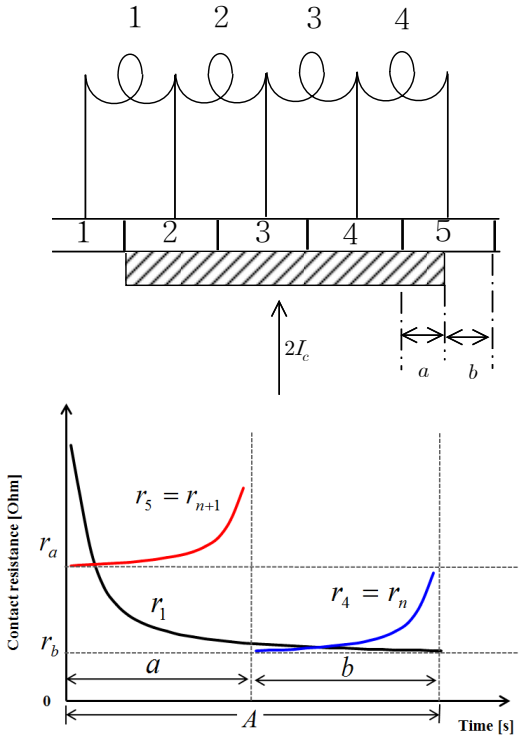
$$A = b + 1 - \frac{a}{P} \quad (12)$$

여기서,
b : 브러쉬 폭의 정류자 편수 환산$(= \frac{W_b}{W_c})$
W_b : 브러쉬의 폭 W_c : 정류자 편의 폭
a : 병렬회로수 P : 극수

정류회로의 수 즉 단락권선의 수는 정류대폭을 다중도로 나눈 숫자이며, 정수면 정수만큼, 소수이면 올림한 값을 채택한다. 이로부터 단락권선의 브러쉬 접촉저항의 수는 단락권선수 + 1이 된다.



(a) 브러쉬의 폭이 정류자편의 정수배일 경우($A=3$)
(a) When width of brush is integer times as one of commutation segment($A=3$)



(b) 브러쉬의 폭이 정류자편의 정수배가 아닐 경우($A=3.4$)
(b) When width of brush is not integer times as one of commutation segment($A=3.4$)

그림 7 정류주기 동안의 접촉저항의 변화
Fig. 7 Variation of contact resistance during commutation process

2.4 계방정식

앞 절에서의 계자 및 전기자 전압방정식에 정류가 일어날 경우 정류 회로 방정식을 추가하여 계 방정식을 만들면 다음과 같다.

$$[\boldsymbol{L}+\boldsymbol{R}]^{t+\Delta t}\{\boldsymbol{I}\}^{t+\Delta t} = [\boldsymbol{L}]^{t}\{\boldsymbol{I}\}^{t} + \{\boldsymbol{V}\}^{t+\Delta t} \tag{13}$$

여기서,

$$\boldsymbol{L} = \sum_i \sum_j L_{ji}$$

$$i = f, a, c \quad , \quad j = f, a, c$$

$$\boldsymbol{R} = [\Delta t R_f \; r_2 - r1) \; 1 + r_2) \;]$$

$$\boldsymbol{I} = \{ I_f, I_a, i_c \}$$

$$\boldsymbol{V} = \{ V_{dc}, V_{dc}, 0 \}$$

3. 정류 특성 해석

제안한 방법을 이용하여 2극 직류 분권전동기에 적용하였다. 적용모델의 사양은 인가전압 110[V], 정격속도 1150[rpm], 슬롯수 40이고, 전기자의 권선은 이층권으로 한 단중 중권으로 되어있다.

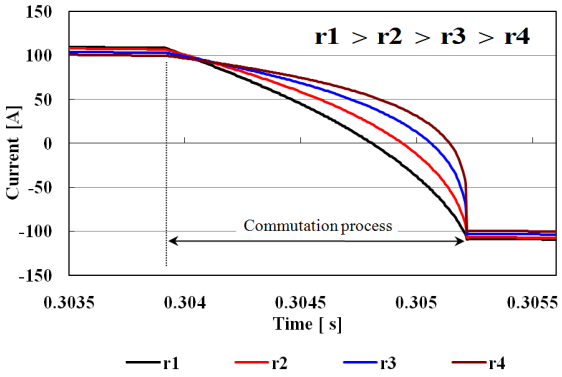


그림 8 접촉저항변화에 따른 정류 전류 특성
Fig. 8 Characteristic of commutation current changing variation of contact resistance

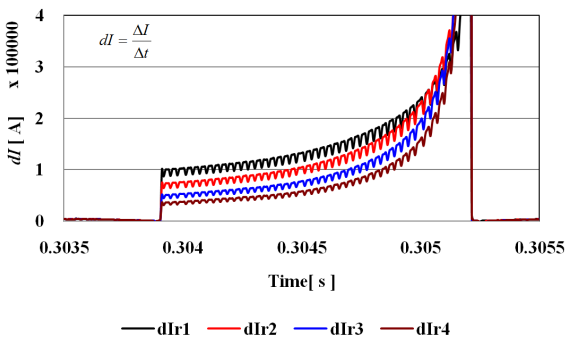


그림 9 정류 주기 동안 전류의 변화
Fig. 9 Current derivative during commutation process

그림 8은 브러쉬가 정류자편 하나와 완전히 접촉한 경우의 저항 r_b의 변화에 따른 정류 곡선의 변화를 나타내었다. 각 경우에 사용된 접촉저항은 $r_1 = 0.09\,[\Omega]$, $r_2 = 0.05\,[\Omega]$, $r_3 = 0.03\,[\Omega]$ 및 $r_4 = 0.02\,[\Omega]$ 이다. 저항이 작은 r_4의 경우 정류시간 후반부에서의 전류의 변화가 심하므로 전기자 회로와의 전류차가 생김을 볼 수 있다. 이는 저항을 증가시킴으로 점차적으로 정류특성이 개선되어지는 것을 볼 수 있다.

그림 9는 정류주기 동안의 전류의 시간미분치를 나타낸 것이다. 만약 전류가 일정한 전류밀도로 균일하게 분포되어 있다면, 정류(commutation)가 일어나는 코일의 전류는 브러쉬와 정류자편 사이의 접촉면적에 비례하고 그림 8의 처음 특성과 같이 직선(straight-line)정류가 된다. 이러한 조건을 만족하지 않는다면 전류의 변화가 심한 과정류(over) 또는 부족(under)정류가 될 것이다. 과정류에서는 브러쉬 전단(leading edge)에서 높은 전류밀도가 빠르게 변화하고, 부족정류에서는 정류자편이 브러쉬에서 떨어졌을 때 전류의 전환이 불완전하다. 그리고 정류시간이 스파크(spark)에 의해 확산된다. 불균일한 전류밀도는 큰 주울손실, 온도상승 그리고 브러쉬의 마모(wear)를 초래한다. 스파크는 브러시에 큰 손상을 주며 브러쉬의 수명을 단축한다. 이를 개선하기위하여 과거의 금속 브러쉬에서 탄소 브러쉬를 사용하는 것도 이런 이유에 기인한다.

4. 결 론

본 연구에서는 직류전동기의 정류특성을 파악하기 위하여 전동기의 인덕턴스를 유한요소법을 이용하여 계산한 다음, 계자 및 전기자 전압방정식과 정류방정식에 적용하여 정류특성을 살펴보았다. 또한 브러쉬와 정류자편 사이의 접촉저항의 변화에 대한 영향을 고려하여 결과의 타당성을 검증하였다.

직류기에서의 정류특성은 브러쉬와 정류자의 소손과 밀접한 것으로 정류의 개선은 기계의 수명에 직결된다고 할 수 있다. 본 연구 결과는 향후 직류전동기의 정확한 특성 해석 및 보극 설계시에 도움이 되리라 생각된다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2012R1A1A1040410).

참 고 문 헌

[1] Kailchlro Hlrayama, "Practical Detailed Model for Generators", IEEE Power Engineering Review, Vol. 15, No. 3, March, 1995.

[2] Orlando Silvio Lobosco, "Modeling and Simulation of DC Motors in Dynamic Conditions Allowing for the Armature Reaction", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 4, December 1999.

[3] Roderick N. Ebben, "Performance Curves of a Series DC Motor Predicted Using Parameter Finite Element Analysis", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No. 3, May 1999.

[4] M. G. Say, E. Openshaw Taylor, Direct Current Machine, Pitman, 1980.

[5] Shoji Isobe, Electrical Machine Design, Development Inc., 1988.

[6] M. Marinescu and N. Marinescu, "Calculation of Steady State Performance for Small Commutator Permanent Magnet DC Motor : Classical and Finite Element Approaches," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, No. 5, pp. 2067-2071, September 1992.

[7] Taro Hisashi Takeuchi, Electrical Design for University Course, Dongil Inc., 1994.

[8] M. Marinescu and N. Marinescu, "Numerical Computation of Torques in Permanent Magnet Motors by Maxwell Stresses and Energy Method," IEEE Trans. Magn. Vol. 24, No. 1, pp. 463-466, 1988.

저 자 소 개

김 영 선 (金 榮 善)

1970년 10월 15일생. 1997년 단국대학교 전기공학과 석사. 2006년 동 대학원 전기공학과 박사. 2002년-2005년 한국교육과정평가원 연구원. 2006년-2010년 성균관대학교 정보통신공학부 연구교수. 2010년-2011년 MIT Post-Doc. 2012-현재 중부대학교 전기전자공학과 교수. 관심분야 : 에너지변환공학, 전기기기, 다중물리 융합 해석.

E-mail : yskim@joongbu.ac.kr