

모터 제어 입력 제한 조건이 고려된 차륜 이동 로봇을 위한 효율적인 최소 시간 코너링(Cornering) 주행 계획

Efficient Minimum-Time Cornering Motion Planning for Differential-Driven Wheeled Mobile Robots with Motor Control Input Constraint

김재성*, 김병국
(Jae-Sung Kim¹ and Byung-Kook Kim¹)
¹KAIST

Abstract: We propose an efficient minimum-time cornering motion planning algorithms for differential-driven wheeled mobile robots with motor control input constraint, under piecewise constant control input sections. First, we established mobile robot's kinematics and dynamics including motors, divided the cornering trajectory for collision-free into one translational section, followed by one rotational section with angular acceleration, and finally the other rotational section with angular deceleration. We constructed an efficient motion planning algorithm satisfying the bang-bang principle. Various simulations and experiments reveal the performance of the proposed algorithm.

Keywords: planning, differential-driven wheeled mobile robots, motor control input constraint, cornering motion problem

I. 서론

현대 사회에서 이동 로봇은 생산활동에서 서비스활동까지 다양한 분야로 이용이 확대되고 있다. 여러 임무를 수행하기 위해 주행 기술은 필수 불가결하며, 위치 추정, 센싱, 장애물 회피, 주행 제어 등의 다양한 기술이 필요하다. 이 중 최소 시간 주행 문제는 위급한 상황이나 긴급한 상황에서 이동 로봇의 신속한 주행을 위하여 이동 시간을 최소화할 수 있게 한다. 이동 로봇의 주행 문제는 크게 두 가지로 나눌 수 있다[1]. 1) 주행 계획(MP: Motion Planning)은 초기 위치와 방향 및 속도, 그리고 최종 위치와 방향 및 속도가 주어질 때 이를 만족시키도록 시간 정보가 추가된 속도 프로파일을 포함한 궤적(trajjectory)을 생성하는 것이고, 2) 궤적 추종 제어(TC: Trajectory Tracking Control)는 주어진 궤적을 실시간으로 추종하도록 제어하는 것이다. 여기서 1)은 과거 초기 위치 및 방향과 목표 위치 및 방향을 연결하는 경로를 생성하는 경로 계획(path planning)과 계획된 경로에 대하여 시간을 포함한 속도 프로파일이 추가된 궤적을 생성하는 궤적 계획(trajjectory planning)을 동시에 수행하는 것을 의미한다. 본 논문에서는 1)의 최소 시간 주행 계획 문제를 다루고자 한다.

주행 계획에 대한 기존의 연구들은 이동 로봇의 제한 조건 고려 여부에 따라 기구학적 제한 조건만 고려하거나 토크 제한 조건을 고려한 경우, 그리고 구동 전압으로부터 모터 제어 입력 제한 조건을 고려한 경우 등이 있다. 기구학적 제한 조건만 고려한 연구[2,3]의 주행 계획은 동역학 모델을 고려

하지 않았기 때문에 계산과정은 비교적 간단하지만 궤적 추종 제어 등에서 최대 성능이 어렵고, 토크 제한 조건을 고려한 연구[4-6]의 주행 계획은 궤적 추종 제어를 위해서 추가적인 모터 토크 제어기들이 필요해 이로 인해 과도한 오차가 생기고 추가 비용이 발생된다. 마지막으로 모터 제어 입력 제한 조건을 고려한 연구[7-10]의 주행 계획 방법은 궤적 추종 제어에서 모터 드라이버에 직접 인가되는 제어 입력 프로파일을 구할 수 있고 추가적인 모터 토크 제어기도 필요하지 않으며, 따라서 이동로봇 주행을 위한 주행 계획을 위해 가장 적합하다. 관련 연구와 수행 연구의 제한 조건 비교는 표 1을 통해 확인할 수 있다.

[9]에서 제안된 TP-NDPS 알고리즘은 5개의 상수 제어 입력 구간을 사용하였고 이 중 원호로 이루어진 3번째 구간은 bang-bang 제어 입력 조건을 만족하지 못하므로 전체적인 구간에서 최소시간을 보장하지 못한다. 이를 개선하기 위해 [10]에서 제안한 TP-4PCI 알고리즘은 원호로 이루어진 구간이 없는 총 4개의 상수 제어 입력 구간을 이용하여 모든 구간에 대하여 bang-bang 제어 입력 조건을 만족하도록 하였고, 전

표 1. 관련 연구 제한조건 비교.

Table 1. Comparing result of related research constraints.

Research	Kinematics	Dynamics	Bang-bang condition	Number of sections
[2-3]	O	-	-	-
[4-6]	O	Torque	-	-
[9]	O	Motor control input	Partially	5
[10]	O	Motor control input	All	4
Ours	O	Motor control input	All	3

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 6. 15., 수정: 2012. 8. 30., 채택확정: 2012. 12. 9.

김재성, 김병국: KAIST 전기 및 전자공학과

(jskim@rtel.kaist.ac.kr/bkkim@kaist.ac.kr)

※ 본 연구는 한국과학기술원 국방무인화기특화연구센터를 통한 방위사업청과 국방과학연구소 연구비 지원으로 수행되었음.

체적인 루프 및 변수의 수를 줄여 연산 효율성을 향상시켰다.

본 연구에서는 TP-4PCI 알고리즘에서 세 번째 구간인 각 속도 감속 회전 운동 구간과 네 번째 구간인 직선 운동 구간의 융합을 통해 최소 개수의 구간을 사용하여 연산 효율성을 향상시켰다. 모터를 포함한 이동 로봇의 동역학 모델을 고려하여 모든 구간에 bang-bang 제어 입력 조건을 만족시킬 수 있는 EMMP-3PCI (Efficient Minimum time Motion Planning with 3 Piecewise Control Inputs) 알고리즘을 제안한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되었다. II 장에서 사용할 차륜 이동 로봇의 기구학 및 동역학 모델에 대해 설명하고 문제를 정의하였다. III 장에서는 EMMP-3PCI 주행 계획 알고리즘에 관해서 설명한다. 그리고 IV 장에서는 다양한 시뮬레이션 및 실험을 통해 제안한 알고리즘의 효율성을 검증하였다. 마지막으로 V 장은 결론과 추후 과제를 포함한다.

II. 문제 정의

이 장에서는 차륜 이동 로봇의 기구학 및 구동 모터를 포함한 동역학 모델을 설명하고, 이를 이용하여 해결하고자 하는 최소 시간 코너링 주행 계획 문제를 정의한다.

1. 차륜 이동 로봇의 기구학 모델

차륜(differential-driven) 이동 로봇은 그림 1과 같이 2개의 구동 바퀴 L, R이 로봇의 양 옆에서 독립적인 제어가 가능한 로봇 시스템으로 제자리에서의 방향전환 및 회전이 가능하다는 장점이 있다. 이러한 이동 로봇의 자세(위치 및 방향)를 $\mathbf{P}(t)=[x(t) \ y(t) \ \theta(t)]^T$ 라 하자. 여기서 $x(t)$, $y(t)$ 는 이동 로봇의 위치이고, $\theta(t)$ 는 이동 로봇이 향하는 방향(orientation)을 의미한다. 선속도 $v(t)$ 와 각속도 $w(t)$ 에 의한 이동 로봇의 자세의 변화율 $\dot{\mathbf{P}}(t)$ 을 나타낸 기구학(kinematics)은 다음과 같다[11].

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & 0 \\ \sin\theta(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t). \quad (1)$$

여기서 속도 벡터 $\mathbf{v}(t)$ 는 $[v(t) \ w(t)]^T$ 이다.

각속도 벡터 $\mathbf{w}(t)=[w^R(t) \ w^L(t)]^T$ 는 양 바퀴의 회전 각속도를 나타내며, $\mathbf{v}(t)$ 와의 관계는

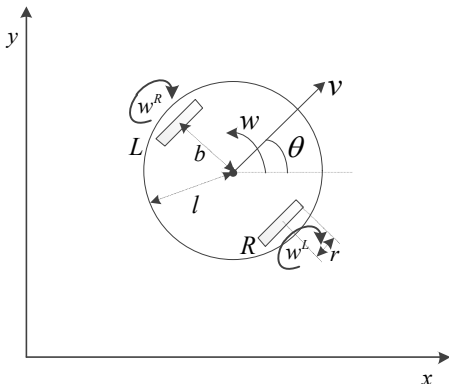


그림 1. 차륜 이동 로봇의 구조.

Fig. 1. Structure of differential-driven wheeled mobile robot.

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{T}_q \mathbf{w}(t). \quad (2)$$

여기서 속도 변환행렬 \mathbf{T}_q 는 $\begin{bmatrix} r/2 & r/2 \\ r/2b & -r/2b \end{bmatrix}$ 의 상수행렬이

며, r 은 바퀴의 반지름, b 는 바퀴와 중심축과의 거리이다.

2. 차륜 이동 로봇의 구동 모터를 포함한 동역학 모델

본 논문에서 고려하는 동역학(dynamics)은 이동 로봇의 몸체와 두 개의 동일한 구동 모터를 포함한다[12]. 이 동역학에서의 입력은 각 바퀴의 제어기로부터의 PWM (Pulse Width Modulation) 입력 $\mathbf{u}(t)=[u^R(t) \ u^L(t)]^T$ 이고, 출력은 이동 로봇 양 바퀴의 각속도 $\mathbf{w}(t)$ 이다. 일반적으로 전기적인 응답이 기계적인 응답에 비해 훨씬 빠르기 때문에 모터의 armature inductance를 무시할 수 있으므로 양쪽 모터의 armature 회로에 대한 수식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_a \dot{\mathbf{i}}(t) = V_s \mathbf{u}(t) - K_b \rho \mathbf{w}(t). \quad (3)$$

여기서 R_a 는 각 모터의 armature 저항, K_b 는 역기전력 상수, ρ 는 기어비, V_s 는 배터리로부터 공급되는 전압, 그리고 $\mathbf{i}(t)=[i^R(t) \ i^L(t)]^T$ 는 양 모터에 흐르는 전류이다.

그리고 관성과 점성 마찰(viscous friction)을 고려하여 양 모터의 흐르는 전류와 양 바퀴의 각속도의 동적 관계식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{J} \frac{d\mathbf{w}(t)}{dt} + F_v \mathbf{w}(t) = K_t \rho \mathbf{i}(t). \quad (4)$$

여기서 F_v 는 점성 마찰 계수(viscous friction coefficient), K_t 는 토크 상수, \mathbf{J} 는 모터를 포함한 이동 로봇의 관성 행렬로 2차 정방행렬이다[13].

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_1 & J_2 \\ J_2 & J_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mc^2b^2 + Ic^2 + I_w & mc^2b^2 - Ic^2 \\ mc^2b^2 - Ic^2 & mc^2b^2 + Ic^2 + I_w \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서 c 는 $r/2b$ 와 같은 상수이고, 관성 행렬의 성분은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} I &= I_c + 2m_w b^2 + 2I_m, \\ I_c &= m_c (4b^2 + l^2)/12, \\ I_m &= m_w (3r^2 + t_w^2), \\ I_w &= m_w r^2/2, \\ m &= m_c + 2m_w \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 l 은 그림 1의 이동 로봇의 반지름이고, m_c 는 바퀴와 모터 회전자를 제외한 이동 로봇의 질량, m_w 는 각 바퀴와 모터 회전자의 질량, 그리고 t_w 는 각 바퀴의 두께이다.

(3)과 (4)로부터 전류항을 소거하여 이동 로봇의 두 모터의 제어 입력 $\mathbf{u}(t)$ 와 양쪽 바퀴의 각속도 $\mathbf{w}(t)$ 와의 관계를 표현한 상태방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{A}_w \mathbf{w}(t) = \mathbf{B}_w \mathbf{u}(t). \quad (7)$$

여기서

$$\mathbf{A}_w = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \left(F_v + \frac{K_t K_b \rho^2}{R_a} \right),$$

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & b_1 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \frac{K_t \rho}{R_a} V_s.$$

속도 변화행렬 \mathbf{T}_q 를 이용한 유사변환(similarity transformation)을 수행하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{v}}(t) + \mathbf{A}\mathbf{v}(t) = \mathbf{B}\mathbf{u}(t). \quad (8)$$

여기서

$$\mathbf{A} = \mathbf{T}_q \mathbf{A}_w \mathbf{T}_q^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 & 0 \\ 0 & a_1 - a_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{T}_q \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(b_1 + b_2)/2 & r(b_1 + b_2)/2 \\ r(b_1 - b_2)/2 & -r(b_1 - b_2)/2 \end{bmatrix}.$$

식 (8)을 선속도와 각속도에 대한 독립적인 미분 방정식으로 만들기 위해서 모터 제어 입력의 변환이 필요하다. 변환된 모터 제어 입력은 운동 제어 입력이라 하며, $\hat{\mathbf{u}} = [u^v \ u^w]^T$ 로 정의된다. u^v 는 선형 운동(translational motion) 제어 입력으로 양 바퀴 PWM duty비의 평균이고 u^w 는 회전 운동(rotational motion) 제어 입력으로 양 바퀴 PWM duty비의 차를 2로 나눈 것이다.

$$u^v = \frac{u^R + u^L}{2}, \quad u^w = \frac{u^R - u^L}{2}. \quad (9)$$

식 (8)을 이용하여 아래와 같이 운동 제어 입력에 대한 선속도, 각속도의 관계를 두 개의 독립적인 1차 미분 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{v} + a_v v = b_v u^v, \quad (10)$$

$$\dot{w} + a_w w = b_w u^w.$$

여기서 a_v , b_v 는 선속도 관련 미분 방정식의 계수이며 a_w , b_w 는 회전 속도관련 미분 방정식의 계수로 다음과 같이 구해진다.

$$a_v = \frac{F_v R_a + K_b K_t \rho^2}{(J_1 + J_2) R_a}, \quad a_w = \frac{F_v R_a + K_b K_t \rho^2}{(J_1 - J_2) R_a}, \quad (11)$$

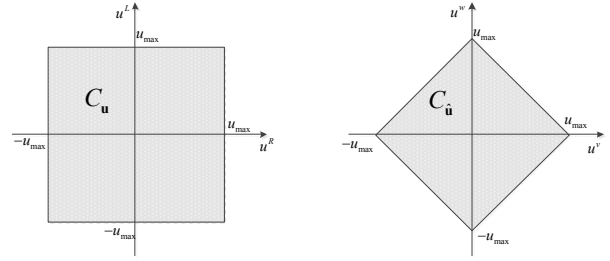
$$b_v = \frac{r V_s K_t \rho}{(J_1 + J_2) R_a}, \quad b_w = \frac{r V_s K_t \rho}{(J_1 - J_2) b R_a}.$$

특정 구간에서 운동 제어 입력 u^v , u^w 가 일정하다고 가정하고 v_0 , w_0 를 초기상태의 선속도, 각속도라 하면, 식 (10)의 1차 미분 방정식의 해는 선속도 및 각속도의 시간에 대한 식이 된다.

$$v(v_0, t, u^v) = v_0 e^{-a_v t} + \frac{b_v}{a_v} (1 - e^{-a_v t}) u^v, \quad (12)$$

$$w(w_0, t, u^w) = w_0 e^{-a_w t} + \frac{b_w}{a_w} (1 - e^{-a_w t}) u^w.$$

이와 같이 구한 모터 제어 입력을 포함한 동역학에 최대



(a) Control inputs of each wheels.

(b) Motion control inputs.

그림 2. 모터 제어 입력 제한.

Fig. 2. Motor control input constraint.

입력을 인가하면 지수함수 형태의 응답이 나온다. 따라서 최대 입력 인가 시 사다리꼴 형태의 응답이 나오는 토크 입력을 포함한 동역학에 비해 오차를 줄일 수 있게 된다. 만약 모터의 시정수가 무시할 만큼 충분히 짧다면 토크 제한조건과 큰 차이를 갖지 않을 수 있지만 대부분의 모터의 시정수는 적당한 값을 갖고 있기 때문에 모터 제어 입력을 포함한 동역학을 고려하는 것이 의미를 갖는다.

3. 모터 구동 전압 제한 조건

모터에 가해지는 구동 전압 $\mathbf{V} = [V^R \ V^L]$ 는 배터리 전압과 PWM duty비의 곱인 $V_s \mathbf{u}$ 이다. 배터리 전압 V_s 는 상수이고 PWM duty비 \mathbf{u} 의 경우 그림 2(a)와 같이 절대값이 최대 u_{\max} , 즉 1로 제한되어 있다.

$$C_u = \{ [u^R \ u^L] : \max(|u^R|, |u^L|) \leq u_{\max} = 1 \}. \quad (13)$$

식 (9)을 이용하면 선형 운동 입력과 회전 운동 입력으로 변환하였을 때의 운동 제어 입력 $\hat{\mathbf{u}}$ 가 그림 2(b)와 같이 제한되는 것을 확인할 수 있다.

$$C_{\hat{\mathbf{u}}} = \{ [u^v \ u^w]^T : |u^v| + |u^w| \leq u_{\max} \}. \quad (14)$$

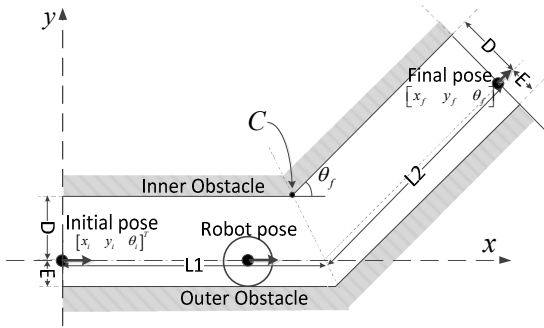
4. 코너(corner)의 정의

본 논문에서 가정된 이동 로봇의 운행 환경의 코너는 그림 3(a)와 같으며, 이 때 그림 1의 이동 로봇을 반지름의 길이가 l 인 원으로 모델링할 수 있다. 이동 로봇의 직선 경로 상의 길이는 $L1$ 과 $L2$, 내부 경로 허용 편차, 즉 내부 장애물까지의 거리는 D , 외부 경로 허용 편차, 즉 외부 장애물까지의 거리는 E , 코너의 변위각은 θ_f 이고, 주어진 경로의 코너 포인트는 C 이다. 내부 장애물과 외부 장애물은 이동 로봇을 점으로 근사화하기 위해 C-space로 나타내면 그림 3(b)와 같이 주어진다. 추후 시뮬레이션 및 실험은 C-space에서 이루어진다. 일반적으로 이동 로봇의 초기 자세와 직선 경로 상의 길이, 그리고 코너의 변위각이 주어져 있다면 최종 자세의 위치는 아래와 같은 수식을 통해 구할 수 있다.

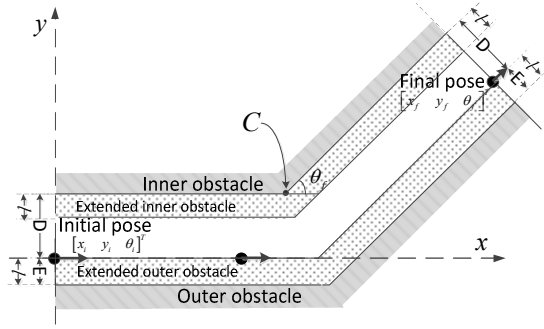
$$x_f = x_i + L1 + L2 \cdot \cos \theta_f, \quad (15)$$

$$y_f = y_i + L2 \cdot \sin \theta_f.$$

알고리즘의 효율성을 높이기 위해 세운 가정은 다음과 같다. 첫째, $L1$ 이 충분히 길어서 이로 인해 회전 구간 이전의 초기 속도가 선속도 정상 상태에 도달할 수 있도록 첫 번째



(a) Figure of the corner.



(b) Figure of the corner in C-space.

그림 3. 코너의 형태.

Fig. 3. Figure of the corner.

구간 S_1 의 시간이 선속도 시정수보다 매우 크다. 둘째, L_2 가 충분히 길어서 최종 자세 도달 이전에 각속도 정상 상태에 도달할 수 있도록 세 번째 구간 S_3 의 이동 시간이 각속도 시정수보다 매우 크다. 이로 인해 세 번째 구간의 최종 각속도는 0으로 근사화할 수 있다. 이와 같이 직선경로의 길이가 충분히 길다면 회전 구간과 직선 구간을 독립적으로 풀이할 수 있게 된다. 셋째, E 는 l 과 일치한다고 가정하여 코너를 통과할 때 외부 장애물 방향으로의 회전은 고려하지 않았다. 넷째, 내부 경로 허용 편차 D 는 충분히 커서 직선 운동 구간에서의 감속 없이 회전 구간을 지나갈 수 있다고 가정하였다. 마지막으로 목표 지점을 통과하는 것을 목표로 해서 목표지점에서의 속도를 제한하지 않았다.

5. 최소 시간 코너링 주행 계획 문제의 정의

반경 l 의 차륜 이동 로봇의 기구학 및 구동 모터를 포함한 동역학을 고려하여 직선 경로의 길이가 L_1 과 L_2 이고 내부 경로 허용 편차가 D 인 코너링 환경에서 정지 상태의 초기 자세 $\mathbf{P}_i = [x_i, y_i, \theta_i]^T$, 속도 $[v_o, w_o] = [0, 0]^T$ 와 최종 자세 $\mathbf{P}_f = [x_f, y_f, \theta_f]^T$ 가 주어지고, 최종 선속도 v_f 는 임의의 속도일 때, 세 개의 상수 제어 구간을 이용하여 충돌 없는 최단 시간 주행을 계획하라.

III. 세 개의 상수 제어 입력 구간을 이용한 경로 계획

1. 3구간 설정

최소 시간 코너링 주행 계획 알고리즘은 코너를 통과하는 주행 계획 문제를 풀이한 4구간 방식[10] 알고리즘을 개선하여 최소 구간의 수인 3개의 상수 제어 입력 구간을 사용한다. 실제로 이동 로봇의 초기 자세로부터 장애물을 회피하며 최

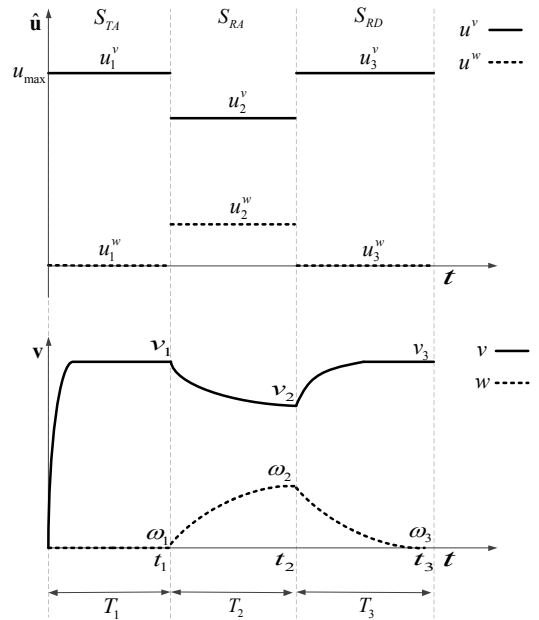


그림 4. 구간 별 운동 제어 입력 및 속도 프로파일.

Fig. 4. Motion Control Inputs and velocity profiles of each sections.

종 자세로 이동할 수 있는 자유 경로의 수는 무수히 많고 이를 모두 고려하는 것을 불가능하기 때문에 이와 같은 상수 제어 입력 제한조건을 사용함으로써 효율적으로 경로 계획을 할 수 있다. [10]에서 임의의 코너를 통과하기 위한 필요 제어 구간의 수는 4이었지만 각속도를 감속하고 직선 운동을 수행하는 구간의 융합을 통해 3구간으로 줄일 수 있다. 각 구간의 의미는 다음과 같으며, 운동 제어 입력과 그로 인한 선속도 및 각속도는 그림 4와 같은 형태를 가진다.

- 1) S_1 -TA (Translational Acceleration) section: 첫 번째 구간으로 직선 가속 운동 구간.
 - 2) S_2 -RA (Rotational Acceleration) section: 두 번째 구간으로 각속도 가속 회전 운동 구간.
 - 3) S_3 -RD (Rotational Deceleration) section: 세 번째 구간으로 각속도 감속 회전 운동을 이용한 최종 자세까지의 구간.
- 여기서 i 번째 구간에서의 최종 속도 및 각속도를 v_i 과 w_i 라고 하고, 이 때의 입력은 u_i^v 와 u_i^w , 그리고 각 구간의 소요 시간은 T_i 라고 한다.

2. Bang-bang 제어 입력

최소 시간 문제의 해는 bang-bang 제어 입력 조건을 만족해야 하며, 이 경우 이동 로봇의 신속한 가/감속을 갖는 최소 시간 주행 궤적 생성이 가능하다[14].

직선 가속 운동 구간의 경우 회전 운동이 없기 때문에 회전 운동 제어 입력 u_i^w 이 0이 되고, 이 때 최대 직선 운동 제어 입력을 사용하게 되면 가장 높은 속도를 낼 수 있다. 이 때 모터 제어 입력 제한 조건을 만족하는 최대 직선 운동 제어 입력 u_i^v 은 u_{max} 가 되고, 이를 두 바퀴의 입력으로 전환할 경우 $u_i^R = u_i^L = u_{max}$ 이다. 즉, 직선 가속 운동 구간에서 최소 시간 주행을 계획하기 위해서는 두 바퀴 모두 최대 제어 입력을 사용해야 한다.

회전 운동 구간에는 회전 성분이 필요하기 때문에 회전 운동 제어 입력이 있어야만 한다. 그림 2(b)와 식 (14)에서 보던 직선 운동 제어 입력과 회전 운동 제어 입력의 절대값의 합이 u_{\max} 로 제한되어 있기 때문에 회전 운동 구간에서 가장 빠르게 움직이기 위한 u_i^v 는 $u_i^v = u_{\max} - |u_i^w|$ 가 되며 이 경우 가장 높은 선속도를 가진다. 이를 두 바퀴의 입력으로 변경하면 $\max(|u^R|, |u^L|) = u_{\max}$ 이므로 제어 입력 제한 조건을 만족함을 알 수 있다. 따라서 회전이 필요한 구간에서는 최소한 바퀴 이상의 제어 입력이 최대값을 가져야 한다는 것이 bang-bang 원리를 만족하는 제어 입력 조건이 된다.

3. EMMP-3PCI 알고리즘

이 절에서는 제안된 효율적인 경로 계획 알고리즘인 EMMP-3PCI (Efficient Minimum-time Motion Planning with 3 Piecewise Constant Inputs) 알고리즘을 설명하며, 수행 순서는 다음과 같다.

단계 1: 각 구간 S_i 의 운동 제어 입력 \hat{u}_i 와 시간 T_i 의 초기값을 결정 ($i=1,2,3$).

단계 2: \hat{u}_2 를 변경해가며 충돌이 없는 S_2, S_3 의 주행을 계획한다.

단계 2.1: 주어진 \hat{u}_2 값에 따른 두 번째 구간 S_2 의 주행을 계획한다.

단계 2.2: 이를 이용하여 세 번째 구간 S_3 의 주행을 계획한다.

단계 2.3: S_2, S_3 의 시작점에서의 수평 이동을 통한 충돌을 체크하여 \hat{u}_2 를 변경한다.

단계 3. 이동 로봇의 초기 자세, 그리고 계획된 S_2, S_3 의 변위와 비교하여 첫번째 구간 S_1 의 주행을 계획한다.

3.1 각 구간별 주행 계획

첫 번째 구간인 직선 가속 운동 구간 S_1 은 회전 운동이 없다. 따라서 각속도는 항상 0, 즉 $w(t) = 0$ 이고, 최소 시간 주행 계획을 위해 요구되는 제어 입력 $[u_1^v \ u_1^w]^T$ 은 $[u_{\max} \ 0]^T$ 이 되며 (12)에서 $v(t)$ 는

$$v(t) = \frac{b_v}{a_v} (1 - e^{-a_v t}). \quad (16)$$

두 번째 구간인 각속도 가속 회전 운동 구간 S_2 의 제어 입력이 bang-bang 조건을 만족하는 $[u_2^v \ u_2^w]^T$ 가 $[u_{\max} - |u_2^w| \ u_2^w]^T$ 일 때 속도 $v(t)$ 는 아래와 같다.

$$v(t) = v_1 e^{-a_v(t-t_1)} + \frac{b_v(1 - |u_2^w|)}{a_v} (1 - e^{-a_v(t-t_1)}), \quad (17)$$

$$w(t) = \frac{b_w u_2^w}{a_w} (1 - e^{-a_w(t-t_1)}).$$

세 번째 구간인 각속도 감속 회전 운동 구간 S_3 의 최소 시간 주행 계획을 위해 요구되는 제어 입력은 $[u_3^v \ u_3^w]^T = [u_{\max} \ 0]^T$ 와 같다. (12)에서 속도 $v(t)$ 는 아래와 같다.

$$v(t) = v_2 e^{-a_v(t-t_2)} + \frac{b_v}{a_v} (1 - e^{-a_v(t-t_2)}), \quad (18)$$

$$w(t) = w_2 e^{-a_w(t-t_2)}.$$

3.2 주행 계획 결함

3.2.1 회전 주행 계획

문제에서 주어진 조건인 변위각은 각속도 가속 회전 운동과 각속도 감속 회전 운동에 의해 만족되어야 한다. 그리고 충분히 긴 L_2 라는 가정을 이용하면 변위각 함수에서는 최종 각속도 $w(t_3) \cong 0$ 으로 근사화할 수 있다. 따라서 식 (17)와 (18)의 각속도 부분을 적분하되, 이런 특징을 이용하여 회전 운동에 대한 변위각의 함수를 구하면 아래와 같다.

$$w_2 = \frac{b_w}{a_w} (1 - e^{-a_w T_2}) u_2^w, \quad (19)$$

$$\theta_3 = \frac{b_w}{a_w^2} (e^{-a_w T_2} - 1) + \frac{b_w}{a_w} u_2^w T_2 - \frac{w_2}{a_w}$$

이를 통해 단계 2.1에서 두 번째 구간 S_2 의 제어 입력 u_2^w 이 주어져 있을 때, 회전 운동 구간의 변위각 $\theta_3 = \theta_f$ 이 되도록 식 (19)을 이용하여 뉴턴의 방법(Newton's method)을 통해 두 번째 구간의 시간 T_2 를 구할 수 있다.

그림 5에서 회전 운동이 일어나는 구간의 변위값을 이용하여 첫 번째 구간의 직선 운동 구간의 변위값 s_1 과, 최종 자세까지의 남은 변위값 s_R 을 구해야 한다. 아래 수식을 이용하면 회전 운동이 일어나는 구간($S_2 \sim S_3$)의 x축과 y축 변위값을 이용하여 s_1 과 s_R 을 구할 수 있다.

$$s_1 = L1 - \sqrt{\Delta x_{23}^2 + \Delta y_{23}^2} \frac{\sin(\theta_f - \text{atan2}(\Delta y_{23}, \Delta x_{23}))}{\sin(\pi - \theta_f)}, \quad (20)$$

$$s_R = L2 - \sqrt{\Delta x_{23}^2 + \Delta y_{23}^2} \frac{\sin(\text{atan2}(\Delta y_{23}, \Delta x_{23}))}{\sin(\pi - \theta_f)}.$$

여기서 회전 운동이 일어나는 구간의 x축과 y축의 변위는 각각 Δx_{23} , Δy_{23} 라고 한다.

회전 주행 계획만으로 최종 자세까지 이동해야 하기 때문에 실제로 최종 자세까지의 남은 변위값 s_R 은 0이어야 한다.

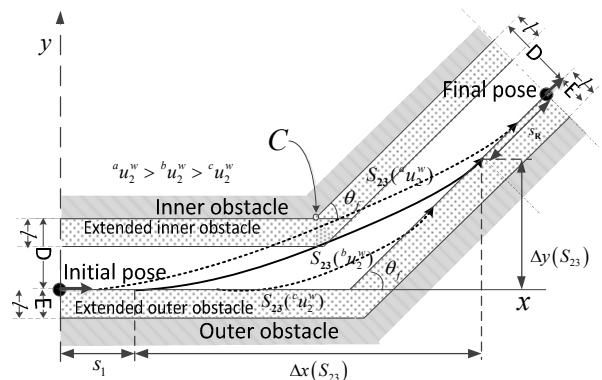


그림 5. 장애물 회피를 위한 로봇 이동 경로.

Fig. 5. Robot moving path for collision-free.

이를 위해 뉴턴의 방법(Newton's method)을 통해 세 번째 구간
 의 시간 T_3 를 구할 수 있다. 뉴턴의 방법 이용을 위해 목
 적 함수를 구성하고 함수의 결과값 및 미분값을 알아야 하는
 데, 이는 $f(t) = s_k(t)$ 의 함수값이 0이 되는 방향으로 값을
 구하면 된다. 그리고 $w_3 \cong 0$ 인 점을 이용하면 미분값
 $f'(T_3) = v_3$ 가 되는 점을 알 수 있고, 구성된 함수 및 함수의
 미분값을 통해 뉴턴의 방법을 사용할 수 있다.

3.2.2 충돌 회피 주행 계획

회전 운동을 계획함에 있어 주어진 코너 환경에서 장애물
 을 회피하며 최소 시간 회전 주행을 계획했는지 확인해야 한
 다. 회전 운동을 담당하는 각가속 및 감속 구간은 그림 5에
 서와 같이 u_2^w 이 증가할수록 코너 안쪽으로 회전하게 되고,
 u_2^w 이 감소할수록 코너 바깥쪽으로 회전하게 된다. 회전 운
 동 계획에 있어 회전 반경이 클수록 선속도가 증가하고 이동
 거리가 줄어들기 때문에 최소 시간을 가지는 주행을 계획하
 기 위해서는 코너 포인트를 스치듯이 지나야 한다. 따라서
 단계 2.3에서 충돌 회피를 위해 충돌이 일어난다면 u_2^w 을 감
 소시키고, 충돌이 일어나지 않는다면 u_2^w 을 증가시키는 검색
 과정이 필요하다.

3.2.3 직선 구간 계획

단계 3에서 직선 운동 구간의 이동 거리는 S_1 에서의 초기
 속도는 0인 점을 이용하면 다음과 같은 수식을 얻을 수 있다.

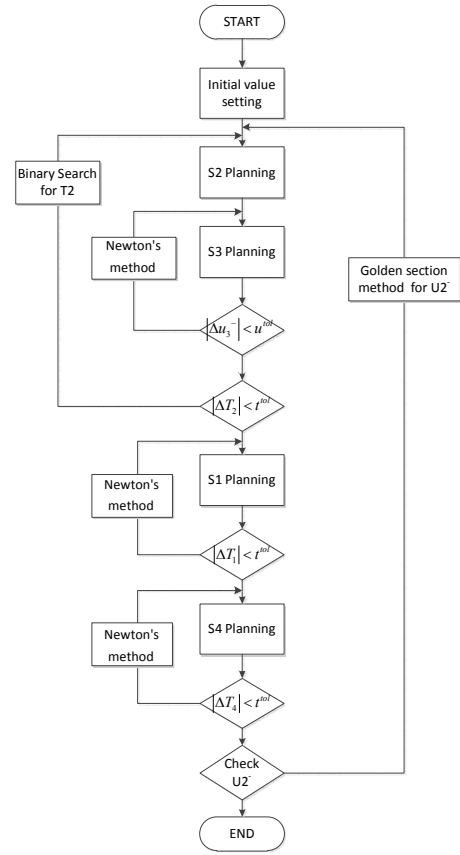
$$s_1(T_1) = \frac{b_v}{a_v^2} (e^{-a_v T_1} - 1) + \frac{b_v}{a_v} T_1. \quad (21)$$

위의 식을 뉴턴의 방법(Newton's method)을 이용하면 첫 번
 째 구간의 시간 T_1 을 구할 수 있다.

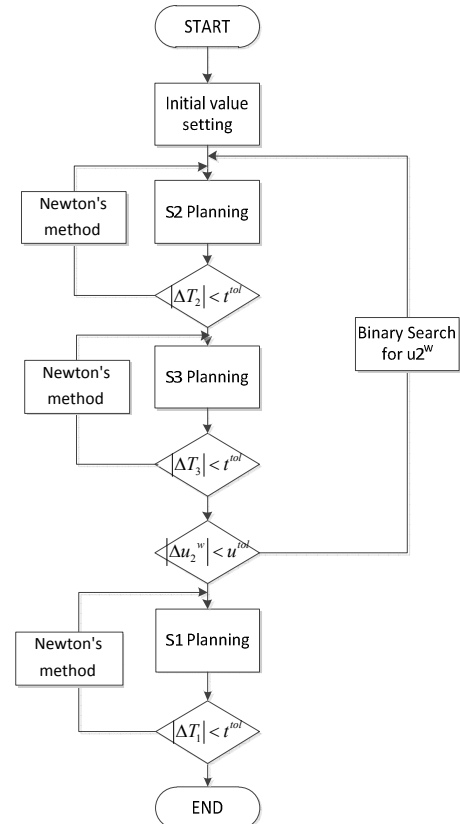
3.3 기존 연구와 연산 효율성 비교

본 절에서는 제안한 EMMP-3PCI 알고리즘의 효율성을 최
 신의 기존 연구와 비교한다. 차륜 이동 로봇을 위한 코너링
 주행 계획에 관한 연구의 기존 알고리즘은 TP-ND, TP-MDFS,
 TP-NDPS 알고리즘 (이하 [9] 참조)와 TP-4PCI 알고리즘[10]
 등이 있는데, TP-NDPS가 TP-ND와 TP-MDFS보다 시간 효율
 성이 가장 좋다는 점에서 구간을 나누고 bang-bang 제어 입
 력 조건을 만족하는 상수 제어 입력을 이용한 연구의 효율성
 이 확인 되었다. 이런 TP-NDPS 알고리즘의 구간 중 bang-
 bang 제어 입력 조건을 유일하게 만족하지 않는 원호 구간을
 제거함으로써 시간 효율성 및 연산 효율성을 향상시킨 알고
 리즘이 TP-4PCI이다. 따라서 본 연구에서 제안한 EMMP-
 3PCI 알고리즘의 흐름도를 최신의 효율적인 알고리즘인 TP-
 4PCI와 비교한다.

TP-4PCI 알고리즘은 1개의 이진 검색법과 1개의 황금분할
 검색법을 포함한 3중 루프가 이용되고, 총 5개의 루프를 갖
 는다. 반면 본 논문에서 제안한 EMMP-3PCI 알고리즘의 경
 우 TP-4PCI 알고리즘에서 실질적인 영향력이 없는 각감속구
 간을 제거하여 구간의 수를 줄여서 전체적으로 총 4개의 루
 프를 가지며, 특히 단 1개의 이진 검색법을 포함하고 나머지
 는 신속한 연산이 가능한 뉴턴의 방법을 사용하였으므로 연
 산 효율성을 대폭 향상시킬 수 있다.



(a) TP-4PCI.



(b) EMMP-3PCI.

그림 6. 기존 연구의 알고리즘 흐름도.
 Fig. 6. Flow chart of related research.

IV. 시뮬레이션 및 실험

이 장에서는 효율적인 최소 시간 주행 계획 알고리즘인 EMMP-3PCI 알고리즘을 시뮬레이션과 간단한 실험 수행을 통해 검증한다. 모터 제어 입력 제한 조건 내에서 시뮬레이션을 수행하였고, 간단한 환경에서 실제 이동 로봇을 이용하여 실험하였다.

1. 시뮬레이션

시뮬레이션에 이용된 이동 로봇의 파라미터는 실험을 위한 Pioneer 3-DX [15]의 것을 사용하였고 안정성을 위해 공급 전압에 제한을 두었으며 이는 다음 표와 같다.

이동 로봇의 반지름 $l = 0.22$ m 이고, 주어진 초기 자세 $[x_i \ y_i \ \theta_i]^T$ 는 $[0 \ 0 \ 0]^T$, 최종 자세 $[x_f \ y_f \ \theta_f]^T$ 는 $[0 \ 0 \ 0]^T$, $\theta_f = \pi/2$ 이며, 코너의 정보가 $L1 = 3$ m, $L2 = 4$ m, $D = 0.4$ m, $\theta_f = \pi/2$ 일 때 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 7의 시뮬레이션 결과를 살펴보면 이동 로봇이 C-space에서 코너 포인트를 스치듯이 충돌이 일어나지 않으면서 목표 지점까지 잘 이동함을 확인 할 수 있다. 그리고 속도 프로파일과 제어 입력 프로파일을 확인해보면 bang-bang 제어 입력 조건을 만족하는 해를 구한 사실을 확인할 수 있다.

표 2. 이동 로봇의 파라미터.

Table 2. Parameters of wheeled mobile robot.

표시	값	표시	값
u_{max}	1	l	0.22 m
b	0.165 m	r	0.095 m
K_t	0.023 Nm/A	K_b	0.023 V/(rad/sec)
V_s	6.0 V	R_a	0.71 Ω
ρ	38.3	m_c	13.64 kg

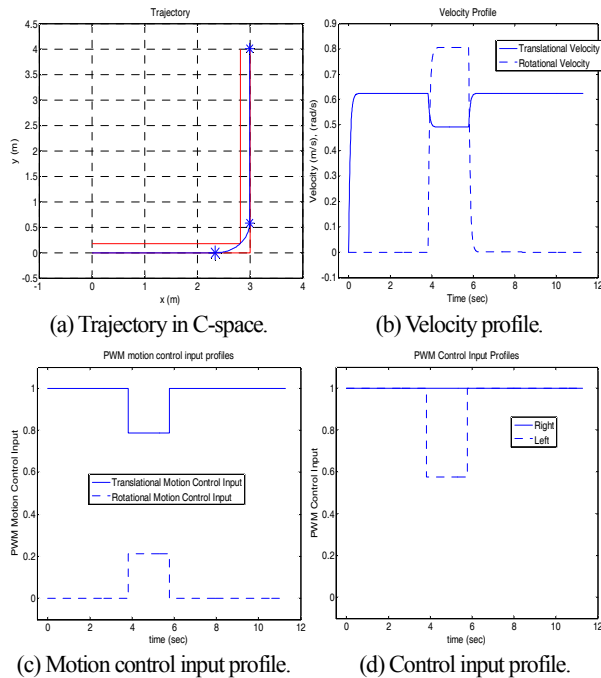


그림 7. EMMP-3PCI 알고리즘의 시뮬레이션 결과.

Fig. 7. Simulation result of the EMMP-3PCI algorithm.

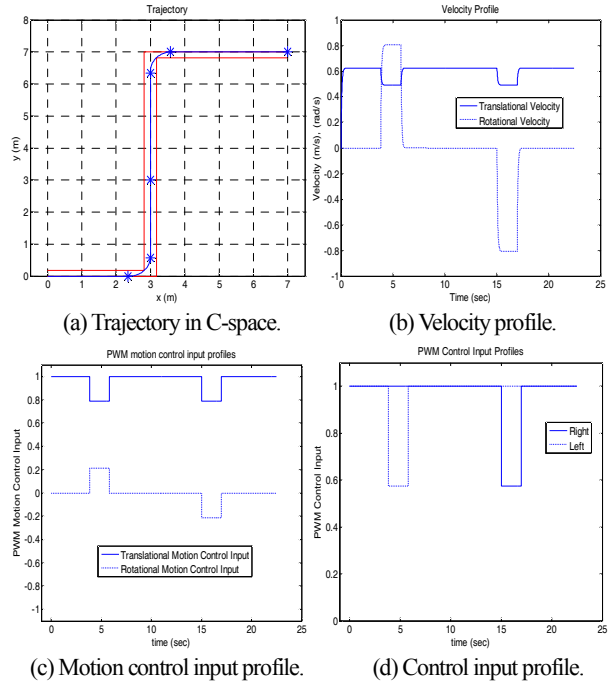


그림 8. EMMP-3PCI 알고리즘의 시뮬레이션 결과 (두 개의 코너).

Fig. 8. Simulation result of the EMMP-3PCI algorithm (two corners).

현행 연구가 다수의 코너에서도 적용이 가능한지 확인하기 위해 경유점을 갖는 2개의 코너에 대해 시뮬레이션을 수행해 보았다. 주어진 초기 자세 $[x_i \ y_i \ \theta_i]^T$ 는 $[0 \ 0 \ 0]^T$, 경유점 $[x_m \ y_m \ \theta_m]^T$ 은 $[3 \ 3 \ \pi/2]^T$, 최종 자세 $[x_f \ y_f \ \theta_f]^T$ 는 $[7 \ 7 \ 0]^T$ 이며, $D = 0.4$ m 인 첫 번째 코너의 정보가 $L1 = L2 = 3$ m, 두 번째 코너의 정보는 $L1 = L2 = 4$ m, 일 때 시뮬레이션을 수행하였다. 결과는 단일 코너와 마찬가지로 코너포인트를 스치듯이 지나고, bang-bang 제어 입력 조건을 만족하는 해를 통해 목표지점까지 잘 이동하는 주행 계획을 수행했음을 확인할 수 있다.

$L1$ 과 $L2$ 가 3 m로 같은 환경에서 다양한 형태의 코너 통과 시뮬레이션을 통해 표 3에서 기존 연구인 TP-NDPS와 TP-4PCI 알고리즘과 시간 효율성을 비교해 보면, 가장 우수한 시간 효율성을 가진다는 것을 확인할 수 있다. 회전 구간이 차지하는 비율이 높은 회전 각도가 커질 수록, 그리고 경로 허용 편차 D 가 커질수록 시간 효율성의 향상율이 증가하는 점을 확인할 수 있다. TP-4PCI 알고리즘과 EMMP-3PCI 알고리즘 모두 전 구간에서 bang-bang 제어 입력 조건을 만족한다. 그리고 Dual core 3Ghz의 컴퓨팅 환경에서, MATLAB R2010a의 ode45 함수를 이용하여 알고리즘들의 연산 효율성을 비교해보면 TP-4PCI 알고리즘은 2초 내외의 시간이 필요한 데 반하여 제안된 EMMP-3PCI 알고리즘은 0.4-0.5초 내외에 모든 연산이 종료됨을 확인할 수 있다. 이를 토대로 제안된 알고리즘이 가장 우수한 최단 시간 주행 성능을 가지면서도 연산효율성이 크게 향상된 알고리즘이라는 점을 확인할 수 있다.

표 3. 시간 효율성 비교(초).

Table 3. Comparing result of time-efficiency (sec).

θ_f (rad)	D (m)	TP-NDPS	TP-4PCI	EMMP-3PCI
$\pi/3$	0.3	9.9742 (101.237)	9.8524 (100.001)	9.8523 (100.000)
	0.4	9.8967 (101.829)	9.7192 (100.003)	9.7189 (100.000)
	0.5	9.8174 (102.398)	9.5879 (100.004)	9.5875 (100.000)
	0.6	9.7279 (102.741)	9.4690 (100.006)	9.4684 (100.000)
$\pi/2$	0.3	10.0243 (101.233)	9.9024 (100.002)	9.9022 (100.000)
	0.4	9.8855 (102.418)	9.6524 (100.003)	9.6521 (100.000)
	0.5	9.7467 (103.434)	9.4237 (100.006)	9.4231 (100.000)
	0.6	9.6076 (104.493)	9.1952 (100.008)	9.1945 (100.000)
$2\pi/3$	0.3	10.0086 (101.323)	9.8782 (100.003)	9.8779 (100.000)
	0.4	9.7168 (103.191)	9.4169 (100.006)	9.4163 (100.000)
	0.5	9.4376 (104.746)	9.0107 (100.008)	9.0100 (100.000)
	0.6	9.1541 (107.426)	8.5223 (100.012)	8.5213 (100.000)

2. 실험

타겟 로봇은 상용화된 이동 로봇인 P3-DX를 이용하였다. 충전 가능한 배터리를 전원으로 이용하여 동작되며, 엔코더를 포함한 2개의 DC 모터에 의해 구동된다. Renesas SH2-7144 RISC 마이크로 컨트롤러가 모터를 제어하고, 노트북 컴퓨터와의 통신은 RS-232 시리얼 통신을 이용한다. 이 마이크로 컨트롤러는 ARCOS (Advanced Robot Control and Operations Software)에 의해 관리된다.

이동 로봇은 선속도와 각속도 입력에 의한 PID 제어에 의해 10ms 주기로 제어가 이루어진다. Windows나 Linux의 일반적인 환경에서는 정확한 10ms 주기의 제어가 힘들기 때문에 Real-Time Application Interface (RTAI) [16]을 이용하여 제어를 수행하였다.

이동 로봇의 반지름 $l=0.22$ m이고, 주어진 초기 자세 $[x_i, y_i, \theta_i]^T$ 는 $[0, 0, 0]^T$, 최종 자세 $[x_f, y_f, \theta_f]^T$ 는 $[1.5, 1.5, \pi/2]^T$ 이며, 코너의 정보가 $L1=1.5$ m, $L2=1.5$ m, $D=0.4$ m, $\theta_f = \pi/2$ 일 때 실험을 수행하였다.



그림 9. P3-DX 실험 환경.

Fig. 9. P3-DX experimental environment.

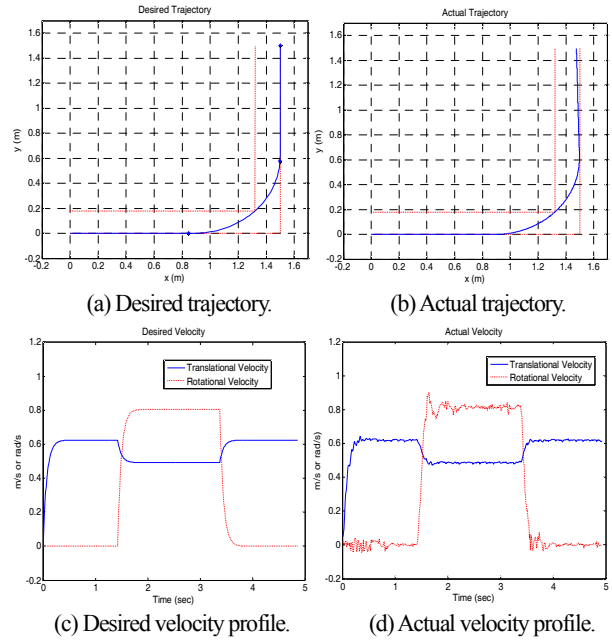


그림 10. 실험 결과.

Fig. 10. Experiment result.

실험 결과는 그림 10과 같다. 원하는 속도 프로파일에 비교적 근사하게 실제 속도 프로파일이 생성되었으며 경로 또한 큰 차이가 없게 추종함을 확인하였다. 따라서 제안된 알고리즘을 통해 계획된 주행이 잘 이루어지는 것을 확인할 수 있다. 다만 각속도 부분의 오차가 누적되어 목표 회전 각도보다 조금 더 회전한 점을 확인할 수 있다. 이는 실제 이동 로봇의 동역학 모델과 풀이한 변수들이 차이가 있고 공기저항이나 미끄러짐 등의 오차들이 있음을 의미한다.

V. 결론

본 논문에서는 주어진 코너를 최단 시간에 통과 하기 위한 주행 계획 문제를 풀이기 위한 효율적인 EMMP-3PCI 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 각각속 회전 운동 구간과 직선 운동 구간의 융합을 통하여 최소 구간 수인 3개의 상수 제어 입력 구간을 사용하는 방법을 제안하였고, 모든 구간에서 bang-bang 제어 입력 조건을 만족하며 최소 시간 문제를 해결하였다.

이동 로봇의 파라미터를 이용한 시뮬레이션 및 실험을 통해 제안된 알고리즘이 최신의 연구의 방법인 TP-4PCI 알고리즘에 비하여 최소 시간의 해를 가지며 연산 효율성이 크게 향상되는 등 우수한 성능을 보이는 알고리즘이라는 점을 확인할 수 있었고, bang-bang 제어 입력 조건을 만족하며 목표 지점까지 이동하는 주행을 계획하는 것을 확인할 수 있었다.

추후 연구과제는 다음과 같다. 제안된 알고리즘으로는 bang-bang 제어 입력 조건을 만족하며 아주 비좁은 내부 경로 허용 편차를 가진 코너링 주행을 계획할 수 없다. 따라서 감속이 포함된 직선 구간을 이용하여 이 문제를 해결할 수 있을 것이다. 더불어 현재 내부 경로 허용 편차만을 고려한 문제 접근 방법을 외부 경로 허용 편차 또한 이용한다면 보다 시간 효율적인 코너링 주행 계획 알고리즘의 연구가 이루어질 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] J. C. Latombe, *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [2] M. Hentschel, D. Lecking, and B. Wagner, "Deterministic path planning and navigation for an autonomous fork lift truck," *Proc. 6th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles*, vol. 6, no. 1, pp. 1-6, 2008.
- [3] L. Labakhua, U. Nunes, R. Rodriguies, and F. S. Leite, "Smooth trajectory planning for fully automated passenger vehicles—Spline and clothoid based methods and its simulation," *Infomatic in Control, Automation and Robotics*, vol. 15, pp. 169-182, 2008.
- [4] B. Qin, Y. C. Soh, M. Xie, and D. Wang, "Optimal trajectory generation for wheeled mobile robot," *Proc. 5th Int. Conf. Comput. Integr. Manuf.*, pp. 434-444, Mar 2000.
- [5] M. Haddad, W. Khalil, and H. E. Lehtihet, "Trajectory planning of unicycle mobile robots with a trapezoidal-velocity constraint," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 26, no. 5, pp. 954-962, 2010.
- [6] W. Wu, H. Chen, and P.-Y. Woo, "Time optimal path planning for a wheeled mobile robot," *J. Robot. Syst.*, vol. 17, no. 11, pp. 585-591, 2000.
- [7] T. Kalmar-Nagy, R. D'Andrea, and P. Ganguly, "Near-optimal dynamic trajectory generation and control of an omnidirectional vehicle," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 46, no. 1, pp. 47-64, 2004.
- [8] J. S. Choi and B. K. Kim, "Near-time-optimal trajectory planning for wheeled mobile robots with translational and rotational sections," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 17, no. 1, pp. 85-90, Feb. 2001.
- [9] J. S. Choi, "Trajectory planning and following for mobile robots with current and voltage constraints," Ph.D's thesis, KAIST, Dae-jeon, Korea, 2001.
- [10] Y. J. Byeon, "Near-minimum-time cornering trajectory planning and control with the motor actuating voltage constraint for differential-driven wheeled mobile robot," Master's thesis, KAIST, Dae-jeon, Korea, 2012.
- [11] J. C. Alexander and J. H. Maddocks, "On the kinematics of wheeled mobile robots," *International Journal of Robotics Research*, vol. 8, no. 5, pp. 15-27, 1989.
- [12] X. Yun and Y. Yamamoto, "Internal dynamics of a wheeled mobile robot," *Proc. IEEE Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, Yokohama, Japan, July, pp. 1288-1294, 1993.
- [13] N. Sarkar, X. Yun, and V. Kumar, "Control of contact interactions with acatastatic nonholonomic constraints," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 13, no. 1, pp. 55-69, 1994.
- [14] L. Sonneborn and F. V. Vleck, "The bang-bang principle for linear control system," *SIAM J. Control*, pp. 151-159, 1965.
- [15] ActivMedia Robotics, Pioneer 2 General Purpose Robot.
- [16] Lineo, Inc, DIAPM RTAI Programming Guide 1.0, Sep. 2000.
- [17] H. S. Yoon and T. H. Park, "Motion planning of autonomous mobile robot using dynamic programming," *Journal of Control, Robotics and systems (in Korean)*, vol. 16, no. 1, pp. 53-60, 2010.
- [18] Y. J. Byeon and B. K. Kim, "Near-minimum-time cornering trajectory planning and control for differential wheeled mobile robots with motor actuation voltage constraint," *Journal of Control, Robotics and systems (in Korean)*, vol. 18, no. 9, pp. 845-853, 2012.



김재성

2007년 고려대학교 전기전자전파공학부 졸업. 2009년 KAIST 전기 및 전자공학과 석사. 2009년~현재 동 대학원 전기 및 전자공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 이동 로봇, 최적 시간 경로 계획.



김병국

1975년 서울대학교 전자공학과 졸업. 1975년 KAIST 전기 및 전자 공학과 석사. 1981년 동 대학원 박사. 1981년~1986년 우진계기(주) 연구실장. 1982년~1984년 University of Michigan 방문연구. 1986년~현재 KAIST 전기 및 전자공학과 교수. 관심분야는 실시간 시스템, 로봇틱스, 임베디드 제어.