

외바퀴 로봇의 동적 속도 제어

Dynamic Speed Control of a Unicycle Robot

한 인 우, 황 종 명, 한 성 익, 이 장 명*

(In-Woo Han¹, Jong-Myung Hwang¹, Seong-Ik Han¹, and Jangmyung Lee¹)

¹Pusan National University

Abstract: This paper presents a new control algorithm for dynamic control of a unicycle robot. The unicycle robot motion consists of a pitch that is controlled by an in-wheel motor and a roll that is controlled by a reaction wheel pendulum. The unicycle robot doesn't have any actuator for a yaw axis control, which makes the derivation of the dynamics relatively simple. The Euler-Lagrange equation is applied to derive the dynamic equations of the unicycle robot to implement the dynamic speed control of the unicycle robot. To achieve the real time speed control of the unicycle robot, the sliding mode control and LQ regulator are utilized to guarantee the stability while maintaining the desired speed tracking performance. In the roll controller, the sigmoid-function based sliding mode controller has been adopted to minimize the chattering by the switching function. The LQR controller has been implemented for the pitch control to drive the unicycle robot to follow the desired velocity trajectory in real time using the state variables of pitch angle, angular velocity, angle and angular velocity of the wheel. The control performance of the two control systems form a single dynamic model has been demonstrated by the real experiments.

Keywords: balancing control, sliding mode control, dynamic equation, LQR, unicycle robot

1. 서론

모바일 형태의 균형 제어 로봇에 관한 연구는 국내외적으로 많이 이루어져 왔으며 대표적으로 차륜형 역진자에 관한 연구를 들 수 있다. 이러한 결과로 차륜형 역진자 연구와 응용은 학문적, 상업적으로 많은 사례를 찾아볼 수 있다. 근래에는 차륜형 역진자 외에도 새로운 형태의 모바일 로봇이 관심을 받고 있고 예로 일본 HONDA사의 'UX-3', Murata사의 'Murata Girl' 을 들 수 있다. 하지만 위와 같은 새로운 형태에 관한 국내에서의 연구는 부족한 실정이다. 그렇기 때문에 본 논문에서는 'Murata Girl'과 같은 외바퀴 로봇에 대한 균형 제어와 주행 제어에 대해서 다룬다.

외바퀴 로봇에 관한 연구는 80년대부터 미국과 일본에서 연구가 진행되고 있다. 1987년 Stanford 대학의 A. Schoonwinkel은 처음 자신의 박사 논문에 인간형 외바퀴 로봇의 동적 모델을 제시하고 선형화 후 최적 제어방법으로 구현했다[1]. 1997년 Tokyo 대학의 Yamafujji 교수는 외바퀴 로봇을 상단의 턴테이블과 하단의 회전 바퀴 형태의 동적 모델로 제시하고 PI제어기를 이용하여 제어하였다[2]. 본 연구실에서도 지난 몇 년 동안 외바퀴 로봇에 대한 연구가 진행되어 왔다. 하지만 초기 모델에서는 yaw 방향에 액추에이터가 포함되어 있었기 때문에 동역학 방정식을 구하는 과정이 복잡하였고, 이로 인해 제어기 설계 과정이 까다롭고 연산량 또한 증가하는 문제가 있었다[3-5]. 따라서 yaw 방향에 액추에이터가 없는

그림 1과 같은 외바퀴 로봇을 구성하고, 로봇의 동역학 모델을 도출하여 이를 바탕으로 모델링 기반의 제어기법으로 자세 제어와 주행제어를 하고자 한다.

그림 1(a)는 실험에 사용된 외바퀴 로봇으로 회전 관성을 크게 하기 위해서 디스크의 형태를 그림과 같이 결정하고, 구조는 무게 축이 로봇의 중심에 있도록 구성된다. 그림 1을 통해서 외바퀴 로봇이 상단의 reaction wheel pendulum 방식과 하단의 inverted pendulum방식의 조합으로 이루어짐을 확인할 수 있다. 그림 1(b)는 1997년 Yamafujji 교수가 고안한 외바퀴 로봇으로 상단의 턴테이블과 하단의 회전 바퀴를 확인할 수 있고 본 논문에서 실험된 외바퀴 로봇과 비교해서 초기에 고안된 외바퀴 로봇의 구조가 다르다는 것을 알 수 있다.

자세 제어를 하는데 roll 축과 pitch 축에 각기 다른 종류의 제어기를 적용한다. Roll 축에는 시스템의 상태를 슬라이딩

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 10. 6., 수정: 2012. 11. 22., 채택확정: 2012. 12. 26.

한인우, 황종명, 한성익, 이장명: 부산대학교 전자전기공학과 (superkgsdn@pusan.ac.kr/h_kafka@pusan.ac.kr/skhan@pusan.ac.kr/jmlee@pusan.ac.kr)

※ 본 연구는 지식경제부 및 정보통신산업진흥원 융복합형 로봇전문 인력양성 특수환경 Navigation/Localization 로봇기술연구센터 지원 사업의 연구결과로 수행되었음(NIPA-2012-H1502-12-1002).

※ This work was supported by the Brain Korea 21 project.

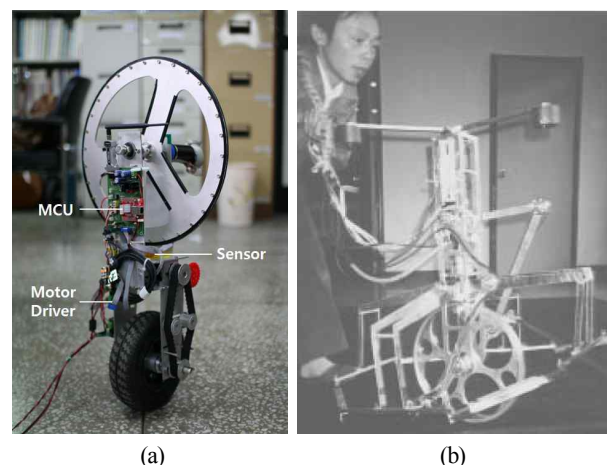


그림 1. 외바퀴 로봇.
Fig. 1. Unicycle robot.

평면으로 도달시켜 구속 함으로써, 강인한 제어 특성을 보이는 슬라이딩 모드제어를 이용하였다. 슬라이딩 모드 제어의 제어 입력은 등가 제어 입력과 강인 제어 입력으로 구성된다. 등가 제어 입력은 시스템을 모델화하여 얻어진 시스템 상태를 이용하여 리아프노프 안정도 조건을 만족시키는 입력으로 결정이 된다. 그리고 강인 제어 입력은 시스템 모델화 과정에서 발생하는 오차와 외부 외란 등을 보완해 주는 역할을 하고 일반적으로 강인 제어 입력으로 스위칭 함수인 sgn 함수를 사용한다. 하지만, sgn 함수 응답 특성 때문에 이 함수의 출력 이득을 점점 증가 시키면 채터링 현상이 발생하게 되고 이 현상은 구동 부에 심각한 손상을 초래하거나 시스템 상태에 외란으로 작용하므로 자세 제어를 위해서는 반드시 줄여야 한다. 본 논문에서는 채터링 현상을 스위칭 함수 중에서 sigmoid 함수를 이용하여 채터링 현상을 줄인다. 그리고 pitch 축에는 동역학을 바탕으로 각 상태의 가중치에 따른 이득을 이용하는 LQ Regulator를 제어기로 사용하고, 이 LQR을 이용하여 pitch 축의 자세 제어와 주행 제어를 한다.

II. 동역학

이번 장에서는 외바퀴 로봇의 동역학 방정식이 유도된다. 이 동역학 방정식은 시스템의 운동 에너지와 위치 에너지의 정보를 이용하는 라그랑지 방정식을 이용하여 도출된다.

좌표축은 그림 2와 같이 설정이 되고, M_1 은 바퀴의 질량, M_2 는 몸체의 질량, M_3 는 회전 디스크의 질량을 나타낸다. 그리고, θ 는 바퀴의 회전 각도, ψ 는 몸체가 피치 방향으로 기울어진 각도, θ_R 은 몸체가 roll 방향으로 기울어진 각도, θ_D 는 디스크의 회전 각도를 의미한다. R_w 은 바퀴의 반지름을 의미하고, L 은 몸체의 중심까지의 거리를 의미한다.

일반적으로 라그랑지 방정식을 이용하여 시스템의 동역학을 구하는 방법은 그 시스템의 운동에너지와 위치에너지를 필요로 한다[6].

먼저 운동에너지를 구하기 위해서는 위치벡터를 알아야 한다. 여기서 \vec{r}_1 은 바퀴의 위치 벡터, \vec{r}_2 는 몸체의 위치 벡

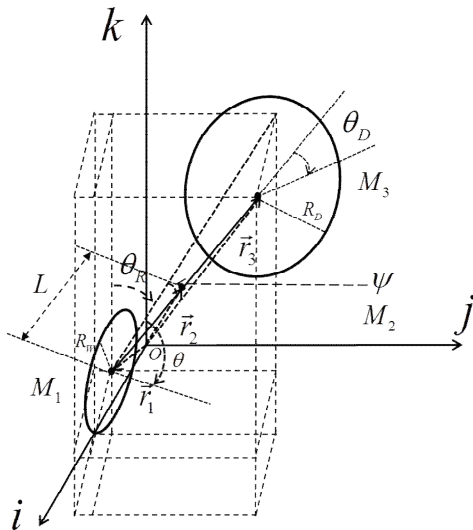


그림 2. 외바퀴 로봇의 구조도.

Fig. 2. Structure map of the unicycle robot.

터, \vec{r}_3 는 디스크의 위치 벡터를 의미한다.

$$\vec{r}_1 = R_w \theta \hat{i} + R_w \sin \theta_R \hat{j} + R_w \cos \theta_R \hat{k} \quad (1)$$

$$\vec{r}_2 = (R_w \theta + L \sin \psi) \hat{i} + (R_w \sin \theta_R + L \cos \psi \sin \theta_R) \hat{j} + (R_w \cos \theta_R + L \cos \psi \cos \theta_R) \hat{k} \quad (2)$$

$$\vec{r}_3 = (R_w \theta + 2L \sin \psi) \hat{i} + (R_w \sin \theta_R + 2L \cos \psi \sin \theta_R) \hat{j} + (R_w \cos \theta_R + 2L \cos \psi \cos \theta_R) \hat{k} \quad (3)$$

여기서 속도벡터는 $\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ 로부터 구할 수 있고, 속도 벡터는 아래와 같다.

$$\vec{v}_1 = R_w \dot{\theta} \hat{i} + R_w \dot{\theta}_R \cos \theta_R \hat{j} - R_w \dot{\theta}_R \sin \theta_R \hat{k} \quad (4)$$

$$\vec{v}_2 = (L \dot{\psi} \cos \psi + R_w \dot{\theta}) \hat{i} + (-L \dot{\psi} \sin \psi \sin \theta_R + R_w \dot{\theta}_R \cos \theta_R + L \dot{\theta}_R \cos \psi \cos \theta_R) \hat{j} + (-L \dot{\psi} \cos \theta_R \sin \psi - R_w \dot{\theta}_R \sin \theta_R - L \dot{\theta}_R \cos \psi \sin \theta_R) \hat{k} \quad (5)$$

$$\vec{v}_3 = (2L \dot{\psi} \cos \psi + R \dot{\theta}) \hat{i} + (-2L \dot{\psi} \sin \psi \sin \theta_R + R_w \dot{\theta}_R \cos \theta_R + 2L \dot{\theta}_R \cos \psi \cos \theta_R) \hat{j} + (-2L \dot{\psi} \cos \theta_R \sin \psi - R_w \dot{\theta}_R \sin \theta_R - 2L \dot{\theta}_R \cos \psi \sin \theta_R) \hat{k} \quad (7)$$

여기서 외바퀴 로봇의 병진 운동에너지를 알 수 있게 된다. 병진 운동에너지 T_1 은

$$T_1 = \frac{1}{2} M_1 (\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_1) + \frac{1}{2} M_2 (\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_2) + \frac{1}{2} M_3 (\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_3) \quad (8)$$

을 통해서 구할 수 있고, 아래와 같다.

$$T_1 = \frac{1}{4} (2L^2 (M_2 + 4M_3) \dot{\psi}^2 + 4L (M_2 + 2M_3) R_w \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \psi + 2(M_1 + M_2 + M_3) R_w^2 \dot{\theta}^2 + (L^2 M_2 + 4L^2 M_3 + 2M_1 R_w^2 + 2M_2 R_w^2 + 2M_3 R_w^2 + 4L (M_2 + M_3) R_w \cos \psi + L^2 (M_2 + 4M_3) \cos 2\psi) \theta_R^2) \quad (9)$$

그리고 운동에너지는 회전 관성 에너지를 포함하므로, 회전 관성에너지 T_2 는 [7]

$$T_2 = \frac{1}{2} J_w \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_{mo} n^2 (\dot{\theta} - \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_D)^2 \quad (10)$$

전체 운동에너지는 T 는 T_1 과 T_2 를 합하여 구할 수 있다.

다음으로 위치에너지 V 를 구하면

$$V = M_1 g R_w \cos \theta_R + M_2 g (R_w \cos \theta_R + L \cos \psi \cos \theta_R) + M_3 g (R_w \cos \theta_R + 2L \cos \psi \cos \theta_R) \quad (11)$$

이제 라그랑지안 (Lagrangian)을 구할 수 있고, 라그랑지안은 운동에너지에서 위치에너지를 뺀 것과 같다. 본 논문에서 라그랑지안을 Lag 로 표기 하였다. Lag 는 아래와 같다.

$$Lag = T - V$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4}(2L^2(M_2 + 4M_3)\dot{\psi}^2 + 4L(M_2 + 2M_3)R_w\dot{\psi}\dot{\theta}\cos\psi \\ &+ 2(M_1 + M_2 + M_3)R_w^2\dot{\theta}^2 + (L^2M_2 + 4L^2M_3 + 2M_1R_w^2 \\ &+ 2M_2R_w^2 + 2M_3R_w^2 + 4L(M_2 + M_3)R_w\cos\psi + L^2(M_2 \\ &+ 4M_3)\cos 2\psi)\theta_R^2) + \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_{mo}n^2(\dot{\theta} - \dot{\psi})^2 \\ &+ \frac{1}{2}J_\psi\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}J_d(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_D)^2 - M_1gR_w\cos\theta_R \\ &+ M_2g(R_w\cos\theta_R + L\cos\psi\cos\theta_R) + M_3g(R_w\cos\theta_R \\ &+ 2L\cos\psi\cos\theta_R) \end{aligned} \quad (12)$$

이제 동역학 방정식을 구하기 위해서 라그랑지 방정식에 라그랑지안을 대입하여 계산한다. 라그랑지 방정식은 다음과 같다[8].

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial Lag}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial Lag}{\partial \mathbf{q}} = \tau_{\mathbf{q}} \quad (13)$$

여기서 $\mathbf{q} = [\theta_R \ \theta_D \ \psi \ \theta]^T$. 외바퀴 로봇의 전체 동역학 방정식이 구해지고, 아래와 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J_w\ddot{\theta} + J_{mo}n^2(-\ddot{\psi} + \ddot{\theta}) + 1/4(-4L(M_2 \\ + 2M_3)R_w\sin\psi\dot{\psi}^2 + 4L(M_2 + 2M_3) \\ R_w\cos\psi\dot{\psi} + 4(M_1 + M_2 + M_3)R_w^2\ddot{\theta}) = \tau_\theta \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} J_\psi(\ddot{\psi}) - J_{mo}n^2(-\ddot{\psi} + \ddot{\theta}) + 1/4(-4L(M_2 \\ + 2M_3)R_w\sin\psi\dot{\psi}\dot{\theta} + 4L^2(M_2 + 4M_3)\dot{\psi} \\ + 4L(M_2 + 2M_3)R_w\cos\psi\dot{\theta}) - (gLM2\cos\theta_R\sin\psi \\ + 2gLM3\cos\theta_R\sin\psi + 1/4(-4L(M_2 + 2M_3) \\ R_w\sin\psi\dot{\psi}\dot{\theta} + (-4L(M_2 + 2M_3)R\sin\psi - 2L^2(M_2 \\ + 4M_3)\sin 2\psi)\dot{\theta}_R^2)) = \tau_\psi \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} 1/2(-4L(M_2 + 2M_3)R_w\sin\psi\dot{\psi} \\ - 2L^2(M_2 + 4M_3)\sin\psi\dot{\psi}\dot{\theta}_R + J_b\ddot{\theta}_R + 1/2(L^2M_2 \\ + 4L^2M_3 + 2M_1R_w^2 + 2M_2R_w^2 + 2M_3R_w^2 + 4L(M_2 \\ + 2M_3)R_w\cos\psi + L^2(M_2 + 4M_3)\cos 2\psi)\dot{\theta}_R \\ + J_d(\ddot{\theta}_D + \ddot{\theta}_R) - (gM_1R\sin\theta_R - gM_3(-R\sin\theta_R \\ - 2L\cos\psi\sin\theta_R) - gM_2(-R_w\sin\theta_R - L\cos\psi\sin\theta_R)) \\ = \tau_R \end{aligned} \quad (16)$$

$$J_d(\ddot{\theta}_D + \ddot{\theta}_R) = \tau_D \quad (17)$$

위에서 $\tau_D, \tau_R, \tau_\theta, \tau_\psi$ 는 각 디스크에 작용하는 토크, roll 축으로 작용하는 토크, 바퀴에 작용하는 토크, pitch 축으로 작용하는 토크를 의미한다. 전압을 이용한 시뮬레이션과 실험을 하기 위해서 모터 동역학을 이용하여 도출된 동역학 방정식에서의 토크 입력을 전압 입력으로 변환할 필요가 있다. 전압과 토크는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\tau = \frac{nK_t}{R_m}v - \left(\frac{nK_t}{R_m}K_b + f_m \right) (\dot{\theta} - \dot{\psi}) \quad (18)$$

위의 식을 토크 입력에 대입하면 전압 입력의 동역학 방정

표 1. 동역학에서 사용된 parameter의 값.

Table 1. A value of symbol used in dynamic equation.

Symbol	Value
M_1	1.425 [kg]
M_2	4.075 [kg]
M_3	1.300 [kg]
R_w	0.110 [m]
R_D	0.200 [m]
L	0.225 [m]
G	9.81 [m/s^2]
J_d	0.1840 [$kg\ m^2$]
J_ψ	0.1951 [$kg\ m^2$]
J_w	0.0086 [$kg\ m^2$]
J_{mo}	0.0001 [$kg\ m^2$]
J_b	0.0928 [$kg\ m^2$]

식이 얻어진다. 위 식에서 $\frac{nK_t}{R_m}$ 와 $\left(\frac{nK_t}{R_m}K_b + f_m \right)$ 는 α 와 β 로 표기 되었고, 밑에 첨자를 붙여 roll과 pitch를 구분하였다. 동역학 방정식을 유도하면서 사용된 각 parameter 값은 표 1과 같다.

III. 제어기

이 장은 지금까지 구해진 외바퀴 로봇의 동역학 방정식을 이용하여 제어기를 구성하는 부분이다. 외바퀴 로봇은 roll과 pitch에 각각의 액추에이터를 가지고 있고, 이 액추에이터들을 이용하여 자세 제어와 주행 제어를 하기때문에 두 개의 액추에이터를 적절히 제어하기 위해서 두 개의 제어기를 설계한다. 즉, Roll 축에는 슬라이딩 모드 제어기를 pitch 축에는 LQR 제어기를 설계한다.

그림 3은 외바퀴 로봇의 자세 제어를 위해 구성된 시스템의 전체 block diagram을 나타낸다. 외바퀴 로봇의 센서를 통해서 각 상태를 피드백 받아서 기준 값과의 비교를 거쳐 제어기로 들어가게 된다.

1. Pitch 제어기

그림 4는 controller에서 pitch 축에 구성된 LQR 제어기를 따로 분리하여 보여주는 block diagram이다. Block diagram에

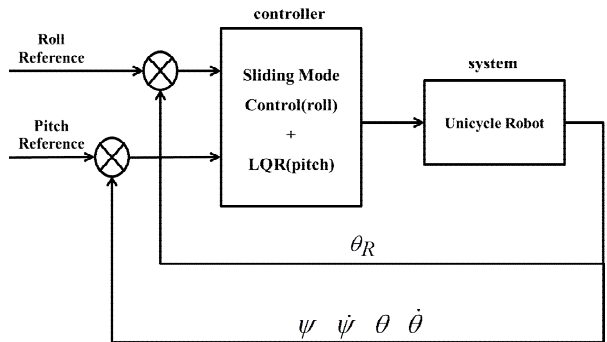


그림 3. 전체 시스템의 block diagram.

Fig. 3. Block diagram of total system.

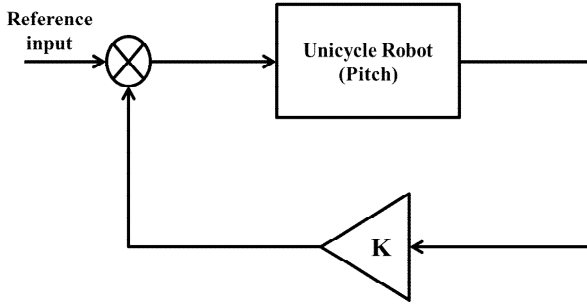


그림 4. Pitch 축 제어기의 block diagram.

Fig. 4. Block diagram of pitch controller.

표시된 이득 K 는 앞장에서 도출된 동역학을 이용하여 Matlab에서 제공하는 LQR toolbox로 얻어졌다[9-11].

시스템 행렬은 아래와 같고,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u_{pit} \quad (19)$$

시스템의 상태는 $\mathbf{x} = [\psi \ \dot{\psi} \ \theta \ \dot{\theta}]$ 로 설정하였다. 여기서 u_{pit} 는 전압을 뜻하고, 식 (14), (15)를 식 (18)을 이용해 변환하여 얻어지는 전압과의 관계식에서 얻어진다. 전압과의 관계식을 정리하여 표현하면

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & (-J_w - L^2(M_2 + 4M_3) - J_{mo}n^2)(-\alpha_{pit}V_{pit} \\ & + \beta_{pit}(-\dot{\psi} + \dot{\theta})) + 1/2(J_{mo}n^2 - L(M_2 + 2M_3) \\ & R)(2\alpha_{pit}V_{pit} - 2gLM_2\dot{\psi} - 4gLM_3\dot{\psi} + 2\beta_{pit}\dot{\psi} \\ & - 2\beta_{pit}\dot{\theta}) / ((-J_w - L^2(M_2 + 4M_3) - J_{mo}n^2) \\ & (J_w + J_{mo}n^2 + (M_1 + M_2 + M_3)R^2) + (J_{mo}n^2 \\ & - L(M_2 + 2M_3)R)^2) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = & (\alpha_{pit}V_{pit} + \beta_{pit}(\dot{\psi} - \dot{\theta}) + ((J_w + J_{mo}n^2 + (M_1 + M_2 \\ & + M_3)R^2)((-J_w - L^2(M_2 + 4M_3) - J_{mo}n^2)(-\alpha_{pit}V_{pit} \\ & + \beta_{pit}(-\dot{\psi} + \dot{\theta})) - 1/2(J_{mo}n^2 - L(M_2 + 2M_3)R) \\ & (2\alpha_{pit}V_{pit} - 2gLM_2\dot{\psi} - 4gLM_3\dot{\psi} + 2\beta_{pit}\dot{\psi} - 2\beta_{pit}\dot{\theta}))) \\ & / ((-J_w - L^2(M_2 + 4M_3) - J_{mo}n^2)(J_w + J_{mo}n^2 + (M_1 \\ & + M_2 + M_3)R^2) + (J_{mo}n^2 - L(M_2 + 2M_3)R)^2)) \\ & / (-J_{mo}n^2 + L(M_2 + 2M_3)R) \end{aligned} \quad (21)$$

이다. u_{pit} 은 V_{pit} 을 나타낸다. 위의 식을 정리하여 시스템 행렬로 표현 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & 0 & \mathbf{A}_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{A}_{41} & \mathbf{A}_{42} & 0 & \mathbf{A}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_{21} \\ 0 \\ \mathbf{B}_{41} \end{bmatrix} u_{pit} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{21} = & (gL(M_2 + 2M_3)(J_w + J_{mo}n^2 \\ & + (M_1 + M_2 + M_3)R^2)) / \ddot{\psi}_{den} \\ \mathbf{A}_{22} = & (\beta_{pit}(-J_w - R(L(M_2 + 2M_3) \\ & + (M_1 + M_2 + M_3)R))) / \ddot{\psi}_{den} \\ \mathbf{A}_{24} = & (-\beta_{pit}(-J_w - R(L(M_2 + 2M_3) \\ & + (M_1 + M_2 + M_3)R))) / \ddot{\psi}_{den} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{41} = & (gL(M_2 + 2M_3)(J_{mo}n^2 \\ & - L(M_2 + 2M_3)R)) / \ddot{\theta}_{den} \\ \mathbf{A}_{42} = & (\beta_{pit}(J_w + L(L(M_2 + 4M_3) \\ & + (M_2 + 2M_3)R))) / \ddot{\theta}_{den} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{44} = & (-\beta_{pit}(J_w + L(L(M_2 + 4M_3) \\ & + (M_2 + 2M_3)R))) / \ddot{\theta}_{den} \\ \mathbf{B}_{21} = & (\alpha_{pit}(-J_w - R(L(M_2 + 2M_3) \\ & + (M_1 + M_2 + M_3)R))) / \ddot{\psi}_{den} \\ \mathbf{B}_{41} = & (\alpha_{pit}(J_w + L(L(M_2 + 4M_3) \\ & + (M_2 + 2M_3)R))) / \ddot{\theta}_{den} \end{aligned} \quad (25)$$

$\ddot{\psi}_{den}$, $\ddot{\theta}_{den}$

$$\begin{aligned} = & J_{mo}L^2M_2n^2 + 4J_{mo}L^2M_3n^2 \\ & + J_w(L^2(M_2 + M_3) + J_{mo}n^2) + 2J_{mo}LM_2n^2R \\ & + 4J_{mo}LM_3n^2R + L^2M_1M_2R^2 + 4L^2M_1M_3R^2 \\ & + L^2M_2M_3R^2 + J_{mo}M_1n^2R^2 + J_{mo}M_2n^2R^2 + J_{mo}M_3n^2R^2 \\ & + J_w(J_w + J_{mo}n^2 + (M_1 + M_2 + M_3)R^2) \end{aligned} \quad (26)$$

이득 K 를 구하기 위해서 가중치 행렬 R 과 Q 도 결정을 해야 한다. R 값은 1이고, 가중치 행렬 Q 는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix} \quad (27)$$

위의 과정을 통해서 구해진 행렬들을 이용하면 이득 행렬 K 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{K} = [-166.3 \quad -51.3 \quad -2.2 \quad -8.7] \quad (28)$$

최종 입력 전압 u_{pit} 는 $u_{pit} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ 로 결정되고 \mathbf{x} 는 시스템 행렬에서 설정된 상태와 동일하다.

2. Roll 제어기

그림 5는 controller에서 roll 축에 구성된 슬라이딩 모드 제어기를 따로 분리하여 보여주는 block diagram이다.

Roll 축의 슬라이딩 모드 제어기를 설계하기 위해서는 먼저 슬라이딩 표면을 설정해야 한다. 슬라이딩 표면은 다음과 같다[12-14].

$$s_{roll} = K_{roll}e_{roll} + \dot{e}_{roll} \quad (29)$$

여기서 K_{roll} 는 상수이고, e_{roll} 는 roll 축의 기준 입력과 현재 roll각도와의 차이를 의미한다.

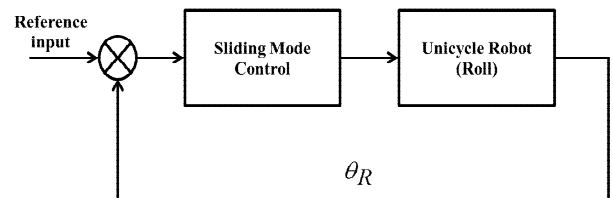


그림 5. Roll축 제어기의 block diagram.

Fig. 5. Block diagram of roll controller.

$$e_{roll} = \theta_R - \theta_{R_ref} \quad (30)$$

슬라이딩 모드 제어기에서의 등가 제어 입력 u_{eq_roll} 를 구하기 위해서 \dot{s}_{roll} 을 구하면

$$\dot{s}_{roll} = K_{roll}\dot{e}_{roll} + \ddot{e}_{roll} \quad (31)$$

여기서 $\ddot{e}_{roll} = \ddot{\theta}_R - \ddot{\theta}_{R_ref}$ 이다. 이 식은 $e_{roll} = \theta_R - \theta_{R_ref}$ 식으로부터 얻어질 수 있고, $\ddot{\theta}$ 은 시스템의 동역학 방정식으로부터 얻어진다. 위의 식을 다시 쓰면,

$$\dot{s}_{roll} = K_{roll}\dot{e}_{roll} + \ddot{\theta}_R - \ddot{\theta}_{R_ref} \quad (32)$$

이다. 슬라이딩 모드제어기의 상태 변수인 e_{roll} 와 \dot{e}_{roll} 를 0 으로 보내는 제어 입력은 $\dot{s} = 0$ 일 때의 제어입력이고 이때의 제어 입력을 등가 제어 입력 u_{eq_roll} 라 한다. 동역학 방정식을 이용해 u_{eq_roll} 를 표현하면 다음과 같다.

$$u_{eq_roll} = K_{roll} \cdot \dot{e} - \ddot{\theta}_{ref} + ((2gL(M_2 + 2M_3) + 2gR(M_1 + M_2 + M_3))\theta_R - 4\beta_{roll}\dot{\theta}_D + 4L(L(M_2 + 4M_3) + R(M_2 + 2M_3))\psi\dot{\psi}\dot{\theta}_R) / Den_roll \quad (33)$$

여기서

$$Den_roll = 2J_b + 2L^2(M_2 + 4M_3) + 2R(2L(M_2 + 2M_3) + (M_1 + M_2 + M_3)R) \quad (34)$$

최종 roll 축의 제어 입력은 등가 제어 입력에 강인 제어 입력이 더해진 형태가 되고 다음과 같다.

$$u = u_{eq_roll} + \gamma_{roll} \tanh(s) \quad (35)$$

여기서 $\gamma_{roll} > 0$ 이다. 채터링 현상을 제거하기 위해서 sigmoid함수를 사용한다[15].

u 값이 제어량으로서 적합한지 판단하기 위해서 리아프노프 함수를 이용하여 안정도를 판단하였다. 리아프노프 함수는 $V = \frac{1}{2}s^2$ 이고, \dot{V} 은 아래와 같이 정리 됨을 알 수 있다.

$$\dot{V} = s\dot{s} = -s \cdot \gamma_{roll} \tanh(s) \quad (36)$$

위 식은 s 가 양수 일 때와 음수 일 때 항상 0보다 작음을 알 수 있고, 이는 도출된 제어량을 시스템에 적용했을 때 시스템이 안정함을 의미한다. 그리고 로봇의 자세 제어에서 슬라이딩 모드 제어기에 들어가는 K_{roll} 과 γ_{roll} 의 이득은 각각 330과 0.8로 실험적으로 구해졌다.

IV. 시뮬레이션 및 실험 결과

1. 시뮬레이션

sigmoid함수를 사용함으로써 채터링 현상이 제거되는지 roll제어기의 시뮬레이션을 통해서 알아보았고, 동역학을 통해 구현된 시스템이 시뮬레이션을 통해서 제어가능한지 확인한다.

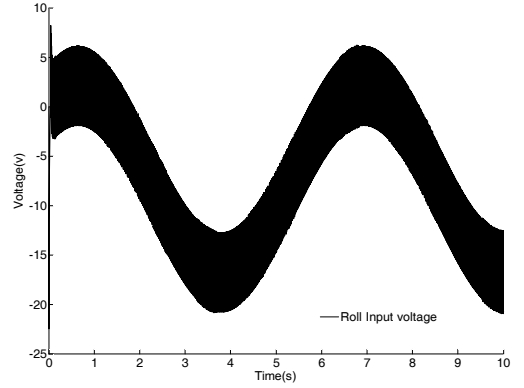


그림 6. Sgn 함수를 사용 했을 때의 채터링 현상.

Fig. 6. Chattering phenomenon using sgn function.

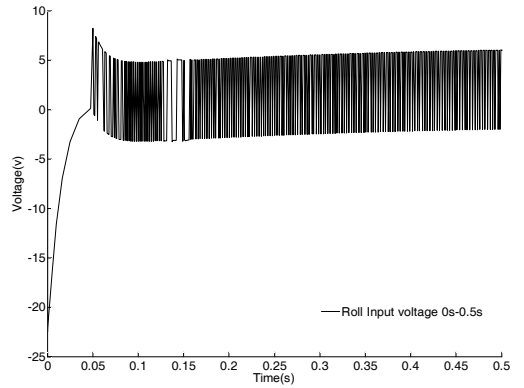


그림 7. 0-0.5초 동안의 채터링 현상.

Fig. 7. Chattering phenomenon during 0-0.5s.

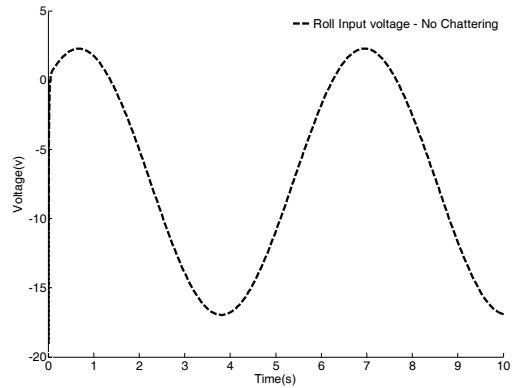


그림 8. Sigmoid 함수 사용 후 제거된 채터링 현상.

Fig. 8. Removed chattering phenomenon using sigmoid function.

그림 6은 강인 제어 입력을 sgn 함수로 사용하였을 때 발생하는 채터링 현상을 시뮬레이션을 통해서 출력한 결과이다. 이 때 채터링 현상을 확인하는 방법으로 입력 전압을 측정하였고 그림에서 보듯이 채터링이 발생함을 알 수 있다.

그림 7은 이전 그림의 현상이 많은 채터링 현상을 확인하기 어려우므로 0.5초 동안의 시간 간격에 출력되는 전압을 출력한 결과이다.

그림 8은 스위칭 함수 대신에 sigmoid함수를 사용할 때 얻은 전압 값으로 채터링 현상이 줄어든 것을 알 수 있다. 시

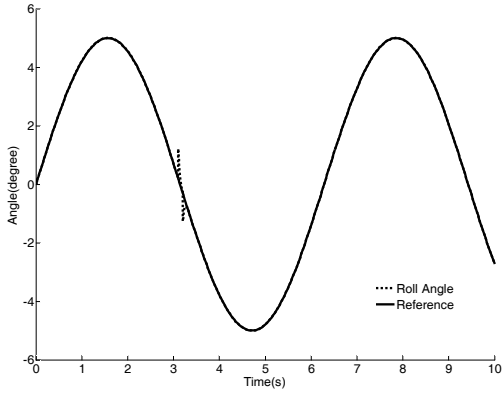


그림 9. Roll 축의 각도 제어 시뮬레이션.
Fig. 9. Simulation of controlling roll axis.

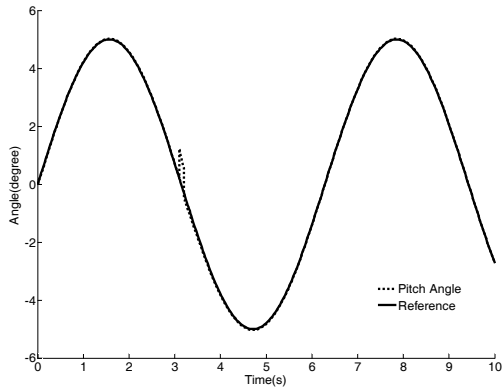


그림 10. Pitch 축의 각도 제어 시뮬레이션.
Fig. 10. Simulation of controlling pitch axis.

플레이션 상에서는 이상적으로 채터링 현상이 완전히 줄어들어 들을 알 수 있고, 이는 실제 실험에서도 채터링 현상이 많이 줄어들 것을 예측할 수 있다. 이렇게 sigmoid 함수의 사용이 자세 제어와 주행 제어에 적합함을 의미한다.

그림 9는 슬라이딩 모드 제어를 통해 제어된 roll방향의 측정된 각도 값으로서 현재 기준 값으로 ± 5 도의 sin wave를 넣어 주고 있으며 제어됨을 알 수 있다. 3초 부근에서 인위적인 외란을 가하였지만 기준 값을 따라가며 제어가 됨을 알 수 있다.

그림 10은 슬라이딩 제어를 통해 제어된 pitch방향의 측정된 각도 값으로서 현재 기준 값으로 roll과 동일한 크기의 sin wave를 넣어 주고 있으며 제어됨을 알 수 있다. Roll에서와 마찬가지로 3초 부근에서 외란을 가하였지만 떨림 후에 제어가 됨을 알 수 있다.

외바퀴 로봇의 실험은 직선 주행, 왕복 주행, 속도 제어 주행으로 이루어 졌고 각각의 실험은 따로 진행이 되었다. 실험 장소는 연구실에서 실험 하였으며 바닥은 대체로 평평하다. 그리고 외바퀴 로봇의 자세 제어여부는 주행 제어 시 측정되는 roll과 pitch의 각도 값을 통해서 보인다.

2. 직선 주행

그림 11은 직선 주행할 때의 거리 측정 데이터로 실선은 기준 입력 값을 의미하고, 점선은 실제로 외바퀴 로봇에서 측정된 데이터를 의미하고, 2m 정도 주행됨을 알 수 있다.

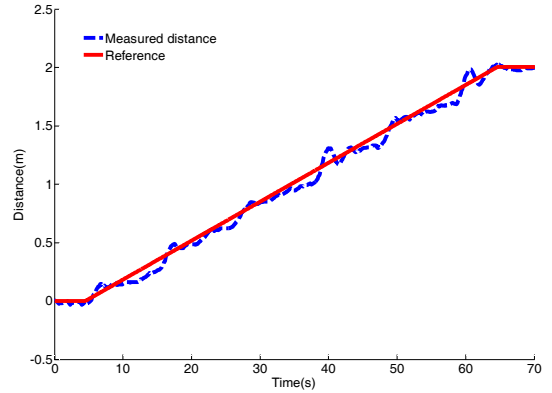


그림 11. 직선 주행 시 측정된 거리 데이터.
Fig. 11. Measured distance data when straight driving.

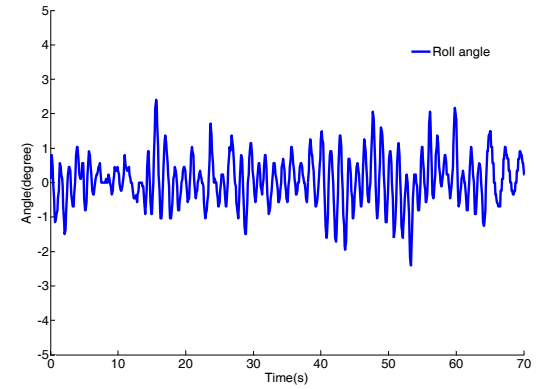


그림 12. 직선 주행 시 측정된 roll축 각도 데이터.
Fig. 12. Measured roll angle data when straight driving.

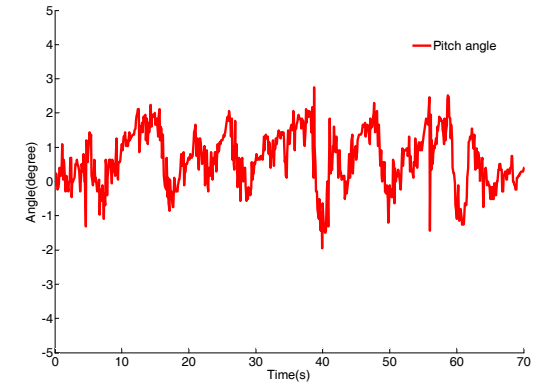


그림 13. 직선 주행 시 측정된 pitch축 각도 데이터.
Fig. 13. Measured pitch angle data when straight driving.

그림 12는 직선주행을 할 때에 측정된 roll 축의 각도 데이터로 $\pm 3^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어 짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 직선 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

그림 13은 직선주행을 할 때에 측정된 pitch 축의 각도 데이터로 $\pm 3^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어 짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 직선 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

3. 왕복 주행

그림 14는 왕복 주행할 때의 거리 측정 데이터로 실선은 기준 입력 값을 의미하고, 점선은 실제로 외바퀴 로봇에서

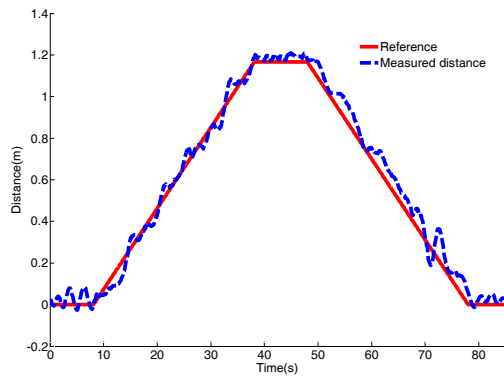


그림 14. 왕복 주행 시 측정된 거리 데이터.
Fig. 14. Measured distance data when shuttle driving.

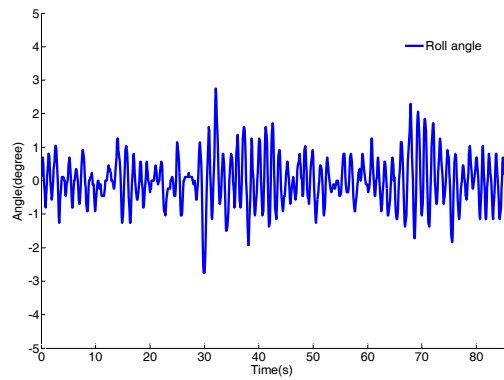


그림 15. 왕복 주행 시 측정된 roll축 각도 데이터.
Fig. 15. Measured roll angle data when shuttle driving.

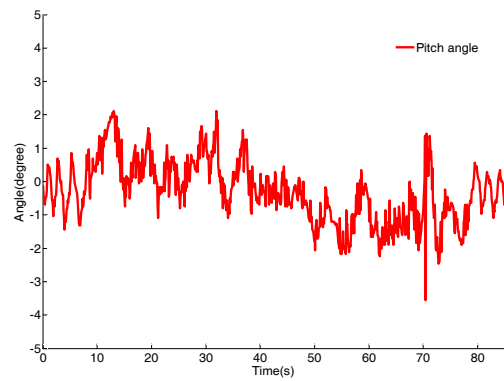


그림 16. 직선 주행 시 측정된 pitch축 각도 데이터.
Fig. 16. Measured pitch angle data when shuttle driving.

측정된 데이터를 의미하고, 1.2m 정도 전진 주행을 한 후 정지해 있다가 다시 뒤로 1.2m 후진 주행을 하여 제자리로 돌아 올 수 있다.

그림 15는 왕복 주행을 할 때에 측정된 roll 축의 각도 데이터로 $\pm 3^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 왕복 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

그림 16은 왕복 주행을 할 때에 측정된 pitch 축의 각도 데이터로 $\pm 4^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 왕복 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

4. 속도 제어 주행

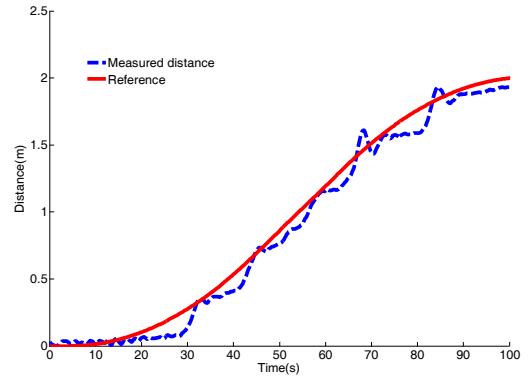


그림 17. 속도 제어 주행 시 측정된 거리 데이터.
Fig. 17. Measured distance data when speed control driving.

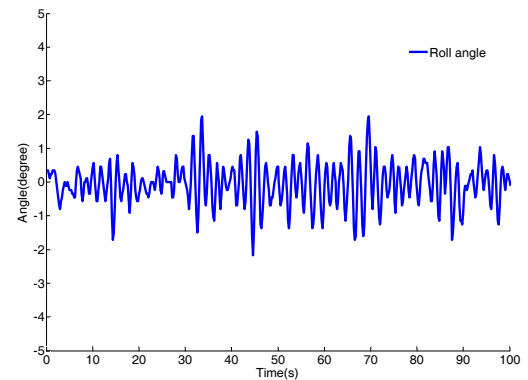


그림 18. 속도 제어 주행 시 측정된 roll축 각도 데이터.
Fig. 18. Measured roll angle data when speed control driving.

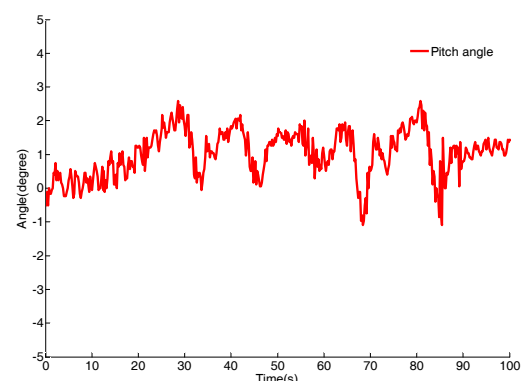


그림 19. 속도 제어 주행 시 측정된 pitch축 각도 데이터.
Fig. 19. Measured pitch angle data when speed control driving.

그림 17은 속도 제어 주행할 때의 거리 측정 데이터로 실선은 기준 입력 값을 의미하고, 점선은 실제로 외바퀴 로봇에서 측정된 데이터를 의미한다. 속도 제어 주행이 직선 주행과 다른 점은 직선 주행을 기준 값을 시간에 따라 일정하게 증가시키는 방식이지만 속도 제어 주행은 시간에 따른 기준 값이 변화한다. 즉, 기준 입력을 세 부분으로 나누어 보면 처음에는 0초부터 33초까지의 구간으로 시간에 따른 거리의 증가 폭이 서서히 증가한다. 이는 속도가 점점 증가함을 의미한다. 두 번째는 33초부터 66초까지의 구간으로 시간에 따른 거리의 증가 폭이 일정하다. 이는 속도가 일정함을

의미한다. 마지막으로, 66초부터 99초까지의 구간으로 시간에 따른 증가 폭이 서서히 감소한다. 이는 속도가 서서히 감소함을 의미한다.

그림 18은 속도 제어 주행을 할 때에 측정된 roll 축의 각도 데이터로 $\pm 2^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어 짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 속도 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

그림 19는 속도 제어 주행을 할 때에 측정된 pitch 축의 각도 데이터로 $\pm 3^\circ$ 내에서 자세 제어가 이루어 짐을 알 수 있다. 각도가 측정된 시간은 속도 주행데이터의 측정 시간과 동일하다.

V. 결론

본 논문은 외바퀴 로봇의 자세 제어와 주행 제어에 관해 다루었다. 자세 제어와 주행 제어를 함께 있어서 먼저, roll 축의 상태와 pitch의 상태가 coupling된 형태의 구조도를 구성하고 동역학 방정식을 유도하였다. 이렇게 유도된 동역학 방정식은 roll 축과 pitch 축의 상태가 서로 coupling되어 있음을 확인할 수 있었다. 외바퀴 로봇의 roll 축 제어에 있어서는 sigmoid 함수를 이용해 채터링 현상을 제거한 슬라이딩 모드 제어가 사용되었다. 시뮬레이션과 실험을 통해서 sigmoid 함수로 채터링 현상이 제거됨을 확인할 수 있었고, 설계된 슬라이딩 모드 제어가 roll 축의 자세 제어에 적합함을 알 수 있었다. 직선 주행, 왕복 주행, 속도 제어 주행 실험을 한 pitch 축 제어에서도 유도된 동역학 방정식으로 LQR을 거쳐 얻어진 각 상태의 이득 값들이 자세 제어와 주행 제어에 적합함을 알 수 있었다. 이를 통해서 서로 다른 제어기를 구성하였지만, roll 축의 상태와 pitch 축의 상태가 서로 coupling된 동역학 방정식을 통해 구성된 모델 기반 제어가 자세제어와 주행제어에 적합함을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] A. Schoonwinkel, "Design and test of a computer stabilized unicycle," Ph. D. dissertation, Stanford Univ., CA, 1987.
- [2] Z. Sheng and K. Yamafuji, "Postural stability of a human riding a unicycle and its emulation by a robot," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 13, no. 5, pp. 709-720, Oct. 1997.
- [3] H. Jin, J. Hwang, and J. Lee "A balancing control strategy for a one-wheel pendulum robot based on dynamic model decomposition: Simulations and experiments," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 16, no. 4, pp. 763-768, Aug. 2011
- [4] S.-H. Kim, J.-O. Lee, J.-M. Hwang, B.-H. Ahn, and J.-M. Lee, "Dynamic modeling and performance improvement of a unicycle robot," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 11, pp. 1174-1181, Nov. 2010.
- [5] H. Lim, J.-M. Hwang, B.-H. Ahn, and J.-M. Lee, "Robust yaw motion control of unicycle robot," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 11, pp. 1130-1136, Nov. 2009.
- [6] X. Ruan, Q. Wang, N. Yu, "Dual-loop adaptive decoupling control for single wheeled robot based on neural PID controller," *2011 11th Int. Conf. Control, Automation, Robotics and Vision*, pp. 2349-2354, Dec. 2010.
- [7] M. W. Spong, P. Corke, and R. Lozano, "Nonlinear control of

the reaction wheel pendulum," *Automatica Elsevier Science Ltd.* vol. 37, pp. 1845-1851, May 2001.

- [8] X. Ruan, J. Hu, and Q. Wang, "Modeling with Euler-Lagrang equation and cybernetical analysis for a unicycle robot," *2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, pp. 108-111
- [9] H. Zhang, F. L. Lewis, and Z. Qu, "Lyapunov, adaptive, and optimal design techniques for cooperative systems on directed communication graphs," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 7, pp. 3026-3041, Jul. 2012.
- [10] N. Muskinja and B. Tovornik, "Swing up and stabilization of a real inverted pendulum," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol. 53, no. 2, pp. 631-639, April 2006.
- [11] V. Sukontanakam and M. Pamichkun, "Real-time optimal control for rotary inverted pendulum," *American Journal of Applied Sciences*, vol. 6, no. 6, pp. 1106-1115, 2006.
- [12] J.-O. Lee, I.-W. Han, and J.-M. Lee, "Fuzzy sliding mode control of unicycle robot," *International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence*, Nov. 2011.
- [13] S. I. Han, J. H. Kong, D. W. Shin, and J. S. Kim, "Precise control for servo systems using sliding mode observer and cotroller," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, vol. 19, no. 7, July 2002.
- [14] Z. Zhu, Y. Xia, and M. Fu, "Adaptive sliding mode control for attitude stabilization with actuator saturation," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 10, pp. 4898-4907, Oct. 2011.
- [15] J.-B. Son, H.-R. Kim, Y.-S. Seo, and J.-M. Lee, "PMSM sensorless speed control using a high speed sliding mode observer," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 3, Mar. 2010.



한 인우

2011년 부산대학교 전자전기공학부 졸업. 2011년~현재 부산대학교 대학원 전자전기공학과 석사과정 재학중. 관심분야는 지능 제어, 로봇 제어, 현대 제어 기법.



황종명

2006년 동아대학교 전자공학과 졸업. 2008년~현재 부산대학교 대학원 전자전기공학과 석/박사 통합과정 재학중. 관심분야는 지능로봇제어, 로보틱스, 비선형 제어.



한성익

1987년 부산대학교 기계공학과 졸업. 1989년 부산대학교 기계공학과 졸업(석사). 1995년 부산대학교 기계설계공학과 졸업(Ph.D.). 1995년~2009년 순천제일대학 전기자동차과 조교수. 2009년~현재 부산대학교 전자전기공학과 연구교수.

관심분야는 지능 제어, 비선형 적응 제어, 로봇 제어, 차량 시스템 제어 및 철강 산업 제어.



이 장 명

1980년 서울대학교 전자공학과(공학사).
1982년 서울대학교 전자공학과(공학석사).
1990년 미국 Univ. Southern California EE/CE(공학박사).
1992년~현재 부산대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 지능로봇, 특수환경 자율주행, 수중로봇.