

사출성형기를 위한 토글 메카니즘의 기구학적 모델링 및 해석

Kinematic Modeling and Analysis of a Toggle Mechanism for Injection Molding Machines

조승호^{1,✉}, 전윤선², 김영신², 박경하³

Seung Ho Cho^{1,✉}, Yun-Son Jon², Young Shin Kim², and Kyeong Ha Park³

1 홍익대학교 기계·시스템디자인공학과 (Department of Mechanical and System Design Engineering, Hong-Ik Univ.)

2 ㈜우진플라임 (Woojin Plaimm Co.)

3 한국기계연구원 (Korea Institute of Machinery and Materials)

✉ Corresponding author: shcho@wow.hongik.ac.kr, Tel: +82-2-320-1682

Manuscript received: 2012.7.3 / Accepted: 2012.11.29

This paper deals with the issue of kinematic modeling and analysis of a toggle mechanism. Based on the mathematic model of a conventional five-point type toggle mechanism. New five-point type toggle mechanism has been analyzed by computer simulation method. A sensitivity ratio has been defined and analyzed to compare its performance with four-point type toggle mechanism. A cycloidal motion has been applied to the cross head as an input and the motion of the moving platen is considered as an output. The effect of link design parameter as well as the type of toggle has been investigated by computer simulation to be available for industrial applications of injection molding machines.

Key Words: Injection Molding Machines (사출성형기), Toggle Mechanism (토글 메카니즘), Kinematic Modeling (기구학적 모델링), Sensitivity Analysis (민감도 해석)

1. 서론

토글 메카니즘은 다양한 형태의 기계 메카니즘에 광범위하게 사용된다. 이 메카니즘은 작은 구동력으로 큰 부하를 극복 할 필요가 있는 곳, 즉 펀칭머신, 단조기계, 바위분쇄기, 트럭 테일 게이트 (Tail gate), 공압식 리벳기, 클러치 등에 많이 응용된다. 토글 메카니즘의 또 다른 중요한 특징은 비교적 낮은 토크 입력으로 슬라이더에서 높은 힘을 발생시키는 능력이다. Mostof¹ 는 쿨롱 마찰력 하에서 토글 역할의 무너짐 현상을 고찰하였다. 특히 주기적으로 변하는 힘이 토글 메카니즘에 미치는 영향에 대하여 주목하고 연구하였다. Burton² 은 힌지(Hinge) 마찰이 있는 토글 메카니즘을 고찰

하였다. 대부분의 경우 링크 4 개 이상으로 구성된 메카니즘은 단순한 기본 링크로 변환되어 간단한 방식으로 해가 구해졌다. 전통적인 토글 메카니즘은 두 개의 기본 링크의 결합, 즉 4-바(bar) 메카니즘과 슬라이더(Slider)-크랭크 (Crank) 메카니즘으로 구성된다.^{3,4} 전체 토글 메카니즘의 기구학적 해석은 두개의 기본 링크를 각각 고려함으로써 수행된다.

토글 메카니즘을 설계할 때 링크가 한계, 즉 토글 위치에 다다르지 않고, 정해진 설계영역을 실제로 도달할 수 있는가를 체크할 필요가 있다.⁵ 토글 위치는 두 가동링크의 직선성에 의하여 결정된다. 토글 위치에 있을 때는 한 쪽 방향으로 로커(Rocker)링크로부터 더 이상의 입력동작을 허용

하지 않는다.

두 개의 슬라이더-크랭크 메카니즘의 결합에 의하여 구성된 전통적 토글 메카니즘이 Fig. 1 에 도시되어 있다. 본 연구에서는 이를 기초로, Fig. 2 에 도시된 5-포인트 신토글 메카니즘의 기구학적 특성을 컴퓨터 시뮬레이션에 의하여 고찰한다. 저자가 알기로는 5-포인트 신토글 메카니즘에 대한 구체적인 연구결과는 위에 열거된 참고문헌이나 그 외의 다른 기구학/동역학 교재에서 발견되지 않았다. 슬라이더 C 에서의 기본 입력 동작으로서 사이클로이드(Cycloid) 운동을 고려하였다. 슬라이더 B 에서의 상응하는 위치, 속도, 가속도를 시뮬레이션 방법으로 고찰한다. 본 연구에서는 토글 메카니즘의 설계 파라미터가 토글 응답 특성에 미치는 영향을 고찰하고, 아울러 4-포인트(point) 형태 토글 메카니즘과 5-포인트(point) 형태 토글 메카니즘 사이의 응답을 비교한다.

2. 메카니즘의 모델링 및 해석

토글 메카니즘의 물리적 모델이 Fig. 1 과 Fig. 2 에 도시되어 있다. 여기에서 링크 r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 는 오프셋(Offset) f 와 함께 슬라이더-크랭크 메카니즘을 구성한다. 외력이 슬라이더 C 에 가해지면, 상호 연결된 링크들이 구동되어 슬라이더 B 에서의 출력 힘이 증가한다. 여기에서 h 은 슬라이더 B 와 C 가 가동되는 두 수평가이드 사이의 높이이다. Fig. 1 에서 $r_3 \neq 0$ 이면 5-포인트 토글 메카니즘이고, 그리고 $\phi = 0$ 이면 4-포인트 토글 메카니즘이다. 토글 메카니즘에서 여러 링크들의 위치를 정하는 수식들은 삼각법에 의하여 표현되고, 이 식들을 미분하여 속도와 가속도가 구해진다. Fig. 1 에서 각도 ϕ 를 $-\phi$ 로 설정하면 Fig. 2 의 새로운 형태의 토글이 된다.

자유도(DOF: degree of freedom) 개념은 메카니즘의 합성과 해석 모두에 기본이 된다. 문제의 해로서 제시될 수 있는 토글 메카니즘의 자유도를 신속히 결정할 필요가 있다. 실제의 메카니즘에서 한 개 이상의 링크가 접지되어 있어도, 접지평면이 유일하게 한 개 존재 하듯이 보다 크고 높은 차원의 접지링크를 생성하는 일로 귀착된다. 자유도는 다음의 Gruebler 방정식을 검토함으로써 예측할 수 있고, 링크가 6 개(L = 6), 조인트가 7 개(J = 7)일 때 시스템의 자유도는 1 이다.

$$DOF = 3(L - 1) - 2J \tag{1}$$

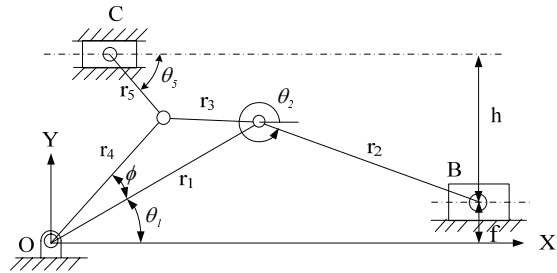


Fig. 1 Conventional five-point toggle mechanism

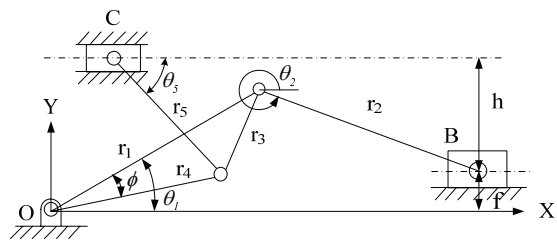


Fig. 2 New five-point toggle mechanism

본 장에서는 메카니즘 해석을 통하여 슬라이더 C 의 위치, 속도, 가속도로부터 슬라이더 B 의 위치, 속도, 가속도에 대한 일반적인 방정식들을 구한다. 이를 통하여 주어진 형태의 메카니즘에 대한 해석이 자주 필요하고, 아울러 링크들의 길이, 입력링크의 위치, 속도, 가속도와 같은 여러가지 다양한 파라미터들을 이용하는 과정에서 상당한 시간 절약이 가능하다.⁶

링크 r_1, r_2, r_3, r_4 와 슬라이더 B 가 슬라이더-크랭크 메카니즘을 구성한다. 연결로드의 각속도와 각가속도는 다음과 같다.

$$\omega_2 = -\frac{r_1 \cos \theta_1}{r_2 \cos \theta_2} \omega_1 \tag{2}$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} \alpha_1 + \frac{r_1 \omega_1^2 \sin \theta_1 + r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2}{r_2 \cos \theta_2} \tag{3}$$

여기에서

$$r_1 \sin \theta_1 = f + r_2 \sin(2\pi - \theta_2) \tag{4}$$

은 Fig. 1 의 기하학으로부터 구해지며, 마찬가지로, 링크 r_1, r_3, r_4, r_5 와 슬라이더 C 도 역시 슬라이더-크랭크 메카니즘을 구성한다.

$$\omega_5 = -\frac{r_4 \cos(\theta_1 + \phi)}{r_5 \cos \theta_5} \omega_1 \quad (5)$$

$$\alpha_5 = \frac{\omega_5}{\omega_1} \alpha_1 + \frac{r_5 \omega_5^2 \sin \theta_5 + r_4 \omega_1^2 \sin(\theta_1 + \phi)}{r_5 \cos \theta_5} \quad (6)$$

여기에서 ϕ 는 코사인 정리를 사용하여 구해진다.

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{r_1^2 + r_4^2 - r_3^2}{2r_1 r_4} \right)$$

역시 Fig. 1 의 기하학으로부터 다음식을 얻는다.

$$r_5 \sin \theta_5 = h + f - r_4 \sin(\theta_1 + \phi) \quad (7)$$

C 점의 위치벡터는 지수함수 형태로 표현된다.

$$\mathbf{h}_c = r_4 e^{i(\theta_1 + \phi)} + r_5 e^{i\theta_5} \quad (8)$$

수식(7)을 사용하여, 수식(8)을 삼각법에 의하여 전개하면

$$x_c = \left\{ r_4^2 - [(h + f) - r_5 \sin \theta_5]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} + r_5 \cos \theta_5 \quad (9)$$

$$\theta_5 = \sin^{-1} \left[\frac{x_c^2 + r_5^2 + (h + f)^2 - r_4^2}{2r_5 \sqrt{x_c^2 + (h + f)^2}} \right] - \sin^{-1} \left[\frac{x_c}{\sqrt{x_c^2 + (h + f)^2}} \right] \quad (10)$$

여기에서 x_c 는 \mathbf{h}_c 의 실수부분이다.

수식(10)를 수식(7)에 대입하면 다음식이 구해진다.

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left[\frac{h + f - r_5 \sin \theta_5}{r_4} \right] - \phi \quad (11)$$

수식(11)을 수식(4)에 대입하면 다음식이 구해진다.

$$\theta_2 = 2\pi - \sin^{-1} \left[\frac{r_1 \sin \theta_1 - f}{r_2} \right] \quad (12)$$

그러면 B 점의 위치벡터는 다음과 같이 구해진다.

$$\mathbf{h}_B = r_1 e^{i\theta_1} + r_2 e^{i\theta_2}$$

그리고 \mathbf{h}_B 의 실수부분은 다음과 같다.

$$x_B = r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2 \quad (13)$$

본 연구에서는 슬라이더 C 의 위치 x_c 가 주어지므로, θ_1 과 θ_2 가 수식(11)과 (12)로부터 각각 구해 질 수 있다. 순차적으로 슬라이더 B 의 위치는 θ_1 과 θ_2 를 수식(13)에 대입함으로써 구해진다. 속도 해석을 위해서 수식(8)을 시간에 대하여 미분한다. C 점의 속도 표현식은 다음과 같다.

$$\mathbf{V}_c = ir_4 \omega_1 e^{i(\theta_1 + \phi)} + ir_5 \omega_5 e^{i\theta_5} \quad (14)$$

수식(5)를 수식(14)에 대입하면, 다음식을 얻을 수 있다.

$$\omega_1 = \frac{V_c^x}{r_4 [\cos(\theta_1 + \phi) \tan \theta_5 - \sin(\theta_1 + \phi)]} \quad (15)$$

여기에서 V_c^x 는 슬라이더 C 점에서의 속도벡터의 실수부이다. 수식(11), (12) 그리고 (15)를 수식(2)에 대입하면, ω_2 값을 얻을 수 있으며, 따라서 슬라이더 B 의 x 방향속도 V_B^x 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_B^x &= \text{Re}(\mathbf{V}_B) = R_c (ir_1 \omega_1 e^{i\theta_1} + ir_2 \omega_2 e^{i\theta_2}) \\ &= -r_1 \omega_1 \sin \theta_1 - r_2 \omega_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (16)$$

링크 r_3 의 C 점의 선형가속도는 수식(8)을 시간에 대하여 두 번 미분하여 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{A}_c = (-\omega_1^2 + i\alpha_1)r_4 e^{i(\theta_1 + \phi)} + (-\omega_5^2 + i\alpha_5)r_5 e^{i\theta_5} \quad (17)$$

수식(6)를 수식(17)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{-\omega_1}{r_4 \omega_1 \sin(\theta_1 + \phi) + r_5 \omega_5 \sin \theta_5} \{ A_c^x + r_1 \omega_1^2 \cos(\theta_1 + \phi) \\ &\quad + r_5 \omega_5^2 \cos \theta_5 + [r_5 \omega_5^2 \sin \theta_5 + r_4 \omega_1^2 \sin(\theta_1 + \phi)] \tan \theta_5 \} \end{aligned} \quad (18)$$

여기에서 A_c^x 는 슬라이더 C 에서 가속도벡터의 실수부이다. 수식(3)에 α_1 을 대입하면, 슬라이더 B

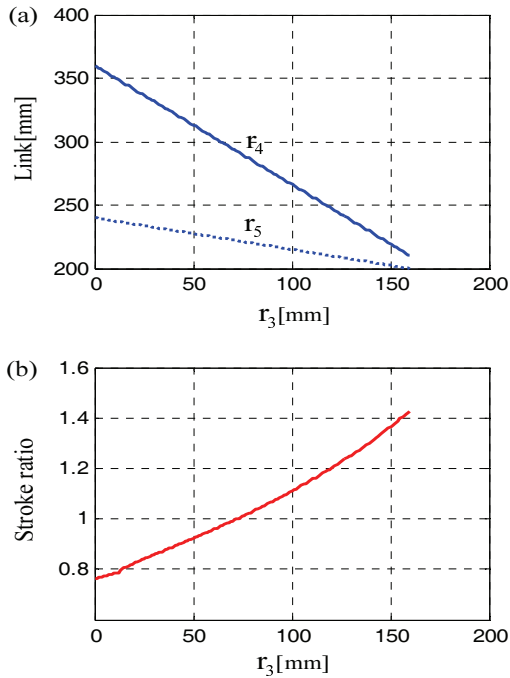


Fig. 3 (a) Link length r_4 and r_5 with respect to r_3 , respectively (b) Stroke ratio with respect to r_3

의 x 방향 가속도 A_b^x 는 다음과 같다.

$$A_b^x = R_v(\mathbf{A}_b) = \text{Re} \left[(-\omega_1^2 + i\alpha_1)r_1 e^{i\theta_1} + (-\omega_2^2 + i\alpha_2)r_2 e^{i\theta_2} \right] \quad (19)$$

$$= -r_1(\omega_1^2 \cos\theta_1 + \alpha_1 \sin\theta_1) - r_2(\omega_2^2 \cos\theta_2 + \alpha_2 \sin\theta_2)$$

3. 민감도 해석

본 장에서는 토글 메카니즘 설계를 효과적으로 수행하기 위하여 필요한 민감도 해석을 다루었다. 링크 r_3 에 대한 링크 r_4 , r_5 의 거동과 스트로크 비(SR: Stroke Ratio)의 기울기가 Fig. 3(a), (b)에 각각 도시되어 있다. 이때 스트로크 비는 다음과 같이 정의된다.

$$SR = \frac{\text{Output stroke}}{\text{Input stroke}}$$

여기에서 출력 스트로크 = $x_{B \max} - x_{B \min}$ 이고, 입력 스트로크 = $x_{C \max} - x_{C \min}$ 이다. Fig. 1 의 토글에서 슬라이더 B, C 의 최대값 $x_{B \max}$, $x_{C \max}$ 은 링크 r_1 과 r_2 가 직선상에 있을 때이다. 그리고 슬라이더 B, C

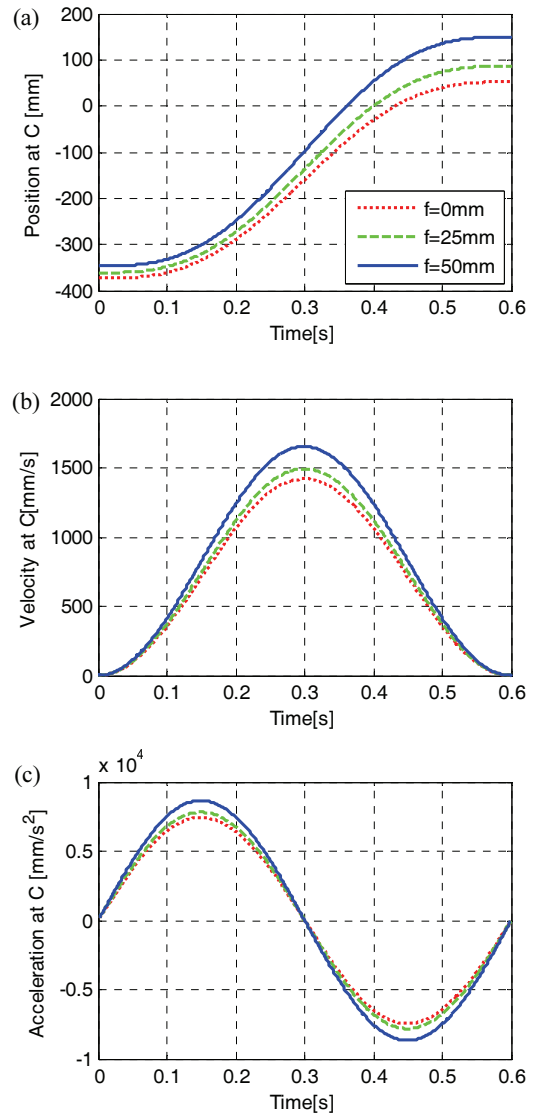


Fig. 4 (a) Positions of point C for various offset parameters f (b) Velocities of point C for various offset parameters f (c) Accelerations of point C for various offset parameters f

의 최소값 $x_{B \min}$, $x_{C \min}$ 은 링크 r_4 와 r_5 가 직선상에 있을 때이다. Fig. 3(a)로 부터 링크 r_3 값이 증가할수록, r_4 , r_5 값은 감소하는 것을 알 수 있다. 이에 반하여 Fig. 3(b)로 부터 링크 r_3 값이 증가할수록 SR 값은 증가함을 알 수 있다. 이는 5-포인트 형태의 토글에서 스트로크 증폭 기능이 우수함을 시사한다. 여기에서 $r_3 = 0$ 이면 4-포인트 형태의 토글

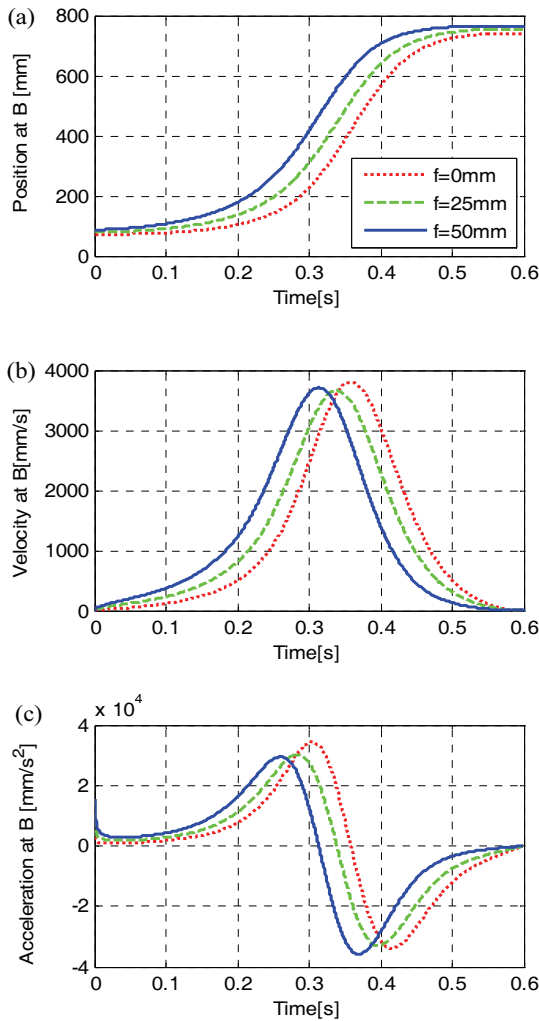


Fig. 5 (a) Positions of point B for various offset parameters f (b) Velocities of point B for various offset parameters f (c) Accelerations of point B for various offset parameters f

을 나타내며, 이 때 $SR = 0.78$ 이다. 아울러 $r_3 = 160$ 일 때는 5-포인트 형태의 토글을 나타낸다. 이때 $SR = 1.43$ 으로서 기존의 5-포인트 토글에 비하여 비교적 큰 값을 갖는다.

4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

제 2 장에서 기술한 슬라이더 B, C 의 위치, 속도, 가속도 수식들을 이용하여, Fig. 2 에 도시된 토글 메카니즘에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행

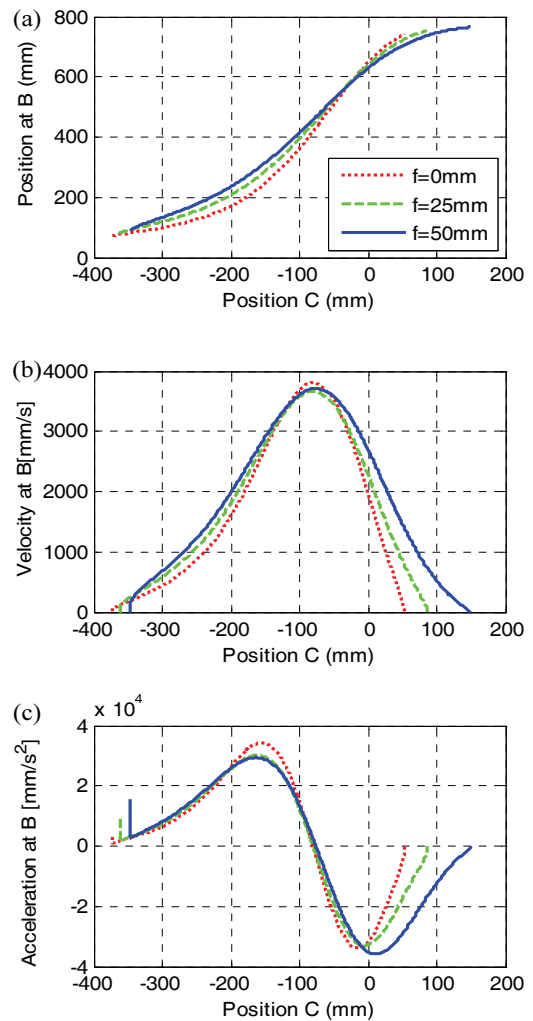


Fig. 6 Trajectory of point B according to position C

Table 1 Specification of design parameters (unit: mm)

	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	f	h
5-point type	360	430	159	210	200	50	169
4-point type	360	430	0	360	240	50	169

하였다. 슬라이더 B 의 오프셋 파라미터 f 값이 토글 응답특성에 미치는 영향을 고찰하고, 아울러 4-포인트 형태 토글과 5-포인트 형태 토글의 응답특성을 비교하였다. 시뮬레이션에 사용된 파라미터 값들이 Table 1 에 나타나있다.

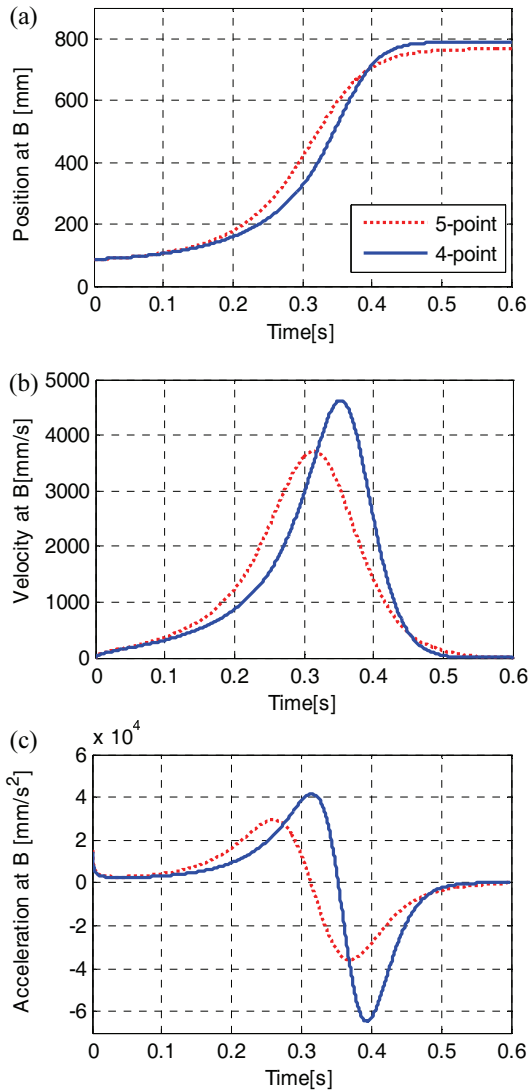


Fig. 7 Trajectory of point B in terms of toggle type

슬라이더 B 의 오프셋 파라미터 f 값의 변화에 따른 슬라이더 C 의 위치, 속도, 가속도가 Fig. 4 에 도시되어 있다. f 값의 크기가 증가할수록 슬라이더 C 의 스트로크가 증가하고 있다. 아울러 속도와 가속도도 증가한다.

Fig. 5 에는 파라미터 f 값의 변화에 따른 슬라이더 B 의 위치, 속도, 가속도 파형이 도시되어 있다. 파라미터 f 값이 증가할수록 응답시간이 빨라지고 있으나, 슬라이더 B 의 스트로크 증가 정도가 슬라이더 C 의 스트로크 증가 정도보다 작아서 스트로크비(SR)의 향상에는 크게 기여하지 못함을

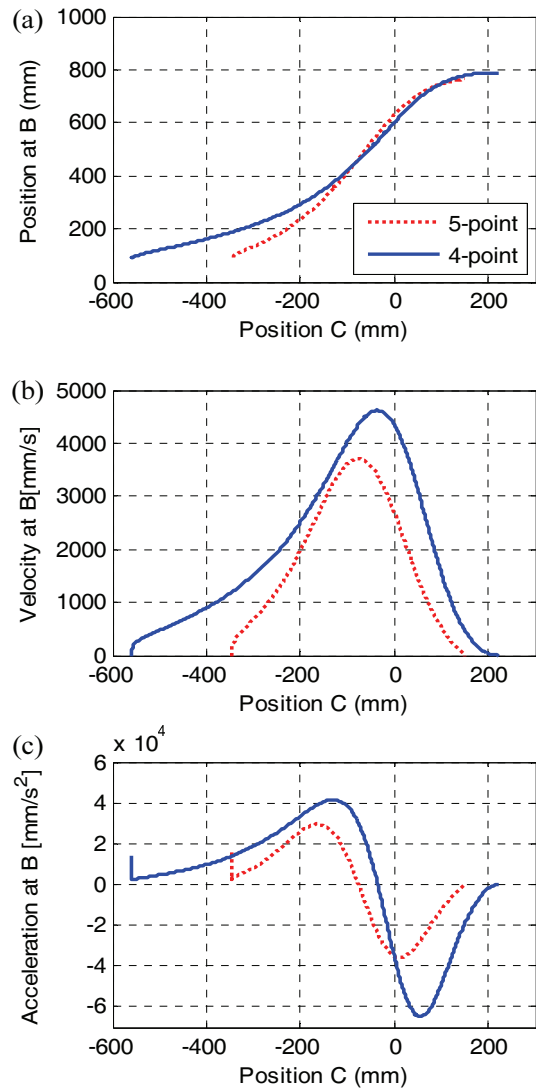


Fig. 8 Trajectory of point B according to position C

알 수 있다. 파라미터 f 값의 변화에 따른 슬라이더 B 와 C 의 일대일 대응관계가 Fig. 6 에 도시되어 있다. 파라미터 f 값이 증가할수록 슬라이더 에서의 입력 스트로크는 증가(426 → 450 → 494 mm) 하고 있다. 이에 따라 출력 스트로크도 거의 일정한 비율로 증가(632 → 658 → 679 mm)하고 있다.

5-포인트 형태 토글과 4-포인트 형태 토글의 응답특성을 비교할 목적으로, 슬라이드 B 응답특성을 위치, 속도, 가속도 관점에서 비교한 것이 Fig. 7 에 도시되어 있다. 4-포인트 형태 토글에서 속도의 최대값이 보다 더 크게 나타나고 있다. 가속도에서

도 역시 4-포인트 형태 토글의 경우가 5-포인트 형태 토글보다 최대값과 최소값의 피크치가 더 크다.

Fig. 8(a), (b), (c)에는 슬라이더 C의 위치에 따른, 슬라이더 B의 위치, 속도, 가속도 파형이 일대일 대응 관점에서 도시되어 있다. Fig. 8(a)로부터 4-포인트 형태의 입력 스트로크 = 218 - (-556) = 774 mm로서 5-포인트 형태의 입력 스트로크 = 141 - (-340) = 481 mm보다 크음을 알 수 있다. 이에 반하여 출력 스트로크는 4-포인트 형태와 5-포인트 형태에서 각각 788 - (90) = 698 mm, 775 - (97) = 678 mm로 나타나 SR 관점에서 5-포인트 형태가 유리함을 알 수 있다. 이는 앞에서 고찰한 Fig. 3의 경우와 일치하고 있다.

5. 결론

본 연구에서는 5-포인트 형태 신토글 메카니즘을 대상으로 하여, 오프셋 파라미터(f)의 변화에 의한 영향을 시뮬레이션으로 고찰하였다. 아울러 4-포인트 형태와 5-포인트 형태 토글 메카니즘의 제어특성을 비교하기 위하여, 슬라이더 B와 C의 위치, 속도, 가속도가 비교되었다. 시뮬레이션 수치 결과로부터 결론을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 오프셋 파라미터 f 값이 증가할수록 슬라이더 C에서의 입력 스트로크와 슬라이더 B에서의 출력 스트로크가 모두 증가하는 경향을 보이고 있다.
- 2) 4-포인트 형태 토글 메카니즘의 위치, 속도, 가속도는 5-포인트 형태 경우보다 모두 크다.
- 3) B점과 C점 사이의 일대일 대응 위치관계는 본 연구의 신토글 메카니즘이 1 자유도 시스템임을 입증한다.
- 4) 슬라이더 B에서, 4-포인트 형태의 스트로크가 5-포인트 형태의 스트로크보다 크다. 그러나 스트로크 비는 4-포인트 형태가 작다.

후 기

본 논문은 지식경제부의 글로벌 전문기술 개발 사업(WC-300)의 “다기능 초정밀 사출성형 시스템 구현” 과제의 일환으로 연구되었습니다.

참고문헌

1. Mostofi, A., “Toggle Mechanisms: Dynamics and Energy Dissipation,” Mechanism and Machine

- Theory, Vol. 20, No. 2, pp. 83-93, 1985.
2. Burton, P., “Kinematics and Dynamics of Planar Machinery,” Prentice-Hall, 1979.
3. Wilson, C. E. and Sadler, J. P., “Kinematics and Dynamics of Machinery, 2nd ed.,” Harper Collins College Publishers, 1993.
4. Martin, G. H., “Kinematics and Dynamics of Machines, 2nd ed.,” McGraw-Hill, 1982.
5. Norton, R. L., “Design of Machinery,” McGraw-Hill, 1992.
6. Lee, C. C., “Kinematic Analysis and Dimensional Synthesis of Bennett 4R Mechanisms,” JSME Int. J. Ser. C, Vol. 38, No. 1, pp. 199-207, 1995.