

계층적 Bayesian 모형 기반 지역빈도해석 모형 개발 A Development of Regional Frequency Model Based on Hierarchical Bayesian Model

권 현 한* / 김 진 영** / 김 윤 기*** / 이 정 주****

Kwon, Hyun-Han / Kim, Jin-Young / Kim, Oon-Ki / Lee, Jeong-Ju

Abstract

The main objective of this study was to develop a new regional frequency analysis model based on hierarchical Bayesian model that allows us to better estimate and quantify model parameters as well as their associated uncertainties. A Monte-carlo experiment procedure has been set up to verify the proposed regional frequency analysis. It was found that the proposed hierarchical Bayesian model based regional frequency analysis outperformed the existing L-moment based regional frequency analysis in terms of reducing biases associated with the model parameters. Especially, the bias is remarkably decreased with increasing return period. The proposed model was applied to six weather stations in Jeollabuk-do, and compared with the existing L-moment approach. This study also provided shrinkage process of the model parameters that is a typical behavior in hierarchical Bayes models. The results of case study show that the proposed model has the potential to obtain reliable estimates of the parameters and quantitatively provide their uncertainties.

Keywords : regional frequency analysis, bayesian, GEV, L-moment, maximum likelihood

요 지

본 연구에서는 계층적 Bayesian 기법을 이용한 새로운 지역빈도해석 모형을 개발하는데 목적이 있으며 이를 통해서 신뢰성 있는 매개변수를 추정과 동시에 지역빈도해석 절차의 불확실성 평가를 용이하게 접근할 수 있도록 하였다. 본 연구에서 제안되는 계층적 Bayesian 기반 지역빈도해석 모형(HBRFA)의 적합성을 평가하기 위해서 모의실험을 수행하였다. 즉, 10개의 모의 관측소를 대상으로 Monte-Carlo 모의를 통한 평가를 수행하였으며 전체적으로 HBRFA 모형이 기존 L-모멘트 방법에 비해 편의를 줄여주는 것으로 평가되었다. 특히 재현기간이 증가될수록 편의가 두드러지게 감소되는 것을 확인할 수 있었다. 전라북도의 6개 강우지점을 대상으로 HBRFA 모형과 기존 L-모멘트 기반 지역빈도해석 결과를 비교하였다. 계층적 Bayesian 모형의 특징을 평가하고자 매개변수의 Shrinkage 과정을 정량적으로 도출하여 제시하였으며 추정된 지역확률강수량이 기존 L-모멘트 기법과 유사한 결과를 갖는 것을 확인할 수 있었다. 더불어 빈도별 확률강수량의 불확실성을 정량적으로 제시할 수 장점을 확인할 수 있었다.

핵심용어 : 지역빈도해석, 베이지안, GEV, L-모멘트, 최우도법

* 전북대학교 공과대학 토목공학과 조교수, 방재연구센터 (e-mail: hkwon@jbnu.ac.kr)
Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Chonbuk National University, Jeonju 561-756, Korea
** 전북대학교 대학원 토목공학과 석사과정, 방재연구센터 (e-mail: jinyoung8602@jbnu.ac.kr)
Master Course, Department of Civil Engineering, Chonbuk National University, Jeonju 561-756, Korea
*** 교신저자, 정읍시청 재난안전관리과 (e-mail: kog6858@korea.kr, Tel: 063-539-5831)
Corresponding Author, Disaster & Safety Administration, Jeongeup City Hall, Jeongeup
**** 한국수자원공사 조사기획처·공학박사 (e-mail: jeongju@kwater.or.kr)
Ph.D., Water Resources Investigation & Planning Dept., K-water, Daejeon 306-711, Korea

1. 서 론

수공구조물의 설계 및 수자원 관리계획의 수립을 위한 재현기간별 확률강수량을 산정하기 위해 일반적으로 극치수문자료를 이용한 수문빈도해석을 수행하며, 빈도해석은 단일 관측소를 해석대상으로 하는 점빈도해석(point frequency analysis)과 유역내 다수의 관측소를 이용하는 지역빈도해석(regional frequency analysis)으로 구분된다. 빈도해석을 수행하고자 하는 대상지역 또는 유역의 크기가 매우 작으며, 인근에 기상관측소가 위치하고 그 관측기간이 충분히 길 경우에는 지점빈도해석을 이용한 확률수문량 산정 및 적용에 무리가 없겠으나, 대상유역의 면적이 상대적으로 커 하나의 관측소 자료가 해당 유역의 수문 특성을 대표하기에 무리가 있거나, 인근에 관측소가 존재하지 않을 경우에는 지역빈도해석을 통해 확률수문량을 산정하는 것이 효율적이며 안정적인 확률수문량을 산정하는 방법이다. 이러한 점에서 지점빈도해석을 위한 대상 자료가 충분히 확보되지 않아 통계적으로 신뢰성이 결여되는 문제가 발생하며 국내외적으로 이러한 문제점을 개선하고자 지역빈도해석을 통한 확률수문량 결정방안이 제안되어 왔다(Stedinger and Tasker, 1985; Cunnane, 1989; Hosking, 1986, 1990; Lee and Kwon, 2011; Heo et al., 2004, 2007; Oh et al., 2006; Kim et al., 2004; Lee et al., 2001; Noh and Lee, 1993).

국내의 수문빈도해석 연구들은 주로 분포형 선택 및 매개변수 추정문제 등에 초점이 맞추어져 이루어졌다. 최근 확률분포형의 매개변수 추정과 관련한 연구로서 이상치 자료에 민감하지 않은 방안으로서 확률가중모멘트법을 제시한 사례(Kim et al., 1995) 있으며, 강우빈도해석에서 기존 최우도법에 비해 확률가중모멘트법이 보다 안정적인 해석이 가능하다는 연구결과도 도출되었다(Kim et al., 1994). 이와 더불어 확률가중모멘트법에 기반한 L-모멘트법을 지역빈도해석(Yoon and Park, 1997; Lee and Heo, 2001) 등에 많은 적용이 이루어지고 있다. 최적분포형 선정을 위한 확률분포의 적합도 검정은 χ^2 검정과 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 검정, Cramer Von Mises (CVM) 검정, Probability Plot Correlation Coefficient (PPCC) 검정 등이 있는데 이들의 기각능력을 연구한 사례(Lee et al., 2009; Moon et al., 2000) 등이 있으며 일반적으로 χ^2 검정과 PPCC 검정이 기각 능력이 우수한 것으로 알려지고 있다. 국외에서는 위에서 열거한 내용과 더불어 매개변수의 불확실성을 고려한 수문빈도해석 기법 개발이 이루어지고 있다. 특히 최근에 나타나고 있는 수문자료의 비정상성(nonstationarity)

은 수문빈도해석의 불확실성을 가중시키는 원인으로 작용하고 있으며 이러한 점에서 국외에서는 Bayesian 모형 기반의 빈도해석 절차 수립이 이루어지고 있다(Kwon and Lee, 2011; Kim et al., 2011; Kim and Lee, 2008). 그러나 국내에서는 수문빈도해석의 불확실성을 인지하고 평가에 활용하는 연구는 매우 미진한 실정이다.

수문빈도해석 시 나타나는 불확실성 요인은 크게 3가지로 요약할 수 있다. 즉, 빈도해석을 위한 적정 확률분포형의 선택, 확률분포형의 매개변수 추정, 불충분한 표본자료의 확보 문제로 판단할 수 있다. 지역빈도해석은 수문학적으로 동질성이 확보된 강우지점들에 대해 유역단위에서 확률수문량을 추정하는 과정으로서 빈도해석을 위한 표본자료 확충을 통한 확률수문량의 신뢰성 개선이 주요 목적이다. 이는 지점간의 수문학적 불일치를 일부 수용하더라도 자료 확충으로 인한 편의저감 효과가 더 크기 때문이며 여러 문헌에서 지역빈도해석의 우수성을 입증한바 있다(Hosking, 1986, 1990; Hosking et al., 1985; Wallis and Wood, 1985; Heo et al., 1990; Shin et al., 2009; Kim et al., 2008). 기존 연구 중에서 Cunnane (1988)은 다양한 지역빈도해석 방법을 검토하고 확률가중모멘트법을 최적의 방법으로 제시하였으며 Hosking (1990)은 확률가중모멘트에 선형조합으로 표현되는 L-모멘트법이 지역빈도해석에 유리하다고 평가하였다. 지역빈도해석 절차에 대한 우수성은 앞에서 살펴본 바와 같이 여러 연구에서 입증되었다. 그러나 추정되는 매개변수의 불확실성 분석에 대한 연구는 많이 이루어지지 않았다. 특히, 유사한 통계적 특성을 가지는 지역 내 관측소의 확률수문량 산정 시 단순히 자료를 Pooling 하는 것에서 벗어나 확률분포특성을 체계적으로 고려한 연구는 미진한 실정이다.

이러한 점에서 본 연구에서는 매개변수 추정과 관련된 불확실성 정량화 및 확률분포 매개변수의 지역화를 고려할 수 있는 방법으로서 계층적 Bayesian 지역빈도해석(hierarchical bayesian regional frequency analysis, HBRFA) 기법을 제안하고자 한다. 기존의 지역빈도해석 방법과는 다르게 각 지점에 확률분포를 추정하되 상위단계에서 각 지점의 매개변수들이 서로 연계가 가능하도록 구성하였다. 즉, HBRFA 모형을 통해서 빈도해석 매개변수들이 서로 상관성을 가지고 추정되며 최종적으로 지역적 매개변수로 귀결되는 형태의 모형을 개발하였다. 이와 더불어 각 분포형의 매개변수들은 Bayesian 모형으로부터 사후분포(posterior distribution)를 추정하여 불확실성도 동시에 정량화할 수 있도록 하였다. 본 논문은 다음과 같은 순서로 구성하였다. 2장에서는 기존 지역빈도해석

절차와 본 연구에서 제안하는 HBRFA 모형의 개념 및 해석절차를 서술하였고 3장에서는 전라북도 지역을 대상으로 모형의 적합성을 평가하였다. 4장에서는 해석 결과에 대한 고찰 및 향후 연구방향에 대하여 서술하였다.

2. 빈도해석 방법

2.1 기존 지역빈도해석 방법

일반적인 GEV (Generalized extreme value distribution) 분포는 최대치 혹은 최소치 등의 극치자료계열의 발생빈도를 분석하는데 많이 사용된다고 알려져 있으며, 수문자료 중 홍수량 또는 혹은 강수량 자료계열 분석에도 많이 이용된다. 이러한 점에서 본 연구에서는 GEV 확률분포를 이용하였다. GEV 분포형의 확률밀도함수와 누적확률밀도함수는 다음 Eqs. (1) and (2)와 같다. 여기서 μ 는 위치매개변수(location parameter), σ 는 규모매개변수(scale parameter), ξ 는 형상매개변수(shape parameter)이다.

$$f(x; \mu, \sigma, \xi) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{(-1/\xi) - 1} \quad (1)$$

$$F(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left[- \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \right] \right] \quad (2)$$

일반적으로 GEV분포의 매개변수를 추정하는 방법에는 최우도법(Maximum Likelihood method, ML), L-모멘트 등의 방법으로 사용하는 것이 일반적이다. Koh et al. (2008)은 지역화 빈도분석에 따른 설계강우량 추정 연구에서 GEV 분포를 택하여 L-모멘트방법으로 설계강우량을 추정하였다. Lee et al. (2010)은 극치강수량의 계절성분을 고려한 비정상성 빈도해석을 수행하기 위해서 Bayesian GEV모형을 이용한 사례가 있다. 우선, 최우도법(ML)은 표본자료가 나올 확률이 최대가 되도록 확률분포형의 매개변수를 추정하는 방법으로 만약 표본자료가 모집단 $f(x; \theta)$ 으로부터 취한 값이라면 우도함수(Likelihood function)는 다음과 같이 표현한다.

$$L(\theta) = f(x_1; \theta) \cdot f(x_2; \theta) \cdots f(x_n; \theta) \quad (3)$$

여기서, x_n 는 관측 자료를 나타내며 θ 는 사용된 확률분포형의 매개변수들을 의미한다. 만약 확률분포형의 매개변수가 여러 개일 경우의 우도함수는 $L(\theta_i), i = 1, 2, 3, \dots, k$ 로 표시되며, 우도의 편의성을 고려하여 일반적으로 대수우도함수(logarithmic likelihood function)를 많이 이용하

며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \ln L(\theta_i)}{\partial \theta_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, k \quad (4)$$

여기서, k는 선정된 확률분포 함수의 매개변수 수이다. 최우도법은 추출된 표본자료가 나올 수 있는 확률이 최대가 되도록 매개변수를 추정하는 방법으로서 표본자료가 크고 우도함수가 알려진 경우 대수우도함수의 최대화를 통해서 매개변수 추정이 용이하며 매개변수 추정시 효율성을 비교하는 기준으로 사용되기도 한다. 본 연구의 또 다른 비교대상인 L-모멘트 방법은 확률가중모멘트법(Probability Weighted Moment, PWM)의 선형조합으로서 모멘트에 가중치를 부여하는 방식으로 편의가 제거된 모멘트를 구하는 방법이다. L-모멘트법은 L-모멘트비를 이용하여 기존 확률분포의 매개변수를 추정하는데 용이하며 구간 추정 및 가설검증도 가능한 장점이 있다(Hosking et al., 1985). 확률가중모멘트의 선형조합인 L-모멘트는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$l_1 = \beta_0 \quad (5a)$$

$$l_2 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (5b)$$

$$l_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (5c)$$

$$l_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (5d)$$

Eq. (5)는 L-모멘트의 일반적인 형태이며, $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 은 확률가중모멘트를 의미 한다. Eq. (5)를 이용하여 L-변동계수(L-coefficient of variation), L-왜곡도 계수(L-skewness), L-첨예도계수(L-kurtosis)는 다음과 같다.

$$L-C_v: t = \frac{l_2}{l_1}, \quad 0 < t < 1 \quad (6a)$$

$$L-C_s: t_3 = \frac{l_3}{l_2}, \quad -1 < t_3 < 1 \quad (6b)$$

$$L-C_k: t_4 = \frac{l_4}{l_2}, \quad 0.25(5t_3^2 - 1) \leq t_4 \leq 1 \quad (6c)$$

GEV 확률분포형 매개변수 추정에 있어서 많이 사용되고 있는 L-모멘트방법은 순차로 정리된 관측치의 선형조합이므로 L-모멘트 방법으로 산정된 무차원화된 변동계수나 왜곡도의 추정치는 거의 편의 되어 있지 않으며 정규분포에 가까워서 많이 이용되고 있는 추정방법이다. 형상매개변수 ξ 는 다음 식을 통해 추정이 가능하다.

$$\hat{k} = 7.8590C + 2.9554C^2 \quad (7)$$

$$C = \frac{2b_1 - b_0}{3b_2 - b_0} - \frac{\log 2}{\log 3} \quad (8)$$

일단 k 가 결정되며 위치매개변수 μ 와 축척매개변수 σ 는 다음 식의 의해서 산정된다. b_0, b_1, b_2 는 확률가중모멘트 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ 의 표본추정치를 나타낸다.

$$\hat{\sigma} = \frac{(2b_1 - b_0)\hat{k}}{\Gamma(1 + \hat{k})(1 - 2^{-\hat{k}})} = \frac{l_2\hat{k}}{\Gamma(1 + \hat{k})(1 - 2^{-\hat{k}})} \quad (9)$$

$$\hat{\mu} = b_0 + \frac{\hat{\alpha}}{\hat{k}}[\Gamma(1 + \hat{k}) - 1] = l_1 + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{k}}[\Gamma(1 + \hat{k}) - 1] \quad (10)$$

2.2 HBRFA 모형

본 연구에서는 HBRFA 모형을 이용한 지역빈도해석 모형을 제안하고자 하며 기존 지역빈도해석 결과들과 비교하여 모형의 적합성을 평가하고자 한다. 본 연구에서 제시하는 방법론은 기존 해석 절차와 크게 다른 점은 2가지로 요약할 수 있다. 첫째, 기존 지역빈도해석 절차는 동질성이 확보된 지역에 대해서 대상 자료를 Pooling하여 대표 확률분포형을 선정하고 빈도해석을 수행하는 반면 본 연구에서 제안하는 계층적 Bayesian 모형은 각 지점의 확률분포형이 적용되지만 지역적인 확률분포형을 상위단계에 배치함으로써 지역의 대표 매개변수를 취득하는 방법이다. 즉 유사한 통계적 특성을 가지는 자료집단들이 정보를 서로 교환함으로써 추정되는 매개변수의 불확실성을 저감하도록 고안된 계층적 Bayesian 모형의 장점을 이용하는데 목적이 있다. 둘째, 본 연구에서는 Bayesian 모형을 기반으로 매개변수의 불확실성을 정량화할 수 있도록 모형을 개발함으로써 추정되는 확률수문량의 신뢰성을 개선할 수 있도록 개선하였다.

본 연구에서 제안하는 방법론에 대해서 간략히 요약 정리하면 다음과 같다. 본 연구에서 적용하고자하는 GEV분포의 사후분포(posterior distribution)의 형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다. 즉, 매개변수들의 사전분포(prior distribution)인 $P(\mu), P(\sigma), P(\xi)$ 와 우도 $P(x | \mu, \sigma, \xi)$ 의 곱으로 나타내게 된다. Eq. (11)의 분모는 표준화 상수(normalizing constant)라 하며 적분의 함수로 표시된다.

$$P(\mu, \sigma, \xi | x) = \frac{P(x | \mu, \sigma, \xi) \cdot P(\mu) \cdot P(\sigma) \cdot P(\xi)}{\int_{\theta} P(x | \mu, \sigma, \xi) \cdot P(\mu) \cdot P(\sigma) \cdot P(\xi) d(\mu) d(\sigma) d(\xi)} \quad (11)$$

Eq. (11)에서 가장 핵심이 되는 부분은 표준화 상수를 추정하는 부분이며 최근 컴퓨터의 발달과 새로운 알고리즘의

개발로 수치적 해석이 가능하게 되었다. 즉, Bayesian Markov Chain Monte Carlo(MCMC) 모의가 가장 대표적인 수치적 해석 방안으로서 본 연구에서도 Bayesian MCMC 기반의 해석모형을 개발하였다. Bayesian MCMC 기법은 주어진 다변량 확률분포가 복잡하여 이를 따르는 IID (Independent and identically distributed) 난수를 얻을 수 없는 경우에 사용가능한 기법으로서 IID 난수 대신 Markov Chain 난수를 추출하여 사용한다. MCMC 기법의 대표적인 방법으로 메트로폴리스-헤스팅 알고리즘(Metropolis-Hastings algorithm)과 깁스표본법(Gibbs Sampling) 등이 있으며, 본 연구에서는 깁스표본법을 이용하였다. 깁스표본법에 대한 자세한 내용은 기존 연구문헌들을 참조할 수 있다(Kwon et al., 2008; Lee and Kwon, 2010).

지역빈도해석을 위한 연최대치자료계열(annual maximum series)이 GEV분포를 따른다고 가정할 때, 계층적 Bayesian 모형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{Y}_{t,n} \sim \text{GEV}(\mu_s, \sigma_s, \xi_s), \quad s = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$\mu_s \sim N(\mu_\mu, \sigma_\mu) \quad s = 0, \dots, n \quad (13)$$

$$\sigma_s \sim G(k_\sigma, s_\sigma) \quad s = 0, \dots, n \quad (14)$$

$$\xi_s \sim N(\mu_\xi, \sigma_\xi) \quad s = 0, \dots, n \quad (15)$$

여기서, \mathbf{Y} 는 벡터자료로서 n 의 강우관측지점의 연최대치자료를 의미하며 μ_s, σ_s, ξ_s 는 강우관측지점별 GEV분포의 n 개의 매개변수를 나타낸다. Bayesian 모형 하에서, Eq. (12)의 모든 매개변수들은 확률분포를 가지게 된다. 즉, μ_s, σ_s, ξ_s 가 사전분포를 가지게 되며 각 강우지점별 매개변수는 Eqs. (13)~(15)와 같이 상위단계의 확률분포로부터 추정되는 것으로 가정하였다. 결과적으로 Eqs. (13)~(15)의 6개 매개변수를 추정하는데 충분한 자료들이 있기 때문에 Non-Informative 사전분포(e.g. 독립적인 균등분포)를 통한 매개변수 추정이 가능하며(Gelman et al., 2004; Gelman, 2005), Eq. (16)과 같다.

$$p(\mu_\mu, \sigma_\mu, k_\sigma, s_\sigma, \mu_\xi, \sigma_\xi) \propto 1 \quad (16)$$

Eq. (11)은 Bayes 정리에 의해서 다음과 같은 형태의 사후분포로 재정리할 수 있다.

$$p(\theta | \mathbf{Y}) = \frac{p(\theta | \mathbf{Y})}{p(\mathbf{Y})} \propto p(\mathbf{Y} | \theta) \cdot p(\theta) \quad (17)$$

여기서, $\theta = [\mu_s, \sigma_s, \xi_s, \mu_\mu, \sigma_\mu, k_\sigma, s_\sigma, \mu_\xi, \sigma_\xi]$, $s = 1, \dots, n$ 으로서 n 은 지역빈도해석을 위한 지점의 수를 나타낸다. $p(\theta)$ 는

사전분포를 나타내며 $p(\theta | \mathbf{Y})$ 는 우도함수를 나타내며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p(\mathbf{Y} | \theta) = \prod_{s=1}^n \prod_{i=1}^t \geq V(Y_{i,s} | \mu_s, \sigma_s, \xi_s) \quad (18)$$

Eq. (12)~(16)을 Eq. (18)에 대입시킴으로서 매개변수들의 결합사후분포(joint posterior distribution)를 추정할 수 있다.

$$p(\mathbf{Y} | \theta) = \prod_{s=1}^n \prod_{i=1}^t \geq V(Y_{i,s} | \mu_s, \sigma_s, \xi_s) \cdot N(\mu_s | \mu_\mu, \sigma_\mu) \cdot G(\sigma_s | k_\sigma, s_\sigma) \cdot N(\xi_s | \mu_\xi, \sigma_\xi) \quad (19)$$

Eq. (19)는 모든 매개변수에 대한 적분을 통해 직접적으로 추정하는 것은 불가능하며 본 연구에서는 앞서 언급한 MCMC방법을 도입하여 매개변수들의 사후분포를 추정하게 된다. 본 연구에서는 MCMC 방법 중 깃스표본법을 이용하여 회귀매개변수들을 추정하였으며 모형의 Convergence를 확증하기 위해서 3개의 Chain을 독립적으로 시행하여 Sampling이 효과적으로 혼합(mixing)되도록 하였다. Fig. 1은 본 연구에서 구성한 계층적 Bayesian 모형 기반의 지역빈도해석에 대한 개념도를 나타낸다.

3. Bayesian 지역빈도해석의 적용 및 고찰

3.1 모의자료를 통한 모형의 검증

기존 L-모멘트 기반의 지역빈도해석과 본 연구에서 제안하는 HBRFA 기반 지역빈도해석 결과를 비교하기 위하여 Monte-Carlo 모의를 실시하였다. 모의실험은 대표

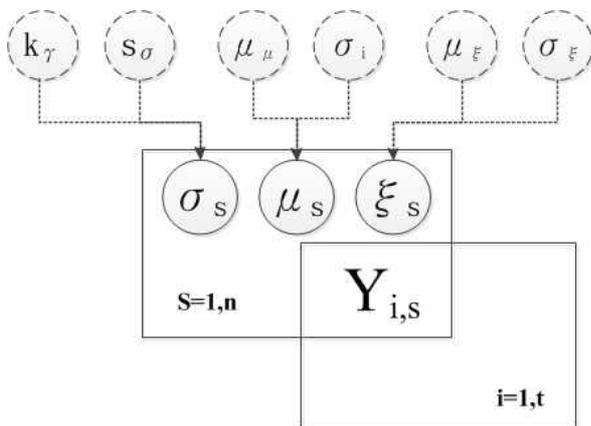


Fig. 1. Directed a Cyclic Graph for Hierarchical Bayesian Model Based Regional Frequency Analysis

분포형으로 선정된 GEV 분포형을 모집단으로 가정하였으며 2가지 방법에 대하여 자료에 개수에 따른 RMSE를 비교하는 방식으로 수행되었다. 모의실험에 대한 요약은 다음과 같다.

- 1) 본 연구에서는 지역빈도해석을 위한 10개 관측소가 동질성을 가진다고 가정하였으며 GEV분포의 지역 매개변수(regional parameter)로서 형상매개변수, 규모매개변수, 위치매개변수가 각각 0.2, 32, 95인 모집단을 규정하였다.
- 2) 모집단으로부터 자료의 개수가 N=30, N=50, N=100가 되도록 10개 관측소를 대상으로 Monte-Carlo 모의를 실시하였다. 이 과정을 통해 지점간의 Sampling Error가 발생하며 모의가 되지만 지역의 전체적인 분포의 특징은 모분포로 가정된 GEV분포를 따르게 된다.
- 3) 10개 관측소에 대해서 모의된 강우량을 대상으로 L-모멘트를 이용한 지역빈도해석 절차와 본 연구에서 제안하는 HBRFA 모형을 이용한 지역빈도해석을 실시하고 CDF값, P = 0.5, 0.8, 0.9, 0.95, 0.96, 0.9667, 0.975, 0.98, 0.9875, 0.99, 0.9933, 0.9950에 해당하는 Quantile 값 계산하였다.
- 4) 최종적으로 평균제곱근오차(root mean square error, RMSE)를 계산하여 비교하였다.

Fig. 2에서는 10개의 모의강수지점에 대해서 표본자료 개수와 재현기간에 따른 Quantile의 평균제곱근오차 결과를 도시하여 나타내었다. Fig. 2a는 자료의 개수가 20개인 경우로서 50년 빈도 이상에서 L-모멘트 기반 지역빈도해석의 편의가 커지고 있다. Fig. 2b는 자료의 개수가 30개인 경우로서 HBRFA 해석방법이 전체적으로 우수한 결과를 나타내고 있다. 특히 50년 빈도 이상에서 HBRFA 방법이 상대적으로 편의가 크게 적어지는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 2c는 자료의 개수가 50개인 경우로서 HBRFA 해석방법이 우수한 결과를 나타내고 있다. Fig. 2d는 자료의 개수가 100개인 경우로서 HBRFA 해석방법이 앞서 다른 경우와 동일하게 높은 빈도에서 우수한 결과를 나타내고 있다. 전체적으로 기존 L-모멘트 방법에 비해서 Bayesian 방법에서 편의가 작게 발생하는 것을 수 있었으며 상대적으로 자료가 작은 경우에 좀 더 개선된 결과를 얻을 수 있었다.

3.2 전라북도 지역 지역빈도해석

앞 절에서는 모의자료를 이용하여 자료 연한에 따른 HBRFA 모형의 적합성을 평가하였다. 적합성 평가결과 자료의 개수가 적은 경우 좀 더 개선된 효과를 확인할 수

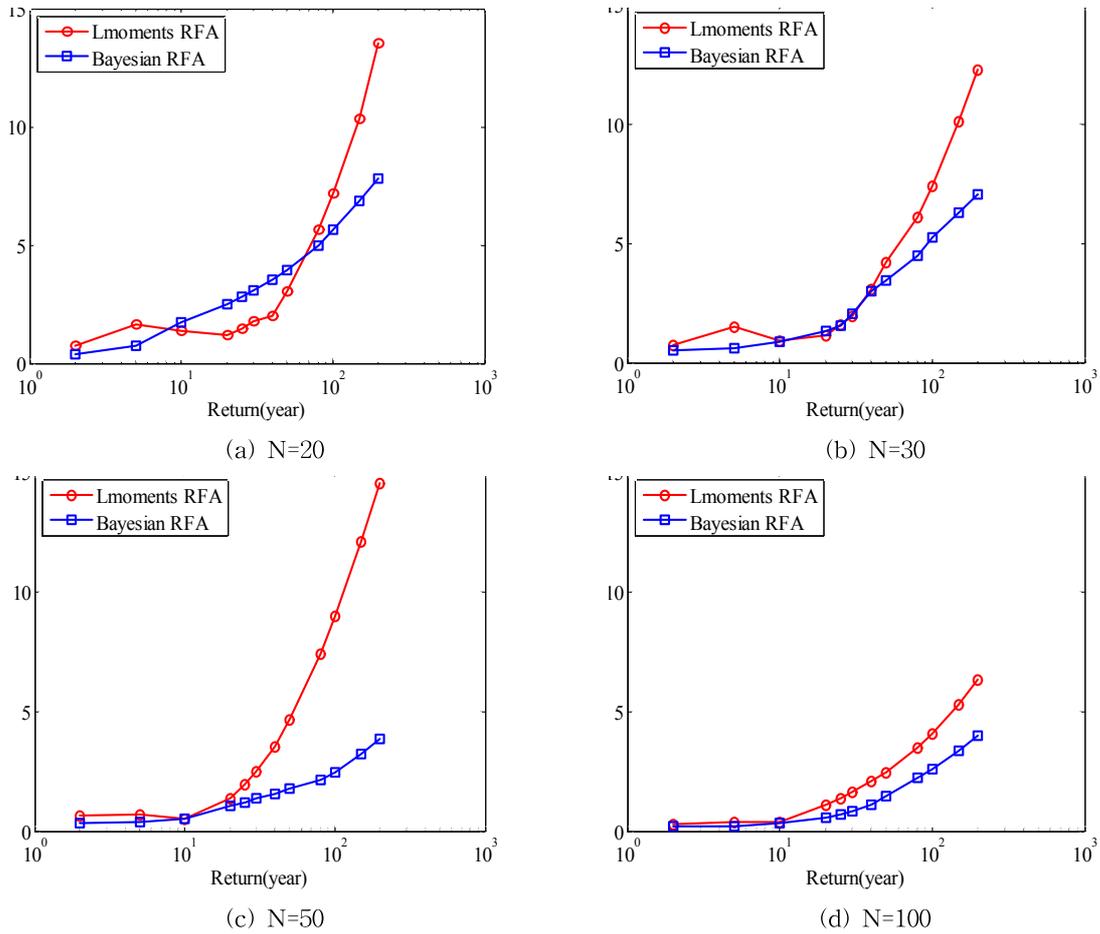


Fig. 2. A Comparison of Root Mean Square Error between L-moment Based Regional Frequency Analysis and Hierarchical Bayesian Based Regional Frequency Analysis Given Different Sample Size

있었으며 매개변수의 불확실성도 효과적으로 파악할 수 있었다. 본 절에서는 40년 내외에 자료를 가지고 있는 전라북도 강수지점에 대해서 적용을 통해 기존 지역빈도해석방법과 비교 검토를 수행하였다.

3.2.1 대상구역

본 연구에서는 대상구역으로 전라북도 지역을 선정하였으며 기상청 산하의 군산(140), 전주(146), 부안(243), 정읍(245), 남원(247), 임실(244) 등 6개 관측소를 대상으로 연구를 진행하였다. Fig. 3은 전라북도 지역에 위치한 기상청 관측소를 나타낸다. 6개 관측소로부터 24시간 지속시간 연최대치자료를 추출하였으며 추출된 자료계열의 기본적인 통계치는 다음 Table 1과 같다.

3.2.2 적합도 검정 및 최적 분포형 선정

본 연구에서는 앞서 언급하였듯이 GEV분포형을 대상으로 연구를 진행하였으며 연구를 진행하기에 앞서 가정

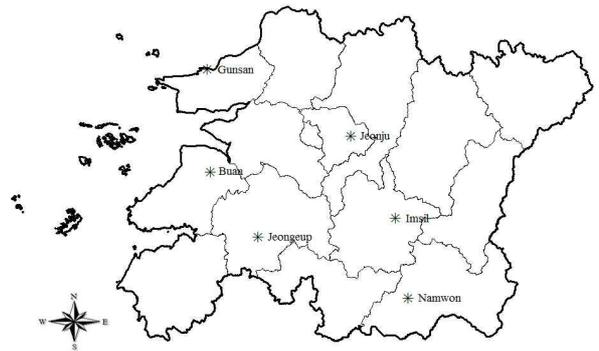


Fig. 3. A Map Showing Weather Stations Used in this Study

된 GEV분포의 적합성을 평가하였다. 적합성 평가는 6개 관측소에 대해서 χ^2 검정, KS검정, CVM검정, PPCC 검정을 수행하였으며 확률밀도함수 및 누적확률밀도함수를 통한 시각적인 검토도 실시하였다. 적합성 검정결과 6개 지점 모두 유의수준 5%에서 적합성을 통과하는 것을 확인할

Table 1. Basic Statistics of Annual Maximum Rainfall Across Six Stations

	Mean (mm)	Stan. Dev. (mm)	Skewness	Kurtosis	Minimum (mm)	Maximum (mm)	Period (year)
Gunsan	124.8	62.1	1.7	5.3	56.2	310.0	1973~2011 (39)
Junju	120.9	46.3	0.8	3.5	51.3	249.5	
Buan	121.9	42.7	1.0	3.9	57.4	250.5	
Junguep	117.1	61.8	3.3	16.2	61.5	420.0	
Namwon	116.6	39.0	0.5	2.7	55.5	218.0	
Imsil	116.1	44.3	1.2	3.4	65.3	234.0	

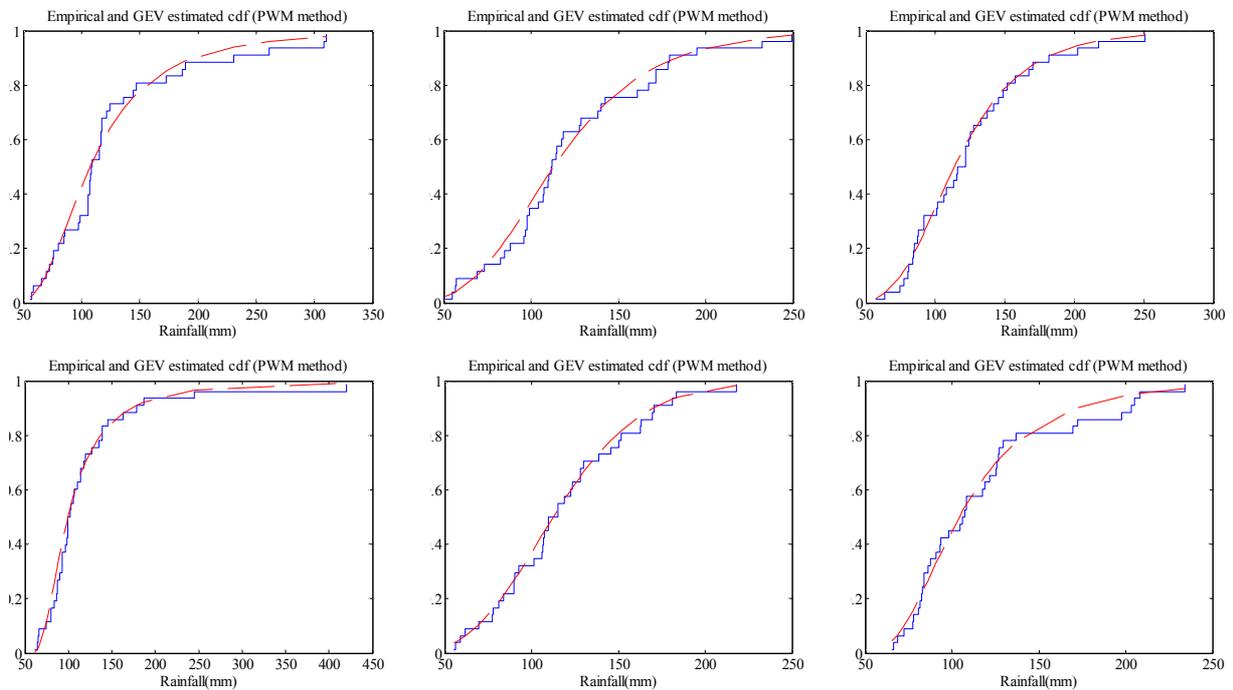


Fig. 4. A Graphical Representation of CDF of GEV Distribution with Empirical CDF

수 있었다. Fig. 4는 이론적인 GEV분포로부터 추정된 누가 확률밀도함수와 경험적인 누가확률밀도함수를 지점별로 도시한 그림으로서 유사한 거동을 보임을 확인할 수 있다. 이러한 점에서 본 연구에서는 GEV확률분포형을 대표분포형으로 가정하고 지역빈도해석을 수행하였다.

3.2.3 매개변수 및 확률강수량 추정

3.3절에서는 모의실험을 통하여 기존 L-모멘트기반의 지역빈도해석과 HBRFA 모형을 통한 지역빈도해석 결과를 비교하였으며 본 연구에서 제안하는 모형이 기존 L-모멘트 방법보다 개선된 확률강수량 추정이 가능하였다. 본 절에서는 본 연구에서 제안한 HBRFA 모형을 이용하여 전라북도 지역의 6개 관측소에 대해서 지역빈도 해석을

수행하고 모형의 적절성을 최종적으로 평가하고자 한다. 기존 L-모멘트 기반의 지역빈도해석과 비교하여 HBRFA 모형의 또 다른 장점은 추정되는 매개변수의 불확실성을 정량적으로 해석할 수 있다는 점이다. 즉, 앞서 제시된 Eq. (19)와 같이 결합사후분포를 추정할 수 있으며 이와 더불어 각 매개변수들의 조건부사후분포(conditional posterior distribution)를 결정할 수 있다.

분석에 앞서서 해석 대상인 전라북도 지역 6개 강우관측소의 수문학적 동질성을 파악하는 과정이 필요하며 본 연구에서는 이질성척도 H를 이용하여 동질성을 검증하였다. 이질성척도 H는 다음 식과 같이 평균과 이상편도의 차와 모의발생자료의 표준편차의 비로 정의한다(Hosking, 1990).

$$V = \frac{\sum_{i=1}^N n_i (t^{(i)} - t^R)^2}{\sum_{i=1}^N n_i} \quad (20)$$

$$H = \frac{V - \mu_v}{\sigma_v} \quad (21)$$

여기서, n_i 는 지점별 자료수, N 은 유역 내 지점수, $t^{(i)}$ 는 표본 L-모멘트비, t^R 은 n_i 에 가중한 표본자료 집단의 평균 L-변동계수이며 마지막으로 μ_v , σ_v 는 V 의 평균 및 표준편차이다. Hosking and Wallis (1997)는 사용된 L-모멘트비에 따라 이질성 척도 H 를 H_1 (L-변동계수), H_2 (L-왜도계수), 그리고 H_3 (L-첨도계수)의 세 가지 형태로 제시하였으며, $H < 1$ 인 경우에 수문학적으로 동질성이 인정된다. 본 연구에서는 $H_1 = -0.8413$, $H_2 = 0.4387$, $H_3 = 0.3997$ 로서 수문학적 동질성이 확보된 것으로 판단하였다.

Fig. 5는 전북지역 6개 관측소로부터 추정된 GEV 매개변수들의 사후분포를 나타낸다. Fig. 5에서 빨간 실선으로 나타난 매개변수들의 사후분포는 전라북도 6개 지역을 대표하는 지역매개변수를 나타낸다. 이와 함께 x축에 나타난 원은 각 강우지점에서 최우도법에 근거한 지점빈도해석을 통해서 추정된 매개변수를 의미하며 파란 점선으로 나타난 사후분포는 HBRFA를 통해서 추정된 각 강우지점의 매개변수의 사후분포를 나타낸다. Fig. 5의 형상매개변수, 축척매개변수, 위치매개변수 모두에서 지역매개변수로 Shrinkage되는 경향을 확인할 수 있으며 이는 지점간의 상호정보를 교환하는 과정에서 나타나는 결과로서 계층적 Bayesian 모형의 대표적인 특징 중 하나이다. 빨간 실선으로 나타난 지역매개변수로부터 지점의 매개변수가 모의되는 과정으로서 모의과정을 통해서 지역매개변수의 사후분포가 자연스럽게 도출된다.

즉, 지점빈도해석으로부터 추정된 매개변수의 최우추정

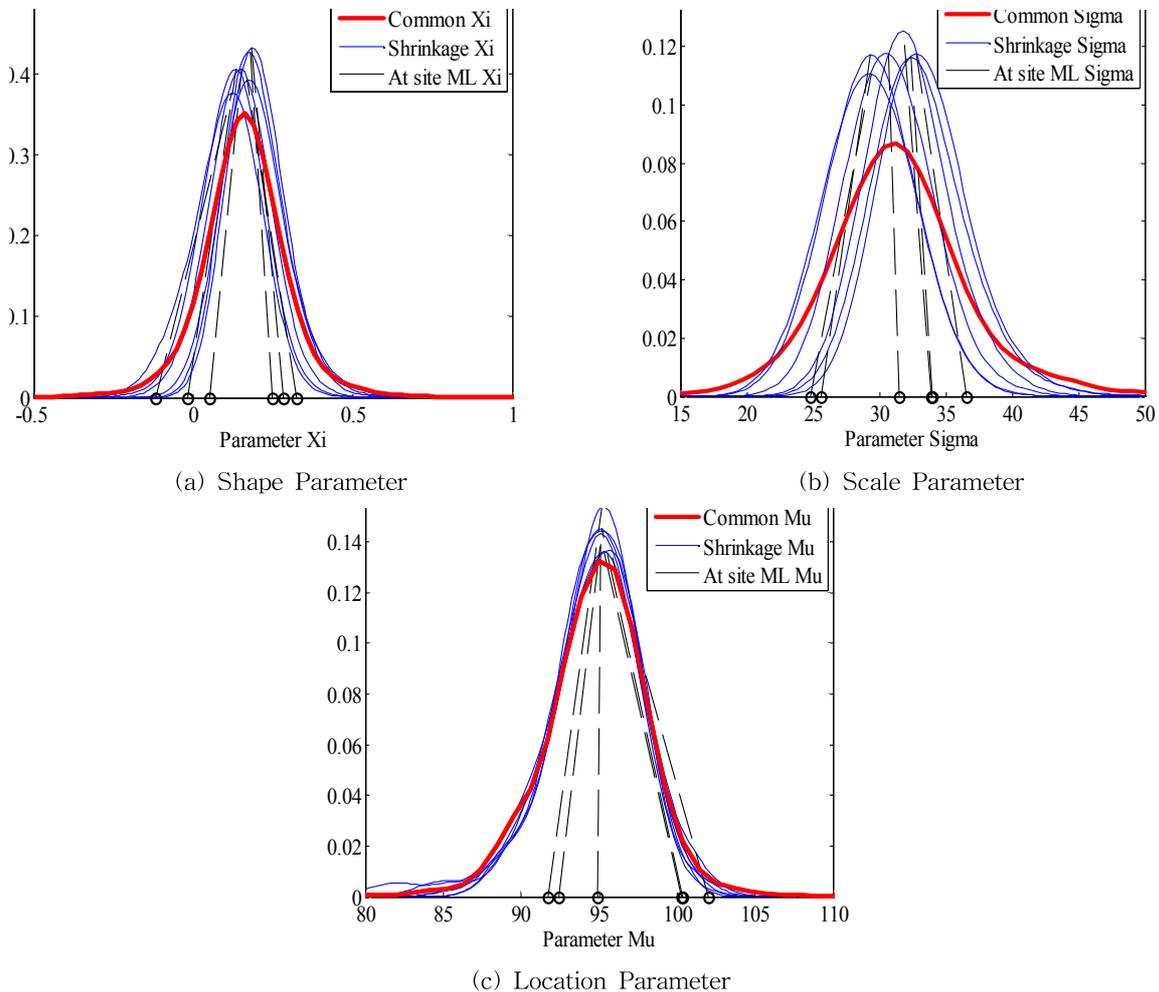


Fig. 5. Conditional Posterior Distribution of GEV parameters. The Thick Red Line Indicates Regional Parameters and the Solid Blue Line Represents Individual Parameters

치(maximum likelihood estimator)와 파란 점선으로 나타난 사후분포의 중앙값을 비교해보면 매개변수의 중심이 빨간 실선으로 나타난 지역매개변수 주위로 이동된 것을 확인할 수 있다. 이와 같이 최우추정치가 공통평균(common mean) 주위로 이동하는 과정은 계층적 Bayesian 통계의 대표적인 특징으로서 Shrinkage라고 한다. 앞서 언급하였듯이 계층적 Bayesian 통계학에서는 유사한 통계적 성질을 가지는 집단의 매개변수 추정 시에 매개변수간의 정보를 서로 교환하도록 허용함으로써 추정되는 매개변수의 불확실성을 저감시킬 수 있는 장점이 있으며 Fig. 5에서도 이러한 특징을 확인할 수 있다. Fig. 5의 두꺼운 빨간 실선은 공통평균을 나타내며 검은 점선은 최우도법에 의해 추정치와 Shrinkage 후에 평균에 이동을 보여주기 위해서 나타내었다.

최종적으로 추정된 매개변수를 이용하여 지점별 확률강수량과 지역확률강수량을 추정하여 Fig. 6과 Table 2에 나타내었다. Bayesian 모형으로부터 추정된 사후분포로부터 확률강수량의 불확실성을 추정하여 도시하였다. Fig. 6에 도시된 불확실성 구간은 지점별로 추정된 매개변수로부터 유도된 결과로서 군산, 정읍, 임실이 불확실성이 크게 나타나고 있는 반면 전주, 부안, 남원은 상대적으로 작은 불확실성을 나타내고 있다. 함께 도시한 지역확률강수량과 비교해보면 불확실성 구간에 위치하고 있으며 군산, 남원을 제외하고는 거의 동일한 확률강수량으로 추정되고 있다. 여기서 빨간 점선은 전라북도 전체의 확률강수량을 나타내며 파란 실선은 지점별로 추정된 확률강수량

을 의미한다.

마지막으로 Fig. 7에서는 기존 L-모멘트 기반의 지역 확률강수량과 본 연구에서 제안하고 있는 HBRFA 기반의 지역확률강수량을 비교하여 나타내었다. 그림에 나타난 불확실성 구간은 지역매개변수의 사후분포로부터 유도된 결과로서 50년 빈도 이상에서 불확실성이 커지고 있음을 확인할 수 있다. 이는 본 연구에서 사용된 자료의 연한이 39년인 점을 감안하면 타당한 결과로서 자료 연한을 넘어서는 계획빈도에서 발생하는 Sampling Error가 상대적으로 크게 나타남을 의미한다. 기존 L-모멘트 기반의 확률강수량과 거의 유사한 거동을 보이고 있으며 동시에 불확실성까지 정량화할 수 있는 장점을 확인할 수 있다. 여기서 빨간 점선은 본 연구에서 제안된 HBRFA 방법에 의한 전라북도 전체의 확률강수량을 나타내며 파란 실선은 기존 L-모멘트를 이용한 지역빈도해석 결과를 의미한다.

4. 결론 및 토의

하천기본계획 및 수자원 설계에 있어서 신뢰성 있는 확률강수량 추정은 가장 기본적으로 선결되어야 하는 요소이다. 그러나 빈도해석을 위한 자료가 충분히 확보되지 않아 신뢰성 있는 확률강수량 추정이 어려운 현실이며 이러한 점에서 국내외적으로 동질성이 확보된 유역내의 강수량자료를 활용하는 지역빈도해석 개념이 추천되고 있다. L-모멘트 기반의 지역빈도해석 모형이 주로 이용되고 있

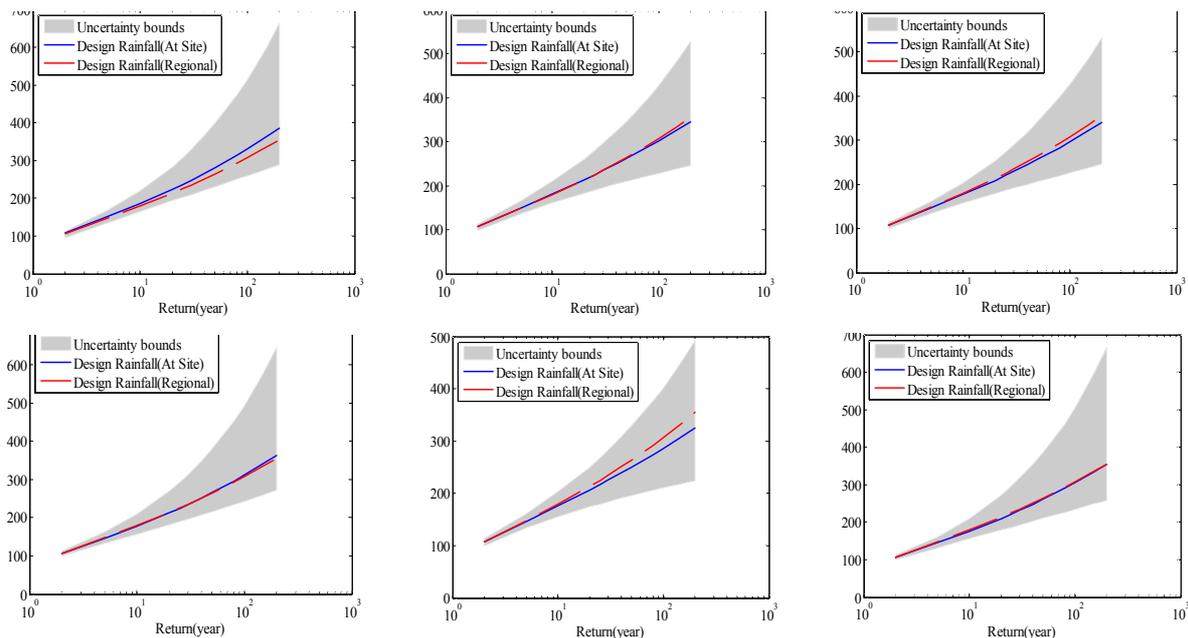


Fig. 6. Rainfall Frequency Curve Based on Hierarchical Bayesian Regional Frequency Analysis. The Shaded Area Indicates 95% Confidence Interval Estimated from Conditional Posterior Distributions

Table 2. Design Rainfall and Associated Uncertainty Bound Estimated from Posterior Distribution

Sta.	Return Period	HBRFA (2.5%)	HBRFA (50%)	HBRFA (97.5%)	L-moment	Sta.	Return Period	HBRFA (2.5%)	HBRFA (50%)	HBRFA (97.5%)	L-moment
Gun San	5	136.4	151.4	168.4	156.3	Jeong Eup	5	132.5	146.1	162.2	146.6
	10	165.3	185.8	219	188.6		10	156.9	177.7	209.8	177
	20	193.4	223.9	283.8	222.7		20	182	212.5	270	209
	30	209.8	247.8	329.6	243.9		30	197	234.7	312.9	228.9
	50	230.9	280.8	397.6	271.9		50	216.3	265.3	378.7	255.2
	100	260.1	330.6	513.8	312.9		100	243.8	311.4	493.3	293.7
	200	289.4	386.4	662.9	357.7		200	271.7	363.6	645.2	335.7
Jeon Ju	5	136.8	149.4	164.9	151.3	Nam Won	5	134.5	146.8	162.2	146
	10	161.5	180.8	209.1	182.6		10	155.8	176.1	203	176.2
	20	183.6	214	261.3	215.7		20	174.5	206.8	250.4	208.1
	30	195.5	234.6	296.3	236.2		30	184.3	225.4	283.1	227.9
	50	210	261.6	345.8	263.4		50	196.2	250.3	329.4	254
	100	228.6	301.7	428.3	303.1		100	211.3	286.2	401.2	292.3
	200	246.9	345	526.9	346.4		200	224.8	324.9	492.8	334.2
Bu An	5	134.3	146.5	160.9	152.6	Im Sil	5	131.8	145.6	161.4	145.3
	10	157.6	176.7	202.6	184.1		10	155.6	176.5	210.1	175.4
	20	179.2	209	253.6	217.4		20	179.2	210.1	272.7	207.1
	30	191.1	229.2	289	238.1		30	192.9	231.6	317.5	226.8
	50	206	256.2	340.9	265.5		50	210.3	260.9	385.7	252.9
	100	226.4	295.7	425.8	305.5		100	234	304.9	506.6	291.1
	200	245.8	340.3	531.5	349.2		200	258.4	354.8	665.7	332.7

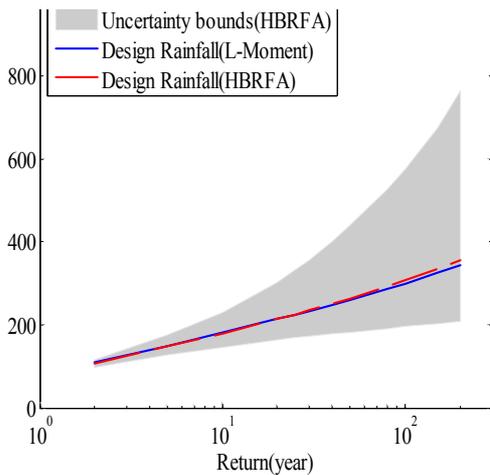


Fig. 7. A comparison of design rainfall between the L-moment and the HBRFA based regional frequency analysis. The shaded area indicates 95% confidence interval estimated from conditional posterior distributions

으며 확률분포형의 매개변수 추정 시 편의를 상당히 저감시킬 수 있는 방법론으로 인식되고 있다. 그럼에도 불구하고

하고 기존 L-모멘트 기반의 지역빈도해석 모형은 매개변수의 불확실성을 평가하는데 있어서 취약한 단점이 있다. 본 연구에서는 계층적 Bayesian 기법을 이용한 지역빈도해석 모형을 개발하는데 목적이 있으며 이를 통해서 신뢰성 있는 매개변수를 추정과 동시에 지역빈도해석 절차의 불확실성 평가를 용이하게 접근할 수 있도록 하였다. 본 연구를 통해서 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 본 연구에서 제안되는 계층적 Bayesian 기반 지역빈도해석 모형(HBRFA)의 적합성을 평가하기 위해서 모의실험을 수행하였다. 즉, 10개의 모의 관측소를 대상으로 Monte-Carlo 모의를 통한 평가를 수행하였으며 전체적으로 HBRFA 모형이 기존 L-모멘트 방법에 비해 편의를 줄여주는 것으로 평가되었다 특히 재현기간이 증가될수록 편의가 두드러지게 감소되는 것을 확인할 수 있었다.

둘째, 전라북도의 6개 강우지점을 대상으로 HBRFA 모형과 기존 L-모멘트 기반 지역빈도해석 결과를 비교하였다. 계층적 Bayesian 모형의 특징을 평가하고자 매개변수의 Shrinkage과정을 정량적으로 도출하여 제시하였으며 추정된 지역확률강수량이 기존 L-모멘트 기법과 유사

한 결과를 갖는 것을 확인할 수 있었다. 더불어 빈도별 확률강수량의 불확실성 구간을 사후분포로부터 정량적으로 제시할 수 장점을 확인할 수 있었다.

모의실험 및 실제 유역에 대해서 HBRFA 모형을 적용한 결과 기존 L-모멘트 방법보다 개선된 매개변수 추정이 가능하였으며 불확실성을 고려한 확률강수량 추정이 가능하였다. 따라서 상대적으로 자료 연한이 짧은 우리나라의 강수량자료를 이용한 확률강수량 추정 시 신뢰성을 개선시킬 수 있는 방법론으로 활용이 기대된다. 향후 연구로서 매개변수와 지속시간의 Scaling을 포함한 계층적 지역빈도해석 절차를 개발함으로써 다양한 지속시간에 대한 확률강수량 추정이 가능한 모형으로 확장하는 것이 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 “국토해양부 건설기술혁신사업의 연구비지원[11기술혁신C02]”에 의해 지원되었습니다. 저자들은 전북대학교 방재연구센터에 소속되어 연구를 수행 하였습니다.

참고문헌

Cunnane, C. (1988). “Methods and merits of regional flood frequency analysis.” *Journal of Hydrology*, Vol. 100, Issue 1-3, pp. 269-290.

Cunnane, C. (1989). Statistical distributions for flood frequency analysis, WMO Operational Hydrological Report, 33.

Gelman, A. (2005). Prior distribution for variance parameters in hierarchical models. *Bayesian Analysis*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-19.

Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., and Rubin, D.B., (2004). Bayesian Data Analysis. CHAPMAN&HALL/CRC.

Heo, J.H., Boes, D.C., and Salas, J.D. (1990). *Regional flood-frequency modeling and estimation*, Water Resour. Paper, No. 101, Colorado State Univ., Fort Collins, Colorado, USA.

Heo, J.-H., Lee, Y.-S., Shin, H.-J., and Kim, K.-D. (2007). “Application of Regional Rainfall Frequency Analysis in South Korea (I): Rainfall Quantile Estimation.” *Journal of Korean Society of Civil Engineer*, KSCE,

Vol. 27, No. 2B, pp. 101-111.

Heo, J.-H., Nam, W.-S., and Kim, K.-D. (2004). “The Study on the Regionalization of Annual Maximum Rainfall Data.” *Proceedings : Korean Society Civil Engineering Conference*.

Hosking, J.R.M. (1986). The Theory of Probability Weighted Moments. Res. Rep. RC 12210, IBM Research Division, Yorktown Heights, NY. 10598.

Hosking, J.R.M. (1990). L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 52, No. 1, pp. 105-124.

Hosking, J.R.M., Wallis, J.R., and Wood, E.F. (1985). “An appraisal of the regional flood frequency procedure in the UK Flood Studier Report.” *Journal of Hydrological Sciences*, Vol. 30, Issue 1, pp. 85-109.

International Panel on Climate Change (IPCC)(1990). *Crimate Change, The IPCC Scientific Assessment* (Edited by J.T. Hought et al.), Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Kim, B.-S., Lee, J.-K., Kim, H.-S., and Lee, J.-W. (2011). “Non-stationary Frequency Analysis with Climate Variabililty using Conditional Generalized Extreme Value Distribution.” *Journal of Korean Wetlands Society, Korean Wetlands Society*, Vol. 13, No. 3, pp. 499-514.

Kim, J.-W., Nam, W.-S., Shin, J.-Y., and Heo, J.-H. (2008). “Regional Frequency Analysis of South Korea Rainfall Data Using FORGEX Method.” *Journal of Korea Water Resources Association, KWRA*, Vol. 41, No. 4, pp. 405-412.

Kim, N.-W., and Won, Y.-S. (2004). “Estimates of Regional Flood Frequency in Korea.” *Journal of Korea Water Resources Association, KWRA*, Vol. 37, No. 12, pp. 1019-1032.

Kim, S.-U., and Lee, K.-S. (2008). “Regional Low Flow Frequency Analysis Using Bayesian Multiple Regressin.” *Journal of Korea Water Resources Association, KWRA*, Vol. 41, No. 3, pp. 325-340.

Kim, Y.-S., and Kim, W. (1994). “Study on Applicability of PWM Method to Rainfall Frequency Analysis.” *Proceedings: Korean Society Civil Engineering Conference, KSCE*, pp. 259-262.

- Kim, Y.-S., Heo, J.-H., and Ryu, H.-J. (1995). "Study on Applicability of Probability Weighted Moment Method to Rainfall Frequency Analysis." *Journal of Korean Society of Civil Engineer*, KSCE, No. 6, pp. 1647-1658.
- Koh, D.-K., Choo, T.-H., Maeng, S.-J., and Chanda, T. (2008). "Regional Frequency Analysis for Rainfall using L-Momnet." *Journal of Korea Contents Association, The Korea Contents Association*, Vol. 8, No. 3, pp. 252-263
- Kwon, H.-H., Casey, B., and Lall, U. (2008). Climate Informed Flood Frequency Analysis and Prediction in Montana Using Hierarchical Bayesian Modeling, *Geophysical Research Letters*, Vol. 35, L05404.
- Kwon, H.-H., and Lee, J.-J. (2011). "Seasonal Rainfall Outlook of Nakdong River Basin Using Nonstationary Frequency Analysis Model and Climate Information." *Journal of Korea Water Resources Association*, KSCE, Vol. 44, No. 5, pp. 339-350.
- Lee, D.-J., and Heo, J.-H. (2001). "Frequency Analysis of Daily Rainfall in Han River Basin Based on Regional L-moments Algorithm." *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 34, No. 2, pp. 119-130.
- Lee, J.-J., and Kwon, H.-H. (2011). "Analysis on Spatio-Temporal Pattern and Regionalization of Extreme Rainfall Data." *Journal of Korean Society of Civil Engineer*, KSCE, Vol. 31, No. 1B, pp. 13-20.
- Lee, J.-J., Kwon, H.-H., and Hwang, K.-N. (2010b). "Concept of Seasonality Analysis of Hydrologic Extreme Variables and Design Rainfall Estimation Using Nonstationary Frequency Analysis." *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 43, No. 8, pp. 733-745.
- Lee, J.-J., Kwon, H.-H., and Kim, T.-W. (2010a). "Concept of Trend Analysis of Hydrologic Extreme Variables and Nonstationary Frequency Analysis." *Journal of Korean Society of Civil Engineer*, KSCE, Vol. 30, No. 4B, pp. 389-397.
- Lee, J.-J., Lee, J.-S., and Park, J.-Y. (2001). "Derivation of Probable Rainfall Intensity Formula of Individual Zone to Estimate the Design Rainfall." *Journal of Korean Society of Civil Engineer*, KSCE, Vol. 21, No. 1B, pp. 1-10.
- Lee, J.-J., Lee, S.-W., and Kwak, C.-J. (2009). "Application of Jackknife Method for Determination of Representative Probability Distribution of Annual Maximum Rainfall." *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 42, No. 10, pp. 857-866.
- Monn, Y.-I., Cha, Y.-I., and Chun, S.-Y. (2000). "The study of Selecting Proper Distributions by Parameter Estimate Methods and Goodness of Fit Tests in Parametric Frequency Analysis." *Proceedings: Korean Society Civil Engineering Conference*, KSCE, pp. 107-110.
- Noh, J.-S., and Lee, K.-C. (1993). "Regional Frequency Analysis for a Development of Regionalized Regression Model of River Floods." *Journal of Korean Society of Civil Engineer*, KSCE, Vol. 13, No. 3, pp. 139-154.
- Oh, T.-S., Kim, J.-S., Moon, Y.-I., and Yoo, S.-Y. (2006). "The study on Application of Regional Frequency Analysis using Kernel Density Function." *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 39, No. 10, pp. 891-904.
- Shin, H.-J., Jung, Y.-H., and Heo, J.-H. (2009). "Cross Correlations between Probability Weighted Moments at Each Sites Using Monte Carlo Simulation." *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 42, No. 3, pp. 227-234.
- Stedinger, J.R., and Tasker, G.D. (1985). Regional hydrological analysis 1. Ordinary, weighted and generalized least squares compared. *Water Resources Research*, Vol. 21, No. 9, pp. 1421-1432.
- Wallis, J.R., and Wood, E.F. (1985). Relative accuracy of log Pearson III procedures. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 111, pp. 1043-1056.
- Yoon, Y.-N., and Park, M.-J. (1997). "Regional Drought Frequency Analysis of Monthly Rainfall Data by the Method of L-Moments." *Journal of Korea Water Resources Association*, KWRA, Vol. 30, No. 1, pp. 55-62.

논문번호: 12-089	접수: 2012.08.02
수정일자: 2012.09.04/09.17	심사완료: 2012.09.17