

수치 해석을 이용하여 제진대와 제진대에 부착된 가속도계의 가속도 비교

Comparison of Acceleration of Vibration Isolator and Accelerometer Attached Vibration Isolator Using Numerical Analysis

신 동 호*·이 정 우*·오 재 응**·이 정 윤†

Dong Ho Shin, Jung Woo Lee, Jae-Eung Oh and Jung Youn Lee

(Received August 16, 2012 ; Revised December 21, 2012 ; Accepted December 26, 2012)

Key Words : Vibration Isolator(제진대), Accelerometer(가속도계), Runge-Kutta Method(룬지-쿠타법)

ABSTRACT

The process of producing high precision and light weight product is always exposed to impact load or shock. Because of this, isolator device is required. To measure the response of the isolator, accelerometer is practically used. However, the measured response of the accelerometer is different to the response of the isolator. To predict the response of the accelerometer and the isolator, 2-DOF damped system with an input shock is modeled using numerical analysis. 1-DOF damped system with a base excitation is also used to predict the response of the isolator. The mass ratio, damping ratio, and natural frequency ratio are then varied. The predicted responses from the two modeling approaches are compared and large errors are found.

1. 서 론

산업이 발달함에 따라 제품이 고정밀화 및 경량화의 추세를 보이고 있다. 특히 반도체 산업 등과 같은 다양한 나노 산업들은 공정의 결과가 성능이 우수한 장비에 의해 좌우되며 이러한 산업에서 사용되고 있는 정밀 장비들의 미세 진동은 공정에 많은 영향을 주게 된다. 따라서 이러한 정밀 장비들의 진동 제어가 필수적이라 할 수 있으며 이를 위하여 장비 하부에 제진대를 설치한다⁽¹⁻³⁾.

제진대에 진동 특성을 파악하기 위하여 가속도계

를 부착하여 실험을 수행하며 정밀 장비들의 진동 제어에 있어 이러한 특성을 정확히 파악하는 것은 매우 중요하다고 할 수 있다.

하지만 외부진동과 자체진동 및 제진대 위에 설치된 장비의 급격한 가감속으로 인한 충격 하중 때문에 제품의 불량 발생하고 있으므로 이를 줄이기 위해 더욱 더 안정적인 방진 및 제진 시스템의 필요성이 크게 요구되고 있다.

이에 대해 Todkar 등⁽⁴⁾은 구조물과 제진대를 2자유도계로 모델링하고 질량비와 공기댐퍼특성에 따른 동흡진기의 공진응답에 대하여 연구하였고 Oh 등⁽⁵⁾은 시간 지연 제어기법을 이용하여 공압 제진대의 저주파 영역에서의 진동 절연 성능 향상을 위한 연

† Corresponding Author ; Member, Dept. of Mechanical System Engineering at Kyonggi University
E-mail : jyilee@kgu.ac.kr
Tel : +82-31-249-9811, Fax : +82-31-244-6300

* Mechanical Engineering, Kyonggi University

** Member, Department of Mechanical Engineering, Hanyang University

‡ Recommended by Editor Moon Kyu Kwak

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

구하였다. 대부분의 연구들이 제진대를 모델링하였으나 제진대에 부착된 가속도계는 모델링을 하지 않았다. 그러나 제진대에 충격을 줄 때 제진대에 설치된 가속도계의 응답은 제진대의 응답과 차이가 있다. 이는 제진대에 설치된 가속도계도 질량과 강성, 감쇠를 가지고 있으므로 충격 시 측정된 응답은 가속도계의 응답이기 때문이다.

이 논문에서는 가속도계와 제진대의 가속도를 비교하기 위해 가속도계와 제진대를 2자유도계로 모델링하고 수치해석법을 이용하여 가속도계와 제진대의 질량비를 변화시키면서 해석하였다. 또한 2자유도계로 모델링하여 해석한 결과와 비교하기 위하여 충격 시 제진대를 1자유도계로 모델링하여 응답을 구하고, 가속도계는 제진대의 응답을 기저 가진으로 받는 1자유도계 모델링하여 그 결과를 비교하였다.

2. 이 론

2.1 2자유도계 지배방정식

제진대는 바닥에 스프링과 댐퍼로 고정되어 있고 가속도계는 제진대 윗면에 부착되어 있다. 제진대의 주요 운동 방향이 상하 방향이라고 가정하여 모델링하였다. Fig. 1(a)에 2자유도계로 모델링한 제진대와 가속도계를 나타내었다.

제진대의 질량을 m_1 , 가속도계의 질량을 m_2 라 하면 m_1 , m_2 에 대하여 자유 물체도에 근거하여 수직 방향에 따라 힘의 평형을 수행하면 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 \\ + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = f_1(t) \quad (1) \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + k_2 x_2 - k_2 x_1 = 0 \end{aligned}$$

여기서 c_1 , c_2 는 각각 제진대와 가속도계의 감쇠계수, k_1 , k_2 는 각각 제진대와 가속도계의 강성, $f_1(t)$ 는 각각 제진대에 가해지는 힘이다.

위의 식 (1)은 식 (2)와 같이 행렬로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

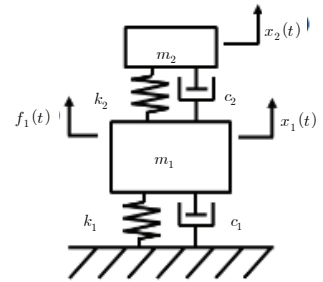
2.2 기저 가진을 받는 1자유도계 지배방정식

제진대의 진동에 의해 기저 가진을 받는 가속도계는 Fig. 1(b), (c)와 같이 모델링할 수 있다. Fig. 1(a)에서 가속도계의 응답 $x_2(t)$ 은 Fig. 1(c)에서 바닥을 $x_1(t)$ 로 가진하는 경우의 $x_2(t)$ 와 동일하다. 가속도계는 제진대의 바닥 가진을 받는 1자유도계로 표현되므로 2자유도계와 마찬가지로 수직방향에 대하여 힘 평형을 수행하면 식 (3)과 같은 방정식을 구할 수 있다.

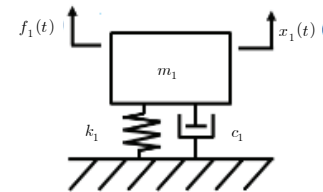
$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = c_2 \dot{x}_1 + k_2 x_1 \quad (3)$$

2.3 충격 하중

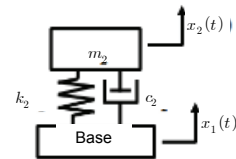
이 논문에서는 충격 하중에 따른 가속도계의 응답을 알아보기 위하여 충격 함수를 구형 펄스, 삼각 펄스, 반정현 펄스로 하였으며 제진대에 충격 하중을 가하여 2자유도계 모델과 1자유도계 기저 가진 모델에 대하여 해석하였다. 충격 하중은 구형 펄스를 F_1 ,



(a) 2-DOF damped vibration



(b) 1-DOF damped vibration



(c) 1-DOF base excitation

Fig. 1 System of vibration model

삼각 펄스를 F_2 , 반정현 펄스를 F_3 라 하고 각 충격 하중은 시간 t_f 까지 작용한다고 가정하면 충격 하중 F_1, F_2, F_3 는 각각 식 (4), (5), (6)과 같다. 세 경우 모두 충격량이 같도록 하기 위해 넓이를 동일하게 하여 Fig. 2에 나타내었다.

$$F_1 = \begin{cases} F_0 & 0 < t < t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \quad (4)$$

$$F_2 = \begin{cases} F_0 t & 0 < t < \frac{t_f}{2} \\ 2F_0 - \frac{2F_0}{t_f} t & \frac{t_f}{2} < t < t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \quad (5)$$

$$F_3 = \begin{cases} a_0 \sin \frac{\pi t}{t_f} & 0 < t < t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \quad (6)$$

여기서, F_0 는 상수이고 $a_0 = \frac{F_0}{t_f} \times \frac{\pi}{2}$ 이다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

여기서는 4차 Runge-Kutta법을 이용하여 수치해석을 하였다. 가속도계를 제진대에 부착한 2자유도 계로 모델링하고 제진대에 충격 하중을 주어 해석하였으며 기저 가진을 받는 가속도계로 1자유도계로 모델링하여 해석한 결과를 각각 비교하였다.

2자유도계의 초기 변위와 속도는 식 (7)과 같으며

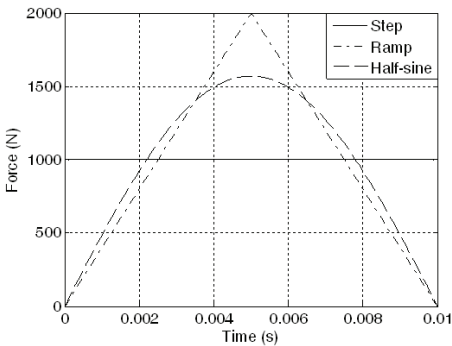
$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}_{t=0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}_{t=0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

기저 가진을 받는 1자유도계의 초기 변위와 속도는 식 (8)과 같다.

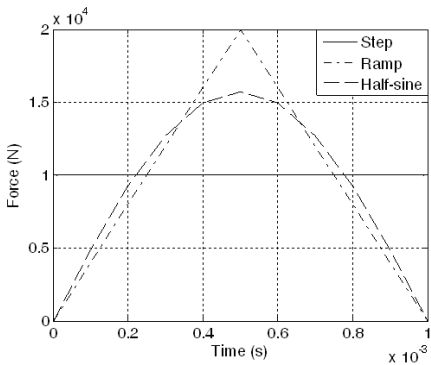
$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}_{t=0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

제진대에 임팩트 해머로 충격을 줄 경우 가진되는 시간이 약 0.01초였다. 따라서 Fig. 2과 같이 충격 시간 t_f 를 0.001초와 0.01초로 F_1, F_2, F_3 의 충격 하중을 주고 각각의 경우에 대하여 해석하였다.

제진대는 Table 1과 같이 가정하였고 충격 하중 종류에 따라 제진대와 가속도계를 2자유도계로 모델링하여 해석하였다. 제진대용 가속도계는 제진대의 상하 방향 고유진동수가 2 Hz에서 4 Hz사이에 있어 저주파 진동을 측정하여야 하므로 고유진동수가 700 Hz에서 1000 Hz인 지진측정용 가속도계를 일반적으로 사용한다. 질량이 제진대의 응답에 미치는 영향을 알아보기 위하여 Table 2와 같이 제진대와



(a) $t_f=0.01s$



(b) $t_f=0.001s$

Fig. 2 Type of impact load for time t_f

Table 1 Parameters of vibration isolator

Mass (kg)	Natural frequency (rad/s)	Stiffness (kN/m)	Damping ratio
1000	20	400	0.05

Table 2 Case of computer simulation

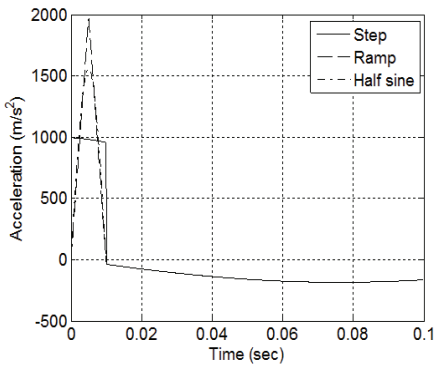
Impact load	Mass ratio (μ)	Natural frequency ratio (λ)	Damping ratio for accelerometer (ζ)
F1	0.0001	250	0.2
F2	0.01	500	
F3	1		

가속도계의 질량비 $\mu(=m_1/m_2)$ 를 변화시키고 가속도계의 고유진동수비 $\lambda(=\omega_{n2}/\omega_{n1})=250$ 과 500 , 가속도계의 감쇠비 $\zeta=0.2$ 로 하여 해석하였다.

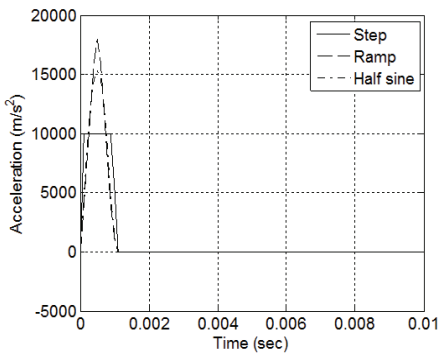
4. 결과 및 고찰

4.1 충격 하중에 따른 응답

Fig. 3에 충격 하중 종류와 충격하중이 가해진 시간에 따라 제진대의 가속도 응답을 나타내었으며 가속도의 응답은 충격하중의 종류와 유사하게 나타났다. 이는 두 경우 모두 충격하중이 가해진 시간 t_f 가 제진대의 고유주기($T=2\pi/\omega_{n1}=0.314$ 초) 보다 훨씬 짧기 때문에 제진대에 충격하중으로 가한 것으로 볼 수 있기 때문이다. 또한 충격하중 시간 t_f 이후의 응답은 충격하중의 종류에 관계없이 거의 동일함을 알 수 있었다. 이는 세 경우의 충격량이 모두 동일하므로 운동량의 변화가 같았기 때문이다.



(a) $t_f=0.01$ s



(b) $t_f=0.001$ s

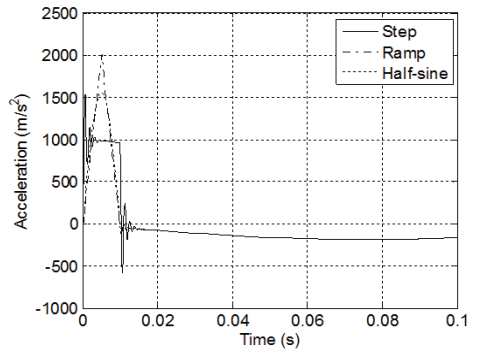
Fig. 3 Acceleration of vibration isolator by the type of impact load in 2-DOF

Fig. 4에 충격 하중 종류와 충격하중이 가해진 시간에 따라 가속도계의 가속도 응답을 나타내었으며 이때 $\mu=0.0001$, $\lambda=250$, $\zeta=0.2$ 로 하였다. Fig. 4(a)는 제진대에 충격하중이 0.01초 동안 가해졌을 때 가속도계의 가속도 응답으로 충격하중이 ramp일 때 가장 크게 나타났다. 가속도의 모양은 step 하중 시 리플(ripple)을 제외하고는 충격 하중의 모양과 거의 일치함을 알 수 있다.

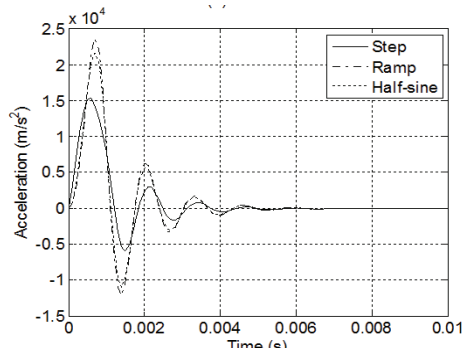
반면에 Fig. 4(b)의 경우 제진대의 충격이 가해진 시간 $t_f=0.001$ 초가 가속도계의 고유주기 보다 짧기 때문에 충격하중의 종류의 영향이 적었다고 생각한다.

4.2 고유진동수비에 따른 응답

Fig. 5에 $\lambda=250$, $\zeta=0.2$, 충격 하중이 구형 펄스인 경우 제진대와 가속도계의 고유진동수비에 따른 가속도계의 가속도 응답을 나타내었다. 제진대의 고유진동수에 비하여 가속도계의 고유진동수가 클수록



(a) $t_f=0.01$ s



(b) $t_f=0.001$ s

Fig. 4 Acceleration of accelerometer by the type of impact load in 2-DOF

Fig. 3의 제진대의 가속도 응답을 잘 따라가는 것을 알 수 있었다. 과도응답 구간에서 발생한 리플은 고유진동수비가 클수록 리플이 발생한 시간이 짧아지고 정상상태에 도달하는 시간도 빠른 것을 알 수 있다.

4.3 제진대와 가속도계의 응답 차이

Fig. 6에 $\mu=0.0001$, $\lambda=250$, $\zeta=0.2$ 인 경우에 대하여 2자유도계로 해석한 제진대의 응답과 가속도계의 응답의 차이를 나타내었다.

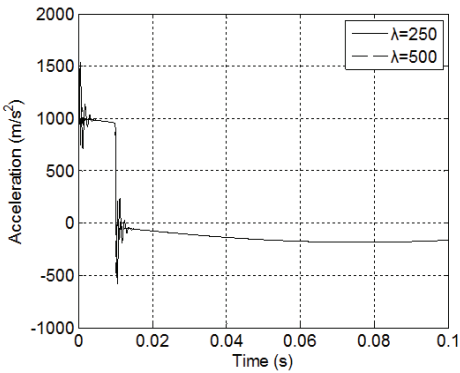
Fig. 6(a)는 구형 펄스로 충격을 가한 경우가 다른 충격 함수보다 응답의 차이가 크게 나타났다. 이는 구형 펄스가 다른 충격 함수보다 급격한 하중 변화로 인해 가속도계의 과도응답이 크게 나타났기 때문이다. Fig. 6(b)는 Fig. 6(a)와 다르게 구형펄스로 충격을 가한 경우 응답의 차이가 가장 적었으며 0.01초 이후에는 응답의 차이가 충격 하중에 관계없이 거의

일정하게 나타났다. 두 경우 모두 제진대에 충격이 있을 때 제진대와 가속도계의 가속도가 많이 차이가 남을 알 수 있었다. 따라서 가속도계의 가속도를 제진대의 가속도로 하여 제어 또는 동특성을 구할 때 주의가 필요하다고 생각된다.

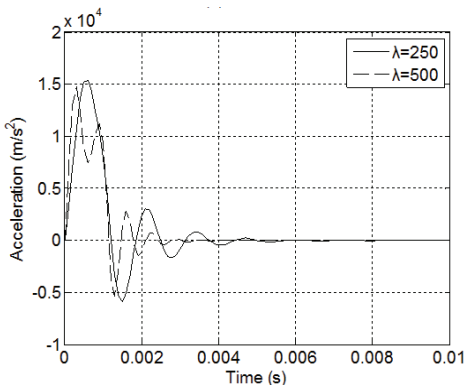
4.4 2자유도계와 1자유도계로 모델링한 제진대의 가속도 비교

Fig. 7에 $\lambda=250$, $\zeta=0.2$, 충격 하중이 구형 펄스인 경우 질량비에 따라 2자유도계로 해석한 제진대의 응답과 1자유도계로 해석한 제진대의 응답을 비교하였다. 질량비가 클수록 2자유도계로 해석한 응답과 1자유도계로 해석한 응답과 차이가 크게 나타났고 μ 가 1인 경우에는 가속도 응답이 최대 50% 차이가 났다.

Fig. 8(a)는 질량비에 따른 제진대의 변위 응답을 나타낸 그래프이며 Fig. 8(b)는 제진대를 질량비에 따라 1자유도계로 해석한 변위와 2자유도계로 해석한

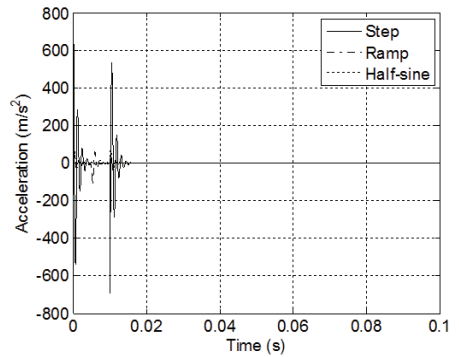


(a) $t_f=0.01s$

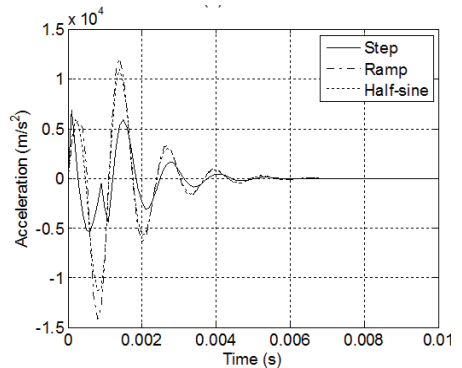


(b) $t_f=0.001s$

Fig. 5 Acceleration of accelerometer by λ in 2-DOF

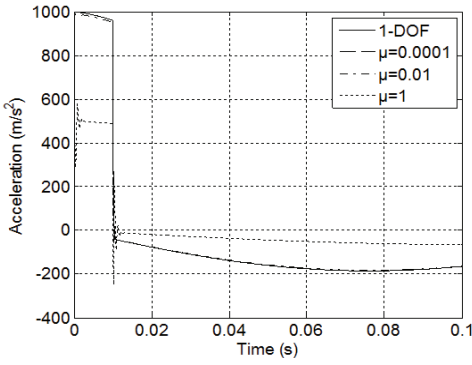


(a) $t_f=0.01s$

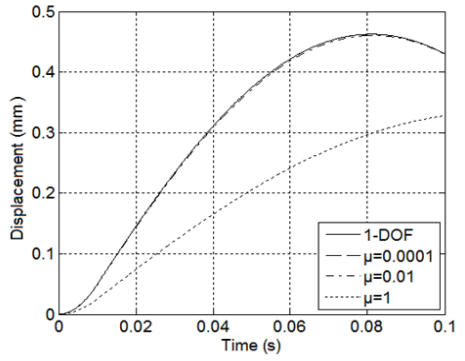


(b) $t_f=0.001s$

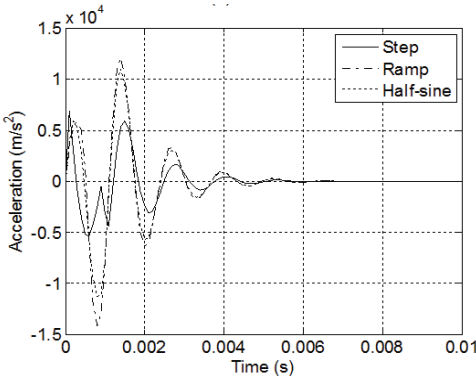
Fig. 6 Difference of acceleration between vibration isolator and accelerometers in 2-DOF



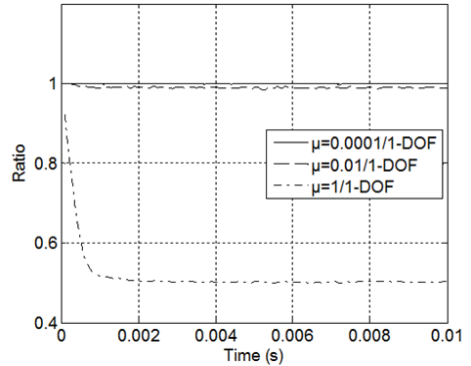
(a) $t_f=0.01s$



(a) Displacement



(b) $t_f=0.001s$



(b) Ratio

Fig. 7 Comparison of acceleration in vibration isolator between 2-DOF and 1-DOF by μ

Fig. 8 Displacement and ratio of vibration isolator (m_1) for $\mu(\lambda=250, \zeta=0.2)$

변위와의 비를 나타낸 그래프이다. Fig. 8에서 1자유도계 응답과 질량비가 크면 클수록 2자유도계에서의 제진대의 변위 응답은 1자유도계로 해석한 변위 응답과 차이가 크게 나타났고 μ 가 1인 경우에는 가속도 응답과 마찬가지로 변위 응답이 최대 50% 차이가 났다.

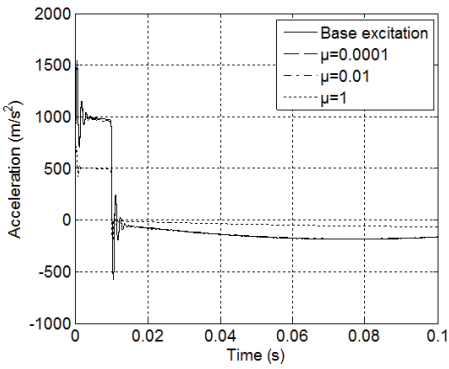
질량비가 0.0001인 경우 제진대의 2자유도계 가속도 응답과 변위 응답이 1자유도계의 각각의 응답과 잘 일치하므로 가속도계의 질량이 제진대의 응답에 영향을 거의 미치지 않았기 때문에 제진대의 응답을 구할 때는 해석이 복잡한 2자유도계 모델링보다 기저 가진을 같은 1자유도계의 모델로 하는 것이 효과적이라고 생각한다.

4.5 2자유도계와 1자유도계로 모델링한 가속도계의 가속도 비교

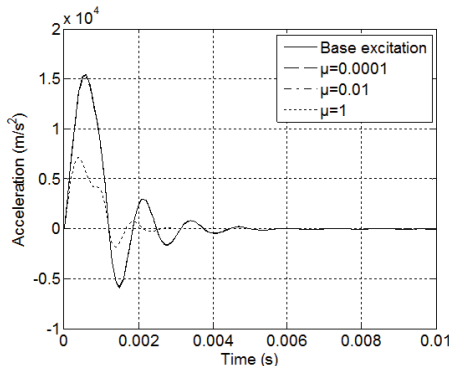
Fig. 9에 $\lambda=250, \zeta=0.2$, 충격 하중이 구형 펄스일

때 질량비에 따라 2자유도계로 모델링한 경우와 가속도계가 기저 가진을 받는 1자유도계로 모델링한 경우의 가속도계의 응답을 비교하였다. 질량비가 0.0001, 0.01인 경우 거의 동일하거나 차이가 거의 나지 않았지만 질량비가 1인 경우에는 응답이 차이가 나는 것을 알 수 있었다. 이는 Fig. 8에서 질량비가 1인 경우 제진대의 변위 응답에서 차이가 났기 때문에 가속도 응답에 이러한 영향이 나타났다고 할 수 있다.

일반적으로 제진대에 비하여 가속도계의 질량은 매우 작으므로 질량비가 매우 작을 때 가속도계를 기저 가진을 받는 1자유도계로 모델링하였을 때와 2자유도계로 모델링하였을 때의 가속도계 응답이 거의 차이가 없음을 알 수 있었다. 따라서 가속도계로 제진대의 가속도를 예측하는데 해석이 복잡한 2자유도계 보다 기저 가진을 받는 1자유도계로 모델링하는 것이 효과적임을 알았다.



(a) $t_f=0.01s$



(b) $t_f=0.001s$

Fig. 9 Comparison of acceleration in accelerometers between 2-DOF and 1-DOF by μ

5. 결 론

가속도계와 제진대를 2자유도계 및 기저 가진을 받는 1자유도계로 모델링하고 수치해석법을 이용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 충격량이 같고 충격 시간이 짧으면 충격하중의 종류에 따른 제진대의 가속도의 변화는 거의 없었다.

(2) 질량비가 매우 적을 경우 제진대와 가속도계를 2자유도계로 모델링하고 기저 가진을 받는 1자유도계로 모델링하여 가속도계의 가속도를 비교한 결과 차이가 거의 없었다. 따라서 제진대와 가속도계를 이룬 해석이 용이한 1자유도계로 모델링하는 것이 가능하다고 생각한다.

(3) 제진대에 충격 하중을 주었을 때 제진대 부착된 가속도계의 응답과 제진대의 가속도 응답이 많은 차이가 발생하므로 가속도계로 제진대의 가속도를

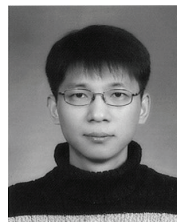
예측하는데 주의가 필요함을 알았다.

참 고 문 헌

- (1) Rivin, E. I., 2003, *Passive Vibration Isolation*, ASME Press.
- (2) Kato, T., Kawashima, K., Funaki, T. and Kagawa, T. G., 2010, A New, High Precision, Quick Response Pressure Regulator for Active Control of Pneumatic Vibration Isolation Tables, *Precision Engineering*, Vol. 34, No. 1, pp. 43~48.
- (3) Zhang, C. L. Mei, D. Q. and Chen Z. C., 2002, Active Vibration Isolation of a Micro -manufacturing Platform Based on a Neural Network, *Jounal of Material Processing Technology*, Vol. 129, No. 1-3, pp. 634-639.
- (4) Todkar, R. G. and Joshi, S. G., 2011, The Effect of Mass Ratio and Air Damper Characteristics on the Resonant Response of an Air Damped Dynamic Vibration Absorber, *Modern Mechanical Engineering*, Vol. 1, No. 2, pp. 93~103.
- (5) Oh, K. Y., Shin, Y. H., Lee, J. H. and Kim, K. J., 2006, Performance Enhancement of Pneumatic Vibration Isolator in Low Frequency by Time Delay Control, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 1100~1107.



Dong-Ho, Shin received his B.S and M.S degree in 2013 Kyunggi University. He has studied for vibration analysis of bellows and force-displacement curve of disc spring. Since 2012 he has been working with Sejong Industrial.



Jung Woo Lee received a B.S. and M.S degree in Mechanical Engineering from Kyonggi University in 2002 and 2004 respectively. He is currently studying Ph. D course at the same University. He has been as a researcher at

KEPCO KPS. His research interests are Modal

Analysis, Inverse Problems and Vibration Control.



Jae-Eung Oh received Ph.D. degree in Tokyo Institute of Technology in 1983. He is Currently a professor at the Department of Mechanical Engineering, Hanyang University, Korea, His research interests are Vibration & Noise reduction, TPA, MRE, PZT, Active Control, Sound Quality, Diagnosis and reliability engineering.



Jung Youn Lee is Professor of Dept. of Mechanical System Engineering at Kyonggi University, where he has been since 1996. He received a B.S., an M.S. and his Ph.D. from Hanyang University in 1992. His research interests are in System Identification, Structural Dynamic Modification, Inverse Problems, Modal Analysis and Sensitivity Analysis of Vibration.