신뢰성응용연구 신뢰성기술
제13권, 제4호. pp.229 - 239, 2013

연장된 보증이 있는 교체정책에 대한 베이지안 접근

정기문

경성대학교 정보통계학과

A Bayesian Approach to Replacement Policy with Extended Warranty

Ki Mun Jung

Department of Informational Statistics, Kyungsung University

Abstract

This paper reports a manner to use a Bayesian approach to derive the optimal replacement policy. In order to produce a system with minimal repair warranty, a replacement model with the extended warranty is considered. Within the warranty period, the failed system is minimally repaired by the manufacturer at no cost to the end-user. The failure time is assumed to follow a Weibull distribution with unknown parameters. The expected cost rate per unit time, from the end-user's viewpoints, is induced by the Bayesian approach, and the optimal replacement policy to minimize the cost rate is proposed. Finally, a numerical example illustrating to derive the optimal replacement policy based on the Bayesian approach is described.

Keywords: Bayesian approach, expected cost rate per unit time, extended warranty, minimal repair, replacement model.

이 논문은 2013학년도 경성대학교 학술연구비지원에 의하여 연구되었음.
논문접수일 : 2013년 10월 26일 논문수정일 : 2013년 11월 24일 게재확정일 : 2013년 12월 13일

1. 서론

수리가 가능한 시스템에 대한 사용자 측면의 보전정책 (maintenance policy)과 관련된 연구는 보증기간이 제공되는 시스템에 대한 보전정책과 보증기간이 제공되지 않는 시스템에 대한 보전정책으로 구분되어 진행되고 있다. 특히, 보증기간이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대한 이론적인 연구는 신뢰성 응용분야에서 많은 연구가들이 관심을 갖는 분야 중의 하나이며, 최근까지 활발하게 연구가 진행되고 있다. 더불어 보증기간이 주어진 시스템에 관한 연구는 고전적인 접근방법과 베이지안 접근방법으로 연구가 활발히 진행되고 있다.

우선, 고전적인 관점에서의 보전정책과 관련된 연구로는 Sahin and Polatoglu (1996), Jung and Park (2003), Chien (2008), Yeh et al. (2007) 등의 연구가 있다. 특히, Sahin and Polatoglu (1996)는 보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 시스템을 새로운 것으로 교체해 주고, 보증기간도 재생되는 재생무료보증 (renewing free replacement warranty; RFRW)과 재생비례보증 (renewing pro-rata replacement warranty; RPRW), 그리고 시스템을 새것으로 교체는 해 주지만 보증기간은 재생되지 않는 비재생무료보증 (non-renewing free replacement warranty; NFRW)과 비재생비례보증 (non-renewing pro-rata replacement warranty; NPRW)이 제공되는 수리 가능한 시스템에 대하여 사용자 측면의 교체정책 (replacement policy)을 제안하였다. 그리고 최근에는 기본적으로 제공되는 보증기간과 더불어 일정한 비용을 지불하고 추가적으로 보증기간을 선택할 수 있는 연장된 보증 (extended warranty)에 대한 관심이 증가되고 있는데, 이와 관련된 연구로는 Wu and Longhurst (2011), Bouguerra et al. (2012), Jung (2013) 등이 있다. 특히 Jung (2013)은 사용자 측면에서 연장된 보증이 종료된 이후의 교체모형을 제안하였다.

한편, 이러한 보전모형에서 시스템의 고장률분포는 실제로 알려지지 않거나 또는 알려진 형태라 하더라도 불확실성 (uncertainty)을 나타내는 모수들을 포함하고 있으므로 이러한 문제를 해결하기 위한 베이지안 관점에서의 연구가 필요하다. Mazzuchi and Soyer (1996)는 일괄교체정책 (block replacement)과 기령교체 (age replacement policy)에 대해 베이지안 관점에서의 최적의 교체정책을 제안하였다. 그리고 Sheu et al. (1999)은 시스템에 대한 최소수리 비용을 확률변수로 가정하여 Mazzuchi and Soyer (1996)의 연구를 확장하였다. 또한, Sheu et al. (2001)은 베이지안 관점에서의 최적의 예방보전정책을 설정하였다. 그리고 Jung et al. (2010)은 비용 (cost)과 비가동시간 (downtime)에 근거한 베이지안 관점에서의 교체정책을 제안하였다. 그러나 이러한 베이지안 관점의 교체정책은 모두 기본적으로 제공되는 기본 보증만을 고려하였기 때문에 최근에 관심이 증대되고 있는 연장된 보증이 고려된 베이지안 측면의 교체정책을 고려할 필요가 있다.

따라서 본 논문에서는 최근에 Jung (2013)에 의해서 제안된 연장된 보증이 있는 교체모형을 베이지안 관점에서 다루고자 한다. 즉, 연장된 보증이 주어진 교체모형에 대하여 베이지안 관점에서의 단위시간당 기대비용을 유도하고, 이를 최소화하는 최적의 교체정책을 제안하고자 한다.

본 논문은 다음과 같은 내용으로 구성된다. 2절에서는 Jung (2013)에 의해서 제안된 연장된 보증이 있는 교체모형에 대하여 다룬다. 그리고 3절에서는 2절에서 설명된 교체모형에 대하

여 베이지안 관점에서의 단위시간당 기대비용을 구하고, 이에 근거한 최적의 교체정책을 제안하고자 한다. 또한, 모수에 대한 불확실성을 개정하기 위한 순응적 교체정책 (adaptive replacement policy)을 제시하고자 한다. 제 4절에서는 시스템의 고장시간이 와이블분포(Weibull distribution)를 할 때 수치적 예를 통해서 3절에서 제안된 베이지안 관점의 최적의 교체정책을 결정할 수 있음을 보이고자 한다.

2. 연장된 보증 하에서의 교체모형

연장된 보증이란 시스템을 구입할 때 처음에 기본적으로 제공되는 보증기간이 아니고, 일정한 비용을 지불하고 추가적으로 보증기간을 선택할 수 있는 보증을 의미하며, 최근에 이러한 연장된 보증에 대한 관심이 증가되고 있는 실정이다. 이 절에서는 Jung (2013)에 의해서 제안된 연장된 보증이 주어진 교체모형에 대하여 살펴보고자 한다. Jung (2013)에 의해서 제안된 교체모형은 최소수리보증이 있는 연장된 보증이 종료된 이후의 보전모형이다. 최소수리보증이 있는 연장된 보증에서는 기본 보증기간과 연장된 보증기간 동안에 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리가 이루어지고, 주어진 보증기간은 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. <그림 1>은 이러한 최소수리보증이 있는 연장된 보증 하에서의 교체모형의 전형적인 형태를 보여주고 있다. 즉, 기본적으로 제공되는 최소수리 보증기간인 $(0,w)$에서는 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리가 진행된다. 그리고 추가적으로 제공되는 연장된 보증기간 $(w\ ,w+kL)$에서도 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리가 진행된다. 물론, 전체 보증기간 $(0,w+kL)$에서 시스템에 고장이 발생되어도 주어진 보증기간은 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 여기서 L은 연장되는 보증의 기본단위이고, k는 연장되는 단위보증의 횟수이다. 따라서 추가적으로 연장되는 보증기간은 kL이 된다. 이러한 특성을 갖는 기본보증과 연장된 보증 하에서의 교체모형이 Jung (2013)이 제안한 보전모형으로써 본 연구에서 베이지안 관점으로 다루고자 하는 교체모형이 된다. 한편 이러한 연장된 보증이 종료된 이후의 수리가 가능한 시스템에 대한 교체모형은 다음과 같은 가정을 통해서 명료하게 설명될 수 있다.

<u>모형의 가정</u>

ⅰ) 시스템에는 기본적으로 최소수리보증기간 w가 제공된다.

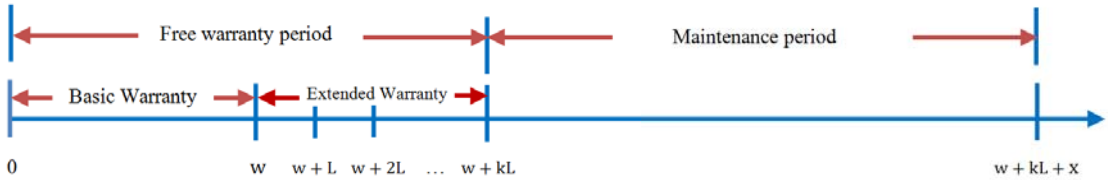
ⅱ) 기본적으로 제공되는 보증기간과 더불어 연장되는 보증기간 kL이 제공된다.

ⅲ) 사용자는 연장된 보증기간이 종료된 이후에 시점 x에서 새로운 시스템으로 교체한다.

ⅳ) 연장된 보증기간이 종료된 이후의 보전기간에는 최소수리가 수행된다.

ⅴ) 최소수리 및 교체를 수행하기 위한 시간은 고려하지 않는다.

ⅵ) 기본보증 및 연장된 보증 기간에서의 최소수리비용은 무료이고, 보증기간이 종료된 이후의 최소수리비용은 c_m이며 교체비용은 c_r이다.



<그림 1> 연장된 보증 하에서의 교체모형

위와 같이 제안된 교체모형에 대하여 Jung (2013)은 단위시간당 기대비용을 다음과 같이 유도하였다.

$$\begin{aligned} C(x)_k &= \frac{E[TC(x)_k]}{E[CL(x)_k]} \\ &= \frac{kc_e + c_{fw}E\{N(0,w+kL)\} + (c_{fm}+c_m)E\{N(w+kL, w+kL+x)\} + c_r}{w+kL+x}. \end{aligned} \tag{1}$$

위의 식에서 $TC(x)_k$와 $CL(x)_k$는 각각 시스템의 교체주기 x와 연장되는 단위보증의 횟수 k가 주어진 경우에 시스템의 운용기간 동안에 발생되는 총비용 (total cost)과 시스템의 순환길이 (cycle length)이다. 그리고 $N(a,b)$는 구간 (a,b)동안 발생되는 시스템의 고장횟수 (number of failures), $E\{N(a,b)\}$는 평균고장횟수 (expected number of failures), L은 연장되는 보증의 기본단위이며 k는 연장되는 단위보증의 횟수이다. 그리고 c_r은 시스템의 교체비용, c_{fw}는 보증기간에서 발생되는 고장으로 유발되는 비용, c_{fm}은 보전기간에서 발생되는 고장으로 유발되는 비용, c_m은 보전기간에서 발생되는 고장으로 유발되는 비용, c_e는 연장되는 단위 보증기간을 구입하기 위한 비용이다.
한편, 신뢰성이론에서 고장시간 T의 분포로 가장 널리 사용되는 분포 중의 하나인 와이블분포를 고려하면 시스템의 고장률함수는 다음과 같다.

$$h(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}, \; t>0, \alpha>0, \beta>0. \tag{2}$$

만약, 시스템의 고장시간이 식 (2)와 같은 와이블분포를 따른다고 가정하고 α와 β가 주어지면, 식 (1)의 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 구해진다.

$$C(x)_k = \frac{kc_e + c_{fw}\alpha(w+kL)^\beta + (c_{fm}+c_m)\alpha((w+kL+x)^\beta - (w+kL)^\beta) + c_r}{w+kL+x}. \tag{3}$$

3. 베이지안 관점의 최적의 교체정책

3.1 단위시간당 기대비용

이 절에서는 2절에서 설명한 연장된 보증이 주어진 교체모형에 대한 베이지안 접근방법을 제안하고자 한다. 이를 위해서, 고장시간 T가 식 (2)의 고장률함수를 갖는 와이블분포를 따른다고 가정하자. 이 때, 식 (2)에서 정의된 고장률함수 $h(t)$에 포함된 두 모수 α와 β에 대한 사전확률분포를 Mazzuchi and Soyer (1996)의 연구에서와 같이 고려하자. 즉, α는 다음과 같은 감마분포를 따른다고 가정하자.

$$f(a) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \alpha^{a-1} e^{-ba}, \ \alpha > 0. \tag{4}$$

여기서 $a,b > 0$이고, 이 값은 사전확률분포의 초모수 (hyperparameter)를 나타낸다. 또한, 형태모수 β의 사전확률분포를 가정하기 위해 다음과 같은 베타분포를 고려하고자 한다.

$$g(\beta) = \frac{\Gamma(c+d)}{\Gamma(c)\Gamma(d)} \frac{(\beta-\beta_L)^{c-1}(\beta_U-\beta)^{d-1}}{(\beta_U-\beta_L)^{c+d-1}}, \ 0 \le \beta_L \le \beta \le \beta_U. \tag{5}$$

식 (5)에 정의된 베타분포에서 사전정보의 불확실성을 가능한 잘 나타내도록 하기 위해서는 다음과 같이 이산형 베타분포 (discretization of bata density)의 형태로 변형시켜 사용하는 것이 좋다 (Soland (1969) 참조).

$$\begin{aligned} P_l &= \Pr(\beta = \beta_l) \\ &= \int_{\beta_l - \delta/2}^{\beta_l + \delta/2} g(\beta) d\beta, \ l = 1,2,\cdots,k. \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, $\beta_l = \beta_L + \delta(2l-1)/2, \ \delta = (\beta_U - \beta_L)/k$이다.
그리고, 모수들이 사전독립 (prior independent)이라고 가정하면, α와 β의 결합사전확률분포 (joint prior probability distribution)는 식 (5)와 (6)에 의해 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\begin{aligned} p(\alpha,\beta) &= f(\alpha)\Pr(\beta = \beta_l) \\ &= \frac{b^a}{\Gamma(a)} \alpha^{a-1} e^{-b\alpha} P_l . \end{aligned} \tag{7}$$

따라서 모수 α와 β의 사전확률분포를 고려하여 베이지안 관점에서의 단위시간당 기대비용을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C(x)_k = \frac{E_{\alpha,\beta}[E[TC(x)_k \mid \alpha,\beta]]}{E_{\alpha,\beta}[E[CL(x)_k \mid \alpha,\beta]]}. \tag{8}$$

한편, 식 (8)에서 분모와 분자는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_{\alpha,\beta}[E[TC(x)_k \mid \alpha,\beta]] = \sum_{l=1}^{m}\left[kc_e + c_{fw}\left(\frac{a}{b}\right)(w+kL)^{\beta_l} + c_r + (c_m + c_{fm})\left(\frac{a}{b}\right)\left((w+kL+x)^{\beta_l} - (w+kL)^{\beta_l}\right)\right]P_l$$

$$E_{\alpha,\beta}[E[CL(x)_k \mid \alpha,\beta]] = w + kL + x$$

결국, 구하고자 하는 베이지안 관점에서의 단위시간당 기대비용은 다음과 같다.

$$C(x)_k = \frac{\sum_{l=1}^{m}\left[kc_e + c_{fw}\left(\frac{a}{b}\right)(w+kL)^{\beta_l} + c_r + (c_m + c_{fm})\left(\frac{a}{b}\right)\left((w+kL+x)^{\beta_l} - (w+kL)^{\beta_l}\right)\right]P_l}{w+kL+x}. \tag{9}$$

따라서 고전적인 접근방법과 베이지안 접근방법에 대한 단위시간당 기대비용에 있어서의 차이는 식 (3)과 식 (9)의 차이라고 할 수 있다.
이제, 식 (9)의 베이지안 관점에서의 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체주기 x^*를 구하기 위해서 식 (9)를 x에 관해서 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}(w+kL+x)(c_m + c_{fm})&\left(\sum_{l=1}^{m}\left(\frac{a}{b}\right)\beta_l((w+kL+x)^{\beta_l - 1}P_l\right)\\ &- (c_m + c_{fm})\left(\sum_{l=1}^{m}\left(\frac{a}{b}\right)\left\{(w+kL+x)^{\beta_l} - (w+kL)^{\beta_l}\right\}P_l\right) = c_0.\end{aligned} \tag{10}$$

위 식 (10)에서 c_0는 다음과 같다.

$$c_0 = kc_e + c_{fw}\left(\frac{a}{b}\right)(w+kL)^{\beta_l} + c_r.$$

여기서 Sahin and Polatoglu (1996)의 논문을 참조하면 식 (10)를 만족하는 x의 값이 식 (9)에 주어진 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체주기 x^*가 된다는 사실을 알 수 있다.
이제, 시스템이 교체되기 전까지 발생된 고장자료로부터 모수 α와 β에 관한 불확실성을 개정할 수 있도록 하기 위해서 Mazzuchi and Soyer (1996)에 의해서 제안된 순응적 교체정책을 고려하고자 한다. 이를 위해서 연장된 보증기간이 종료된 이후에 시스템이 교체되지 전까지 발생한 n개의 고장시간 (failure time)을 $\{t_1, t_2, \cdots, t_n\}$이라고 하면, 이때, 우도함수 (likelihood function)는 다음과 같이 구해진다.

$$L(\alpha,\beta \mid \boldsymbol{t}) = \left\{\prod_{i=1}^{n} \alpha\beta t_i^{\beta-1}\right\} \exp\{-\alpha u^{\beta}\}. \tag{11}$$

여기서 $\boldsymbol{t}=(t_1,t_2,\cdots,t_n)$, $u=(w+kL+x)$이고 $\prod_{i=1}^{n}\{\ \cdot\ \}\equiv 1$인 경우는 시스템의 고장이 전혀 발생하지 않았음을 의미한다. 따라서 식 (7)에서 정의된 모수들의 결합사전확률분포와 식 (11)의 우도함수를 이용하면 α와 β의 결합사후확률분포 (joint posterior probability distribution)는

$$f(\alpha,\beta_l \mid \boldsymbol{t}) \propto \left\{\prod_{i=1}^{n_k} \alpha\beta_l t_i^{\beta_l-1}\right\} \exp\{-\alpha u^{\beta_l}\} \alpha^{a-1} \exp\{-b\alpha\} P_l$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 이를 적절히 변화시키면 α와 β의 결합사후확률분포는 다음과 같이 구해진다.

$$f(\alpha,\beta_l \mid \boldsymbol{t}) = \frac{\alpha^{n+a-1}\beta_l^n \left\{\prod_{i=1}^{n} t_i\right\}^{\beta_l-1} \exp\{-\alpha(b+u^{\beta_l})\} P_l}{\sum_{j=1}^{m} P_j \beta_j^n \left\{\prod_{i=1}^{n} t_i\right\}^{\beta_j-1} \Gamma(n+a) \Big/ (b+u^{\beta_j})^{(a+n)}} \tag{12}$$

또한, $f(\alpha \mid \beta_l,\boldsymbol{t}) = f(\alpha,\beta_l,\boldsymbol{t}) / \Pr(\beta=\beta_l,\boldsymbol{t})$이므로 α의 조건부사후확률분포 (conditional posterior probability distribution)는 다음과 같다.

$$f(\alpha \mid \beta_l,\boldsymbol{t}) = \frac{(b+u^{\beta_l})^{a+n}}{\Gamma(a+n)} \alpha^{(a+n)-1} \exp\{-\alpha(b+u^{\beta_l})\}. \tag{13}$$

위에서 정의된 식 (13)은 모수가 각각 $a^* = a+n$와 $b^* = b+u^{\beta_l}$인 감마분포임을 알 수 있다. 또한, 식 (12)와 식 (13)을 이용하면 β의 사후확률분포는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Pr(\beta=\beta_l \mid \boldsymbol{t}) &= P_l^* \\ &= \frac{\beta_l^n \left\{\prod_{i=1}^{n} t_i\right\}^{\beta_l-1} \Big/ (b+u^{\beta_l})^{a+n}}{\sum_{j=1}^{m} P_j \beta_j^n \left\{\prod_{i=1}^{n} t_i\right\}^{\beta_j-1} \Big/ (b+u^{\beta_j})^{a+n}} \end{aligned} \tag{14}$$

이제 α와 β의 주변사후확률분포는 더 이상 독립이 아니며, 베이지안 관점에서의 최적의 교체정책은 식 (8)의 단위시간당기대비용에서 a, b, P_l의 값을 위에서 구한 a^*, b^*, P_l^*로 대체시킨 후 이를 최소로 하는 최적의 교체주기 x^*를 찾으면 된다.

4. 수치적 예

이 절에서는 본 논문에서 고려된 연장된 보증이 종료된 이후의 교체정책에 대한 베이지안 접근방법을 수치적인 예를 통해서 설명하고자 한다. 이를 위해서 Mazzuchi and Soyer (1996)의 논문에서와 동일하게 식 (3)과 식 (5)에 있는 α와 β의 사전확률분포에서 $a=2.1$, $b=3$, $c=2$, $d=2$, $\beta_L=1$, $\beta_U=3$이라고 가정하자. 그리고 보증 및 비용과 관련된 기본적인 정보는 <표 4.1>에 나타나 있다.

<표 1> 연장된 보증이 있는 교체모형에 대한 기본 정보

w	L	c_m	c_r	c_e	c_{fw}	c_{fm}
0.5	0.05	5	100	1.5	3	3
		15		3		
		30		5		

<표 2>와 <표 3>은 주어진 연장된 보증기간에 대하여 사전확률분포만을 이용하여 식 (8)의 단위시간당 기대비용을 최소화 하는 베이지안 관점에서의 최적의 교체주기와 그때의 단위시간당기대비용을 구한 결과이다. 예를 들어 <표 1>에서 $k=3$인 경우에 사전확률분포만을 이용하여 식 (8)의 단위시간당 기대비용을 최소화시키는 최적의 교체주기는 $x^*=2.033$이고, 이때의 단위시간당 기대비용은 $C(x^*)_k=36.298383$이 된다는 사실을 알 수 있다. <표 2>에는 최소수리 비용의 변화에 따른 최적의 교체주기와 단위시간당 기대비용이 나타나 있는데, 이로부터 연장되는 보증기간이 주어져 있을 때 최소수리 비용이 증가함에 따라 교체주기가 짧아지고 단위시간당 기대비용은 증가한다는 사실을 알 수 있다. <표 3>에는 연장되는 보증을 구입하기 위한 비용의 변화에 따른 최적의 교체주기와 단위시간당 기대비용이 나타나 있다. 이로부터 연장되는 보증기간이 주어져 있을 때 연장되는 보증을 구입하기 위한 비용이 증가함에 따라 교체주기가 길어지고 단위시간당 기대비용은 증가한다는 사실을 알 수 있다.

<표 2> 최소수리 비용(c_m)의 변화에 따른 최적의 교체정책

k	c_m					
	5		15		30	
	x^*	$C(x^*)_k$	x^*	$C(x^*)_k$	x^*	$C(x^*)_k$
1	2.077	35.322727	1.267	50.256459	0.799	64.739425
2	2.055	35.816376	1.231	50.756274	0.753	64.978931
3	2.033	36.298383	1.195	51.224305	0.705	65.142149
4	2.011	36.769029	1.159	51.660830	0.657	65.228315
5	1.987	37.228571	1.121	52.066065	0.607	65.236490
6	1.963	37.677245	1.081	52.440173	0.557	65.165480
7	1.939	38.115272	1.041	52.783271	0.503	65.013803
8	1.913	38.542846	1.001	53.095423	0.449	64.779802
9	1.887	38.960161	0.959	53.376659	0.393	64.461490
10	1.859	39.367383	0.917	53.626964	0.337	64.056583

<표 3> 연장되는 보증을 구입하기 위한 비용(c_e)의 변화에 따른 최적의 교체정책

k	c_e					
	1.5		3		5	
	x^*	$C(x^*)_k$	x^*	$C(x^*)_k$	x^*	$C(x^*)_k$
1	2.077	35.322727	2.111	35.890152	2.153	36.635958
2	2.055	35.816376	2.121	36.932413	2.203	38.380735
3	2.033	36.298383	2.129	37.946032	2.247	40.059935
4	2.011	36.769029	2.135	38.932851	2.289	41.680437
5	1.987	37.228571	2.139	39.894493	2.325	43.247940
6	1.963	37.677245	2.141	40.832396	2.357	44.767214
7	1.939	38.115272	2.141	41.747843	2.387	46.242309
8	1.913	38.542846	2.141	42.641972	2.413	47.676690
9	1.887	38.960161	2.139	43.515823	2.437	49.073362
10	1.859	39.367383	2.135	44.370326	2.457	50.434938

다음으로 순응적 예방보전정책을 설명하기 위해서 <표 4>에 있는 와이블분포에서 발생된 모의자료를 사용하였다. 먼저, $k=3$일 때, <표 2>에 있는 것처럼 결정된 최적의 베이지안 교체정책($x^*=2.033$)을 <표 4>에 있는 Cycle 1의 고장자료에 적용함으로써 새로운 최적의 베이지안 교체정책을 결정할 수 있다. 즉, 사전확률분포에 의해 결정된 최적의 교체주기를 이용하여 a^*, b^*와 P_l^*를 구하고, 이들 값을 사용하여 식 (8)의 단위시간당 기대비용을 다시 구할 수 있다. 이와 같이 구해진 단위시간당 기대비용을 최소로 하는 최적의 주기와 횟수를 다시 찾으면, <표 4>에 제시된 바와 같이 $x^*=2.584$가 되고, 이때의 단위시간당 기대비용은 $C(x^*)_k=43.046628$이 된다. 같은 방법으로 Cycle 2의 고장자료에 대해서도 각각 베이지안 관점에서의 최적의 교체주기와 단위시간당 기대비용을 구했으며, 이 결과를 <표 4>에 제시하였다. 이러한 순응적 예방보전정책은 실제로 발생되는 시스템의 고장자료에 대한 정보와 이전에 얻어진 최적의 예방보전정책의 정보를 모두 고려하여 새로운 최적의 예방보전정책을 결정하게 되므로 모수에 대한 불확실성을 개정할 수 있는 방법이 된다.

<표 4> 최적의 교체주기와 단위시간당 기대비용($k=3$, $c_m=5$, $c_e=1.5$)

Cycle	고장자료	x^*	$C(x^*)_k$
0	-	2.033	36.298383
1	0.23886 0.34063 0.61730 0.75832 0.81644 0.89211 1.28697 1.32275 1.59933 1.89400	2.584	43.046628
2	0.06746 0.54753 0.74183 0.77638 0.89433 0.95937 0.96309 0.98799 1.04741 1.39670	4.856	34.413571

5. 결론

최근에 기본적으로 제공되는 보증기간과 더불어 일정한 비용을 지불하고 추가적으로 보증기간을 선택할 수 있는 연장된 보증에 대한 관심이 증가되고 있다. 한편 보전모형에서 시스템의 고장률분포는 실제로 알려지지 않거나 또는 알려진 형태라 하더라도 불확실성을 나타내는 모수들을 포함하고 있다. 따라서 본 논문에서는 연장된 보증이 주어진 교체모형에 대하여 베이지안 관점에서의 단위시간당 기대비용을 유도하고, 이를 최소화하는 최적의 교체정책을 제안하였다. 이를 위해서 Jung (2013)에 의해서 제안된 연장된 보증이 있는 교체모형을 사용하였고, 시스템의 고장시간은 불확실성을 내포하는 모수 α와 β를 갖는 와이블분포를 따른다고 가정하였다. 더불어 이전의 최적의 교체정책에 대한 정보와 고장자료를 이용하여 모수의 불확실성을 개정할 수 있는 순응적 교체정책을 결정하는 방법에 대하여 살펴보았다. 수치적 예를 통해서 연장되는 보증기간이 주어져 있을 때 최소수리 비용이 증가함에 따라 교체주기는 짧아지고 단위시간당 기대비용은 증가한다는 사실을 알 수 있었다. 또한 연장되는 보증기간이 주어져 있을 때 연장되는 보증을 구입하기 위한 비용이 증가함에 따라 교체주기는 길어지고 단위시간당 기대비용은 증가한다는 사실을 알 수 있었다.
본 논문에서는 시스템의 교체모형에 대한 베이지안 관점에서 최적의 교체정책을 제안하였는데, 시스템의 사용자는 시스템의 고장률을 일정수준으로 감소시키기 위하여 보증기간이 종료된 이후에 일반적으로 예방보전활동을 수행하게 되므로 이에 대한 연구도 진행할 필요가 있다.

참고문헌

[1] Bouguerra, S., Chelbi, A. and Rezg N. (2012). A decision model for adopting an extended warranty under different maintenance policies, International Journal of Production Economics, 135, 840-849.

[2] Chien, Y. H. (2008). A general age replacement model with minimal repair under renewing free-replacement warranty, European Journal of Operational Research, 186, 1046-1058.

[3] Jung, G. M. and Park, D. H. (2003). Optimal maintenance policies during the post-warranty period, Reliability Engineering and System Safety, 82, 173-185.

[4] Jung, K. M. (2013). Optimal replacement policy after extended warranty with minimal repair warranty, Journal of Applied Reliability, 13, 77-86.

[5] Jung, K. M., Han, S. S. and Park, D. H. (2010). A Bayesian approach to maintenance policy based on cost and downtime after non-renewing warranty, Communications in Statistics-Theory and Methods, 39, 2321-2332.

[6] Mazzuchi, T. A. and Soyer, R. (1996). A Bayesian perspective on some replacement strategies, Reliability Engineering and System Safety, 51, 295-303.

[7] Sahin, I. and Polatoglu, H. (1996). Maintenance strategies following the expiration of warranty, IEEE Transactions on Reliability, 45, 220-228.
[8] Sheu, S. H., Yeh, R. H., Lin, Y. B. and Juang, M. G. (1999). A Bayesian perspective on age replacement with minimal repair, Reliability Engineering and System Safety, 65, 55-64.
[9] Sheu, S. H., Yeh, R. H., Lin, Y. B. and Juang, M. G. (2001). A Bayesian approach to an adaptive preventive maintenance model, Reliability Engineering and System Safety, 71, 33-44.
[10] Soland, R. M. (1969). Bayesian analysis of the Weibull process with unknown scale and shape parameters, IEEE Transactions on Reliability, 18, 181-184.
[11] Wu, S. and Longhurst, P. (2011). Optimising age-replacement and extended non-renewing warranty policies in lifecycle costing, International Journal of Production Economics, 130, 262-267.
[12] Yeh, R. H., Chen, M. Y. and Lin, C. Y. (2007). Optimal periodic replacement policy for repairable products under free-repair warranty, European Journal of Operational Research, 176, 1678-1686.