

교구를 활용한 수학적 과정의 평가모델 개발에 관한 연구1) -중학교 수학을 중심으로-

고 상 숙 (단국대학교)
한 혜 숙 (단국대학교)
이 창 연 (단국대학교 대학원)†

제 7차 교육과정 이후 학생들의 수학 학습을 돕기 위해서 다양한 평가 방법으로 학습 과정 및 수학 수준 등에 대하여 진단해야 하는 평가의 중요성이 꾸준히 논의되었다. 본 연구는 2009 개정교육과정에서 강조하는 수학적 과정인 문제 해결, 추론, 의사소통 능력을 향상시키기 위해서 교구를 활용한 평가모델을 개발하는 것이다. 우선 교구를 활용한 평가에 적합한 평가원리를 설정하여 각 영역별로 문항과 채점기준표를 개발하고 예비 연구를 실시한 결과 관찰체크리스트의 필요성이 제기되었다. 나아가 예비 연구를 바탕으로 수정된 평가모델을 사용하여 평가를 실시한 결과, 수학적 과정인 각 영역별 특성에 따른 채점기준표에 의해 학생들의 수학적 사고과정을 구체적으로 파악할 수 있어서 목표지향평가가 용이해짐을 알 수 있었다.

I. 서론

1. 연구의 필요성과 목적

최근 2009 개정교육과정에서 “수학 학습의 평가에서는 평가하는 학습 내용과 방법에 따라 학생에게 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있는 기회를 제공한다”(교육과학기술부, 2011, p. 37)고 명시하며 공학 도구와 교구를 활용한 평가에 대해 언급하고 있다. 학생들이 효과적으로 수학을 학습하도록 돕기 위해서 다양한 교수·학습 방법을 고안할 뿐만 아니라 다양한 평가 방법으로 학습자들의 수학 수준 및 태도 등에 대하여 정확히 진단할 필요가 있다. 평가의 형식과 내용은 교수·학습의 방향과 질을 결정하기 때문이다(고상숙 외, 2013).

그러나 현재 대부분의 평가는 규준지향평가로 학생 간에 과다경쟁을 부추겨 사교육의 범람뿐만 아니라 학생 개인의 진정한 수학적 능력의 진단과 개발의 한계점을 지니고 있다(고상숙 외, 2012). 이러한 평가의 문제점을 개선하고자 수행평가, 참 평가, 대안적 평가 등 과정중심의 평가가 꾸준히 그 대안으로 언급되었고(김진호, 2008) 최근 2009 개정교육과정(교육과학기술부, 2011)에서는 수학적 과정에 초점을 두었다. 이러한 교육과정의 변화에 따라 수학교육 선진화 방안의 하나로 정상권 외(2012) 연구는 ‘과정 중심의 수학교과 평가방안’을 제시하였다. 수

* 접수일(2013년 8월 22일), 심사(수정)일(1차: 2013년 11월 14일, 2차: 2013년 11월 26일), 게재확정일(2013년 11월 27일)

1) 본 연구는 2012년 교육과학기술부와 한국과학창의재단이 지원하여 수행되었다.

* ZDM 분류: C73

* MSC 2000분류: 97C40

* 주제어 : 수학적 과정, 과정중심 평가, 교구를 활용한 평가모델, 관찰체크리스트, 채점기준표, 목표지향평가.

† 교신저자 : chang_t@naver.com

학교육에서 일반적인 과정중심 평가에 대한 연구가 이루어진 후 같은 맥락에서 교구 및 공학도구를 활용한 평가의 필요성을 인식하고 2012년 한국과학창의재단 지원 하에 ‘교구 및 공학도구를 활용한 평가기반 조성’에 관한 연구가 진행되었다. 본 연구에서는 위 과제²⁾의 보급과 확산의 일환으로 교구 및 공학도구 중 교구를 활용하여 수학적 과정을 평가할 수 있는 평가모델을 소개하고자 하였다. 초등학교에서는 교구를 활용한 수업에 관한 연구가 상당 수 있지만 평가에 관한 연구는 없었고, 중학교에서는 교구를 사용하는 수업과 평가에 대한 필요성은 제기되고 있지만 이에 대한 구체적인 방법을 제시하는 연구는 찾아보기 어려웠다. 따라서 본 연구에서는 중학교 수학에서 과정중심의 평가 원리에 따라 교구를 활용해서 수학적 과정을 평가할 수 있는 문항과 그런 문항을 점수화할 수 있는 채점기준표를 개발하였고, 개발된 문항과 채점기준표가 현장에서 적용가능한지를 현장실험을 통해 검증하였다.

2. 용어의 정리

가. 평가모델

평가도구란 작가는 평가문항들을 의미하고 크게는 문항들을 수록한 검사지를 뜻한다. 평가 틀은 개발한 평가도구의 평가실행을 안내하는 가이드라인을 뜻한다. 여기에는 채점기준표와 모범답안 또는 예시답안을 포함한다. 평가도구와 평가 틀을 합하여 평가모델이 되는 것이다.

나. 수학적 과정

제 7차 교육과정부터 ‘수학적 힘’의 신장을 목표로 하고 이를 평가하려고 학생들이 현재 가지고 있는 단편적인 지식보다는 학생들의 수학적 문제해결력, 추론 능력, 의사소통 능력 등을 포함한 사고 능력과 적용 능력을 중요하게 다루게 되었다. 창의력, 문제해결력 등과 같은 고등사고 능력을 평가할 수 있는 과정 중심의 질적 평가가 강조되었다. 2009 개정교육과정(교육과학기술부, 2011)에서는 수학적 과정에 초점을 둔 수학교육을 강조하였다. 여기서 수학적 과정은 “다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학적 능력을 의미하며 수학적 **문제해결**, 수학적 **추론**, 수학적 **의사소통** 등을 구성요소로 포함하는 개념”으로 소개되었다(김도한 외, 2009).

다. 교구

교구는 자, 컴퍼스를 포함하여 여러 다양한 형태의 대상물로 교수·학습을 지원할 수 있는 도구를 뜻한다. 본 연구에서는 수학적 개념을 가르치기 위해 특별히 고안된 도구는 물론이고 학습자에게 의미있는 수학적 경험을 제공하는 물리적, 조작적 도구들이 교구에 포함된다. 평가내용에 맞는 교구가 고려되었기 때문에 여러 교구 중 본 연구에서는 다음 두 교구와 컴퍼스가 사용되었다.

1) 기하판

기하판은 Caleb Gatten(1911~1988)³⁾가 판 위의 일정한 거리마다 박은 못(peg)에 고무줄을 걸어 다양한 도형을 쉽게 만들 수 있도록 고안한 교구인데 이 못들은 도형의 꼭짓점의 역할을 하게 되며 못과 못 사이를 연결하는 고무줄은 도형의 변이 된다. 기하판은 도형을 잘못 만들었을 때 수정하기가 편리해서 실수에 대한 부담감

2) 초, 중, 고 각 학교급별로 문제해결, 추론, 의사소통 영역에서 교구나 공학도구를 활용한 평가 문항이 3문항씩 모두 9문항이 개발되어 전체 27문항에 대한 예비연구와 공청회를 통해 최종 16문항이 선택되었다.

3) Caleb Gatten · (1911~1988)는 영국의 수학교육학자로 도형의 개념을 지도하려고 기하판을 개발하였다.

이 적고, 일정한 간격을 이용하여 도형의 둘레와 넓이의 측정은 물론이고 수 감각·규칙성 찾기 등 수학의 많은 영역에 사용될 수 있다(최창우, 2002 ; 김민경, 2001).

2) 4D Frame

“4D Frame은 박호걸이 개발한 것으로 ‘4차원’(4 dimension) + ‘프레임’(틀 또는 뼈대·구조·짜임새, frame)을 뜻하는 합성어이다. 3차원에 시간의 개념을 더한 4차원을 뜻한다”(박만구, 고상숙, 정인철, 김은영, 2010, 재인용). 4D 프레임은 연결봉을 연결발의 각도를 변형하여 끼울 수 있고, 연결봉과 연결발의 길이와 모양을 가위로 조절할 수 있어서 자유롭게 도형을 만들 수 있다. 모든 교구가 그렇지만 4D 프레임도 개별뿐만 아니라 집단활동이 가능하므로 집단활동의 장점을 살릴 수 있다(박만구 외 3인, 2010, 재인용).

II. 이론적 배경

1. 평가 원리

국내외의 일반적 수학 평가에 관한 선행연구를 참고하여 본 연구 목적을 성취하기 위한 교구를 활용한 평가에 대한 원리를 마련하고 이를 평가모델 개발에 반영하고자 하였다.

수학 평가의 원리와 관련된 문헌과 선행연구를 살펴보면, NCTM(1995)에서는 수학, 학습, 일관성, 추론성, 개방성, 공정성이라는 여섯 가지 일반적 평가의 원리를, NAS(1993)에서는 내용, 학습, 공정성이라는 세 가지 원리를, 신준식 외(2011)에서는 학습의 원리만을 언급하였다. 정상권 외(2012)에서는 과정중심의 수학 평가를 위해 진정성, 배경화, 구성, 기본이라는 네 가지 원리를 제안하였다. Jitendra, & Kameenui (1996)와 이봉주(2011)의 연구에서는 역동성의 원리를 제시하고 있다. 따라서 본 연구에 NCTM(1995)과 NAS(1993)의 수학, 학습, 일관성이라는 평가의 원리를 재해석하여 사용하였고, 나아가 교구 활용으로 더욱 강화될 수 있는 공정성과 역동성의 원리를 포함하였다. 그리하여 교구를 활용한 수학적 과정의 평가 원리로 수학, 학습, 일관성, 공정성, 역동성의 원리를 추출하였다.

가. 수학의 원리

측정 가능한 수학 내용을 평가하려다 보면, 자칫 낮은 수준의 단순한 계산 기능만 평가하거나 복잡한 지식 또는 고도로 훈련된 기능에 의해 해결할 수 있는 특수한 수학내용만을 다루기 쉽다. 그러나 평가는 모든 학생이 알아야 할 것과 할 수 있는 수학을 반영해야 한다. 즉, 수학의 “주요 아이디어”(관련된 기본적이며 통합적인 개념의 묶음⁴⁾)에 초점을 두어 좀 더 넓은 수학적 아이디어와 과정을 평가하고자 하는 것이다. 교구(또는 공학도구) 사용으로 수학 내용의 선택과 접근이 달라질 수 있음을 포함한다.

나. 학습의 원리

전통적 평가에서는 교사가 수업을 마치고 평가하는 시간을 가짐으로써 평가를 학습의 끝으로 봄으로써 교수·학습과 평가를 분리하였다. NAS(1993)는 학습의 원리에서 과정의 집합체보다는 교수·학습의 통합적인 한 부분으로써 평가를 보아야 하고 평가에 사용된 시간은 학생의 수학학습을 향상하고자하는 평가목적에 기여하여야 한다고 하여 평가 또한 학습의 일부분임을 명시하였다. 본 연구에서 개발되는 문항들은 학생의 학습의 과정을 지원하고 (교수)학습의 향상을 꾀할 수 있도록 개발되어야 한다.

4) 저자 주 (big ideas)

다. 일관성의 원리

일관성은 평가가 교육과정 및 수업과 일관성이 있어야함을 의미하는데 평가 도구의 선택 및 개발, 평가 자료의 사용에 있어서 결정적인 사항이다. 학생들의 수학 학습에 대한 평가가 의미 있게 이루어지고 더 나아가 평가로부터 의미 있는 추론을 이끌어내기 위해서는 평가 방법과 과제가 교육과정과 일관성이 있어야 한다.

라. 공평성의 원리

교사가 평가 방법을 선택할 때에는 학생 개개인의 다양한 특성, 경험, 특별한 요구 사항 등을 고려해야 한다. 교사는 모든 학생들에게 그들이 알고 있는 것과 할 수 있는 것을 분명하고도 완전히 표현할 수 있는 다양한 기회를 갖도록 해주어야 하며, 모든 학생들이 높은 수준의 성취를 이루도록 기대해야 한다. 개개인의 특성, 경험, 특별한 요구 사항을 고려한 평가문항이 개발되어야하므로 교구(또는 공학도구)를 활용함으로써 수준이 낮은 학생에게는 시각화에 의한 직관적 또는 조작적 접근을 강화시킨 문항을 제시할 수 있고 수준이 높은 학생에게는 심화되고 확장된 지식으로의 접근이 용이한 점이 이들 교구의 활용이기 때문이다.

마. 역동성의 원리

교구(또는 공학도구)를 활용한 평가에서는 학생들이 알고 있는 수학적 개념에 대한 이해와 기능 습득 여부를 활동을 통하여 구체적으로 보여줌으로써 학생의 학습수준과 미달정도가 드러나게 된다. 학습자가 의도에 따라 자유롭게 사용할 수 있는 교구에 의한 조작 활동중심의 평가과정을 포함하므로 전통적 지필평가의 수동적인 환경과는 대비되는 역동성과도 관련이 있는 원리이다. 또한 교구(또는 공학도구) 활용한 평가는 언어와 수학적 기호로 이루어지는 지필평가에 익숙하지 않은 학생의 수학 평가에도 기여할 것으로 보인다.

2. 선행연구

장훈(2008)의 연구와 최정선, 박혜숙(2009)의 연구에서 초등수학뿐만 아니라 중등수학에서도 적절한 교구의 활용은 학생들로 하여금 수학에 대한 폭넓고 깊은 이해뿐만 아니라 흥미를 긍정적으로 이끌 수 있게 한다고 하였다.

NCTM(1999)에서는 문제해결과 의사소통 영역에 대한 준거를 제시하였고(<표 1> 참고), 신준식 외(2011) 연구에서는 수학적 과정으로 문제해결, 추론, 의사소통 영역의 평가 문항을 개발하고 실험결과를 분석하고 있다. 특히 이 논문에서는 의사소통 영역을 말하기, 듣기, 쓰기, 읽기로 나누어 문항을 소개하고 이를 중요하게 다루었다([그림 1] 참고). 정상권 외(2012) 연구에서는 수학적 과정 요소별 하위 능력을 선별하고 수학적 과정 평가의 예시문항과 채점기준을 제시하였다([그림 2] 참고).

<표 1 > 문제해결 준거(NCTM, 1999, p. 11)

| 평가요소 | 채점기준 | 점수화 |
|------|------------------------------------|-----|
| 문제이해 | 모델이나 다이어그램으로 제시한 답으로 보아 문제의 완전한 이해 | 2 |
| | 문제를 나타내는 방법의 선택에서 잘못된 이해 | 1 |
| | 이해의 증거가 거의 보이지 않음 | 0 |
| 전략선택 | 정답으로 유도하는 정확한 전략을 선택 | 2 |
| | 비능률적이거나 오점을 나타낼 가능성이 있는 전략의 선택 | 1 |
| | 부적절한 전략 선택 | 0 |
| 전략실행 | 무오류(또는 약간(minor) 오류)로 올바른 전략의 실행 | 2 |
| | 부분적 전략/올바른 실행 또는 올바른 전략/부분적인 실행 | 1 |

| | | |
|-----------------|-------------------------------------|---|
| | 부적절한 전략에 부적절한 실행 또는 올바른 전략/진혀실행하지않음 | 0 |
| 의사소통 | 적절한 수학적 기호를 사용하여 정당화가 잘 나타남 | 2 |
| | 적절한 수학적 기호사용이 부족하여 정당화가 부족함 | 1 |
| | 정당화가 보이지 않음 | 0 |
| | 채점하기에 수학적 기호사용이 정확하고 명료하게 표현함 | 2 |
| 제시에 대한 전체적 질 | 약간의 부주의로 인해 읽거나 이해하기에 시간이 걸림 | 1 |
| | 답안을 이해하기 어려움 | 0 |

◇ 문항

다음 글을 읽고 아래에 주어진 수를 ‘에라토스테네스의 체’에 의해 표시하고, 1에서 20까지의 수 중에서 약수가 2개인 수를 모두 찾으시오.

자연수를 잘 관찰해 보면 약수가 2개인 수가 있습니다. 가령 2, 3, 5, 7, ...등입니다. 이 수들은 1과 그 자신만을 약수로 가집니다. 즉, 2개의 자연수의 곱으로 나타낼 수 있는 방법이 다음과 같이 오로지 한 가지뿐인 수입니다.

$$2 = 1 \times 2$$

$$3 = 1 \times 3$$

$$5 = 1 \times 5$$

$$7 = 1 \times 7$$

약수가 2개인 수를 찾는 방법에는 그리스 시대부터 알려진 ‘에라토스테네스의 체’가 있습니다. 이 방법은 1에서 100까지의 자연수를 배열해 놓고 먼저 1을 지웁니다. 다음에 2를 남기고 2의 배수를 모두 지웁니다. 다음에 3을 남기고 3의 배수를 모두 지웁니다. 이와 같은 일을 계속하면 약수가 2개인 수만 남고 그렇지 않은 수는 모두 지워집니다.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

◦ 약수가 2개인 수 : _____

[그림 1] 의사소통(읽기) 예시문항(신준식 외, 2011, p. 636)

| 문항번호 | 내용 | | 수학적 과정 | |
|--|-------------|---------|--|--------|
| | | | 문제해결 | P3,4,6 |
| 중2-2 | 중2 기하(G) | 사각형의 성질 | 추론 | R1,2,4 |
| | | | 의사소통 | C2,4 |
| | | | 다음은 네 명의 학생들이 여러 가지 사각형에 대하여 설명한 내용이다. | |
| <p>학생 1: 평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행하니까 사다리꼴이라고 말할 수 있어. 학생 2: 마름모는 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이지. 학생 3: 직사각형은 서로 다른 대각선을 이등분하니까 마름모야. 학생 4: 정사각형도 네 변의 길이가 같으니까 마름모네.</p> | | | | |
| 학생들의 설명 중 타당하지 않은 설명을 선택하고 그 이유를 서술하여라. | | | | |

[그림 2] 중학교 2학년 기하 예시문항(정상권 외, 2012, p. 126)

본 연구와 관련된 선행연구로써 신준식 외(2011)의 [그림 1]와 같이 수학적 과정으로 문제해결, 추론, 의사소

통 영역 각각에 대한 독립된 문항을 개발한 반면, NCTM(1999)의 <표 1>에서는 문제해결과 의사소통 영역을, 그리고 정상권 외(2012)의 [그림 2]에서는 한 문항으로 이 세 영역을 평가하고 있음을 알 수 있다. 본 연구는 교구를 활용한 수학적 과정에 대한 평가로서 초기단계의 연구에 해당하므로 신준식 외의 연구의 방식과 같이 각 영역마다 고유한 특성에 초점을 두는 독립된 문항으로 개발하였다. 또한 정상권 외(2012) 연구의 수학적 과정별 하위 능력 요소를 토대로 평가 요소를 아래 <표 2>와 같이 추출하고 재배열하였다.

<표 2> 수학적 과정의 영역별 평가 요소(고상숙 외, 2013. p. 18)

| 수학적 과정 | 수학적 과정의 평가 요소 | 약어 |
|--------|---|-----|
| 문제 해결 | 상황에서 수학적 문제를 구성하는 능력 | 문1 |
| | 문제를 수학적 기호, 그림을 사용하여 다시 표현하는 능력 | 문2 |
| | 문제해결에 필요한 조건의 확인 또는 보완 능력 | 문3 |
| | 문제해결에 적절한 형태로 표현을 변환하는 능력 | 문4 |
| | 문제해결에서 사용되는 개념들 간의 연결성을 인식하고 활용하는 능력 | 문5 |
| | 문제해결을 위한 다양한 전략 또는 방법을 찾는 능력 | 문6 |
| | 문제해결에서 적절한 전략을 활용하여 문제를 해결하는 능력 | 문7 |
| | 상황에서 주어진 문제를 해결하는 능력 | 문8 |
| | 문제해결 과정과 결과의 타당성을 수학적인 방법으로 점검하는 능력 | 문9 |
| | 문제해결 전략 또는 결과를 새로운 문제에 적용하는 능력 | 문10 |
| 추론 | 수학적 관계를 파악하는 능력 | 추1 |
| | 수학적으로 추측하는 능력 | 추2 |
| | 수학적 관계를 찾아 표현하는 능력 | 추3 |
| | 수학적 추론 과정을 분석·점검하는 능력 | 추4 |
| | 수학적 추론에 근거한 정당화 능력 | 추5 |
| | 추론 과정과 결과를 해석하거나 평가하는 능력 | 추6 |
| | 추론 과정과 결과를 변환하거나 확장하는 능력 | 추7 |
| 의사소통 | 수학적 표현을 읽고 이해하는 능력 | 의1 |
| | 풀이 과정을 수학적 언어로 표현하는 능력 | 의2 |
| | 풀이 과정을 논리적으로 설명하는 능력 | 의3 |
| | 풀이 과정을 반성적으로 점검하여 표현하는 능력 | 의4 |
| | 다른 사람의 풀이 과정에 대한 설명을 해석하거나 평가하여 표현하는 능력 | 의5 |
| | 풀이 과정의 표현을 다른 방식으로 변환하는 능력 | 의6 |
| | 풀이 과정의 표현을 확장 또는 일반화 하는 능력 | 의7 |

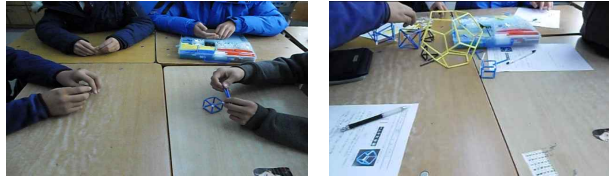
III. 연구방법 및 절차

1. 연구참여자 및 평가과정

예비연구는 경기도 수원시에 위치한 S 중학교 1학년 2개 반, 2학년 1개 반에 개발된 문항 검증 및 수정을 위해 실시하였다. 본 연구는 같은 학교에서 2학기 2차 지필 평가가 끝난 후 2012년 12월에 예비 연구에 참여하지

5) 이를 위해 정상권 외 (2011)를 참고하여 설문지를 개발하고 교구나 공학도구를 활용한 경험이 있는 교사 330명을 대상으로 설문을 실시한 결과를 반영하여 문제해결 영역에서 10개 요소, 추론과 의사소통 영역에서는 각각 7개 요소가 결정되었다. 하지만 각 수학적 과정에서 사고과정 순서 또는 관련성을 고려하여 진술을 명료화하고 재배열하였다.

않은 1학년 2개 반, 2학년 1개 반에 각각 32명, 28명, 32명을 대상으로 시행하였다. 수집된 자료는 각 문항에 대한 학생들의 평균점수와 응답률을 통해 현장 적용성을 파악하고자 하였다. [그림 3]은 추론영역의 문항으로 본 연구를 실시한 4인 1조로 구성된 조별 평가 환경과 평가활동 과정을 보여준다.



[그림 3] 평가 과정

2. 연구절차

가. 문항개발⁶⁾

본 연구에는 수학교육 전공자 4인, 각 학교급에 경험많은 현장교사 2인들로 모두 10명의 연구진이 문항개발에 참여하였다. 2012년 2월부터 6월까지 먼저 각 영역에서 교구에 관한 선행연구, 수학과 교육과정, 그리고 교사 인식에 관한 설문결과를 바탕으로 평가 원리를 반영하고 교구 활용에 적합한 문항개발에 초점을 두었다. 10명의 연구진은 각 학교급별로 수학교육 전공자 1인과 현장교사 2인이 한 조가 되어 문항을 개발하였다. 매월 한 차례 이상의 연구진 전체회의를 통해 문항개발원칙과 초점을 논의하고, 학교급별 잦은 회의를 통해 연구진이 개발한 문항의 문제점을 찾아 수정과 보완을 수차례 거듭하였다. 본 연구는 중학교 팀들의 산출물이다.

같은 해 7월 중순에는 수학교육 전공 교수, 연구원, 현장교사 등 8인으로 구성된 자문위원단으로부터 평가문항에 대한 타당도 검증을 받고 1차적으로 평가문항을 수정하였다. 1차 수정한 평가문항이 현장 적용하는데 적절한지 여부를 알아보기 위해서 예비연구를 실시하였다. 이 결과를 바탕으로 2차적으로 평가문항, 채점기준표와 모범답안을 수정하였다. 최종 수정된 문항으로 12월에 현장학교를 대상으로 본 연구를 실시하였다. 문항개발의 주요 초점⁷⁾은 (1) 문제해결, 추론, 의사소통 능력에 따른 과정중심의 문항, (2) 교구를 활용해야만 효과 있는 문항 그리고 (3) 현장에 적용 가능한 문항이어야 한다는 것이었다.

개발한 문항은 연구결과에 제시하였고 다음 <표 3>은 문항에 대한 분류표이다.

<표 3> 수학적 과정의 요소별 개발한 문항에 대한 분류표(고상숙 외, 2013. p. 71)

| 수학적 과정 | 관련 학년 영역/단원명 ⁸⁾ | 활용 교구 | 평가 요소 | 평가 유형 | 보조 평가 유형 ⁹⁾ |
|--------|-----------------------------------|----------|----------|-------|------------------------|
| 문제해결 | 중2 - VIII.사각형의 성질 2. 여러 가지 사각형 | 기하판 | 문3,5,7 | 관찰 평가 | 지필 평가 |
| 추론 | 중1 - XII.입체도형 1. 입체도형의 관찰 | 4D Frame | 추1,2,3 | 관찰 평가 | 지필 평가 |
| 의사소통 | 중1- X.작도와 합동 1. 간단한 도형의 작도 | 컴퍼스와 자 | 의1,2,3,4 | 관찰 평가 | 지필 평가 |

6) 한국과학창의재단 지원 하에 이루어진 연구로써 어느 하나의 도구에 한정하지 않고 교구나 공학도구를 사용하도록 규정되어 있었다. 개발된 문항의 특성에 따라 사용하는 도구를 결정하였다.

7) (1)과 (2)는 역시 과제제안자인 위 기관의 협조사항에 따른 것이고 (3)은 연구자들이 제안한 것이다.

나. 관찰체크리스트 개발

예비연구결과, 교구를 활용한 평가는 학생들의 산출물의 보존성이 매우 낮음을 알게 되어 관찰평가가 현장에 적합함을 인식하게 되었고 따라서 교사 또는 동료 관찰체크리스트 개발이 이루어졌다. 수학적 과정인 문제해결, 추론, 의사소통을 근거로 구성하되 교구를 평가에 활용한다는 점을 감안하여 NCTM(1999, 2000)를 참고하였다. 개발 시 주안점으로는 관찰할 때 교사들의 시간적, 정신적 부담을 줄이도록 평가요소를 명확히 하고, 점수화 단계에 대한 기준도 제시하여 형식상으로만 다루지는 체크리스트의 단점을 보완하였다. 2012년 9월 초부터 개발하여 11월의 예비연구를 진행할 때까지 6차례의 피드백을 거치는 델파이 기법에 따라 관찰체크리스트를 수정하여 완성하였다. 특히 초등학교 학생들의 동료 관찰평가도 가능할 수 있도록 학생들이 이해하기 쉬운 용어 사용의 필요성이 제기되었다. 눈에 띄는 수정사항으로는 현장 적용성을 고려하여 점수화를 처음 4단계에서 '많이 미흡(0점)', '보통(1점)', '성취(2점)' 3단계로 단순화하되 '월등'을 기타 칸으로 분리하여 점수는 2점을 부여하고 월등한 학생을 격려하는 측면의 개발의도를 반영하였다.

8) 참고한 이준열 외(2008) 교과서의 단원명을 사용하였다.

9) 평가문항을 개발할 때 지필평가도 가능하도록 과정을 쓰거나 그리도록 문항을 개발하였다.

< 표 4 > 관찰체크리스트 채점기준표(고상숙 외, 2013. p. 26)

| 과정 | 채점영역 | | 0 (많이 미흡) | 1 (보통) | 2 (성취) | 기타 (월등) |
|-------------------------|-------------------------|--|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------|--|
| 수학적 문제 해결 | 이해 와 전략 | 문제를 잘 이해하고 문제해결에 필요한 해결 전략(방법)을 선택한다. | 문제를 기본적으로 이해하지 못하거나 전략을 구현할 시도를 하지 않음 | 문제를 일부 이해하고 부적절한 전략을 선택함 | 문제를 이해하고 적절한 전략을 선택함 | 문제를 포괄적으로 이해하고 효율적이고 정교한 전략을 선택함 |
| | 실행 과 답구 하기 | 해결 전략을 정확하고 효과적으로 수행하여 옳은 답을 구한다. | 전략을 수행하지 않거나 답이 없음 | 전략을 부적절하게 수행하여 답이 틀림 | 적절하게 전략을 수행하여 답을 구함 | 적절하게 전략을 수행하고 확장하여 옳은 답을 구함 |
| 수학적 추론 | 추론 과정 | 문제 상황에 맞는(귀납, 연역, 유비)추론 과정을 사용한다. | 추론을 시도하지 않음 | 부분적인 오류가 있는 수학적 추론을 사용함 | 적절한 수학적 추론을 사용함 | 통찰력 있고, 창조적이고, 복잡한 수학적 추론을 사용함 |
| | 답구 하기 | 적절한 추론 과정을 통해서 옳은 답을 구한다. | 답이 없음 | 부정확하거나 완성되지 않은 답을 구함 | 옳은 답을 구함 | 옳은 답뿐만 아니라 확장적인 부분도 포함함 |
| 수학적 언어와 표현의 사용 | 수학적 언어와 표현의 사용 | 적절한 수학적 언어(용어, 기호)와 표현(식, 표, 그림, 차트, 그래프 등)을 사용한다. | 수학적 언어와 표현을 사용하려고 시도하지 않음 | 부적절한 수학적 언어와 표현을 사용하거나 문제에 언급된 것만 사용함 | 적절한 수학적 언어와 표현을 사용함 | 처음부터 끝까지 정확하고 적절하고 세련된 수학적 언어와 표현을 사용함 |
| | 논리성 | 자신의 사고 과정을 또는 해결과정을 논리적으로 설명한다. | 전체적으로 비논리적인 설명을 하거나 시도하지 않음 | 부분적으로 비논리적인 설명을 함 | 논리적으로 명확하게 설명을 함 | 모든 과정이 논리적이고 설득력이 뛰어남 |

IV. 연구 결과

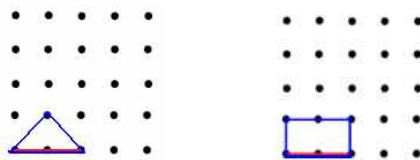
1. 평가모델

가. 문제해결영역

1) 평가문항

1. 5×5모양의 기하판을 활용하여 다음 물음에 답하시오.

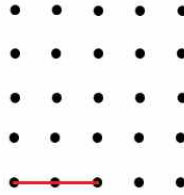
아래 그림은 한 번의 위치와 길이를 2로 고정하고



넓이가 1인 삼각형 넓이가 2인 사각형
을 한 개씩 나타낸 것이다.

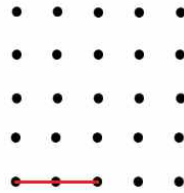
(1) 아래 그림과 같이 밑변의 위치와 길이를 2로 고정하고, **넓이가 2인 삼각형**을 기하판 위에서 만들어 보세요. 만들 수 있는 삼각형의 총 개수를 쓰고 아래 격자점 위에 모두 그림으로 나타내어 보세요.

총 개수 개

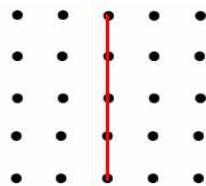
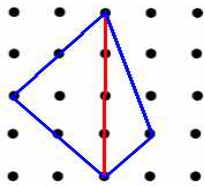


(2) 아래 그림과 같이 밑변의 위치와 길이를 2로 고정하고, **넓이가 4인 평행사변형**을 기하판 위에서 만들어 보세요. 만들 수 있는 평행사변형의 총 개수를 쓰고 아래 격자점 위에 모두 그림으로 나타내어 보세요.

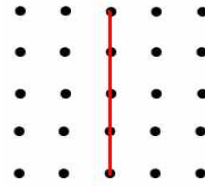
총 개수 개



(3) 아래 그림의 사각형은 한 선분(빨간 고무줄)에 의해 두 개의 삼각형으로 나누어졌다. 그 선분의 위치와 길이를 고정으로 하고, **주어진 사각형과 넓이가 같지만 모양은 다른 사각형과 삼각형**을 기하판 위에서 만드시오. 만든 사각형과 삼각형을 아래 격자점 위에 한 개씩 그림으로 나타내시오.



사각형



삼각형

2) 관찰평가를 위한 채점기준표(고상숙 외, 2013. p. 173)

| 문항번호 | 채점영역 (평가요소) | 채점기준 | 점수화 |
|------|---------------------|--|-----|
| (1) | 이해와 전략 (문3,5) | · 문제를 이해하고 밑변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계에 대한 적절한 전략을 세움 | 2 |
| | | · 문제를 일부 이해하여 밑변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계에 대한 전략이 일부 부적절함 | 1 |
| | | · 문제를 이해하지 못하거나 전략을 세우려 하지 않음 | 0 |
| | 실행과 답구하기 (문7) | · 삼각형의 개수 5개라고 쓰고 그 그림을 정확히 그림 | 2 |
| | | · 개수는 틀렸으나 모범답안 중에 일부의 삼각형을 맞게 그림 | 1 |
| | | · 답이 없거나 모범답안의 일부도 포함하지 않은 답을 구함 | 0 |
| (2) | 이해와 전략 (문3,5) | · 문제를 이해하고 밑변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계에 대한 적절한 전략을 세움 | 2 |
| | | · 문제를 일부 이해하여 밑변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계에 대한 전략이 일부 부적절함 | 1 |
| | | · 문제를 이해하지 못하거나 전략을 세우려 하지 않음 | 0 |
| | 실행과 답구하기 (문7) | · 평행사변형의 개수 3개 쓰고, 그 그림을 정확히 그림 | 2 |
| | | · 개수는 틀렸으나 모범답안 중에 일부의 평행사변형을 맞게 그림 | 1 |
| | | · 답이 없거나 모범답안의 일부도 포함하지 않은 답을 구함 | 0 |
| (3) | 이해와 전략 (문3,5) | · 문제를 이해하고 한 변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계에 대한 적절한 전략을 세움 | 2 |
| | | · 문제를 일부 이해하여 한 변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계에 대한 전략이 일부 부적절함 | 1 |
| | | · 문제를 이해하지 못하거나 전략을 세우려 하지 않음 | 0 |
| | 실행과 답구하기 (문7,10) | · 모범답안 중의 사각형과 삼각형의 두 도형을 모두 옳게 제시함 | 2 |
| | | · 모범답안 중의 사각형과 삼각형의 두 도형 중 하나만 옳게 제시함 | 1 |
| | | · 두 도형을 모두 제시하지 않거나 한 도형도 맞지 않음 | 0 |
| 점 수 | | | 12 |

3) 문항의 개발의도

이 문항은 기하판을 활용하여 수업을 하고 평가하는 ‘학습의 원리’와 부합되고, 중2 도형 단원에서 평행선과 도형의 넓이 사이의 관계라는 교육과정의 내용을 다룸으로써 ‘일관성의 원리’를 담았다. 수준이 낮은 학생이 접근할 수 있도록 시각화에 의해 문항(1), (2)을 제시하고, 수준이 높은 학생에게는 개념을 확장시켜 문항에 적용할 수 있는 문항 (3)을 구성하여 ‘공평성의 원리’가 반영되었고, 평면도형을 구성하는 활동을 통해 평가가 이루어지는 ‘역동성의 원리’가 실현되었다.

그리고 평행선과 도형의 넓이 사이의 관계를 이해하기 위해서는 문제해결의 평가요소 ‘문제해결에 필요한 조건의 확인 또는 보완 능력(문3)’과 ‘문제해결에서 사용되는 개념들 간의 연결성 인식(문5)’이 필요하며 이를 바탕으로 (1),(2)번의 답을 구하기 위해서 ‘적절한 전략을 활용하여 문제를 해결하는 능력(문7)’과 일반화해서 (3)번의 답을 구하기 위해서는 ‘문제해결 전략 또는 결과를 새로운 문제에 적용하는 능력(문10)’을 발휘해야 한다.

4) 평가결과

(1) 평균점수와 응답률

문제해결 영역의 평가문항을 채점기준표에 의거한 관찰체크리스트로 평가한 결과 응답률은 <표 5>, <표 6>와 같다.

<표 5> 문제해결 영역의 평가문항에 대한 응답률-1

| 점수 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 합계 |
|----|---|---|---|-----|---|---|-----|------|-----|------|-----|------|-----|
| 명 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 9 | 2 | 11 | 3 | 4 | 32 |
| % | 0 | 0 | 0 | 6.3 | 0 | 0 | 3.1 | 28.1 | 6.3 | 34.4 | 9.4 | 12.5 | 100 |

12점 만점을 받은 학생은 전체 32명 중 4명(12.5%)이었다. 11점을 받은 학생은 3명(9.4%), 10점을 받은 학생은 11명(34.4%), 9점을 받은 학생은 2명(6.3%), 8점을 받은 학생은 9명(28.1%)이었다. 그 밖에 7점과 4점을 받은 학생은 각각 1명(3.1%), 2명(6.3) 있었다. 만점 12점에 평균점수가 9.25점이었고, 학생들의 약 56%가 10점 이상을 받았고, 학생들의 대부분(약 90%)이 8점 이상을 받았다.

<표 6> 문제해결 영역의 평가문항에 대한 채점영역별 응답률-2

| 문항번호 | 배점 | | 0 | 1 | 2 | 평균 | |
|------|----------|--------------|---------------|---------------|------|------|--|
| | 채점영역 | | | | | | |
| (1) | 이해와 전략 | 3 (9.4%) | 10 (31.2%) | 19 (59.4%) | 1.50 | 3.06 | |
| | 실행과 답구하기 | 2 (6.3%) | 10 (31.2%) | 20 (62.5%) | 1.56 | | |
| (2) | 이해와 전략 | 1 (3.1%) | 7 (21.9%) | 24 (75%) | 1.72 | 3.47 | |
| | 실행과 답구하기 | 0 (0%) | 8 (25%) | 24 (75%) | 1.75 | | |
| (3) | 이해와 전략 | 5 (15.6%) | 10 (31.2%) | 17 (53.2%) | 1.38 | 2.72 | |
| | 실행과 답구하기 | 6 (18.8%) | 9 (28.1%) | 17 (53.1%) | 1.34 | | |

<표 6>는 두 가지 채점영역인 ‘이해와 전략’, ‘실행과 답구하기’에 0점, 1점, 2점으로 나눈 채점기준표에 의해 점수화한 것을 나타낸다. 소 문항 (1), (2), (3)은 각 채점영역에서 2점씩 받으면 만점이 각각 4점씩이다.

소 문항 (1), (2), (3)별로 평균을 비교해보면 3.06점, 3.47점, 2.72점이다. 소문항 (2)보다 (1)의 평균점수가 낮는데 이는 학생들이 사각형의 넓이보다 다양한 모양의 삼각형의 넓이를 이해하지 못하고 적절한 전략을 세우지 못했음을 알 수 있다. 더욱이 (3)이 가장 어려웠음을 나타낸다. (3)은 (1)의 응용문제로 빨간 고무줄과 평행한 선 위에서 점을 찾는 전략을 세우지 못한 학생들이 가장 많았고, 그 학생들이 실행과 답구하기에도 이르지 못했음을 표를 통해서도 알 수 있다. 따라서 교사가 위의 내용에 대해 학생들에게 학습의 기회를 다시 제공할 필요가 있음을 알 수 있다.

(2) 학생들의 응답예시

| 문항번호 | | 점수 | | 점수화 | | 점수배점 이유 | |
|------|----|----------|----------|----------|---|---|--|
| (1) | 2점 | 총 개수 7 개 | | 이해와 전략 | 1 | 밑변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계를 일부 이해하여 부적절한 전략을 세움 | |
| | | | | 실행과 답구하기 | 1 | 모범답안 중에 삼각형을 3개 맞게 그림 | |
| (2) | 2점 | 총 개수 2 개 | | 이해와 전략 | 1 | 밑변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계를 이해하였으나 전략에 일부 오류가 있음 | |
| | | | | 실행과 답구하기 | 1 | 모범답안 중에 평행사변형을 2개 맞게 그림 | |
| (3) | 2점 | | 이해와 전략 | 1 | 한 변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계를 이해하였으나 전략에 일부 오류가 있음 | | |
| | | | 실행과 답구하기 | 1 | 삼각형은 옳게 제시하고, 사각형은 틀려서 옳은 답을 제시하지 못함 | | |
| | 1점 | | 이해와 전략 | 1 | 한 변을 고정했을 때 넓이와 높이의 관계를 일부 이해하여 부적절한 전략을 세움 | | |
| | | | 실행과 답구하기 | 0 | 두 도형 다 일부분만 맞아서, 전체적인 도형으로 보면 둘 다 옳은 답을 제시하지 못함 | | |

(3) 평가 및 채점 시 유의점

예비연구를 통해 사용방법이 간단한 교구이라도 수업시간에 사용해본 경험이 없는 상태에서는 그 교구를 가지고 과정평가를 한다는 것이 무리인 것을 알게 되었다. 학생들이 수업에서 교구의 사용법에 익숙해질 수 있도록 충분한 기회가 제공되어야 한다. 이는 교수·학습에서 교구의 사용은 평가에서도 교구 사용이 병행되어야 함을 뜻한다(일관성의 원리). 기하판과 익숙해지는 기회를 제공하기 위해 기하판에서 길이 1, 넓이 1이라는 단위길이와 단위넓이를 정하고 여러 가지 도형의 넓이를 구해보는 활동을 하였다. 특히 본 평가문항과 관련하여 학생들의 이해를 돕기 위해서, 한 변의 길이와 위치를 고정으로 해서 도형을 만들어보는 활동, 또는 주어진 그림의 도형을 만들어보는 활동을 하였다.



채점 시 (1)과 (2)의 답구하기에서는 옳게 제시한 그림의 갯수에 따라, (3)의 답구하기에서는 사각형과 삼각형의 그림에 따라 채점기준표를 세분화하여 사용할 수도 있다.

나. 추론영역¹⁰⁾

1) 평가문항

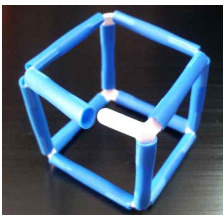
10) 추론영역의 평가문항과 평가결과는 한국과학창의재단 연구에서 보고되었다.

오른쪽 그림과 같이 파란색 연결봉과 3발을 연결하여 만든 정육면체를 각 조에 나누어 준다.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3cm | 5cm | 6cm | 7cm |
|  |  |  |  |
| 노랑, 연두, 보라 파랑, 주황 | 흰색, 검정, 노랑 | 파랑, 연두, 노랑 | 주황, 보라 |



일자발 3발 4발 5발 6발



연결봉

연결발

정육면체

‘정다면체는 모든 면이 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체이다.’
이를 참고하여 4D 프레임을 가지고 여러 가지 정다면체를 만들고, 물음에 답하시오.

(1) 면이 정삼각형인 정다면체를 모두 만들고, 그 개수와 이유를 쓰시오.

개수: 개

이유:

(2) 면이 정삼각형과 정사각형이 아닌 정다면체를 모두 만들고, 그 개수와 이유를 쓰시오.

개수: 개

이유:

(3) 주어진 정육면체와 만든 정다면체를 관찰하여 다음 표를 채울 수 있는 만큼 채우고, **꼭짓점과 모서리**와 **면의 개수의 관계**를 관찰해서 식으로 적어보자.

| 정다면체 | 꼭짓점의 개수 | 모서리의 개수 | 면의 개수 | 꼭짓점과 모서리와 면의 개수의 관계 |
|------|---------|---------|-------|---------------------|
| 정육면체 | 8 | 12 | 6 | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| ⋮ | | | | |

2) 관찰평가를 위한 채점기준표(고상숙 외, 2013. p. 111)

| 문항번호 | 채점영역 | 채점기준 | 점수화 |
|------|----------------|---|-----|
| (1) | 추론과정 (추1,2) | · 한 꼭짓점에 모이는 정삼각형의 개수를 통해 정다면체가 3개가 만들어짐을 적절히 추론함 | 2 |
| | | · 부분적인 오류가 있는 수학적 추론을 사용하거나 논리적 비약이 있음 | 1 |
| | | · 추론과정에 큰 오류가 있거나 추론을 시도하지 않음 | 0 |
| | 답구하기 (추3) | · 옳은 답을 구함 | 2 |
| | | · 부정확하거나 완성되지 않은 답을 구함 | 1 |
| | | · 답이 없음 | 0 |
| (2) | 추론과정 (추1,2) | · 한 꼭짓점에 모이는 정오각형의 개수를 통해 정다면체 1개를 만들고 있고, 정육각형 이후로는 정다면체를 만들 수 없음을 적절히 추론함 | 2 |
| | | · 부분적인 오류가 있는 수학적 추론을 사용하거나 논리적 비약이 있음 | 1 |
| | | · 추론과정에 큰 오류가 있거나 추론을 시도하지 않음 | 0 |
| | 답구하기 (3) | · 옳은 답을 구함 | 2 |
| | | · 부정확하거나 완성되지 않은 답을 구함 | 1 |
| | | · 답이 없음 | 0 |
| (3) | 추론과정 (추1,2) | · 정육면체를 제외하고 만든 4개의 정다면체의 꼭짓점과 모서리와 면의 개수를 모두 옳게 적음 | 2 |
| | | · 일부 틀리게 적음 | 1 |
| | | · 대부분 틀리게 적거나 적지 않음 | 0 |
| | 답구하기 (추3) | · 옳은 답을 구함 | 2 |
| | | · 부정확하거나 완성되지 않은 답을 구함 | 1 |
| | | · 답이 없음 | 0 |
| 점 수 | | | 12 |

3) 문항의 개발의도

이 평가문항은 4D Frame를 이용하여 입체도형을 만들어 보는 수업을 한 후에야 시행할 수 있는 평가로 평가

원리 중 ‘학습의 원리’가 반영되었다. 또, 면의 모양과 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수(연결봉의 발의 개수)를 통해 정다면체가 개수가 정해진다는 ‘수학의 원리’가 담겨있다. 수준이 낮은 학생들도 직접 정다면체를 만들고 나서 (1),(2)문항에서 개수와 (3)문항에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수는 암기하지 않았더라도 관찰을 통해 구할 수 있다. 수준이 높은 학생들은 (1), (2)문항에서 이유는 논리적으로 추론을 해야 쓸 수 있는 것으로 ‘공평성의 원리’가 반영되었고, 4D Frame을 가지고 정다면체를 직접 만들어보는 활동을 통해 평가가 이루어지는 ‘역동성의 원리’가 실현되었다.

그리고 평가문항은 면의 모양과 연결발의 개수가 한 꼭짓점에 모이는 모서리에 개수라는 것을 파악하고 면의 모양에 따라 정다면체를 만들면서 정다면체는 5개뿐임을 추론하도록 개발하여 ‘수학적 관계를 파악하는 능력(추1)’과 ‘수학적으로 추측하는 능력’을 평가하고 기를 수 있다. 또한 이유를 적기 위해서는 ‘수학적 관계를 찾아 표현하는 능력(추3)’과 ‘수학적 추론 과정을 분석·점검하는 능력(추4)’, ‘수학적 추론에 근거한 정당화 능력(추5)’을 발휘해야 한다.

4) 평가 결과

(1) 평균점수와 응답률

추론 영역의 평가문항을 채점기준표에 의거한 관찰체크리스트로 평가한 결과는 <표 7>, <표 8>과 같다.

<표 7> 추론 영역의 평가문항에 대한 응답률-1(고상숙 외, 2013. p. 133)

| 점수 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 계 |
|----|-------|-------|-------|----|------|-----|
| 명 | 4 | 6 | 10 | 7 | 1 | 28 |
| % | 14.29 | 21.43 | 35.71 | 25 | 3.57 | 100 |

12점 만점을 받은 학생은 전체 28명 중 1명(3.57%)이었다. 11점을 받은 학생은 7명(25%), 10점을 받은 학생은 10명(35.71%), 9점을 받은 학생은 6명(21.43%), 8점을 받은 학생은 4명(14.29%)이었다. 12점 만점에 평균점수는 9.82점이었고, 학생의 약 64%가 10점 이상의 점수를 받았다. 수학 실력이 서로 다른 이질집단으로 4인 1조로 구성하였고, 각 조의 이름이 역할을 한 학생이 다른 3명의 학생들을 가르치는 또래교사 역할을 하였다. 즉, 평가이면서 수업이라고 볼 수 있었다. 또한 각자의 역할을 나누어 정다면체를 만들고 협동하여 문항을 해결하였으므로 높은 성취를 이루었다고 볼 수 있다.

<표 8> 추론 영역의 평가문항에 대한 채점영역별 응답률-2(고상숙 외, 2013. p. 134)

| 문항번호 | 배점 채점영역 | 배점 | | | 평균 | |
|------|------------|---------------|---------------|----------------|------|------|
| | | 0 | 1 | 2 | | |
| (1) | 추론과정 | 0 (0%) | 8 (0%) | 20 (65.38%) | 1.71 | 3.71 |
| | 답구하기 | 0 (0%) | 0 (0%) | 28 (100%) | 2 | |
| (2) | 추론과정 | 6 (21.43%) | 21 (75%) | 1 (3.57%) | 0.82 | 2.60 |
| | 답구하기 | 0 (0%) | 6 (21.43%) | 22 (78.57%) | 1.78 | |
| (3) | 추론과정 | 0 (0%) | 6 (21.43%) | 22 (78.57%) | 1.78 | 3.63 |

| | | | | | | |
|--|------|-----------|---------------|----------------|------|--|
| | 답구하기 | 0 (0%) | 4 (14.29%) | 24 (85.71%) | 1.85 | |
|--|------|-----------|---------------|----------------|------|--|

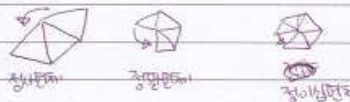
<표 8>는 두 가지 채점영역인 ‘추론과정’, ‘답구하기’에 0점, 1점, 2점으로 나눈 채점기준표에 의해 점수화한 것을 나타낸다. 소 문항 (1), (2), (3)은 각 채점영역에서 2점씩 받으면 만점이 각각 4점씩이다.

소 문항 (1), (2), (3)별로 평균을 비교해보면, 4점 만점에 3.71점, 2.60점, 3.63점으로 (2)문항의 평균이 가장 낮았다. 이는 (2)의 ‘추론 과정’의 평균이 0.82로 가장 낮았기 때문이다. 따라서 교사가 위의 능력을 학생들에게 보완할 필요가 있다.

소 문항마다 ‘추론 과정’과 ‘답구하기’에서 2점을 받은 학생들의 수를 비교해보면, ‘답구하기’에서 2점을 받은 학생 수보다 ‘추론 과정’에서 2점을 받은 학생 수가 작다는 것을 알 수 있다. 이처럼 학생들이 추론과정을 쓰는 능력이 부족한 것은 과정보다는 결과중심으로 공부했기 때문으로 볼 수 있다.

소 문항 (2)의 ‘추론 과정’에서 큰 오류를 범한 6명이 0점을 받은 것을 제외하고 다른 모든 문항의 ‘추론 과정’과 ‘답구하기’의 평가요소에서는 0점을 받은 학생이 없었다. 또한 (3)은 ‘추론 과정’의 평균이 가장 높은 것은 학생들이 4D Frame를 이용하여 정다면체를 만들고 꼭지점과 모서리의 개수를 관찰하여 결과를 얻었기 때문이다. 이는 학생들 대부분이 포기하지 않고 교구를 활용하여 문항에서 요구하는 추론 활동을 시도하고 답을 적었다는 것을 의미한다.

(2) 학생들의 응답예시(고상숙 외, 2013. p. 136)

| 문항 번호 | 점수 | 점수화 | 학생답안 및 배점이유 |
|-------|----|------------|--|
| (1) | 4점 | 추론 과정 2점 | (1) 면이 정삼각형인 정다면체를 모두 만들고, 그 개수와 이유를 쓰시오. 개수: 3 개 이유: 한 꼭짓점에 정삼각형이 6개가 만나면 평면이 되고 6개가 만나면 안되서 정사면체, 정팔면체, 정이십면체가 있다. 정삼각형은 2개나 1개가 만나도 도형이 안되므로 3~6개 까지 만들수있으므로 3개이다. |
| | | 답구 하기 2점 |  이렇기 3개이다. 한 꼭짓점에 모이는 정삼각형의 개수를 통해 정다면체가 3개가 만들어짐을 적절히 추론하고 답으로 이끌어 냄 |
| | 3점 | 추론 과정 1점 | (1) 면이 정삼각형인 정다면체를 모두 만들고, 그 개수와 이유를 쓰시오. 개수: 3 개 이유: 정삼각형의 한 내각은 60°이고, 한 꼭짓점에서 만나는 면의 개수는 최소 3개이어야 하며 6개 이상 만나면 360°가 되어 평면이 되므로 정사면체, 정팔면체, 정이십면체의 3개가 나온다. |
| | | 답구 하기 2점 | |

| | | | |
|-----|----|---------------------|---|
| | | | 추론과정에 부분적으로 논리적 비약이 있으나 답으로 이끌어 냄 |
| (2) | 3점 | 추론 과정 1점 | (2) 면이 정삼각형과 정사각형이 아닌 정다면체를 모두 만들고, 그 개수와 이유를 쓰시오. 개수: 1 개 이유: 1면이 3개이상 모여야 입체가 되는데 정육각형이 3개 모여면, 360도가 다시 평면이 되어버린다. 따라서 정오각형까지만 모여서 입체도형을 만들 수 있다 |
| | | 답구 하기 2점 | 면이 정오각형일 때, 딱 1개의 정다면체를 만들 수 있는지 추론과정이 없음 |
| | 1점 | 추론 과정 0점 | (2) 면이 정삼각형과 정사각형이 아닌 정다면체를 모두 만들고, 그 개수와 이유를 쓰시오. 개수: 2 개 이유: 2개 면이 6각 이상이면 3면이 모이면 360도 같거나 넘어 버려서 |
| | | 답구 하기 1점 | 추론과정에 큰 논리적 오류가 있고 부정확한 답을 이끌어 냄 |

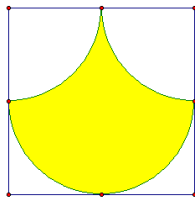
(3) 채점 시 유의점

4D 프레임을 가지고 정다면체를 만들 때, 면의 모양과 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수로 분류하며 만들도록 문항을 출제하였다. 따라서 연결봉의 역할 즉, 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수를 통해 정다면체가 만들어짐을 적절히 추론하였는가에 중점을 두고 채점하였다. 한 꼭짓점에 적어도 3개 이상의 면이 모여야 입체가 됨을 언급하고 몇 개까지 면이 모일 수 있는지 그 이유를 논리적으로 쓰는 경우에 만점을 부여하였다. 또한 (2)의 문항에서 정다면체는 모두 5개뿐임을 이용하여 면이 정삼각형과 정사각형이 아닌 정다면체는 1개뿐임을 적절히 추론한 것도 만점으로 인정하였다. (3)의 문항은 표에서 개수가 대부분은 맞거나 일부를 틀렸을 때 부분 점수를 부여하였다. 그리고 (3)번의 꼭짓점과 모서리와 면의 개수의 관계는 각각의 개수를 귀납적으로 추론하여 얻을 수 있으므로 그 관계를 표현하게 한 것이나 교육과정에서 삭제된 내용이므로 관계를 적는 칸을 삭제하고 평가할 수 있다.

다. 의사소통 영역

1) 평가문항

| | | | | | | |
|-------|--------|-----|---|---|---|---|
| 활용 교구 | 컴퍼스와 자 | 1학년 | 반 | 번 | 이 | 름 |
|-------|--------|-----|---|---|---|---|



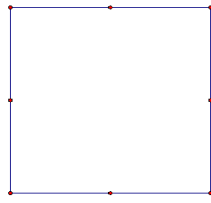
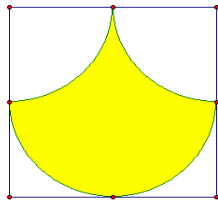
그림은 정사각형의 각 변의 중점을 지나는 은행잎을 컴퍼스와 눈금없는 자를 가지고 작도한 것이다.

(1) 위의 정사각형과 은행잎을 컴퍼스와 자를 가지고 작도하고, 그 작도방법을 써보세요.

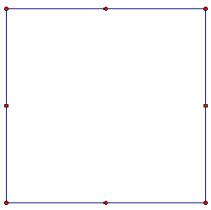
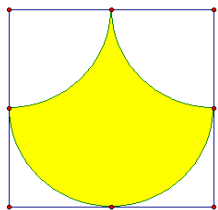
정사각형과 그 안에 은행잎을 작도

작도방법 :

(2) 컴퍼스와 자를 이용하여 은행잎과 넓이가 같지만 모양은 다른 도형을 2개 작도해보세요. 그리고 넓이가 같은 도형을 어떻게 만들 수 있는지 이유를 단계별로 그림이나 기호(말, 숫자 등)로 설명하세요.



넓이가 같은 이유:



넓이가 같은 이유:

2) 관찰평가를 위한 채점기준표

| 문항번호 | 채점영역 | 채점기준 | 점수화 | |
|------|-----------|----------------|--|---|
| (1) | 정사각형, 은행잎 | 수학적 언어와 표현의 사용 | · 적절한 수학적 언어(정사각형-수직이등분선 또는 각의 이등분선 등 / 은행잎-중점, 중심, 사분원, 반원 등)를 사용하고, 적절한 표현(정사각형-꼭짓점과 직선에 기호 사용/ 은행잎- 교점에 기호 사용)을 사용함 | 2 |
| | | (의1, 2) | · 부적절한 수학적 언어와 표현을 사용함 | 1 |
| | | | · 수학적 언어와 표현을 사용하려고 시도하지 않음 | 0 |
| | 논리성 | (의3, 4) | · 작도의 과정과 순서를 명확하게 설명을 함 | 2 |
| | | | · 작도의 과정과 순서가 부분적으로 비논리적이거나 비약이 있음 | 1 |
| | | | · 전체적으로 비논리적인 설명을 하거나 시도하지 않음 | 0 |
| (2) | ①, ② | 수학적 언어와 | · 이동, 넓이, 반원, 사분원, 직사각형 등의 적절한 수학적 언어와 숫자, 그림, 기호 등의 표현을 적절하게 사용함 | 2 |

| | | | |
|-----|-------------------|-------------------------------|----|
| | 표현의 사용 (의1, 2) | · 부적절한 수학적 언어와 표현을 사용함 | 1 |
| | | · 수학적 언어와 표현을 사용하려고 시도하지 않음 | 0 |
| | 논리성 (의3, 4) | · 넓이가 같은 이유를 명확하게 설명을 함 | 2 |
| | | · 부분적으로 비논리적인 설명하거나 비약이 있음 | 1 |
| | | · 전체적으로 비논리적인 설명을 하거나 시도하지 않음 | 0 |
| 점 수 | | | 16 |

3) 문항의 개발의도

현행 교육과정의 교과서와 익힘책¹¹⁾의 지도 내용을 반영하는 문항의 예를 제시하기 위해 컴퍼스와 자의 작도 원리를 이용하여 학생들이 아름다운 도형을 작도하고, 수학적합체에 ‘넓이가 같은 직사각형 만들기’ 활동과 관련된 도형의 넓이의 성질을 파악할 수 있도록 문항을 구성하였다. 특히, 학생들은 도형의 작도 방법과 넓이가 같은 도형 만들기를 설명하면서 수학적 의사소통 요소인 수학적 용어, 기호, 표현에 대한 능력을 기를 수 있고, 교사는 학생들의 의사소통 능력을 충분히 평가할 수 있을 것으로 기대된다.

4) 평가 결과

(1) 평균점수와 응답률

의사소통 영역의 평가문항을 채점기준표에 의거한 관찰체크리스트로 평가한 결과 응답률은 <표 9>, <표 10>과 같다.

<표 9> 의사소통 영역의 평가문항에 대한 응답률-1

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|
| 점수 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 합계 |
| 명 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 5 | 2 | 4 | 4 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 32 |
| % | 6.3 | 3.1 | 6.3 | 3.1 | 6.3 | 3.1 | 6.3 | 15.5 | 6.3 | 12.5 | 12.5 | 6.3 | 3.1 | 3.1 | 3.1 | 3.1 | 0 | 100 |

16점 만점을 받은 학생은 없었다. 15점이 최고점으로 1명(3.1%)이고, 14점, 13점, 12점도 각각 1명씩 있었다. 약 50%의 학생들은 7점에서 10점 사이의 점수를 받았다. 6점에서 0점까지도 각각 1~2명씩 있다. 평균점수가 7.38점이었다.

위와 같이 의사소통영역의 문항에서 받은 점수는 각 학생별로 다양한 점수를 보이고 있음을 알 수 있다.

<표 10> 의사소통 영역의 평가문항에 대한 채점영역별 응답률-2

| 문항번호 | | 배점 채점영역 | 0 | 1 | 2 | 평균 | | |
|------|--|------------|---------------|---------------|----------------|---------------|-------------|--------------|
| | | | (1) | 정사각형은 | 수학적 언어와 표현의 사용 | 25 (78.1%) | 3 (9.4%) | 4 (12.5%) |
| | | 논리성 | 17 (53.1%) | 13 (40.6%) | 2 (6.3%) | 0.53 | | |
| | | 수학적 언어와 | 12 | 19 | 1 | 0.66 | 1.63 | |

11) 이준열, 최부림, 김동재, 송영준, 윤상조, 황선미, 임유원 (2008). 수학1. 서울: 천재교육.

이준열, 최부림, 김동재, 송영준, 윤상조, 황선미, 임유원 (2008). 수학익힘책1. 서울: 천재교육.

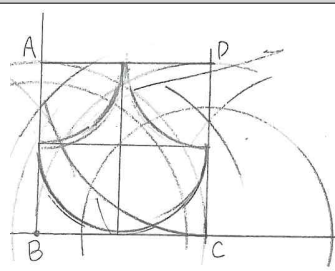
| | | | | | | | | |
|-----|--------|-------------------|---------------|---------------|---------------|------|------|------|
| | 행 요 | 표현의 사용 | (37.5%) | (59.4%) | (3.1%) | 0.97 | | |
| | | 논리성 | 6 (18.8%) | 21 (65.6%) | 5 (15.6%) | | | |
| (2) | ① | 수학적 언어와 표현의 사용 | 6 (18.8%) | 13 (40.6%) | 13 (40.6%) | 1.22 | 2.66 | 4.88 |
| | | 논리성 | 5 (15.6%) | 8 (25.0%) | 19 (59.4%) | 1.44 | | |
| | ② | 수학적 언어와 표현의 사용 | 12 (37.5%) | 9 (28.1%) | 11 (34.4%) | 0.97 | 2.22 | |
| | | 논리성 | 8 (25.0%) | 8 (25.0%) | 16 (50.0%) | 1.25 | | |

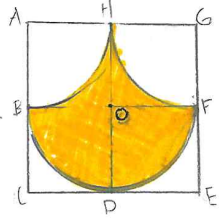
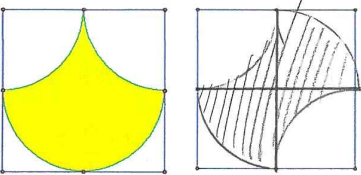
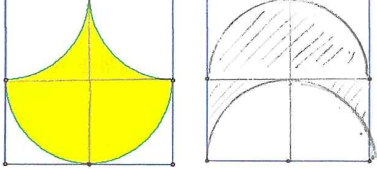
<표 10>는 두 가지 채점영역인 ‘수학적 언어와 표현의 사용’, ‘논리성’에 0점, 1점, 2점으로 나눈 채점기준표에 의해 점수화한 것을 나타낸다. 소 문항 (1)은 다시 정사각형 작도방법과 은행잎 작도방법으로 채점요소를 나누어서 각각 4점씩으로 만점이 8점이고, 소 문항 (2)는 넓이가 같지만 모양은 다른 도형 1개에 각각 4점씩으로 만점이 8점이다.

소 문항 (1)의 평균은 2.50점으로 매우 낮았으며, 소 문항 (2)의 평균은 4.88점이다. 문항 (1)의 평균이 낮은 이유로는 정사각형과 은행잎의 작도 과정을 수학적 언어와 표현으로 나타내지 못하고 설명의 논리성도 많이 부족하였다. 특히, 은행잎을 작도하기 전에 정사각형의 작도과정을 서술하지 않은 학생들이 많아서 문항의 점수가 낮게 나왔다. 또한 문항 (2)에서 은행잎과 넓이는 같지만 모양은 다른 도형을 만들어야 하는 문항인데, 같은 도형을 작도하여 0점을 받은 학생들이 많이 있었다. 구체적으로 은행잎을 회전이동해서 도형을 만들거나 은행잎과는 다르지만 ①과 ②의 도형이 회전이동하면 같게 되는 도형을 만들었다.

마지막으로 소 문항 (1), (2) 모두 ‘수학적 언어와 표현의 사용’의 평균이 ‘논리성’의 평균보다 낮다. 여기서, 논리적으로 설명하는 능력에 비해 수학적 언어와 표현을 사용하여 의사소통하는 능력이 더 부족함을 알 수 있는데 이는 우리가 수학수업에서 의사소통에 관한 기회가 여전히 그리 많지 않음을 나타낸다.

(2) 학생들의 응답예시

| 문항 번호 | 점수 | 학생답안 및 배점이유 |
|----------|----|--|
| (1) | 7점 |  <p> 작도방법 : 정사각형을 작도한다. → ① 한 변을 긋는다. ② 수직이등분선을 그은 후 길이가 같은 선분을 만든 후 4개를 만들어서 교점을 다 이룬다. 정사각형중앙에 수직이등분선의 교점을 위의 중심점으로 해서 반원을 그린다. 그리고 다른 변의 끝(D)에서 D를 중심으로 해서 반원을 그린다. 점 A에서도 똑같이 반복한다. </p> |
| | | <p>정사각형의 작도방법에 논리적 비약이 있어서 ‘논리성’에서 1점 감점됨</p> |

| | | |
|---|--|--|
| 3점 |  | <p>작도방법 : 먼저 점 A에서 점 H에 거리를 잰다 그리고 점 A에서 그 거리 만큼 $\frac{1}{4}$ 원을 그린다. 그렇듯 점 G에서도 그 방법을 사용한다. 하지만 BF에 경우는 HF에 두배 여니까 아까 잰 거리를 그대로 가져와 $\frac{1}{2}$ 원을 그린다.</p> |
| <p>정사각형의 작도방법이나 작도과정이 없어서 4점 감점되었고, 은행잎의 작도방법에서 반원의 중심(O)를 표현하지 않아서 '수학적 언어와 표현의 사용'에서 1점 감점됨</p> | | |
| (2) |  | <p>넓이가 같은 이유: 반원 하나와, 작은 정사각형에서 원의 부분을 뺀 것이 2개가 모두 포함되어 있기 때문이다.</p> |
| <p>적절한 수학적 언어와 그림을 사용하였고, 넓이가 같은 이유를 명확하게 설명하여 만점을 받음</p> | | |
| 2점 |  | <p>넓이가 같은 이유: 반원을 꼭 두껍히고 부채꼴 모양을 뺀 아래쪽 반대쪽을 했기 때문입니다.</p> |
| <p>부적절한 수학적 언어(부채꼴)를 사용하여 '수학적 언어와 표현의 사용'에서 1점 감점 되었고, 논리적 비약이 있어서 '논리성'에서 1점 감점됨</p> | | |

(3) 평가 및 채점 시 유의점

소 문항 (1)은 정사각형과 은행잎을 작도하고 그 작도방법을 쓰는 문항이다. 그런데 대부분의 학생들은 은행잎에 집중하다보니 정사각형의 작도방법은 쓰지 않거나 간략히만 썼다. 정사각형의 작도방법을 써야함을 강조할 필요가 있다. 소 문항 (2)는 은행잎과 넓이는 같지만 모양은 다른 도형을 작도하고 설명해 보는 문항이므로 채점할 때 은행잎을 회전이동 시켜서 그런 도형은 정답으로 인정하지 않았고, 회전이동하면 같은 도형이 되는 것은 한 개에만 점수를 부여하였다. 또한 소 문항 (2)는 작도하고 설명해보는 문항으로 작도만 하고 어떤 설명도 하지 않은 답안은 점수를 부여하지 않았다. 그리고 소 문항 (2)은 ①과 ② 두 개보다 개수를 늘려서 문항을 만들고 채점기준표를 세분화하여 점수를 부여할 수도 있고 여러 가지 창의적인 도형 만들기를 기대할 수 있다.

컴퍼스는 구입비용이 저렴하고 문제 풀이 과정을 종이에 나타내기가 용이한 교구이므로 개별 학생이 교구를 가지고 결과물을 쓰도록 평가문항을 구성하고 평가를 실시하였다. 그러나 동료 친구들에게 자신의 결과물에 대한 발표를 통해 의사소통하는 능력을 기르거나 평가하도록 문항을 변형하여 사용할 수 있다.

V. 결론 및 제언

Piaget(1965) 활동적 학습원리란 수학적 개념을 추상적으로 지도하기전에 구체적인 조작 활동이 선행되어야

한다는 것이다. 이때, 학생들의 활동을 촉진하기 위해서 교사는 탐구적인 질문을 제기하며 학생들은 소집단을 형성하여 토론과 탐구활동을 할 수 있게 하여야 한다고 하였다. 이를 반영하여 본 연구에서는 교구를 사용하여 4명 또는 2명이 한조가 되어 문항을 해결하기 위해서 탐구하도록 하였다. 또한 개별평가가 가능한 문항을 통해 각 영역에서 학생들의 독특한 구성(창의성)도 확인할 수 있었다.

본 연구에서 개발한 평가모델을 사용한 평가 결과로는 첫째, 2인 1조로 기하판을 사용하여 문제해결능력을 평가한 문항에서 만점 12점에 평균점수가 9.25점으로 학생들의 약 13%가 만점을 받았고, 약 90%가 8점 이상을 받았다. 대부분의 학생들이 기하판을 통해 쉽게 평행선과 도형의 넓이 사이의 관계에 관한 문제를 해결하였다. 그러나 두 평행선을 찾는 소 문항보다 한 변을 고정으로 했을 때 그 선과 평행한 선위에서 점을 찾는 소 문항들의 정답률이 낮았다. 둘째, 4인 1조로 4D Frame을 가지고 정다면체를 직접 만들어보는 활동을 통해 정다면체의 성질을 추론하는 문항에서 12점 만점에 평균점수는 9.82점이었고, 12점 만점을 받은 학생은 1명(3.57%)이었고, 11점을 받은 학생은 7명(25%)이었고, 모든 학생이 8점 이상을 받았다. 그룹평가를 하였는데 각 조의 이름이 역할을 한 학생이 다른 3명의 학생들을 가르치는 또래교사 역할을 하며 정다면체를 협동하여 만들고 문항을 해결하였으므로 높은 성취를 이루었다고 볼 수 있다. 그러나 소 문항마다 '답구하기'보다 '추론 과정'의 점수가 낮았다. 이는 학생들이 추론과정을 논리적으로 쓰는 능력이 부족한 것은 과정보다는 결과중심으로 학습해왔기 때문이다. 셋째, 개별적으로 각자 컴퍼스를 가지고 도형을 그린 작도방법과 넓이가 같은 도형 만들기를 단계별로 설명하는 의사소통 문항에서 16점 만점에 평균점수가 7.38점이었고, 15점이 최고점으로 1명(%)이었고, 14점, 13점, 12점도 각각 1명씩 있었다. 6점에서 0점까지도 각각 1~2명씩 다양한 점수분포를 이루고 있다. 넓이가 같지만 다른 도형을 그리는 문항에서 회전이동하면 같게 되는 도형을 만든 학생들이 0점을 받아서 평균점수가 낮았고, 모든 소 문항에서 '수학적 언어와 표현의 사용'의 평균이 '논리성'의 평균보다 낮았다. 이는 논리적으로 기술하는 능력보다 수학적 언어와 표현을 사용하여 의사소통하는 능력이 더 부족함을 나타낸 것이다.

위의 문제해결, 추론, 의사소통 능력에 관한 문항별 채점기준표에 따라 나타난 학생들의 사고과정을 조사해본 바 주로 답구하기에만 초점이 있는 전통적 평가에서는 찾을 수 없었던 응용과정, 추론과정, 그리고 수학적 언어와 표현 사용과정에서 점수가 각각 낮게 나타났음을 통해 학생은 각 영역의 특성에 비추어 자신의 부족함을 구체적으로 발견하게 되고, 교사는 이런 부분에 학습의 기회를 더 제공할 필요가 있음을 알게 되었다. NCTM(1995)이 명시한 평가의 4 가지 목적 중에는 '학생의 학습을 진단하는 것'을 포함하였다. 이처럼 수학적 과정 중심의 평가에서는 목표지향평가가 가능하게 되므로 각 영역에 따른 학생의 학습을 진단하는 것이 용이해지는 장점이 있다. 또한 교구를 활용한 평가가 이루어지지 위해 교구를 활용하는 수업이 이루어졌고 평가가 학습을 돕는 진정한 평가가 이루어졌음을 알 수 있었다.

본 연구에서 개발한 교구를 활용한 평가문항을 통해 각 영역의 고유한 능력을 측정하였다. 그리고 교구사용의 현장보존성을 위해 과정평가로서 관찰평가를 할 수 있도록 관찰체크리스트를 개발하여 평가를 실시하였다. 이때 많은 학생들을 동시에 관찰하기 어려운 현실을 반영하여 활동의 결과를 그리거나 쓸 수 있도록 문항을 수정하여 평가한 것이다.

교구를 활용하여 수학적 과정의 문제해결 능력, 추론 능력, 의사소통 능력을 증진시키고자 만든 문항으로 평가한 연구결과를 바탕으로 후속 연구를 다음과 같이 제언한다. 문제해결 능력, 추론 능력, 의사소통 능력별로 정상권 외(2012)와 같이 질문의 형식을 바꾸어 한 문항 안에서 여러 능력을 평가해보는 연구가 더 많이 이루어질 필요가 있다. 거기에는 각 능력의 요소들을 명확히 이해하고 분류할 수 있는 전문성이 요구된다. 즉 한 문항 안에서 서로 다른 능력을 평가하고자할 때 가장 고려되는 부분은 어떤 요소가 겹치는지, 어떤 요소가 분리되는지를 간과할 수 있어야 한다. 사실 정상권 외(2012)는 소수의 문항만을 현장에 적용해보았기때문에 그 적용성을 가늠하기는 충분하지 않다. 또한 본 연구를 통해 개발한 평가모델(평가도구과 평가틀), 관찰체크리스트를 기초로 하여 더욱 광범위하게 교구를 활용한 과정평가를 활성화시킬 수 있는 연구들이 수학교육에서 꾸준히 이루어지

길 기대한다.

참 고 문 헌

- 고상숙 · 고호경 · 박만구 · 홍예운 · 한혜숙 (2012). 수학교육평가론. 서울: 경문사.
- 고상숙 외 9명 (2013). 교구 및 공학도구를 활용한 수학적 과정중심 평가 기반 조성. 연구보고서 2013-6. 서울: 한국과학창의재단.
- 교육과학기술부 (2011). 수학과 교육과정. 서울: 교육과학기술부
- 김도한 외 18인 (2009). 2009년 창의중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구. 서울: 한국과학창의재단.
- 김민경 (2001). 초등수학에서 기하관 활용방안 탐색. 한국초등수학교육학회지, **5(2)**, 111-119.
- 김진호 (2008). 학습자 중심 수학 수업과 수행평가. 한국초등수학교육학회지, **12(1)**, 47-58.
- 박만구 · 고상숙 · 정인철 · 김은영 (2010). 기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향. 한국학교수학회논문집, **13(2)**, 303-322.
- 신준식 · 고정화 · 박문환 · 박성선 · 서동엽 (2011). 수학적 사고력 측정을 위한 수학 평가 도구의 개발. 한국초등수학교육학회지, **15(3)**, 619-640.
- 이봉주 (2011). 초등학교 저학년 수학교육에서의 역동적 평가 방안 탐색. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **50(1)**, 13-25.
- 이준열 · 최부림 · 김동재 · 송영준 · 윤상조 · 황선미 · 임유원 (2008). 수학1. 서울: 천재교육.
- 이준열 · 최부림 · 김동재 · 송영준 · 윤상조 · 황선미 · 임유원 (2008). 수학익힘책1. 서울: 천재교육.
- 장훈 (2008). 체험수학-교구를 이용한 삼각형의 내심과 외심 지도. 제 40회 한국수학교육학회 학술대회 프로시딩 (pp. 37-45). 충북: 한국교원대학교.
- 정상권 · 이경화 · 유연주 · 신보미 · 김구연 (2012). 2011년 과정중심의 수학교과 평가방안 연구. 서울: 한국과학창의재단.
- 최정선 · 박혜숙 (2009). 교구를 활용한 수업에서의 수학적 표현과 행동 특성의 변화. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **48(3)**, 303-328.
- 최창우 (2002). 초등학교 수학 수업에서 기하관의 활용. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, **6(1)**, 1-10.
- Jitendra, A. K., & Kameenui, E. T. (1991). Expert's and novice's error patterns in solving part-whole mathematical word problem. *The journal of Educational Research*, **90(1)**, 42-51.
- National Academy of Science. (1993). *Measuring What counts: A Conceptual Guide for Mathematics Assessment*. Washington, DC: National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1999). *Mathematics Assessment: A Practical Handbook for Grades 9-12*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Mathematics Assessment: A Practical Handbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. (1965). *The Child's Conception of Number*. WW: Norton & Company, Inc.

**A Study on the Development of the Model
for the Process-focused Assessment
Using Manipulatives
-Focused on Middle School Mathematics-**

Sang Sook Choi-Koh

Dankook University
E-mail: sangch@dankook.ac.kr

Hye Sook Han

Dankook University
E-mail: hanhs@dankook.ac.kr

Chang Yeon Lee[†]

Dankook University
E-mail: chang_t@naver.com

Students' learning processes and mathematical levels should be correctly diagnosed in many different methods of assessment to help students learn mathematics. The study developed the model for the process-based assessment while using manipulatives in the middle school in order to improve problem solving, reasoning and communication which are emphasized in 2009 reformed curriculum as the areas of mathematical process. Identifying the principles of assessment, we created the assessment model for each area and carried out a preliminary study. Based on this, we revised the representative items and the observation checklist and then conducted a main study. Through the results of assessment, we found that students' thinking processes were well presented in scoring rubric for their responses on each item. It meant that the purpose of the assessment as a criterion-referenced test was achieved.

* ZDM Classification : C73

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C40

* Key Words : Assessment Model, Mathematical Process, Process-focused Assessment, Manipulative, Principle of Assessment, Observation Checklist, Scoring Rubric, Criterion-referenced Test.

[†] Corresponding Author

부록1 - 문제해결 영역 문항의 모범답안

| 문항번호 | 모범답안 | |
|------|-----------------|-----------|
| (1) | <p>총 개수 5 개</p> | |
| (2) | <p>총 개수 3 개</p> | |
| (3) | 사각형 | <p>또는</p> |
| | 삼각형 | <p>또는</p> |

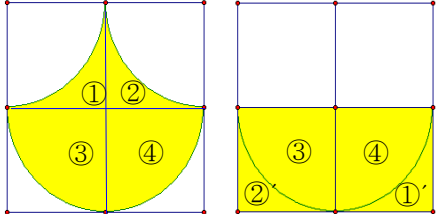
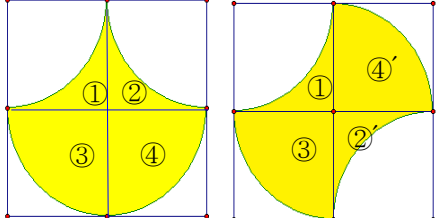
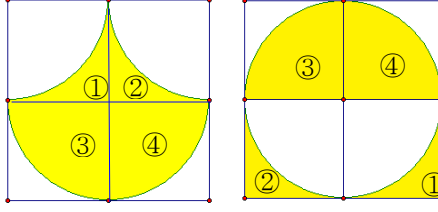
부록2 - 추론 영역 문항의 모범답안

| 문항번호 | 모범답안 |
|------|---|
| (1) | <p>4D 프레임의 연결봉의 의미를 파악하며 면이 정삼각형인 정다면체를 모두 만들고, ('정삼각형이 한 꼭짓점에 1개나 2개 모이면 입체가 되지 않으므로 3개 이상이 모여야 한다')를 언급 - 월등)</p> <p>정삼각형이 한 꼭짓점에 3개 모이면 정사면체가 되고 정삼각형이 한 꼭짓점에 4개 모이면 정팔면체가 되고 정삼각형이 한 꼭짓점에 5개 모이면 정이십면체가 되고 정삼각형이 한 꼭짓점에 6개 모이면 $60^\circ \times 6 = 360^\circ$ 가 되어서 평면이 된다.</p> <p>따라서, 면이 정삼각형인 정다면체는 한 꼭짓점에 3, 4, 5개가 모여서 만든 정사면체, 정팔면체, 정이십면체로 3개뿐이다. 개수 : 3개</p> |
| (2) | <p>4D 프레임의 연결봉의 의미를 파악하며 면이 정오각형인 정십이면체를 만들고, 면이 정오각형으로 정다면체를 만들면 ('정오각형이 한 꼭짓점에 1개나 2개 모이면 입체가 되지 않으므로 3개 이상이 모여야 한다')를 언급 - 월등)</p> |

| | <p>정오각형이 한 꼭짓점에 3개 모이면 정십이면체가 되고 정오각형이 한 꼭짓점에 4개 모이면 $108^\circ \times 4 = 432^\circ$ 이므로 입체가 되지 않는다.</p> <p>면이 정육각형이상부터는 한 꼭짓점에 3개 모이면 $120^\circ \times 3 = 360^\circ$ 이상이므로 입체가 되지 않는다.</p> <p>따라서, 면이 정삼각형과 정사각형이 아닌 정다면체는 정오각형이 한 꼭짓점에 3개 모여서 만든 정십이면체로 1개뿐이다. 개수 : 1개</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---------|---------|----------------------------------|-------|---------------------|------|---|----|---|----------------------------------|------|---|---|---|------|---|----|---|-------|----|----|----|-------|----|----|----|
| (3) | <table border="1"> <thead> <tr> <th>정다면체</th> <th>꼭짓점의 개수</th> <th>모서리의 개수</th> <th>면의 개수</th> <th>꼭짓점과 모서리와 면의 개수의 관계</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>정육면체</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>6</td> <td rowspan="5"> 꼭짓점의 개수 - 모서리의 개수 + 면의 개수 = 2 </td> </tr> <tr> <td>정사면체</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>정팔면체</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>정십이면체</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>정이십면체</td> <td>12</td> <td>30</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> | 정다면체 | 꼭짓점의 개수 | 모서리의 개수 | 면의 개수 | 꼭짓점과 모서리와 면의 개수의 관계 | 정육면체 | 8 | 12 | 6 | 꼭짓점의 개수 - 모서리의 개수 + 면의 개수 = 2 | 정사면체 | 4 | 6 | 4 | 정팔면체 | 6 | 12 | 8 | 정십이면체 | 20 | 30 | 12 | 정이십면체 | 12 | 30 | 20 |
| 정다면체 | 꼭짓점의 개수 | 모서리의 개수 | 면의 개수 | 꼭짓점과 모서리와 면의 개수의 관계 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 정육면체 | 8 | 12 | 6 | 꼭짓점의 개수 - 모서리의 개수 + 면의 개수 = 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 정사면체 | 4 | 6 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 정팔면체 | 6 | 12 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 정십이면체 | 20 | 30 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 정이십면체 | 12 | 30 | 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

부록3 - 의사소통 영역 문항의 모범답안

| 문항번호 | 모범답안 |
|------|--|
| (1) | <p>먼저, 정사각형을 작도한다.</p> <p>① 직선 l을 그리고, 직선 위에 선분 BC를 옮긴다. ② 점 B를 지나고 직선 l과 수직인 직선 m을 그린다. (예) 점 B를 중심으로 하고 직선 l과 만나는 원을 그려 교점을 P, Q라 한다. → 점 P, Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 두 원을 그려서 교점을 R이라 한다. → 점 B와 R을 지나 는 직선을 그린다. ③ 점 C를 지나고 직선 l과 수직인 직선 n을 그린다. ④ 직선 m, n에 선분 BC와 길이가 같도록 점 A, D를 그린다. ⑤ 점 A, D를 이어서 선분AD를 그린다.</p> <p>다음으로, 은행잎을 그린다.</p> <p>⑥ 선분 AB의 중점 E를 작도한다. (예) 점 A, B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 두 원을 그려서 교점을 X, Y이라 한다. → 점 X와 Y을 지나 는 직선과 선분 AB의 교점을 E라 한다. ⑦ 점 A에서 정사각형 안에 반지름의 길이가 AE인 사분원을 그린다. 사분원과 선분 AD의 교점을 H라 한다. ⑧ 점 D에서 정사각형 안에 반지름의 길이가 AE인 사분원을 그린다. 사분원과 선분 CD의 교점을 G라 한다. ⑨ 점 E, G을 이어 선분 EG를 그린다. ⑩ 선분 EG의 중점 O를 그리고, 반지름의 길이가 OE인 반원을 그린다.</p> |

| | |
|-------------|--|
| <p>①</p> |  <p>넓이가 같은 이유 : 정사각형을 사등분하면 왼쪽 은행잎은 ①, ②, ③, ④로 나뉜다. ①, ②을 오른쪽 도형의 ①', ②'로 이동시키면 넓이가 같은 직사각형이 된다.</p> |
| <p>2) ②</p> |  <p>넓이가 같은 이유 : 정사각형을 사등분하면 왼쪽 은행잎은 ①, ②, ③, ④로 나뉜다. ②, ④은 오른쪽 도형의 ②', ④'와 넓이가 같으므로 두 도형의 넓이가 같다.</p> |
| <p>기 타</p> |  <p>넓이가 같은 이유: 정사각형을 사등분하면 왼쪽 은행잎은 ①, ②, ③, ④로 나뉜다. 오른쪽 도형의 같은 번호와 넓이를 비교하면 같으므로 두 도형의 넓이가 같다.</p> |

