

MiC 교과서의 수학적 과제의 인지적 요구 정도 분석 -함수 내용을 중심으로-¹⁾

황 혜 정 (조선대학교)[†]

박 현 과 (조선대학교 대학원)

본 연구에서는 2006년에 새롭게 출판된 MiC 교과서를 대상으로, Stein 외(2009)가 제안한 바 있는 인지적 요구 정도 (cognitive demand level)에 따라 구체적이고 체계적인 분석 기준과 분석틀을 이용하여 MiC 교과서에서 다루고 있는 수학적 과제들의 유형을 분석하고자 하였다. MiC 교과서에서 다루지는 내용은 크게 수, 대수, 기하와 측정, 자료 분석과 통계인데, 본 연구에서는 모든 영역의 내용을 다루기에는 너무나 양이 방대하여, 본 연구에서는 학교 안팎의 실생활 소재나 문제 상황이 보다 풍부한 함수 영역을 선정하여 이에 한정하여 다루었다. 다만, MiC 교과서는 level 1, 2, 3의 세 권으로 구분되어 있는데, 함수 내용은 Level 3에만 제시되어 있으므로 본 연구에서는 level 3만을 대상으로 한다. 이 연구를 통하여 궁극적으로 MiC 교과서의 수학적 과제가 얼마만큼 융통성 있게 풍부하게 다루지는가를 분석을 통하여 파악해 봄과 동시에, 이로부터 도출된 양질의 결과를 토대로 우리나라 교과서 개발 및 구현을 위한 시사점을 도출하고자 한다.

I. 연구의 필요성 및 목적

최근 들어 점차 방대해지는 수많은 정보들에 대면하게 되면서 이들을 단순화, 계량화, 체계화 할 필요성이 커지게 되었으며, 이에 따라 수학의 중요성에 관한 인식과 그 의존도도 증가하고 있다고 하겠다. 또한, 물리학이나 화학, 공학, 지구과학, 통계학, 심지어 심리학에 이르기까지 많은 학문들이 수학에서부터 파생되어 나왔다고 해도 과언이 아니다. 이렇듯 중요한 수학을 학생들은 학교수학을 통해 접하게 되는데, 올바르고 효율적인 수학 학습을 위하여 문제 또는 과제 해결에 사용하는 공식 자체의 습득보다는 이러한 공식이 어디에서 어떻게 나오게 되었는지, 이것이 발전하여 어떻게 쓰이고 있는지, 그리고 이를 활용하여 실생활과 관련된 어떤 문제를 해결할 수 있는지 등을 알아야 할 것이다.

이런 맥락에서 NCTM(2000년)의 'Principles and Standards for School Mathematics'를 바탕으로 현실주의 수학교육을 강조한 프로이덴탈(Freudenthal)의 이론을 배경으로 한 미국 수학 교과서, MiC(Mathematics in Context, 이하 MiC라 칭함)의 개발은 의미 있다고 하겠다. MiC 교과서는 학습자로 하여금 결과 중심의 형식화된 학습보다는 추론 활동을 통하여 수학적 사고를 신장시키고 현실 생활에서 수학적 의미를 재발명해 나가는 능동적인 수학 학습을 강조하고 있다(한형주, 2005). 또한, MiC 교과서 내용의 상당 부분은 물음을 통한 과제

1) 이 논문은 2012학년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

* 접수일(2013년 8월 17일), 심사(수정)일(2013년 9월 23일), 게재확정일(2013년 10월 7일)

* ZDM분류: U23

* MSC2000분류 : 97U20

* 주제어 : 수학적 과제, 인지적 요구 정도, MiC 교과서

† 교신저자: sh0502@chosun.ac.kr

(task)로 되어 있고 교사는 그러한 과제들을 통해 학생들에게 수학 내용(개념)을 가르치도록 구성되어 있다. 이렇게 교사와 학생 사이를 연결해 주는 매개체 역할을 하는 과제인 만큼 교과서를 포함한 수학 교수·학습 자료 개발 및 선택, 더 나아가 학생들의 학습에도 충분히 영향을 줄 수 있을 것이다. NCTM(2000)은 이러한 수학적 과제의 역할과 중요성에 대해 다음과 같이 기술한 바 있다.

효과적으로 지도하는데 있어서 가치 있는 수학 과제가 매우 중요하다. 이 과제는 중요한 수학적 아이디어를 소개하고 학생들이 지적으로 참여하고 도전하도록 하는데 사용된다. 잘 선택된 과제는 학생들의 호기심을 돋우고, 수학을 하도록 이끈다. 과제는 학생들이 겪는 실제 세계의 경험과 연결될 수도 있으며 순수하게 수학적인 상황에서 일어날 수도 있다. 상황과 관계없이 가치 있는 과제는 심사숙고하게 하고 열심히 문제를 풀게 할 정도로 도전적이며 흥미 있는 것이어야 한다. 그러한 과제는 산술적인 세기, 기하학적인 다이어그램을 그리기, 가능성을 열거하기, 대수 방정식의 사용과 같은 한 가지 이상의 방법으로 접근할 수 있다. 이들 방법들은 학생들이 이전에 갖고 있던 여러 지식과 경험을 통해서 과제에 다가갈 수 있게 한다(류희찬 외 번역, 2007, p. 20).

또한 이미연과 오영열(2007)은 수학적 과제가 학생들의 의사소통 능력과도 밀접한 관계가 있다고 하였다. 따라서 교실 수업에서 교사가 학생들에게 제시할 적절한 수학적 과제를 선택하는 것은 매우 중요하고 이를 위해서는 다양한 유형의 수학적 과제를 수반한 수학 교과서의 활용은 유의미할 것이다. 그러므로, 연구 차원에서 수학적 과제와 관련하여 이를 수반하고 활용하는 수학 교과서의 탐색 및 분석은 의미 있는 일일 것이며, 특히 앞서 언급한 바와 같이 수학적 과제 중심으로 구성된 MiC 교과서의 탐색이 그러할 것이다.

그러나 최근까지 이루어진 MiC 교과서와 관련된 연구는 대부분 교과서 단원이나 내용 구성을 중심으로 우리나라 교과서의 것과 비교한 것이 많다. 가령, 한형주(2005)는 1996년판 MiC 교과서의 통계단원과 제7차 교육과정에 따른 우리나라 수학 교과서의 통계 단원의 단원 구성, 단원 목표, 학습 내용, 교수·학습 방법, 평가 방법에서의 유사점과 차이점을 찾아 비교하였다. 김정자(2008)도 1996년판 MiC 교과서의 통계 단원과 제7차 교육과정에 따른 수학 교과서의 통계 단원의 단원 구성, 단원 목표, 단원 도입, 학습 내용에서의 특징을 구체적으로 비교·분석하였다. 김송희(2009)는 1996년판 MiC 교과서의 대수 영역 중 Level C의 '행복한 결정'을 택하여 우리나라 제 7차 개정 교육과정의 수학 교과서의 단원 구성, 학습 내용과 구체적으로 비교·분석하였다. 홍창준과 김구연(2012)은 우리나라 2007년 개정 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서 5종을 선택하여, 함수 단원에 포함된 과제들을 과제 지표(Stein & Smith, 1998; Stein, et. al., 2000)에 기초하여 분석하고, 함수 영역에서의 과제들이 학생들이 일상생활에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있게 하는 기회를 갖도록 하는데 도움이 되는지를 살펴보았다.

이러한 선행 연구를 고려하여, 본 연구에서는 2006년에 Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute(eds.)에 의해 새롭게 출판된 MiC 교과서를 대상으로, MiC 교과서에서 다루고 있는 수학적 과제들을 탐색하고자 하였다.²⁾ 이를 위하여, 본 연구에서는 학생들이 다양한 유형의 수학적 과제를 통해 느끼게 되는 인지적 요구에 대한 분석을 실시하고자 하였다. 이는 Stein 외(2009)에 의해 제안된 인지적 요구 정도(cognitive demand level)에 대한 과제 지표를 토대로 과제 유형 분석들을 새로이 마련하고, 이를 근간으로 하여 MiC 교과서에서 다루고 있는 수학적 과제들의 유형을 분석하고자 하였다. Stein 외(2009)는 학생들에게 일상적인 방식으로 기억하고 있는 절차들을 수행하도록 요구하는 과제는 학생의 사고를 협의적인 것으로 이끌기 쉬움을 지적하고, 수학적 과제를 행함에 있어서 학생들의 인지적 요구의 중요성에 대해 다음과 같이 강조한 바 있다. 학생들로 하여금 개념을 사용하도록 요구하고, 수학적으로 의미 있는 것이나 관련된 수학적 아이디어들을 의식

2) 세 권의 MiC 교과서의 각 단원마다 저자가 다르며, 다만 Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute이 공동으로 편집 역할을 맡았다. 이에 따라, 본고에서는 본 연구의 대상인 세 함수 단원, 즉 'Up and Downs', 'Graphing Equations', 'Algebra Rules'에 대한 각각의 참고문헌만을 제시하였음.

적으로 연계되도록 이끄는 과제들은 학생들의 생각을 보다 폭넓게 다양한 기회를 제공할 수 있다고 하였다. 교사에 의해 적절히 이끌어지는 이러한 과제들의 누적적인 수행 경험이야말로 그 과정이 어렵고 때론 상당한 시간을 요구할지라도 수학의 본질에 관하여 학생들로 하여금 그들의 내면적 발전을 가져올 수 있다고 하였다.

MiC 교과서에서 다루지는 내용은 크게 수, 대수, 기하와 측정, 자료 분석과 통계인데 모든 영역의 내용을 다루기에 양이 방대하여, 본 연구에서는 상대적으로 학교 안팎의 실생활 소재나 문제 상황이 풍부히 다루질 수 있는 함수 영역에 한정하여 다루었다. 다만, MiC 교과서는 level 1, 2, 3의 세 권으로 구분되어 있는데, 함수 내용은 Level 3에만 제시되어 있으므로 결과적으로 본 연구에서는 level 3 교과서에 제시된 함수 내용만을 다룬 것이다. 궁극적으로 MiC 교과서의 수학적 과제가 얼마만큼 융통성 있게 풍부하게 다루지는가에 관한 탐색과 동시에 이로부터 도출된 결과를 토대로 우리나라 교과서 개발 및 구현을 위한 시사점을 도출하고자 한다.

II. MiC 교과서와 인지적 요구 정도에 관한 이해

1. MiC 교과서의 이해

가. MiC 교과서의 내용 구성 체계와 수학적 과제

MiC 교과서의 내용 구성 체계를 살펴보면, 우리나라 교과서는 수학적 내용 또는 개념을 중심으로 학습자의 인지 및 학업 성취 수준에 따라 위계적으로 전개되어 있는 것에 반해, MiC 교과서는 해당 내용 영역과 관련된 실생활 소재 및 상황들이 수반된 문항 중심으로 구성되어 있다. 2006년에 출판된 MiC 교과서는 Level 1, Level 2, Level 3의 총 3권으로 나누어져 있고, 각 level은 몇몇 단원들로 구성되었으며, 이들 단원은 Number, Algebra, Geometry and Measurement, Data Analysis and Probability의 내용 영역 중의 하나에 해당한다. <그림 II-1 참조> 본 연구에서 다루는 MiC 교과서 Level 3의 단원명을 중심으로 살펴보면 <표 II-1>와 같다.



[그림 II-1] MiC 교과서의 구성 체계

<표 II-1> MiC 교과서 Level 3 단원명


	단원명	내용 영역			
		Number	Algebra	Geometry and Measurement	Data Analysis and Probability
L e v e l 3	Revisiting Numbers	○			
	Ups and Downs		○		
	It's All the Same			○	
	Graphing Equations		○		
	Insight into Data				○
	Patterns and Figures		○		
	Looking at and Angle			○	
	Great Predictions				○
Algebra Rules!		○			

각 단원은 몇몇 하위 'Section'으로, 각 Section은 몇몇 주제들로 구성되어 있으며, 한 Section 안에 속하는 각각의 주제는 실생활 소재 및 상황들을 수반하는 몇몇 문항들로 구성되어 있다. <그림 II-2 참조>³⁾ 수학적 과제 (mathematical task)란 '수학적 아이디어의 계발을 위해서 기여하는 교실활동의 일부'라고 정의하고 있다 (Stein, et. al., 2009). 여기서 수학적 과제는 세 단계를 거치게 되는데, 첫 번째는 교육과정이나 교육 자료에 제시되어있는 과제 또는 교사가 만드는 과제를 말하며, 두 번째는 교실에서 교사가 발표하거나 설정하는 과제를 말하고, 세 번째는 학생들이 활동하고 수행하는 실행 단계를 일컫는다. 특히, 세 번째 단계는 학생들의 실제 학습에 중요한 영향을 미친다고 하였다. 본 연구에서는 Stein 외(2009)의 수학적 과제의 정의에 기초하여 '교사의 안내와 지도하에 학생들로 하여금 수업 시간에 수학적 개념을 바르고 보다 깊이 있게 이해할 수 있도록 탐구, 시행착오 등의 추론 활동을 수반하는 문제'를 수학적 과제로 간주하였다. 이는 MiC 교과서에서의 각 주제에 해당하는 것으로 볼 수 있다고 판단되었으며, 한 마디로, 본 연구에서는 각각의 주제를 하나의 수학적 과제로 간주하였다.

MiC 교과서의 전반적인 내용 체계를 정리하면, 각 단원마다 맨 처음에 해당 단원을 간략히 소개하는 'Dear Student'라는 학생들에게 보내는 편지 코너가 있으며, 본문은 각 Section별로 몇몇 과제들로 구성되어 있고, 각 과제들은 해당 단원과 관련된 실생활 소재 및 상황 중심의 문항들로 구성되어 있고, 이러한 문항과 함께 중간 중간에 해당 내용에 속하는 정의나 주요 개념들이 제시되어 있다. 각 Section 말미에는 'Summary' 코너로 본문 내용을 정리하고 'Check Your Work' 코너를 두어 본문 관련 내용의 문제를 다시 한 번 풀어 보아 확인하게 하고 있으며, 특히 맨 끝에 'For Further Reflection' 코너를 제시하여 학생들이 직접 탐구하고 실험하는 활동에 참여하도록 유도하고 있다.

3) 본문의 [그림 II-2]는 MiC Level 3 교과서의 Up and Down' 단원 중 'Trendy Graphs'이라는 한 Section 내에 수록된 'Sunflowers'라는 과제임.

Sunflowers



Roxanne, Jamal, and Leslie did a group project on sunflower growth for their biology class. They investigated how different growing conditions affect plant growth. Each student chose a different growing condition.

The students collected data every week for five weeks. At the end of the five weeks, they were supposed to write a group report that would include a graph and a story for each of three growing conditions.

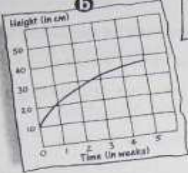
Unfortunately, when the students put their work together, the pages were scattered, and some were lost. The graphs and written reports that were left are shown on the next page.

20. a. Find which graph and written report belong to each student.
b. Create the missing graph.

a

I planted my sunflower in a shady place. The plant did grow, but not so fast. The height increased every week by equal amounts.
Roxanne


b



c

I put my plant in poor soil and didn't give it much water. It did grow a bit, but less and less every week.
Leslie

d



e

I treated my sunflower very well. It had sun and good soil, and I even talked to it. Every week it grew more than the week before.
Jamal

The type of growth displayed by Roxanne's sunflower is called **linear growth**.

21. Why do you think it is called linear growth?

A plant will hardly ever grow in a linear way all the time, but for some period, the growth might be linear. Consider a sunflower that has a height of 20 cm when you start your observation and grows 1.5 cm per day.

22. a. In your notebook, copy and fill in the table.

Time (in days)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Height (in cm)	20	21.5							

b. Meryem thinks this is a ratio table. Is she right? Explain your answer.
c. How does the table show linear growth?
d. Use your table to draw a graph. Use the vertical axis for height (in centimeters) and the horizontal axis for time (in days). Label the axes.

Here is a table with data from another sunflower growth experiment.

Time (in weeks)	0	1	2	3	4	5	6
Height (in cm)	10	12.5	17.5	25	35	47.5	

23. a. How can you be sure that the growth during this period was not linear?
b. In your own words, describe the growth of this plant.

Section A: Trendy Graphs 9

[그림 II-2] MiC 교과서의 예

나. MiC Level 3 교과서에서의 함수 내용

본 연구에서 다루기로 한 함수 내용은 MiC 교과서의 level 3에 모두 제시되어 있는데, 좀더 정확히 파악하기 위하여 MiC level 3 교과서 전체를 대상으로 각 과제별로 해당 과제의 수학적 내용이 무엇인지를 살펴보았다. <표 II-2 참조>⁴⁾ 그 결과, 함수 내용이 포함되는 단원은 ‘Ups and Downs’, ‘Graphing Equations’, ‘Algebra Rules’이며,⁵⁾ 이 세 단원 내에서도 함수가 아닌 다른 영역의 내용도 있다. 이때 편의상, 수학 내용의 진술은 우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정 문서에 제시된 성취기준으로 하였다.

<표 II-2> MiC Level 3 교과서의 ‘Up and Down’ 단원의 함수 내용

MiC 교과서		우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정		비고 (본 연구 대상)
Section	과제 (문항 수)			
A. Trendy Graphs	wooden graphs(7)	(라) 확률과 통계 ㉠ 도수분포와 그래프	① 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있다. ③ 상대도수를 구하며, 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.	○
	Totem Pole(1)			
	Growing Up(4)			
	Growth Charts(6)	(다) 함수 ㉠ 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	
	Water for the Desert(1)			
	Sunflowers(4)			
B. Linear Patterns	The Marathon(4)	(다) 함수 ㉠ 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다. ① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	What’s Next?(4)			
	Hair and Nails(10)			
	Renting a Motorcycle(6)			
C. Differences in Growth	Leaf Area(2)	(다) 함수 ㉠ 함수와 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다. ① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	Area Differences(6)			
	Water Lily(5)			
	Aquatic Weeds(5)			
	Double Trouble(6)			
D. Cycle	Fishing(3)	(다) 함수 ㉠ 함수와 그래프	④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	High Tide, Low Tide(1)			
	Golden Gate Bridge(3)			
	The Air Conditioner(2)			
	Blood Pressure(3)			

4) 본문의 <표 II-2>에는 지면관계상 ‘Up and Down’ 단원에 대해서만 제시하였음.
5) Level 3 교과서의 ‘Patterns and Figures’ 단원도 대수 영역에 해당하나, 이는 우리나라 고등학교 수준의 수열 내용에 관한 것이어서 본 연구에서 다루지 않았음.

E. Half and Half again	The Racetrack(3)	(다) 함수 ① 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	○
	Fifty Percent Off(4)		③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Medicine(8)		① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	

지금까지 <표 II-2>과 같은 방식으로 MiC 교과서에서 다루지는 함수 내용을 판별하기 위하여 MiC 교과서 내용을 우리나라 교육과정에 제시된 함수 내용에 기초하여 비교하였다. 반대로, 국가수준의 교육과정에 준하여 함수에 대한 학습 위계가 명료히 나타나는 우리나라 교육과정 상의 함수 내용을 기준으로, MiC 교과서에서 다루지는 함수 내용 관련 과제들을 제시해 보았다. <표 II-3 참조> 결과적으로, MiC 교과서의 함수 관련 내용은 이차함수를 제외하고는 우리나라에서 다루고 있는 함수 내용을 모두 다루고 있으나, 우리나라의 경우처럼 함수 내용을 위계적으로 다루기보다는 커다란 주제(단원) 하에 상황 중심의 과제들을 중심으로 반복적으로 다루고 있음을 알 수 있었다.

<표 II-3> 우리나라 함수 영역에 관한 성취기준과 MiC 교과서 과제

㉞ 함수			MIC 3 level				
증영역	성취기준	용어와 기호	단원	Section	과제	용어와 기호	
① 함수와 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.	변수 함수 $y=f(x)$ 함숫값 $f(x)$	Ups and Downs	B. Linear Patterns	What's Next? Hair and Nails	다음-현재 식 직접적인 식	
				C. Differences in Growth	Leaf Area Water Lily		
				E. Half and Half again	Medicine	음의 성장 지수감소	
				Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	
				② 순서쌍과 좌표를 이해한다.	순서쌍 x축 y축 좌표축 원점 좌표 x좌표 y좌표 좌표평면 제1사분면 제2사분면 제3사분면 제4사분면	Graphing Equations	A. Where There's Smoke
	Coordinates on a Screen	가로좌표 세로좌표 x좌표 y좌표 좌표계 원점 x축 y축 사분면 세로방향의 방정식 가로방향의 방정식					
	Fire Regions						
	B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters					
	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	함수의 그래프	Ups and Downs				
				Water for the Desert			
Sunflowers				선형성장			
B. Linear Patterns				The Marathon			

6) 한편, 우리나라의 경우 전통적으로 특히 제7차 단계형 수준별 교육과정 이후 더욱더 학기별이나 학년별로 해당(특정) 수학 내용의 개념이 점차 심화되거나 형식화되는 위계성을 나타내고 있음.

					What's Next?	다음-현재 식					
					Hair and Nails	직접적인 식					
					D. Cycle	The Racetrack					
					E. Half and Half again	Fifty Percent Off					
					Medicine	음의 성장 지수감소					
					Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas				
					④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	Ups and Downs			B. Linear Patterns	The Marathon	
									Renting a Motorcycle		
									C. Differences in Growth	Area Differences	두 번째 차이 이차
										Water Lily	
Aquatic Weeds											
D. Cycle	Double Trouble	성장요인 지수성장									
	Fishing										
	High Tide, Low Tide										
	Golden Gate Bridge										
E. Half and Half again	The Air Conditioner	주기그래프 주기 순환									
	Blood Pressure										
	Fifty Percent Off										
Algebra Rules	Medicine	음의 성장 지수감소									
Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas									
② 일차 함수와 그래프	① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	일차함수 평행이동 x절편 y절편 기울기	Graphing Equations	B. Directions as Pairs of Numbers	Up and Down the Slope	기울기					
			C. An Equation of a Line	What's the Angle?	탄젠트비율						
			Algebra Rules	B. Graphs	The Slope of a Line						
			Intercepts on the Axes	y절편 x절편							
② 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.			Algebra Rules	B. Graphs	Intercepts on the Axes	y절편 x절편					
			③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.								
③ 일차 함수와 방의 관계	① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	직선의 방정식	Graphing Equations	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	직선의 방정식					
			E. Intersecting Lines	Meeting on Line							
			What's the Point?								
			Algebra Rules	B. Graphs	Linear Relationships	선형관계 직선의 방정식					
② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.			Graphing Equations	E. Intersecting Lines	What's the Point?						
			Algebra Rules	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs						
④ 이차 함수와 그래프	① 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그	이차함수 포물선 축									

릴 수 있다.	꼭짓점	
② 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.	최대값 최소값	

2. 인지적 요구(cognitive demand) 정도

가. 인지적 요구 정도에 따른 수학적 과제 유형

수학적 과제는 학습자의 인지적 요구(cognitive demand) 정도에 따라 달라진다. Stein 외(2009)에 따르면, 수학적 과제를 low-level과 high-level로 나누고, low-level에 'Memorization Tasks'(이하 MT로 칭함)와 'Procedures Without Connections Tasks'(이하 PNCT로 칭함)를 두고, high-level에는 'Procedures With Connections Tasks'(이하 PWCT로 칭함)와 'Doing Mathematics Tasks'(이하 DMT로 칭함)를 포함시켰다. 이때, MT는 기억하기 과제로 절차가 필요 없는 단순한 산수 계산이나 공식을 이용하는 암기 위주의 과제를 뜻하며, PNCT는 연결성 없는 절차 과제로써 과제에 해결 방법이 제시되어 있거나 특정 절차를 이용하여 해결하는 과제를 말한다. 또한, PWCT는 연결성 있는 절차 과제로 다양한 표현을 이용하여 여러 가지 방법으로 제시하고 수학적 개념을 이용한 일반적인 절차를 사용하는 것을 말하며, DMT는 비알고리즘적인 사고를 요구하고 해결 방법이 바로 드러나지 않도록 수학적 제약이 존재하는 가장 많은 인지적 노력을 요구하는 과제이다.

결국, 높은 수준의 수학 과제는 낮은 수준의 것보다 많은 인지적 노력을 필요로 한다. 즉, 과제를 해결하는데 더 많은 수고와 시간이 필요하다는 뜻이다. MT에서는 특별한 절차나 응용이 필요 없고 PNCT에서는 보통 적용할 절차가 주어지며 그 과정이 매우 단순하다. 또, PWCT는 앞서 제시된 것들과는 달라서 절차가 주어지더라도 다양한 과정을 생각할 수 있고 수학적 개념과 근본적으로 연관되며, 더 나아가 DMT에서는 수학적 개념을 연결 짓고 문제를 해결하는데 단계를 탐구하고 이해하도록 한다. 이러한 수학적 과제의 인지적 요구 정도는 학생들이 얼마나 수학적으로 이해하고 있는지에 영향을 미친다고 한다(김구연과 홍창준, 2012). 수학 학습에 있어서 과제가 가지고 있는 영향력을 고려한다면, 교사들이 과제와 학생들에게 요구되는 사고의 유형 사이의 관계를 이해하는 것은 매우 중요하다. 이렇듯, 수학적 과제에 대한 인지적 요구 정도는 학생들이 주어진 과제에 참여하여 성공적으로 해결하기 위해 그들에게 요구되는 사고의 종류와 수준을 의미하는 셈이다(강경은, 2007).

나. 과제 분석 지표

Stein 외(2009)는 수학적 과제의 유형을 구분하기 위하여 인지적 요구 정도에 따른 '과제 분석 지표'를 제안하였다. 이 지표의 세부적인 내용은 다음 <표 II-4>와 같으며, 이 표를 보면 각 과제의 유형마다 특징들이 제시되어 있다.

<표 II-4> Stein 외(2009)가 제안한 과제 분석 지표

과제 유형	과제 특징
Memorization Tasks [MT]	1. 해당 과제에는 이미 습득된 사실, 법칙, 공식, 정의를 재현하거나, 또는 사실, 공식, 정의를 기억하는 것이 포함된다. 2. 해당 과제는 절차가 존재하지 않거나 절차를 사용할 수 없는 단기 수행의 과제이기 때문에, 절차를 사용하여 풀 수 없다. 3. 해당 과제는 이전에 접한 자료와 동일한 것이거나 재현되는 과정(방법)이 명백히 직설적으로 드러나서, 모호함이 없다. 4. 해당 과제는 습득되거나 재현된 사실, 규칙, 공식, 정의들에 기초한 개념이나 의미와는 관련성이 없다.
Procedures	1. 해당 과제는 알고리즘에 관한 것이다. 왜냐하면 해당 절차의 사용이 반드시 필요하거나 그 절차의 사용

Without Connections Tasks [PNCT]	<p>이 명백하게 이전의 설명, 경험 또는 과제의 실천에 기초를 둔 것이기 때문이다.</p> <p>2. 해당 과제는 성공적인 과제 수행을 위해 '제한된 인지적 요구'를 필요로 한다. 따라서, 과제를 해결하는데 필요한 것과 해결 방법에 있어서 모호함이 없다.</p> <p>3. 해당 과제는 (그 과제 수행을 위해) 사용되는 절차에 기초한 개념이나 의미와 관련성이 없다.</p> <p>4. 해당 과제는 수학적 이해를 도모하기 보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</p> <p>5. 해당 과제는 설명이 필요 없거나 오로지 사용된 절차를 드러내는데 필요한 설명만을 요구한다.</p>
Procedures With Connections Tasks [PWCT]	<p>1. 해당 과제는 수학적 개념과 아이디어에 대하여 보다 심오한 수준의 이해를 도모하기 위하여 학생들로 하여금 절차 사용에 중점을 두도록 하고 있다.</p> <p>2. 해당 과제는 (그 과제를 해결하는데 있어서) 중요한 개념과 관련하여, 불분명하고 지협적인 아이디어보다는 상당히 연계되어 있으면서도 폭넓은 일반적인 절차를 (명백하게 또는 암묵적으로) 따르도록 이끈다.</p> <p>3. 해당 과제는 대체적으로 다양한 방법으로 제안된다. (예를 들어, 시각적인 도표, 조작, 기호, 문제 상황). 그 이유는 여러 가지 표상 간의 연결성은 의미를 전개하는 데 도움이 되기 때문이다.</p> <p>4. 해당 과제는 어느 정도의 '인지적 노력'을 요구한다. 비록 일반적인 절차에 따라 과제가 수행되지만, 의식 없이 행해질 수는 없다. 즉, 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 성공적으로 수행하고 이해력을 증진하도록 하는데 (해당 과제를 해결하는데 요구되는) 절차에 기초한 개념적 아이디어를 사용하게끔 한다.</p>
Doing Mathematics Tasks [DMT]	<p>1. 해당 과제는 복잡하면서도 알고리즘적이지 않은 사고를 요구한다(예를 들어, 여기에, 예상되거나 과제에 의해 명백히 제안된 잘 연습된 접근 방법, 과제 지도, 익숙한 예제는 해당되지 않는다).</p> <p>2. 해당 과제는 학생들로 하여금 수학적인 개념, 절차 또는 관계의 특징을 탐색하고 이해하도록 요구한다.</p> <p>3. 해당 과제는 자기 자신의 인지 과정을 점검하거나 조절하도록 요구한다.</p> <p>4. 해당 과제는 학생들로 하여금 관련된 지식과 경험에 근접하여 이들을 적절히 활용해서 그 과제를 완수하도록 요구한다.</p> <p>5. 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 분석하고, 가능한 해결 전략과 결과를 제한하는 '과제 제약(task constraints)'에 대해 적극적으로 조사할 것을 요구한다.</p> <p>6. 해당 과제는 '상당한 인지적 노력'을 요구하며, 학생들로 하여금 예측 불가능한 해결 과정의 속성 때문에 유발되는 불안감을 어느 정도 갖도록 한다.</p>

III. 연구 방법 및 내용

1. 연구 대상

본 연구에서는 한국의 중학교 함수 영역에 해당하는 내용을 다루고자, 다음 <표 III-1>과 같이 MiC 교과서의 대수 영역 중 가장 연관성이 높은 MiC Level 3 교과서에서의 'Ups and Downs', 'Graphing Equations', 'Algebra Rules' 단원을 분석 대상으로 삼았다. 각 단원은 몇몇 Section으로 구성되어 있으며, 각 section은 몇몇 과제 및 하위 문항들로 구성되어 있다. 앞서 제시한 <표 II-2>와 같은 방식의 분석 결과에 따라, 본 연구에서 다루는 함수 내용은 MiC level 3 교과서에서 3개의 주제 하에 9개의 section, 그리고 총 34개의 과제이며, 이를 표로 정리하여 나타내면 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 본 연구에서 다루는 함수 관련 과제

MIC 3 level 교과서 단원			주요 내용 (우리나라 교육과정)
단원	Section	과제	
Ups and Downs	A. Trendy Graphs	Growth Charts	(다) 함수 ① 함수와 그래프
		Water for the Desert	
		Sunflowers	

	B. Linear Patterns	The Marathon		
		What's Next?		
		Hair and Nails		
		Renting a Motorcycle		
	C. Differences in Growth	Leaf Area		
		Area Differences		
		Water Lily		
		Aquatic Weeds		
	D. Cycle	Double Trouble		
		Fishing		
		High Tide, Low Tide		
		Golden Gate Bridge		
		The Air Conditioner		
	E. Half and Half again	Blood Pressure		
		The Racetrack		
		Fifty Percent Off		
Medicine				
Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire?	(다) 함수 ① 함수와 그래프	
		Coordinates on a Screen		
		Fire Regions		
	B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters		
		Up and Down the Slope		(다) 함수 ② 일차함수와 그래프
	C. An Equation of a Line	Directions and Steps		(다) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계
		What's the Angle?		(다) 함수 ② 일차함수와 그래프
	E. Intersecting Lines	Meeting on Line		(다) 함수
What's the Point?		③ 일차함수와 일차방정식의 관계		
Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	(다) 함수 ① 함수와 그래프	
		Linear Relationships	(다) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계	
		The Slope of a Line	(다) 함수	
		Intercepts on the Axes	② 일차함수와 그래프	
	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs	(다) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계	

2. 과제의 인지적 요구 정도 판별을 위한 분석틀 마련

본 연구에서 다루는 MiC 교과서에 제시된 수학적 과제를 대상으로 과제별로 인지적 요구 정도를 파악하고 그 특징을 알아보려 한다. 이를 위하여 Stein 외(2009)가 제안한 네 단계의 인지적 요구(cognitive demand) 정도, 즉 MT, PNCT, PWCT, DMT를 토대로 분석틀을 마련하고자 하였다. 즉, <표 II-3>에 제시된 바와 같이, 4단계 유형마다 각각 여러 개의 하위 요소(특징)들로 구성되어 있는데, 이와 같이 흩어져 있는 여러 특징들을 토대로(즉, 원래 그대로 둔 상태에서) 특정 과제의 인지적 요구 정도를 파악하기는 쉽지 않다. 이에 따라, 4단계의 인지적 요구 정도에서 각 단계별로 특징(하위 요소)들을 유사한 특징들끼리 재배열 하였다. 즉, 본 연구에서 4단계에 속해 있는 각각의 특징(하위 요소들)을 살펴본 결과, 크게 '과제 형태', '해결 절차', '해결 노력 정도', '수학적 이해'로 구분 가능함을 알 수 있었다. <표 III-2 참조> 이에 따라, 각 특징(하위 요소)들은 이러한 4가지의

분류 요인(과제 형태, 해결 절차, 해결 노력 정도, 수학적 이해)에 맞춰 4단계의 인지적 요구 정도의 하위 요소들을 재배열함으로써 본 연구의 취지에 맞는 과제 분석 지표를 마련하였다.⁷⁾ 다음 <표 III-2>를 간단히 나타내면 <표 III-3>과 같다.

<표 III-2> 분류 요인별로 재배열된 과제 분석 지표

MT	PNCT	PWCT	DMT	분류 요인
1. 해당 과제에는 이미 습득된 사실, 법칙, 공식, 정의를 재현하거나, 또는 사실, 공식, 정의를 기억하는 것이 포함된다.	5. 해당 과제는 설명이 필요 없거나 오로지 사용된 절차를 드러내는데 필요한 설명만을 요구한다.	3. 해당 과제는 대체적으로 다양한 방법으로 제안된다. (예를 들어, 시각적인 도표, 조작, 기호, 문제 상황). 그 이유는 여러 가지 표상 간의 연결성은 의미를 전개하는데 도움이 되기 때문이다.	4. 해당 과제는 학생들로 하여금 관련된 지식과 경험에 근접하여 이들을 적절히 활용해서 그 과제를 완수하도록 요구한다.	과제 형태
2. 해당 과제는 절차가 존재하지 않거나 절차를 사용할 수 없는 단계를 수행하는 과제이기 때문에, 절차를 사용할 수 없다.	1. 해당 과제는 알고리즘에 관한 것이다. 왜냐하면 해당 절차의 사용이 반드시 필요하거나 그 절차의 사용이 명백하게 이전의 설명, 경험 또는 과제의 실전에 기초를 둔 것이기 때문이다.	2. 해당 과제는 (그 과제를 해결하는데 있어서) 중요한 개념과 관련하여, 불분명하고 지엽적인 아이디어보다는 상당히 연계되어 있으면서도 폭넓은 일반적인 절차를 (명백하게는 암묵적으로든) 따르도록 이끈다.	1. 해당 과제는 복잡하면서도 알고리즘적이지 않은 사고를 요구한다(예를 들어, 여기에, 예상되거나 과제에 의해 명백히 제안된 잘 연습된 접근 방법, 과제 지도, 익숙한 예제는 해당되지 않는다).	해결 절차
3. 해당 과제는 이전에 접한 자료와 동일한 것이거나 재현되는 과정(방법)이 명백히 직설적으로 드러나서, 모호함이 없다.	2. 해당 과제는 성공적인 과제 수행을 위해 '제한된 인지적 요구'를 필요로 한다. 따라서, 과제를 해결하는데 필요한 것과 해결 방법에 있어서 모호함이 없다.	4. 해당 과제는 어느 정도의 '인지적 노력'을 요구한다. 비록 일반적인 절차에 따라 과제가 수행되지만, 의식 없이 행해질 수는 없다. 즉, 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 성공적으로 수행하고 이해력을 증진하도록 하는데 (해당 과제를 해결하는데 요구되는) 절차에 기초한 개념적 아이디어를 사용하게끔 한다.	3. 해당 과제는 자기 자신의 인지 과정을 점검하거나 조절하도록 요구한다. 6. 해당 과제는 '상당한 인지적 노력'을 요구하며, 학생들로 하여금 예측 불가능한 해결 과정의 속성 때문에 유발되는 불안감을 어느 정도 갖도록 한다.	해결 노력 정도
4. 해당 과제는 습득되거나 재현된 사실, 규칙, 공식, 정의들에 기초한 개념이나 의미와는 관련성이 없다.	3. 해당 과제는 (그 과제 수행을 위해) 사용되는 절차에 기초한 개념이나 의미와 관련성이 없다. 4. 해당 과제는 수학적 이해를 도모하기 보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.	1. 해당 과제는 수학적 개념과 아이디어에 대하여 보다 심오한 수준의 이해를 도모하기 위하여 학생들로 하여금 절차 사용에 중점을 두도록 하고 있다.	2. 해당 과제는 학생들로 하여금 수학적인 개념, 절차 또는 관계의 특징을 탐색하고 이해하도록 요구한다. 5. 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 분석하고, 가능한 해결 전략과 결과를 제한하는 '과제 제약(task constraints)'에 대해 적극적으로 조사할 것을 요구한다.	수학적 이해

7) 본 연구 수행을 위하여, 과제 유형 과정은 <표 II-4>에서와 같이 Stein 외(2009)가 제안한 인지적 요구 정도에 관한 과제 지표 분석(즉, 과제 유형 및 과제 특징)을 연구자가 엄밀히 분석하여, 본 연구 취지에 부합하도록 과제 지표 분석을 재배열하고 이를 토대로 최선의 과제 유형 분석틀(안)을 마련하고자 노력하였으나, 이 분석틀에 대한 신뢰도 검증은 거치지는 않은 제한점이 있음.

<표 III-3> 본 연구에서의 과제 분석 지표

분류요인	인지적 요구 정도			
	MT	PNCT	PWCT	DMT
과제 형태	1	5	3	4
해결 절차	2	1	2	1
해결 노력 정도	3	2	4	3, 6
수학적 이해	4	3, 4	1	2, 5

위의 <표 III-3>의 과제 유형 분석들을 간략히 살펴보면, 과제 형태는 MT1, PNCT5, PWCT3, DMT4의 4단계 인지적 요구 정도로 구분할 수 있으며, 해결 절차는 MT2, PNCT1, PWCT2, DMT1으로, 해결 노력 정도는 MT3, PNCT2, PWCT4, DMT3 & DMT6으로, 수학적 이해는 MT4, PNCT3 & PNCT4, PNCT1, DMT2 & DMT5로 구분해 볼 수 있다.⁸⁾ 과제별 인지적 요구 정도를 판단하기 위하여 각 과제를 대상으로 하는데, 과제들은 각각 몇몇 문항들로 구성되어 있으므로 이들 통합하여 해당 과제의 인지적 요구 정도를 파악해야 할 것이다. 따라서, 특정 과제에 속해 있는 모든 문항들의 내용 및 특징을 파악하고 이를 기초로 삼아 <표 III-3>의 과제 유형 분석들에 맞춰 인지적 요구 정도를 파악하기로 하였다.

이에 따라, 모든 과제들에 속해 있는 문항들을 일괄적으로 일관성 있게 크게 세 가지 특징에 대해 진술하고자 하였다. 첫째, 문항에서 요구하는 물음의 요지를 제시하고, 둘째 해당 문항을 해결하는데 요구되는 절차와 해결 방법을 간략히 제시하고, 셋째 해당 문항을 해결하는데 요구되는 선행 지식과 필요한 점을 제시하고자 하였다. 각 과제에 속해 있는 모든 문항들에 대하여 이러한 세 가지 특징들을 토대로 <표 III-3>의 과제 분석 지표에 맞춰 인지적 요구 유형을 파악하고자 하였다. 즉, 본 연구에서 특정 과제의 유형 판별은 다음과 같은 순서로 진행된다. <표 IV-1 참조>

첫째, 해당 과제에 제시된 모든 문항들에 대하여 세 가지 사항(즉, 물음 요지, 해결 방법, 선행 지식 및 유의 사항)에 준하여 제시한다.

둘째, 정리된 문항들의 특징들을 대상으로, <표 III-3>의 과제 분석 지표에 맞춰 ‘과제 유형 분석들’에 제시한다. <표 IV-1의 하단 참조>

셋째, 4단계의 인지적 요구 유형별로 해당 문항 특징의 총 개수를 세고, 가장 많은 특징을 포함하는 하나의 인지적 요구 정도(즉, MT, PNCT, PWCT, DMT 중 하나)를 해당 과제의 인지적 요구 정도(즉, 과제 유형)로 판단한다.

IV. 과제의 인지적 요구 정도 분석 결과

이 장에서는 본 연구에서 Stein 외(2009)의 인지적 요구 정도에 따른 과제 분석 지표를 재구성하여 마련한 ‘과제 유형 분석들’에 기초하여 MiC level 3 교과서에 제시된 함수 내용에 관련된 수학적 과제 유형(수준)을 분류하고 각 과제들의 인지적 요구 정도를 살펴보고자 하였다.

1. 과제 유형 분석들에 기초한 결과

8) 바꾸어 말하면, MT1, PNCT5, PWCT3, DMT4는 과제형태의 특징이 반영된 4단계 인지적 요구 정도이며, MT2, PNCT1, PWCT2, DMT1은 절차의 특징이 반영된 4단계 인지적 요구 정도이며, 그 밖에 해결 노력 정도 및 수학적 이해도 마찬가지로 지임.

본 연구에서는 수학적 과제를 Stein 외(2009)의 인지적 요구 정도에 따른 과제 지표를 그대로 사용하지 않고 최대한 객관적으로 분석하기 위하여 과제 지표를 요인별로 재구성하였으며, 이를 토대로 과제 유형 판별을 위한 ‘과제 유형 분석틀’을 마련하였다. <표 IV-1 참조> 이를 기초로 하여 MiC 교과서의 해당 수학적 과제를 MT, PNCT, PWCT, DMT의 4가지 과제 유형으로 분석하였다. 이를 위하여 수학적 과제를 구성하는 문항들의 특징을 알아보고 수학적 과제 속 모든 문항들의 특징을 종합적으로 분석하여 수학적 과제의 유형을 결정하였다. 즉, <표 IV-1>과 같은 방법과 절차에 의하여 모든 과제들의 인지적 요구 정도를 판단하고자 하였다. 다만, 여기서는 Sunflowers 과제 하나에 대한 분석 과정을 제시하고, 그 나머지 33개 과제에 대해서는 지면 관계상 생략하고, <표 IV-2>를 통해 모든 과제의 유형을 결과로 제시하였다.

<표 IV-1> 과제 유형 분석틀에 기초한 과제 유형 결과 예시

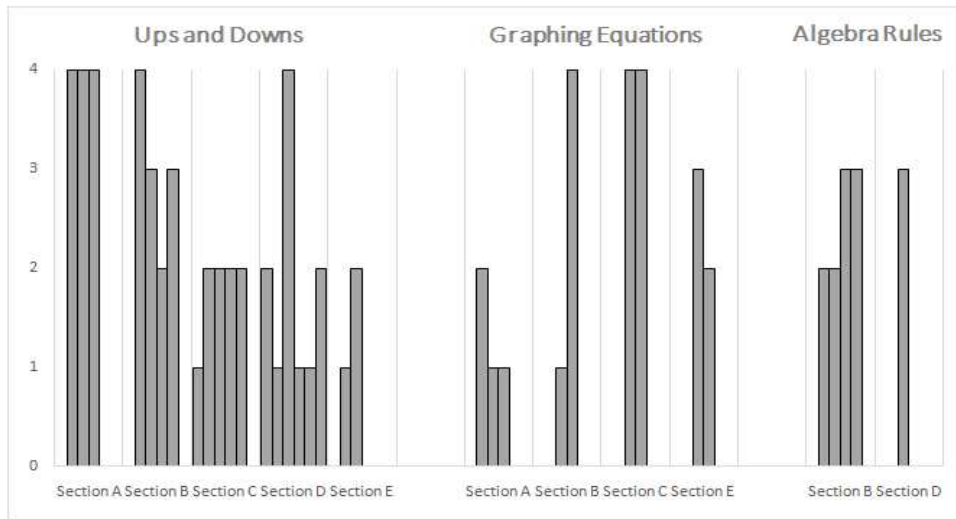
‘Ups and Downs’ 단원의 ‘A. Trendy Graphs’ Section					
과제	문항 번호	문항 특징			
S u n f l o w e r s	20번 (8쪽)	1) 주어진 해바라기 프로젝트와 그에 해당하는 그래프를 찾고 없는 그래프는 해당 프로젝트에 맞게 그려보는 문항이다. 2) 그래프를 해석한 것에 맞는 프로젝트를 찾고 프로젝트 내용을 보고 그래프로 옮겨야한다. 3) 그래프의 이해와 주어진 상황을 그래프로 옮길 수 있어야 한다.			
	21번 (9쪽)	1) Roxanne의 그래프를 왜 선형성장이라는 용어로 정의하는지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 답을 추측해 본다. 3) 답을 추측하기 위해서는 그래프의 이해가 필요하다.			
	22번 (9쪽)	1) 주어진 상황을 보고 표로 완성하고 선형성장임을 파악하기 위해 표를 그래프로 그리는 문항이다. 2) 주어진 규칙으로 표에 함숫값을 표시하고 함숫값을 그래프에 옮긴다. 3) 문항해결을 위해 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.			
	23번 (9쪽)	1) 주어진 표를 보고 해바라기의 성장에 대해 설명하는 문항이다. 2) 22번의 해결방법을 이용하고 그래프를 해석한다. 3) 그래프에 대한 이해가 필요하다.			
과제 유형 분석틀					과제 유형
		MT	PNCT	PWCT	DMT
	과제 형태			20-1), 22-1) 23-1)	21-1)
	해결 절차	21-2), 22-2) 23-2)			20-2)
	해결 노력 정도		21-2) 3) 22-2) 3) 23-2) 3)		20-2) 3)
	수학적 이해		22-3)		20-3), 21-3) 23-3)
		3	4	3	6
					DMT

<표 IV-2> MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(1)

MIC 3 level 교과서 단원			과제 유형	비고 (우리나라 교육과정)
단원	Section	과제		
Ups and Downs	A. Trendy Graphs	Growth Charts	DMT	(다) 함수 ① 함수와 그래프
		Water for the Desert	DMT	
		Sunflowers	DMT	
	B. Linear Patterns	The Marathon	DMT	
		What's Next?	PWCT	
		Hair and Nails	PNCT	
		Renting a Motorcycle	PWCT	
	C. Differences in Growth	Leaf Area	MT	
		Area Differences	PNCT	
		Water Lily	PNCT	
		Aquatic Weeds	PNCT	
	D. Cycle	Double Trouble	PNCT	
		Fishing	PNCT	
		High Tide, Low Tide	MT	
		Golden Gate Bridge	DMT	
The Air Conditioner		MT		
Blood Pressure		MT		
E. Half and Half again	The Racetrack	PNCT		
	Fifty Percent Off	MT		
	Medicine	PNCT		
Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire?	PNCT	(다) 함수 ① 함수와 그래프
		Coordinates on a Screen	MT	
		Fire Regions	MT	
	B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters	MT	(다) 함수 ② 일차함수와 그래프
		Up and Down the Slope	DMT	
	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	DMT	(다) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계
		What's the Angle?	DMT	
E. Intersecting Lines	Meeting on Line	PWCT	(다) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계	
	What's the Point?	PNCT		
Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	PNCT	(다) 함수 ① 함수와 그래프 (다) 함수 ② 일차함수와 그래프
		Linear Relationships	PNCT	
		The Slope of a Line	PWCT	
		Intercepts on the Axes	PWCT	
	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs	PWCT	(다) 함수 ③ 일차함수와 일차방정식의 관계

또한 <표 IV-2>의 결과를 바탕으로 한 눈에 보기 쉽게 [그림 IV-1]과 같이 그래프로 나타내었으며, MiC 교과서의 세 개 단원 각각 Section별로 제시하였다. 이 [그림 IV-1]에서 알 수 있는 바와 같이, Ups and Downs 단원의 Section A와 B에서 high level에 속하는 DMT, PWCT가 주로 분포되어 있고, Section C, D, E에서는 Low Level에 속하는 PNCT, MT가 주로 분포되어 있다. 또, Graphing Equations 단원의 Section A에는 low level에 속하는 PNCT, MT가 주로 분포되어 있으며, Section B, E에서는 low level과 high level의 수학적 과제

가 고르게 분포되어 있다. Section C에서는 high level에 속하는 DMT, PWCT가 주로 분포되어 있다. 또, Algebra Rules 단원의 Section B는 low level에 속하는 PNCT와 high level에 속하는 PWCT가 속해 있으며, Section C의 경우에는 high level에 속하는 PWCT가 속해 있음을 알 수 있다.



[그림 IV-1] MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(1)에 관한 그래프⁹⁾

한편, <표 IV-2>를 기초로 인지적 요구 정도에 따른 MiC Level 3 교과서의 함수 영역에 해당하는 수학적 과제들의 과제 유형별 분포율을 정리하여 나타내면 <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3> MiC 교과서 수학적 과제의 유형별 분포율¹⁰⁾

인지적 요구 정도 단원	low level		high level		인지적 요구 수준 척도 ¹¹⁾
	MT	PNCT	PWCT	DMT	
Ups and Downs	25% (5/20)	40% (8/20)	10% (2/20)	25% (5/20)	1.35
Graphing Equations	33% (3/9)	22% (2/9)	11% (1/9)	33% (3/9)	1.44
Algebra Rules	0% (0/5)	40% (2/5)	60% (3/5)	0% (0/5)	1.60
계	24% (8/34)	35% (12/34)	18% (6/34)	24% (8/34)	1.41

9) 본문의 [그림 IV-1]과 [그림 IV-2]의 그래프에서 y축의 숫자 1, 2, 3, 4는 각각 MT, PNCT, PWCT, DMT를 나타낸 것으로, 이는 동시에 <표 IV-3>에서와 같이 MiC 교과서 수학적 과제의 유형별 분포율을 나타내기 위하여 점수를 뜻한 것임. 또한, 각각의 막대그래프는 각각의 과제를 뜻함. 또한, 앞서 언급한 바와 같이, Stein 외(2009)에 따르면, MT와 PNCT는 low level의 인지적 수준을, PWCT와 DMT는 high level의 인지적 수준을 뜻함.

10) 본문의 <표 IV-3>의 %수치는 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 값이고 인지적 요구척도의 수치는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림한 수치임.

위의 <표 IV-3>에서 알 수 있는 바와 같이, 총 34의 수학적 과제들 중 low level의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 24%, 35%로 나타났고 high level의 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 18%, 24%로 나타났다. 이로써 low level과 high level의 수학적 과제는 각각 총 59%, 41%임을 알 수 있다. 다음으로 단위별 수학적 과제의 인지적 요구 정도에 따른 분포율을 살펴보면 다음과 같다.

Ups and Downs 단위에서의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 25%, 40%로 나타났고 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 10%, 25%로 나타났다. 이로써 low level의 수학적 과제가 Ups and Downs에서 총 65%이고 high level의 수학적 과제는 총 35%라는 것을 알 수 있다. 이는 low level의 수학적 과제가 전체 평균 분포율보다 높고 high level의 수학적 과제가 전체평균 분포율보다 낮다는 사실을 보여준다. Graphing Equations 단위에서의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 33%, 22%로 나타났고 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 11%, 33%로 나타났다. 이로써 low level의 수학적 과제가 Graphing Equations에서 총 56%이고 high level의 수학적 과제는 총 44%라는 것을 알 수 있다. 이는 low level과 high level의 수학적 과제가 전체평균 분포율과 비슷하다는 사실을 보여준다. 또한, Algebra Rules 단위에서의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 0%, 40%로 나타났고 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 60%, 0%로 나타났다. 이로써 low level의 수학적 과제가 Algebra Rules에서 총 40%이고 high level의 수학적 과제는 총 60%라는 것을 알 수 있다. 이는 low level의 수학적 과제가 전체평균 분포율보다 낮고 high level의 수학적 과제가 전체평균 분포율보다 높다는 사실을 보여준다. 또한, 수학적 과제의 전체적인 인지적 요구 정도를 평균 점수로 나타낸 결과 1.41이며, 이는 수학적 과제의 수준이 평균적으로 low level과 high level의 중간 수준인 경우 척도 점수는 1.5점이므로, 본 연구에서 다른 과제들의 전체적인 수준이 중간에 가까운 low level 수준이라 할 수 있다.

2. MiC의 수학적 과제를 우리나라 단위 순으로 재배열한 결과

MiC Level 3 교과서의 함수 영역의 수학적 과제를 우리나라 2009 개정에 따른 중학교 수학과 교육과정의 함수 영역 내용을 중심으로 재배열하여 표로 나타낸 결과는 <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-4> MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(2)

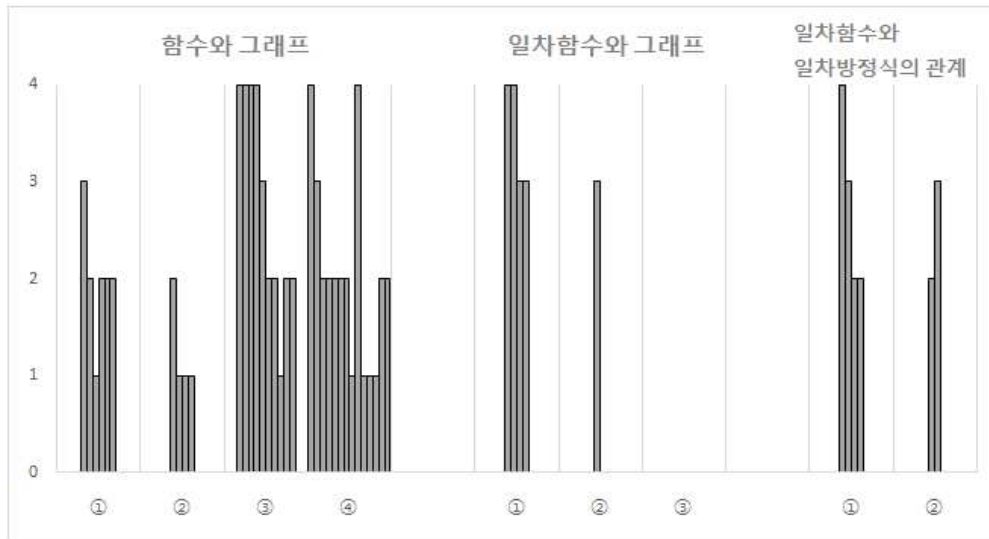
(㉔) 함수		MiC level 3 교과서			과제 수준
		단원	Section	과제	
I 수 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.	Ups and Downs	B. Linear Patterns	What's Next?	PWCT
				Hair and Nails	PNCT
			C. Differences in Growth	Leaf Area	MT
		Algebra Rules	B. Graphs	Water Lily	PNCT
				Medicine	PNCT
			Rules and Formulas	PNCT	
	② 순서쌍과 좌표를 이해한다.	Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire?	PNCT
				Coordinates on a Screen	MT
				Fire Regions	MT
			B. Directions as Pairs of	Directing	MT

11) 수학적 과제의 인지적 요구 정도에서 low level은 1점으로 high level은 2점으로 수치화하여 평균 점수로 나타낸 결과 값을 인지적 요구 수준 척도라 칭함.

	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	Ups and Downs	Numbers	Firefighters	
			A. Trendy Graph	Growth Charts	DMT
				Water for the Desert	DMT
				Sunflowers	DMT
			B. Linear Patterns	The Marathon	DMT
		What's Next?		PWCT	
		D. Cycle	Hair and Nails	PNCT	
		E. Half and Half again	The Racetrack	PNCT	
			Fifty Percent Off	MT	
		Algebra Rules	Medicine	PNCT	
	④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	Ups and Downs	B. Linear Patterns	Rules and Formulas	PNCT
				The Marathon	DMT
			C. Differences in Growth	Renting a Motorcycle	PWCT
				Area Differences	PNCT
				Water Lily	PNCT
D. Cycle		Aquatic Weeds	PNCT		
		Double Trouble	PNCT		
		Fishing	PNCT		
		High Tide, Low Tide	MT		
E. Half and Half again		Golden Gate Bridge	DMT		
	The Air Conditioner	MT			
	Blood Pressure	MT			
Algebra Rules	Fifty Percent Off	MT			
B. Graphs	Medicine	PNCT			
① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	Graphing Equations	B. Directions as Pairs of Numbers	Up and Down the Slope	DMT	
		C. An Equation of a Line	What's the Angle?	DMT	
	Algebra Rules	B. Graphs	The Slope of a Line	PWCT	
			Intercepts on the Axes	PWCT	
② 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.	Algebra Rules	B. Graphs	Intercepts on the Axes	PWCT	
③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.					
③ 일차수와 일차방정식의 관계	① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	Graphing Equations	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	DMT
			E. Intersecting Lines	Meeting on Line	PWCT
				What's the Point?	PNCT

		Algebra Rules	B. Graphs	Linear Relationships	PNCT
	② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.	Graphing Equations	E. Intersecting Lines	What's the Point?	PNCT
		Algebra Rules	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs	PWCT
④ 이차수와 그래프	① 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.				
	② 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.				

또, <표 IV-4>를 토대로 그래프로 나타낸 결과는 [그림 IV-2]와 같으며, [그림 IV-2]를 살펴보면, 우리나라 2009 개정에 따른 중학교 수학과 교육과정의 함수 영역에서의 'Ⅰ 함수와 그래프' 중영역의 ①, ③, ④의 성취기준에 각각 속하는 수학적 과제들 중 Golden Gate Bridge 과제를 제외하고는 모두 high Level에서 low Level의 수준으로 진행되었고 ②의 성취기준에 속하는 수학적 과제들은 low level인 PNCT에서 MT로 진행된 것을 확인할 수 있다. 'Ⅱ 일차함수와 그래프' 중영역의 성취기준에 각각 속하는 수학적 과제들은 모두 high level에서 low level의 수준으로 진행되었고, 'Ⅲ 일차함수와 일차방정식의 관계'의 ②의 성취기준을 제외하고 ①의 성취기준에 속하는 수학적 과제들은 모두 high level에서 low level의 수준으로 진행된 것을 확인할 수 있다. 결국, 전반적으로 대부분 높은 요구 수준의 수학적 과제로 시작해서 점점 낮은 요구 수준의 수학적 과제로 되는 양상을 띠고 있다.



[그림 IV-2] MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(2)에 관한 그래프¹²⁾

12) 본문의 [그림 IV-2]의 원문자는 2009 개정에 따른 수학과 교육과정 상의 해당 중영역의 성취기준을 뜻함.

V. 결론 및 제언

본 연구는 우리나라의 중학교 함수 영역에 해당하는 MiC Level 3의 3개의 단원을 대상으로, Stein 외(2009)의 과제 분석 지표를 토대로 과제 분류 지표를 재구성하고, 이를 토대로 과제 유형 분석틀을 마련하였다. 이 분석틀을 이용하여 MiC Level 3 교과서의 3개 함수 단원에 제시된 총 34개의 수학적 과제를 인지적 요구 정도에 따라 MT, PNCT, PWCT, DMT의 4가지 과제 유형 또는 수준으로 분석하였다. MiC 교과서의 수학적 과제를 인지적 요구 정도에 따라 분석한 결과, 본 연구에서는 다음과 같은 몇몇 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, MiC 교과서는 과제 해결을 통하여 함수와 관련된 기본 개념 학습에 중점을 두고 있다.

앞 장에서 살펴본 바와 같이, 대부분 높은 정도의 인지적 요구를 수반하는 수학적 과제로 시작해서 점점 낮은 정도의 인지적 요구를 수반하는 수학적 과제로 변하는 양상을 보이고 있다. 이는 해당 성취기준, 즉 학습목표의 내용을 처음 언급할 때 높은 정도의 인지적 요구를 수반하는 수학적 과제를 제시하여 개념을 처음 도입하여 학습하는 데 있어서 학생들이 하여금 스스로 탐구하여 사고하도록 이끌기 위한 것으로 해석해 볼 수 있다. 또한, 우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정 문서상의 함수 영역의 '㉠ 함수와 그래프', '㉡ 일차함수와 그래프', '㉢ 일차함수와 일차방정식의 관계' 중영역에 해당하는 성취기준들을 중심으로 볼 때, MiC 교과서의 경우, 우리나라의 ㉡와 ㉢ 중영역에 해당하는 성취기준들보다 '㉠ 함수와 그래프' 중영역의 성취기준들에 해당하는 과제 수가 더 많다. 이는 처음 함수를 다루는 상황에서 보다 풍부한 과제(물음)의 해결을 통하여 함수 개념을 익히도록 하고자 함으로 보인다.

또, '㉡ 일차함수와 그래프' 중영역의 '㉢ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.' 성취기준에 해당하는 과제가 하나도 없는 것에 비해, '㉠ 함수와 그래프' 중영역에 속하는 '㉢ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.' 성취기준에 해당하는 MiC 교과서 과제들은 총 14개가 있는 것으로 미루어 짐작컨대, 처음 함수의 개념을 다루는 상황에서 실생활과 연계하여 문제 상황을 도입하여 함수 개념에 대한 이해를 보다 심도 있게 유도하고 있는 것으로 보인다.

둘째, MiC 교과서는 대체적으로 다양한 수준의 과제들이 적절히 구성된 교수·학습 자료의 형태를 띠고 있다.

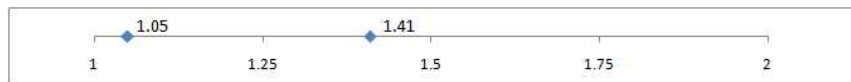
홍창준과 김구연(2012)의 '중학교 함수 단원의 수학과제 분석' 연구 결과에 따르면 우리나라 중학교 수학 교과서(5종)의 low level인 MT와 PNCT에 해당하는 수학적 과제(총 397개)가 각각 3%, 92%이고 high level인 PWCT와 DMT에 해당하는 수학적 과제는 각각 4%, 1% 이었다. 여기서 보면, PNCT에 90% 이상 편중된 수학적 과제들을 다루고 있는 것을 알 수 있다. 반면에, 본 연구에서의 MiC 3 level 교과서의 세 단원에 속해 있는 수학적 과제의 인지적 요구 정도는 평균적으로 low level인 MT와 PNCT가 각각 24%, 35%이고, high level인 PWCT와 DMT가 각각 18%, 24%이다.

이처럼, 제시된 과제들의 수준이 low level 쪽에만 치우친다면 공식이나 법칙을 외워 해결하는 과제나 단기 수행의 과제들의 비중이 높아져서 학생들의 편협적인 사고를 유발하게 되고 실생활 관련 과제의 부족으로 학생들이 수학은 실생활과 관련이 적은 학문으로 여기며 흥미를 잃기 쉬울 수 있다. 하지만, MiC 교과서와 같이, high level의 PWCT 또는 DMT에 해당하는 수학적 과제들을 풍부히 다룸으로써 어느 정도 높은 인지적 요구를 유도하면서 여러 과제 유형 또는 수준이 골고루 분포하도록 하는 효과를 볼 수 있다. 또한, 한편으로 high level 쪽에만 치우치는 것도 좋은 양상을 띠는 것으로 단정 지을 수는 없다. 왜냐하면 수학적 과제마다 높은 정도의 인지적 요구 때문에 과제를 해결하는데 시간이 오래 걸리는 제약으로 인해 교사가 수업 또는 과제 상황에 적절

한 교수·학습 방법을 구현하기 쉽지 않을 것이며, 학생들 또한 수학 지식의 인지적 측면에서 그리고 수학적 태도의 정의적 측면에서 긍정적인 결과를 가져오지 못할 수도 있기 때문이다.

셋째, MiC 교과서는 우리나라 교과서에 비해 상대적으로 설명보다는 학생 스스로 알아낼 수 있게끔 인지적 요구 정도가 조금 더 높은 수학적 과제들을 제시하고 있다.

본 연구에서의 <표 IV-3>에 제시된 인지적 요구 척도와 같은 방식으로, 홍창준과 김구연(2012)의 연구 결과를 나타내 보면, MiC 교과서의 인지적 요구 척도는 1.41이고 우리나라 5종 교과서의 인지적 요구 척도 역시 평균 1.05로 MiC 교과서와 같은 low level에 해당하는 수치이다. 본 연구에서 다루고 있는 과제의 인지적 요구 정도에 대한 이상적인 척도는 한쪽에 치우치지 보다는 중간 수치인 1.5를 유지하는 것이라고 판단된다. 그 이유는 위와 같은 극단적인 결과가 나오지 않게 하기 위해서는 수학적 과제가 low level과 high level에 고르게 분포되어야 하는데 고르게 분포될수록 척도수치가 1.5에 가깝게 나타나기 때문이다. 위의 두 번째 결론에서도 이미 언급한 바와 같이, 척도 수치가 1.41이 나온 MiC 교과서는 수학적 과제가 high level과 low level에 대체로 고르게 분포하였다고 말할 수 있다. <그림 V-1 참조>



[그림 V-1] MiC와 우리나라 중학교 교과서의 함수 영역의 수학적 과제의 인지적 요구 척도 비교

또한, 다른 한편으로 우리나라와의 0.36의 수치 차이는 본 연구의 결과를 통해 MiC 교과서가 정의나 개념을 직접적으로 자세히 설명하기보다는 학생들 스스로 알아낼 수 있게끔 인지적 요구 정도가 조금 더 높은 수학적 과제들을 제시하는 것으로 판단해 볼 수 있다. 이러한 해석은 앞서 제시한 [그림 II-2]에서도 알 수 있는 바와 같이, MiC의 수학적 과제의 상당수의 문제 상황은 실생활과 관련되어 있어서 학생들이 직접 실생활에서 얻은 정보를 이용하여 해결해야 하는 비교적 높은 정도의 인지적 노력을 요구하는 측면에서도 가능하다.

넷째, MiC 교과서는 프로이덴탈의 수학을 따르기 위해 노력한 교과서이다. MiC 교과서의 수학적 과제들은 대부분 실생활의 상황을 제시하였는데 이는 프로이덴탈의 수학을 따르다고 볼 수 있다. 그리고 앞서 말한 바와 같이 MiC 교과서는 개념 도입에서 인지적 요구 정도가 높은 수학적 과제가 주로 제시되었는데 이는 수학적 개념을 발명(발견)할 때의 수학자의 마음을 스스로 추측해 볼 수 있는 프로이덴탈의 ‘안내된 재발명’ 원리를 실현하는데 MiC 교과서가 도움을 주고 있다고 하겠다(황해정 외, 2012). 마지막으로 제시된 수학적 과제들 중에 이유에 대해 되묻거나 설명을 요구하는 경우가 많은데 이는 프로이덴탈의 ‘반성적 사고’ 원리를 실현하는데 도움을 주고 있는 부분이라 하겠다. 결국, MiC 교과서에서는 이유에 대해 되묻거나 설명을 요구하여 학생들이 ‘왜?’라고 묻기 시작하고 의미를 이해하기 위해서 질문을 하거나 타인의 말을 자신의 사고 속에 비추는 시발점을 제공한다고 하겠다.

결과적으로, 원활한 수업 활동과 학생들의 수학 지식의 인지적 측면에서 그리고 수학적 태도의 정의적 측면에서 긍정적인 결과를 얻기 위해서는 여러 가지 유형의 과제들을 수록한 교과서가 필요하다고 하겠다. 인지적 요구의 정도가 높은 과제들을 중심으로 다룬다고 하여 학생들의 수학적 문제해결 능력이나 학업 성취 정도가 수월하게 향상된다고 단정 지을 수 없다. MiC 교과서와 같이, 어떤 특정 개념을 처음 도입하는 상황에서 학생들 스스로 탐구하고 추측하여 시도해 볼 수 있는 high level 수준의 과제를 보다 풍부히 다루게 하고, 오히려 개념

을 습득한 이후, 비교적 절차나 인지적노력의 정도가 수월한 low level에 해당하는 수학적 과제들을 제시하여 개념 확인 및 강화 차원에서 해결해 보게 하는 것도 의미 있는 일일 것이다. 수학적 과제의 난이도가 너무 낮거나 또는 반대로 높아도 학생들의 능력과 수준을 향상시키기 어려울 것이며, 학생들에게 수학이라는 학문이 따분하거나 지루해져서 흥미를 잃게 만들 수도 있을 것이다. 따라서 이를 개선하기 위해서는 개념 도입 및 활용 시기 내지 상황에 따라, 각각에 걸 맞는 정도의 인지적 노력을 요구하는 수학적 과제를 다뤄야 함을 인식하고 이를 실천해 나아가는 일은 중요하다고 하겠다.

끝으로, 본 연구의 결론을 바탕으로 몇몇 제언을 하면 다음과 같다.

첫째, 본 연구는 MiC 교과서의 여러 영역 중에 중학교 함수 영역을 선정하여 수학적 과제를 분석하였다. 함수 영역만을 분석하여 MiC 교과서의 전체적인 부분으로 확대 해석하는 데에는 무리가 따른다. 따라서 MiC 교과서의 다른 영역에서도 인지적 요구 수준에 따른 수학적 과제의 분석 연구가 필요하다. 또한, 본 연구 결과 및 결론을 기초로 하여 우리나라의 2009 개정에 따른 수학 교과서와의 정밀한 비교 분석을 통해, 문제 상황에 기초하는 물음을 통한 수학적 과제 중심의 MiC 교과서 체제 및 전개 방식과 위계적 내용 중심의 우리나라 교과서의 것과의 특징 및 장단점을 파악하여 향후 우리나라의 질 좋은 교과서 개발에 보탬이 되면 좋을 것 같다.

둘째, MiC 교과서의 여러 수준의 수학적 과제를 이용하여 어떻게 지도되고 있는지의 실제 모습을 보는 것은 쉽지 않다. NCTM(2000)은 효과적인 지도를 위하여 교사는 과제의 어떤 면을 강조할 것인지, 학생들의 활동을 어떻게 조직하고 조정할 것인지, 여러 수준의 전문 지식을 가진 학생들이 도전하도록 하기 위하여 어떠한 질문을 할 것인지 등을 결정해야 한다고 하였다. 이처럼, MiC 교과서를 대상으로 하든, MiC 교과서의 체제나 전개 방식을 반영한 교수·학습 자료를 대상으로 하든, 과제 중심의 교수·학습 자료를 효율적으로 지도하기 위한 방법에 관한 관심과 이에 대한 구체적인 방법을 모색할 필요가 있다.

셋째, 학생들의 수학에 대한 흥미와 수학 해결 능력의 증대를 위해서도 교과서뿐만 아니라 교사의 역할 또한 중요하다. 교과서 안에서 교사가 상황에 맞게 낮은 수준의 수학적 과제와 높은 수준의 수학적 과제를 적절히 제시해 주고 질문함으로써 학생들이 높은 수준의 과제 해결의 어려움을 경감시켜 주고 지적 호기심을 자극할 수도 있을 것이다. 또한, 반대로 낮은 수준의 과제를 통해 정해진 절차를 이용하여 직접 과제를 해결하여 수학에 대한 자신감을 심어줄 수도 있을 것이다. 따라서 이러한 교사의 역할로 학생들의 수학에 대한 흥미와 수학적 문제해결 능력이나 학업 성취 능력의 증대를 더욱 기대할 수 있다. 즉, 그만큼 교사는 교과서에 대한 신뢰와 연구가 많이 필요하며, 교과서 연구에 대한 관심이 학생들에게도 좋은 영향을 끼친다는 점이 간과되어서는 안 될 것이다.

참 고 문 헌

- 김송희 (2009). MiC 교과서와 우리나라 교과서의 비교연구. 숙명여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김정자 (2008). 미국의 MiC 교과서와 우리나라 수학교과서의 비교 연구 -중학교 통계단원을 중심으로-. 한양대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이미연·오영열 (2007). 수학적 과제가 의사소통에 미치는 영향. 수학교육학연구, 17(4), 395-418.
- 한형주 (2005). 미국의 Mathematics in Context 교과서와 한국 수학교과서 비교연구- 통계영역을 중심으로-. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 홍창준·김구연 (2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석. 학교수학, 14(2), 213-232.
- 황혜정·나귀수·최승현·박경미·임재훈·서동엽 (2012). 수학교육신론 (증보판). 서울 : 문음사.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 공역(2007). 학교수학을 위한 원리와 기준. 서울 : 경문사.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268-275.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*(2nd ed). New York: Teachers College Press.
- Abels, M., de Jong, J. A., Dekker, T., Meyer, M. R., Shew, J. A., Burrill, G., & Simon, A.N. (2006). *Up and Downs*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.
- Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. (2006). *Algebra rules*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.
- Kindt, M., Wijers, M., Spence, M.S., Brinker, L. J., Pligge, M. A., Burrill, J., & Burrill, G. (2006). *Graphing Equations*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.

Exploration on Mathematical Tasks on Function Content in MiC 3 level Textbook

Hwang, Hye Jeang[†]

Chosun University

E-mail : sh0502@chosun.ac.kr

Park Hyun-pa

Chosun University

E-mail : hyunpa@naver.com

Instructional materials including problem situations or problems or tasks on real-life situations are considered as an important and significant factor to lead a successful math instruction. MiC Textbook is a representative one showing good examples and tasks including fluent realistic situations on the basis of the background of the Freudenthal's theory. This study explores concretely and in detail the type of level of mathematical tasks, by the subject of MiC Textbook. To accomplish this, this study reconstructs and establishes an elaborated analysis framework using 'the cognitive demand level' suggested by Stein, et. al. The cognitive demand level is comprized of four elements such as Memorization Tasks, Procedures Without Connections Tasks, Procedures With Connections Tasks, and Doing Mathematics Tasks. Memorization Tasks and Procedures Without Connections Tasks are considered as low level tasks, and Procedures With Connections Tasks and Doing Mathematics Tasks are as high level tasks. MiC Textbook is comprized of the four areas of 'number', 'algebra', 'geometry and measurement', and 'data analysis and statistics'. This study deals with the tasks relevant to Function content dealt with in MiC 3 level Textbook, and explore the level of cognitive demands on each task.

* This study was supported by research fund from Chosun University, 2012

* ZDM Classification : U23

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key Words : mathematical tasks, cognitive demand level, Mathematics in Context Textbook

[†] corresponding author