

중학교 1학년 교과서에서 다각형에 관한 예 분석

이 지 혜* · 손 희 림** · 김 성 경***

본 연구는 2009 개정교육과정 중학교 1학년 교과서 13종을 대상으로 다각형에 관한 예를 분석하여 교과서에서 예를 어떻게 제시하고 있는지 살펴보고자 하였다. 교과서의 예를 일반적인 예, 비예, 반례라는 하나의 관점과 개념의 예와 절차 적용의 예라는 다른 관점으로 분류하고 사례를 분석하였다. 그리고 같은 개념이나 절차와 관련된 예를 제시할 때 교과서에 따라 어떤 방법으로 제시하고 있는가를 분석하였다. 그 결과 교과서에 제시되는 예는 일반적인 예에 편중되어 있었고, 개념의 예와 절차 적용의 예도 교과서에 따라 제시된 비율의 편차가 큰 편이었다. 또한 여러 교과서에서 다각형의 배치나 모양을 다양하게 제시하지 못하고 있었다. 학생들의 예 공간을 확장시키기 위해서 교과서에서는 적절하고 다양한 예를 제시할 필요가 있다.

1. 서론

역사적으로 수학의 발달과 수학 교수에 있어서 빼놓을 수 없는 것 중의 하나가 바로 예(example)이다. 많은 수학자들은 수학적 지식을 받아들이고 이해하며 문제를 해결하기 위해서 예의 중요성을 강조해왔다. Courant는 수학자가 즉각적으로 분명하지 않은 진술을 대할 때마다, 자연스럽게 하는 것은 예를 만들거나 상기시키는 것이라고 하였으며, Davis와 Hersh는 추측이 떠오를 때, 대체로 하는 것은 중요한 예를 찾는 것과 왜 그 추측이 사실인지를 증명하기 위해서 이미 알고 있는 예를 사용하는 것이라고 하였다(Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O., 2006).

예는 수학자들의 수학적 지식과 관련해서도 중요하지만, 학습자들의 수학 학습을 위해서도

매우 중요하다. 예로부터 개념을 이끌어내고 개념에 대한 예와 비예(non-example)를 구분해 내며, 스스로 예 공간(example space)을 확장하는 것이 수학 학습에서 중요한 역할을 한다고 볼 수 있으며, Piaget를 비롯한 많은 학자들이 수학 학습이론에서 예의 역할을 강조해왔다.

학습자가 학습에서 예를 통해 수학적 개념을 확실히 알고 이를 바르게 적용하기 위해서는 교사의 역할이 중요하다는 것을 절대 잊어서는 안 된다. 예는 교실에서 교사와 학생 사이의 상호작용의 도구이며, 교수를 위하여 반드시 필요한 매우 유용한 도구이기도 하다. 교사가 어떤 예를 제시하고 질문하느냐에 따라서 학생들이 그 수학적 개념에 대하여 이해하고 받아들이는 정도는 달라진다. 하지만 이 때, 제시한 예가 얼마나 유용한 것이냐 하는 것은 주관적이기 때문에 교사가 학습자의 상황과 특징에 따라 적절한 예를 선택하여야 한다. 보통 우리나라의 한 교실에서

* 화원중학교, jhlucky114@hanmail.net

** 대구광역시교육원, math8142@daum.net

*** 울산에너지고등학교, biblemany@hanmail.net (교신저자)

는 다양한 수준의 학생들이 함께 수업하므로 교사들의 다양한 예 제시가 매우 중요하다. 또한 교사와 학생들은 서로 다른 눈높이에서 수학적 개념을 바라보고 있기 때문에, 교사가 의도한 예와 학생이 받아들이는 예는 그 의미와 목적이 다를 수 있다. 따라서 교사는 여러 가지 다양한 예를 통해서 학생들이 수학적 개념을 바르게 형성하도록 도와주는 역할을 하여야 한다.

우리나라 수학 교실에서는 교사들이 대부분 교과서에 의존하고 있다. 수학적 개념을 지도할 때 대부분의 교사들이 교과서에 나와 있는 예를 중심으로 제시하고, 그 이외에 다른 예는 거의 제시하고 있지 않다. 그렇기 때문에 학생들은 교과서에서 제시하고 있는 제한된 예 속에서 수학적 개념을 이해하게 되고, 그 외에는 접할 기회가 거의 없다(박만구, 2010). 교사들이 교과서에 크게 의지하고 있는 상황 속에서, 교과서의 예가 어떻게 구성되어 있는지, 학생들에게 오개념을 제시할 가능성이 있는지 등을 살펴볼 필요가 있다. 학생들이 어떤 개념에 대하여 처음 가지게 되는 개념이미지는 쉽게 변하지 않으므로, 처음 개념을 도입할 때나 마무리할 때, 적절하고 다양한 예를 통해 올바른 개념이미지를 형성하도록 하는 것이 중요하다.

특히 시각적인 추론을 많이 사용하는 도형 영역의 교수학습에서 다양한 예와 비예를 적절하게 제시하는 것이 꼭 필요하다(장희정, 2013). 정은숙(2005)은 초등학교 교과서에서 도형 개념을 형성하기 위해서 적절한 예들이 충분히 제시되어 있지 않기 때문에 학생들이 교과서에서 제시된 몇 개의 단편적인 예에 의존하여 도형 개념을 익힐 수밖에 없으므로 적절한 예와 반례의 제시는 도형 개념 형성에 효과적이라고 보았다. 이에 중학교 교육과정에서도 도형은 중요한 영역으로 학생들이 그 개념을 잘 형성할 수 있도록 다양한 예가 제시되고 있는지 살펴볼 필요가

있다. 중학교 교육과정에서 도형과 관련된 부분으로 중학교 1학년에서는 기본도형과 평면도형을 다루고, 중학교 2학년에서는 삼각형의 성질, 사각형의 성질, 닮음을 다루며, 중학교 3학년에서는 피타고라스의 정리, 삼각비, 원의 성질을 다루는 데 다각형은 이런 내용의 기본이 되는 중요한 개념이다. 따라서 다각형에 대한 다양한 예가 중학교 1학년 교과서에서 어떻게 제시되고 있는지 살펴볼 필요가 있다. 이는 이후의 학습에 영향을 미치기 때문이다.

이러한 예의 중요성에 입각하여 본 연구에서는 중학교 1학년 도형단원을 선정하여 예를 분석하였다. 계산적인 절차에 관련된 예 뿐 아니라 개념과 관련한 예도 다양하게 다루어야 하는 영역이 도형이라 보고, 그 중에서도 특히 기본이 되는 중학교 1학년 다각형 부분을 중점적으로 분석하였다. 2009 개정교육과정 중학교 1학년 교과서 13종을 대상으로 일반적인 예, 비예, 반례가 어떻게 제시되었는지, 그리고 예를 어떤 방법으로 제시하고 있는지를 분석하였다. 또한 분석을 통해 교과서와 교사의 적절한 예 제시에 대한 중요성을 강조하고자 하였다.

II. 이론적 배경

1. 예(example)의 의미와 역할

어떤 수학적 개념이나 절차를 설명하기 위해서 우리는 이전에 경험한 사실이나 더욱 간단한 상황을 예를 들어 설명한다. 이러한 예는 수학 학습에 있어서 중요한 역할을 하며 많은 수학 학습이론에서 빼놓지 않고 등장한다. 교과서, 교사, 여러 가지 교수 자료 등에서 사용하는 예는 아주 광범위한 의미로 사용되고 있다. Watson과 Mason (2005)은 학습자가 일반화하려는 것으로부터 어떤

것을 나타내기 위한 방법으로 광범위하게 사용되는 ‘예’의 의미를 다음과 같이 설명하였다(p. 3).

- 개념과 원리에 대한 설명으로, 일차 방정식을 설명하는 특정한 방정식 또는 분수의 동치를 보여주는 두 개의 분수와 같은 것.
- 일반적인 정의나 정리 대신 사용하는 것으로, ‘길이 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다’는 것을 보여주기 위해 원주 위를 움직이는 점이 이루는 각에 대한 동적인 이미지를 사용하는 것과 같은 것.
- 특정한 기술을 사용하는 방법을 보여주기 위해 교과서나 교사들이 제시하는 질문으로, 일반적으로 가공된 예(worked example)라고 불리는 것.
- 학생들이 특정한 기술을 사용하고, 적용하고, 능숙하게 활용할 수 있도록 제공된 문제들로, 보통 연습문제(exercise)라고 불리는 것.
- 귀납적인 수학적 추론의 소재로 사용되는 류(class)를 대표하는 것들로, 특정한 상황에서 수를 생성하고 그 패턴을 검사하는 것과 같은 것.
- 수학에 대한 동기를 부여하는 경우로 특정한 맥락적 상황.

한편, 수학 학습 이론에서도 많은 학자들에 의해 예의 중요성이 강조되었다(Bills et al., 2006). Skemp는 학생들에게 보여주기 위해 교사가 선택하는 예의 중요성에 대해 강조하였고, Vinner는 학습자의 개념이미지와 개념정의 사이의 틈을 설명하고, 학습자의 개념이미지는 학습자 자신에게 친숙한 것으로 제한될 수 있으므로 개념이미지와 개념정의 사이의 틈을 줄여야 하는데, 이를 위해서는 예가 중요하다고 보았다. Dienes는 학습자들이 정교한 수학적 개념에 대한 예를 경험하도록 하기 위해서는 학습자들이 몰두하도록 구조화된 게임과 상황을 사용할 것을 주장하고, 학습의 네 가지 원리, 즉 역동성의 원리, 구성의 원리, 수학적 다양성의 원리, 지각적 다양성의

원리를 설명하면서 다양한 예의 사용을 강조하였다. 수학 학습에서 중요한 요소 중 하나로 일반화를 빼놓을 수 없는데, 학습자를 일반화로 안내하기 위해서는 예가 중요한 역할을 한다(Zazkis & Chernoff, 2008). Zazkis와 Chernoff(2008)는 일반화는 개인의 예 공간을 풍부하게 하거나 확장함으로써 지지되는데, 학습자가 일반적인 구조를 인지하도록 수를 변화시켜 가면서 예를 들어야 한다고 설명하였다.

2. 예의 분류

수학 학습에서 학생들에게 일반적인 예를 포함하여 반례와 비예도 함께 제시 하는데, Watson과 Mason(2006)은 이 세 가지를 특징에 따라 구별하였다. 먼저 일반적인 예(generic example)는 개념이나 절차에 관한 예, 또는 일반적인 증명의 중심을 이루는 것으로 보았다. 이와 비교해서 반례(counter-example)는 개념, 절차, 시도한 증명 가운데 반증을 위한 가설이나 주장을 필요로 하는 것으로 보았다. 비예(non-example)는 개념의 경계를 구분하는 것, 동일하게 시행했지만 얻고자 하는 결과를 만드는 데 실패한 것, 정리에 대한 조건들이 정확하다는 것을 증명하는 데 실패한 것, 또는 절차를 적용하는 데 실패한 것으로 보았다. 사각형이나 원은 삼각형에 대한 비예로 볼 수 있고, 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 절차에 실패한 예도 비예이다.

전달하고자 하는 지식의 종류에 따라 예를 개념의 예(example of a concept)와 절차 적용의 예(example of the application of a procedure)로 구분하기도 한다. 개념의 예로는 삼각형, 3으로 나누어지는 정수, 다항식 등이 있고, 절차 적용의 예로는 삼각형의 넓이 구하기, 3으로 정확하게 나누어지는 정수 찾기, 다항식의 예 찾기 등이 있다(Bills et al., 2006). Sowder(1980)는 ‘예’와 ‘설

명'을 구별하려고 시도하면서, '절차 적용의 예' 또는 '설명'을 다시 두 가지 예로 분류하였다. 교사나 교과서 저자, 또는 프로그래머 등에 의해서 이미 완성되어 적용된 절차를 '가공된 예(worked(-out) examples)'로, 학습자가 완성하도록 남겨둔 과제의 모임을 '연습문제(exercise)'라 하였다. 그러나 모든 대상에 대해 예의 분류가 항상 명확하게 이루어지는 않는다. 예를 들어, 교사가 일차함수의 표현으로 $y = 2x + 3$ 을 제시했지만, 학습자는 이를 하나의 절차, 즉 한 방식식으로부터 그래프를 그리는 것으로 간주할 수 있다. 이와 같이 같은 표현이라 할지라도 과정 또는 대상의 상징으로 보는 사람에 따라 다르게 보여 질 수 있다(Gray & Tall, 1994).

Zazkis와 Chernoff(2008)는 반례를 교사가 학생들이 인지적 충돌이 일어나도록 제시하는 강력한 교수 전략으로 보고, 이것을 축심예(pivotal example)와 연결예(pivotal-bridging example)로 나누어 제시하였다. 축심예는 학습자의 인지적 변화를 야기하는 예로 학습자에게 인지적 충돌이 일어나도록 하여 학습자의 인지구조에 전환점을 가져다주는 것이며, 연결예는 이에 대한 학습자의 인지적 충돌을 해결해주는 예라고 하였다. 예를 들어, '두 소수의 곱은 소수이다.'라는 인지구조를 가지고 있는 학생이 437은 19×23 이므로 소수라고 생각할 때, 이 학생에게 이미 소수가 아니라고 알고 있는 간단한 수인 6과 15를 제시하면 인지적 충돌이 일어나는데, 이 두 개의 수가 축심예가 된다. 또한, 다시 조금 더 큰 수인 77을 제시하면 이 수를 통해 소수는 곱셈에서 닫혀있지 않다는 것을 깨닫게 되고, 이 때 제시된 77은 연결예라고 볼 수 있다(Zazkis & Chernoff, 2008).

3. 교수·학습에서의 예

일반적으로 학습자가 새로운 개념을 받아들일

때, 형식적인 정의 보다는 이미 알고 있거나 친숙한 예를 제시하여 받아들이도록 하는 것이 훨씬 더 효과적이다. 이 때, 일반적인 예와 비예, 반례를 적절히 조화시켜 풍부하고 다양한 예를 접하도록 하면 학습 효과가 향상될 수 있다. 특히 학습자가 스스로 예를 만들도록 하면서 수업하는 것이 매우 효과적이지만, 우리나라 학교 현장에서는 그렇게 수업하는 것이 쉽지만은 않으며, 이에 교사가 어떤 예를 선택하여 어떤 방법으로 학생들에게 제시하느냐 하는 것이 효과적인 학습에서 매우 중요하다고 볼 수 있다.

Leinhardt는 예가 수학적인 담화와 설명을 하기 위한 기본적인 의사소통 장치라고 하였고, Ball은 교사가 가르치기 위해 설명을 구성하는 것은 매우 힘든 과제라고 하였다(Bills et al., 2006). 학생들에게 의미 있는 질문을 하고, 예를 제시하는 것은 교수에서 매우 중요한 역할을 한다. 교사가 적절한 예를 제시하고자 할 때, 단 하나의 예가 의도하고자 하는 목적을 항상 달성하는 것은 아님을 고려해야 한다. 교사가 일반적인 경우와 원리를 말하기 위해 제시한 일반적인 예가 학습자들에게는 일반성을 간과하는 특별한 예로 받아들여질 수 있는 것과 예가 명백하고 유용하다고 하는 것은 주관적인 것이므로 학습자의 다양한 필요와 특징에 따라 다양하고 '유용한 예'를 포함한 기회를 제공해야 한다(Bills et al., 2006). 따라서 교사가 어떤 예를, 어떤 방법으로, 얼마나 다양하게 제시하느냐 하는 것이 학습에 있어서 매우 중요한 역할을 한다.

III. 연구 방법

1. 분석 대상 교과서

2013학년도부터 중학교 1학년에 적용된 2009

개정교육과정에 따른 수학과 교육과정을 반영하여 개발된 13종의 교과서에서 다각형에 관한 예를 분석하였다. 연구에서 분석한 13종 교과서별로 다각형에 관한 단원명은 <표 III-1>과 같다.

2. 연구 절차

가. 예의 분석 범위

Watson과 Mason(2005)이 설명한 예의 의미에 따라 교과서의 예를 분류하기 위해서 교과서에 제시된 다양한 형태를 다음 절차에 따라 분석하여 예의 분석 범위를 결정하였다. 3명의 연구자는 1종의 교과서를 선택하여 각자 예를 선정하고 함께 협의를 통해 예의 선정 기준을 1차로 결정하였다. 그리고 이 기준에 따라 6종의 교과서를 분석한 후 1차 기준을 수정·보완하였으며, 이 수정·보완한 기준으로 처음 분석한 6종의 교과서를 포함하여 13종의 교과서를 분석하였다.

이러한 과정을 통해 본 연구에서 예를 선정한 범위는 다음과 같다.

첫째, 초등학교에서 학습한 내용으로 현재 분석하려고 하는 단원의 내용에 대한 선수학습에 해당하는 ‘준비학습’, ‘준비하기’, ‘되짚어보기’ 등으로 제시된 부분은 예의 선정 대상에서 제외하였다. 또한 본 차시 학습 이후의 중단원 또는 대단원별 연습문제에 포함된 예도 연구대상에서 제외함으로써 본문 내용을 중심으로 예를 선정하였다. 둘째, 하나의 문제가 여러 소문제를 포함하고 있는 경우 소문제를 묶어서 하나의 예로 보았으며, 개념이나 원리를 설명하는 부분에서 동일한 개념이나 원리를 여러 다각형의 경우를 나열하여 예를 들고 있는 경우도 다각형들을 묶어서 하나의 예로 보았다. 예를 들어 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 설명하면서 사각형, 오각형, 육각형을 동시에 제시한 경우는 하나의 예로 보았다. 셋째, 새로운 개념이나 절차를 도입하기 위해 ‘생각해 봅시

<표 III-1> 분석 대상 교과서와 교과서별 다각형의 단원 구성

연번	출판사	대단원명	중단원명	소단원명
A	교학사	평면도형과 입체도형	평면도형의 성질	다각형
B	금성출판	도형의 성질	평면도형의 성질	다각형
C	대교	평면도형의 성질	다각형의 성질	.
D	두배의 느낌	도형의 성질	평면도형의 성질	다각형의 성질
E	두산-1	평면도형의 성질	다각형의 대각선의 개수 삼각형의 내각과 외각 다각형의 내각의 크기의 합 다각형의 외각의 크기의 합	.
F	두산-2	평면도형과 입체도형	평면도형	다각형의 성질
G	미래엔	평면도형	다각형의 성질	다각형의 내각·외각과 대각선 다각형의 내각과 외각의 크기의 합
H	비상	평면도형과 입체도형	평면도형의 성질	다각형
I	좋은책 신사고	평면도형	다각형	다각형 다각형의 내각과 외각의 성질
J	지학사	평면도형	다각형	다각형의 성질 다각형의 내각과 외각
K	천재 교과서	평면도형	다각형의 성질	다각형의 성질 다각형의 내각과 외각의 크기
L	천재교육-1	평면도형의 성질	다각형의 성질	.
M	천재교육-2	평면도형	다각형	다각형의 성질 다각형의 내각과 외각

다’, ‘생각열기’, ‘활동하기’ 등으로 제시되어 이루어지는 활동과 ‘추론하기’, ‘의사소통하기’, ‘탐구’와 같은 전형적인 문제와 다른 접근을 하고 있는 부분도 예의 선정 대상에 포함하였다.

나. 예의 분류 기준

위의 예 분석 범위에서 선정된 예를 연구대상으로 하여 다음의 두 가지 관점에서 분류하였다.

첫 번째 분류기준은 일반적인 예(generic example), 비예(non-example), 반례(counter-example)이다. 이 분류기준은 Watson과 Mason(2006)의 관점에 바탕을 두고, 본 논문에서는 일반적인 예, 비예, 반례를 다음과 같이 분류한다. 개념이나 절차를 설명하기 위한 예, 증명의 과정을 설명하기 위해서 제시된 그림, 개념이나 절차를 도입하기 전에 동기를 부여하기 위하여 제공된 활동, 수학 정리(theorem)의 구체적인 경우를 그림이나 절차로 나타낸 예의 경우 일반적인 예로 분류하고 ‘GE’로 표기하였다. 또한 교과서는 교사와 학생이 상호작용을 하면서 수업을 하는 데 사용되는 도구이므로 ‘삼각형의 내각과 외각 사이의 관계에 대한 문제를 만들고 풀어보아라’와 같은 교과서에서 구체적인 예를 제시하도록 요구하는 문제의 경우, 학생들이 일반적인 예를 접하게 되는 기회로 보고 일반적인 예로 분류하기로 하였다. 비예는 개념의 경계 안에 포함되지 않는 경우 또는 개념이나 절차를 일반적인 예에서와 같은 방법으로 시도했으나 정확한 결과를 얻는데 실패한 경우로 ‘NE’로 표기했다. 한편, 한 문제 내에 일반적인 예와 비예를 동시에 포함하고 있는 경우에는 GE와 NE 모두에 속하는 것으로 분류하였다. 반례의 경우, 가설이나 주장이 거짓임을 보여주는 예로 ‘CE’로 표기했다.

두 번째 분류기준은 동일한 교과서의 예를 대

상으로 하여 개념의 예(example of a concept)와 절차 적용의 예(example of the application of a procedure)로 분류하였다(Bills et al., 2006). 개념의 예와 절차 적용의 예는 각각 ‘COE’와 ‘PAE’로 표기하였다.

3명의 연구자는 신뢰도와 타당도를 높이기 위해서 개별적으로 분석한 결과가 다를 경우에는 협의의 절차를 거친 후 13종의 교과서의 모든 예를 <표 III-2>와 <표 III-3>과 같이 분류하고 코딩했다.

<표 III-2> 예의 분류기준1

예의 종류	코딩기호
일반적인 예 (generic example)	GE
비예 (non-example)	NE
반례 (counter-example)	CE

<표 III-3> 예의 분류기준2

예의 종류	코딩기호
개념의 예 (example of a concept)	COE
절차 적용의 예 (example of the application of a procedure)	PAE

IV. 연구 결과

1. 분류기준1에 따른 ‘다각형’의 예 분석

중학교 1학년 수학교과서 13종에 대하여 ‘다각형’의 예를 일반적인 예(GE), 비예(NE), 반례(CE)를 기준으로 그 내용을 분석한 결과는 <표 IV-1>과 같다.

중학교 1학년 수학교과서 13종에서 ‘다각형’의

<표 IV-1> 교과서별 예의 분류기준1에 따른 ‘다각형’에 관한 예

교과서	예의 수	GE		NE		CE		GE & NE	
		빈도 수	(%)	빈도 수	(%)	빈도 수	(%)	빈도 수	(%)
A	25	24	(96.00)	-	(0)	-	(0)	1	(4.00)
B	26	25	(96.15)	1	(3.85)	-	(0)	-	(0)
C	22	22	(100)	-	(0)	-	(0)	-	(0)
D	26	26	(100)	-	(0)	-	(0)	-	(0)
E	27	27	(100)	-	(0)	-	(0)	-	(0)
F	25	24	(96.00)	-	(0)	-	(0)	1	(4.00)
G	29	29	(100)	-	(0)	-	(0)	-	(0)
H	20	20	(100)	-	(0)	-	(0)	-	(0)
I	23	23	(100)	-	(0)	-	(0)	-	(0)
J	38	37	(97.37)	1	(2.63)	-	(0)	-	(0)
K	26	25	(96.15)	-	(0)	-	(0)	1	(4.00)
L	20	20	(100)	-	(0)	-	(0)	-	(0)
M	40	38	(95.00)	2	(5.00)	-	(0)	-	(0)
합계	347	340		4		0		3	

예에 대한 분석 결과 예의 수는 모두 347개 이고, 이 예들을 연구방법에 제시된 분류기준1에 따라 분석한 결과 일반적인 예(GE)는 340개(97.98%), 비예(NE)는 4개(1.15%), 반례(CE)는 0개(0%)이고, 일반적인 예(GE)와 비예(NE)를 동시에 포함하는 예가 3개(0.87%)로 나타났다. 이를 통해 중학교 1학년 교과서에서 제시한 다각형에 관한 예는 일반적인 예(GE)가 대부분이고 비예(NE)나 반례(CE)가 극히 적거나 전혀 제시되지 않고 있음을 알 수 있다. 교과서별로 분석한 결과를 살펴보면, 7종의 교과서에는 비예(NE)가 전혀 제시되어 있지 않으며, 특히, 반례(CE)는 모든 교과서에 제시되어 있지 않는 것으로 나타났다.

교과서나 수업 중 교사가 제시하는 예는 일반적인 예가 비예나 반례보다 많은 것은 자연스러운 현상이나 비예나 반례를 전혀 다루지 않는 것은 학생들의 예공간 확장에 도움이 되지 못한다. 교과서는 주로 개념의 경계 안에 있는 예를 제시하여 학생들이 그 개념을 형성할 수 있도록 돕는다. 개념의 경계에 있는 예는 학생들에게 혼란을 초래할 수 있기 때문에 교과서에서는 비예를 적게 다루는 것으로 보인다. 개념을 형성하는

단계에서 비예를 지나치게 많이 다루는 것은 그러한 혼란을 초래할 수 있지만 비예를 전혀 다루지 않는 것도 개념의 경계를 명확히 하지 못하는 결과를 가져온다. 다각형은 초등학교에서부터 접한 개념이므로 중학교 과정에서 그 개념의 경계를 명확하게 하기 위한 비예를 제시할 필요가 있다. 특히 교사는 교과서에서 다루고 있지 않더라도 수업에서 다각형과 관련된 다양한 예를 제시함으로써 학생들의 예공간 확장에 도움을 주어야 한다. 그리고 반례는 학생들이 개념을 이해하거나 절차를 시행할 때 오개념 또는 오류를 보이는 상황에서 필요하므로 교과서에서는 반례를 찾기 어려울 수 있다. 하지만 교사는 학생들이 가지고 있는 전형적인 오개념과 오류에 대해서 알고 이런 현상이 수업 중 나타날 때 적절한 반례를 사용하여 학생들의 학습을 도와주어야 한다.

2. 분류기준2에 따른 ‘다각형’의 예 분석

중학교 1학년 수학교과서 13종에서 ‘다각형’의 예를 개념의 예(COE), 절차 적용의 예(PAE)를

기준으로 분석한 결과는 <표 IV-2>와 같다. 예의 분류기준2에 따라 중학교 1학년 수학교과서 13종에서 ‘다각형’의 예에 대한 분석 결과 개념의 예(COE)는 107개(30.84%), 절차 적용의 예(PAE)는 240개(69.16%)로 나타났다. 이를 통해 개념의 예(COE)와 절차 적용의 예(PAE)의 수를 비교하면 절차 적용의 예의 개수가 개념의 예의 개수에 2배 이상인 것으로 나타났다. 또한, 교과서 C의 경우는 총 22개의 예 중에서 개념의 예가 5개(22.73%), 절차 적용의 예는 17개(77.27%)이고, 교과서 M의 경우 40개의 예 중에서 17개(42.50%)는 개념의 예이고 23개(57.50%)는 절차 적용의 예임을 볼 때, 교과서마다 그 비율의 편차가 비교적 큰 것으로 나타났다.

교과서에서 절차 적용의 예는 많은 경우에 하나의 문제에 여러 개의 소문제를 포함하고 있어서 동일한 절차를 여러 번 시행해볼 수 있도록 하는 데 이를 하나의 예로 코딩한 것을 고려하면 학생들은 교과서에서 개념의 예보다 절차 적용의 예를 훨씬 많이 접한다고 볼 수 있다. 교사는 학생들이 절차 적용의 예를 접할 때 절차의

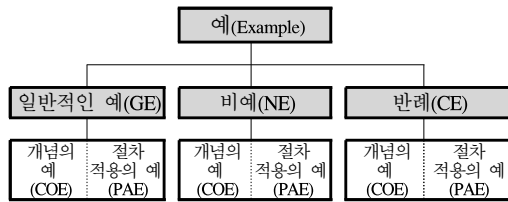
의미를 모른 채 단순히 기억해서 문제를 해결하지 않도록 절차의 의미를 이해할 수 있도록 지도해야 한다. 교과서는 개념의 예가 절차 적용의 예보다 그 수도 적고 하나의 정의나 성질과 관련된 개념의 예를 여러 개 제시하지 않는 경우가 많다. 그러나 교사는 수업에서 한 두 개의 예만을 이용해서 개념을 설명하기 보다는 풍부한 예를 제공할 필요가 있다. 다양한 종류의 다각형에서 관련된 정의나 성질을 보여줌으로 학생들이 오개념을 형성하지 않도록 도움을 주어야 한다.

3. 예의 분류기준에 따른 사례 분석

교과서에 제시된 예의 사례를 분석하기 위해 일반적인 예, 비예, 반례 각각에 대하여 개념의 예와 절차 적용의 예로 다시 분류하였다. 각각의 경우에 따른 사례의 분석기준은 [그림 IV-1]과 같다.

<표 IV-2> 교과서별 예의 분류기준2에 따른 ‘다각형’에 관한 예

교과서	예의 수	COE		PAE	
		빈도수	(%)	빈도수	(%)
A	25	7	(28.00)	18	(72.00)
B	26	11	(42.31)	15	(57.69)
C	22	5	(22.73)	17	(77.27)
D	26	6	(23.08)	20	(76.92)
E	27	9	(33.33)	18	(66.67)
F	25	8	(32.00)	17	(68.00)
G	29	9	(31.03)	20	(68.97)
H	20	6	(30.00)	14	(70.00)
I	23	6	(26.09)	17	(73.91)
J	38	11	(28.95)	27	(71.05)
K	26	7	(26.92)	19	(73.08)
L	20	5	(25.00)	15	(75.00)
M	40	17	(42.50)	23	(57.50)
합계	347	107	(30.84)	240	(69.16)



[그림 IV-1] 예의 사례 분석 기준

가. 일반적인 예(GE)의 관점

일반적인 예(GE)에 대하여 개념의 예(COE)와 절차 적용의 예(PAE)인 경우로 나누면, [그림 IV-2]는 내각과 외각의 정의와 함께 제시된 일반적인 예(GE)이면서 동시에 개념의 예(COE)로 이는 모든 교과서에서 비슷한 종류의 예가 제시되고 있다. 내각과 외각의 개념에 대한 이해를 돕기 위해서 육각형을 예로 들어서 내각과 외각을 보여주고 있다. 반면, [그림 IV-3]은 대각선의 개수를 구하는 문제로 일반적인 예(GE)이면서 절차 적용의 예(PAE)로 다각형의 종류만 다를 뿐 모든 교과서에 나타나는 예이다. 한 문제가 여러 개의 소문제를 포함하고 있는 경우로, 절차 적용의 예(PAE)는 대부분 이와 유사하게 학생들이 동일한 절차를 여러 번 적용해 볼 수 있도록 제시되고 있다.


나. 비에(NE)의 관점

비에(NE)는 13종의 교과서 중 6종의 교과서에서 7개가 제시되고 있었으며, 나머지 7종의 교과서에서는 비에(NE)가 전혀 제시되어 있지 않았다. 7개의 비에(NE) 중 6개는 개념의 예(COE), 1개는 절차 적용의 예(PAE)로 분류할 수 있었고, 6개의 개념의 예(COE) 중 3가지는 오목다각형을 교과서에서 다루는 다각형에 대한 비예로 제시하고 있다. 이 때 오목다각형이라는 용어는 사용하고 있지 않지만 ‘오목한 부분이 있는 다각형은 다루지 않는다.’고 언급하면서 [그림 IV-4]와 같이 오목다각형의 그림을 그 예로 제시하고 있다. 중·고등학교 교육과정에서 다각형은 볼록다각형만을 다루고 볼록이나 오목에 대한 명확한 정의를 제시하지 않지만, 직관적으로 학생들이 오목다각형은 다루지 않음을 받아들일 수 있도록 볼록다각형에 대한 비예로 오목다각형을 제시할 필요가 있다.

한편, 2종의 교과서에서 [그림 IV-5]에서와 같이 꼭선으로 둘러싸인 도형을 선분으로 둘러싸인 도형에 대한 예와 함께 제시함으로써 다각형의 비예를 보여주는 경우가 있었으며, 이러한 경우, 전체를 하나의 예로 보고 일반적인 예이면서 비예인 것으로 분류하였다. <표 IV-1>에서 A교과서와 K교과서에서 GE & NE에 1개씩 분류된

다각형에서 각 선분을 다각형의 변, 변과 변이 만나는 점을 다각형의 꼭짓점, 이웃하는 두 변으로 이루어진 각을 다각형의 각 또는 내각이라고 한다.

또 다각형의 한 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃한 변의 연장선이 이루는 각을 그 내각의 외각이라고 한다.




[그림 IV-2] 일반적인 예(GE) · 개념의 예(COE) (J교과서, 2013, p. 240)

문제 1 다음 다각형의 대각선의 개수를 구하여라.


(1) 사각형	(2) 육각형
(3) 칠각형	(4) 십이각형

[그림 IV-3] 일반적인 예(GE) · 절차 적용의 예(PAE) (C교과서, 2013, p. 264)



다각형의 대각선의 개수
 n 각형의 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이다.

> 참고 오른쪽 그림과 같이 오목한 부분이 있는 다각형은 다루지 않는다.



[그림 IV-4] 비예(NE) · 개념의 예(COE) (B교과서, 2013, p. 217)

다각형의 내각과 외각은 무엇일까?

생각하기 다음은 세계 여러 나라에서 사용하고 있는 다양한 모양의 화폐들이다. 아래 화폐에 빨간 선으로 표시된 도형 중 선분으로 둘러싸인 평면도형을 찾아보자.




[그림 IV-5] 비예(NE) · 개념의 예(COE) (A교과서, 2013, p. 275)

생각이 크는 풀이 수학

다음 중 설명이 옳은 것을 찾아 그 설명이 가리키는 글자를 아래 빈칸에 차례대로 넣어 문장을 완성하여 보자.

- (1) 칠각형의 대각선의 개수는 12이다. _____ → 전
- (2) 십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 7이다. _____ → 정
- (3) 구각형의 내각의 크기의 합은 1080° 이다. _____ → 기
- (4) 정사각형의 외각의 크기의 합은 360° 이다. _____ → 신
- (5) 삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 이다. _____ → 체
- (6) 정육각형의 한 외각의 크기는 90° 이다. _____ → 육
- (7) 정육각형의 한 내각의 크기는 120° 이다. _____ → 조

수학을 공부하는 것은 □□□□를 하는 것이다.
 페스탈로치(Pestalozzi, J. H.: 1746~1827)



[그림 IV-6] 비예(NE) · 절차 적용의 예(PAE) (F교과서, 2013, p. 264)

예가 이러한 경우에 해당한다.

중학생들은 초등학교에서부터 삼각형, 사각형 등 다양한 다각형을 이미 다루었고 중학교 1학년에서 여러 개의 선분으로 둘러싸인 평면도형으로 다각형의 정의를 배운다. 그러므로 학생들이 다각형이라는 개념을 명확하게 알 수 있도록 다각형이 아닌 예를 접하고 이를 다각형과 구별할 수 있는 기회가 있어야 한다. 그러기 위해서 교과서에서 개념의 경계를 명확히 구별할 수 있도록 다양한 비예(NE)를 소개할 필요가 있다.

[그림 IV-6]은 비예(NE)이면서 절차 적용의 예(PAE)인 사례이다. 하나의 문제에 일반적인 예(GE)와 비예(NE)가 함께 포함되어 있는 경우로 <표 IV-1>에서 F교과서에서 GE & NE에 1개 분류된 예가 이 경우이다. 여기에서 (1),(3),(6)은 절차를 적용하는 데 실패한 예이다. 절차를 적용하는 데 실패하는 경우는 단순한 계산의 오류인 경우도 있지만, 절차에 대한 학생들의 잘못된 이해 때문에 같은 실패를 반복하는 경우가 많다. 따라서 교사는 학생들의 전형적인 오류에 대해

서 알고 학생들에게 이런 오류가 고착화되기 전에 수정해 줄 수 있어야 한다.

다. 반례(CE)의 관점

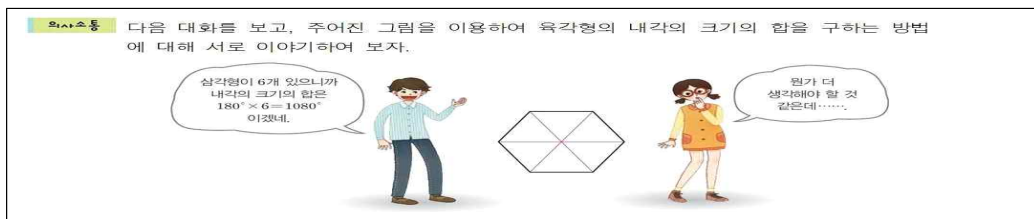
반례(CE)는 연구대상인 13종의 교과서 어느 곳에서도 제시되어 있지 않았다. 어떤 개념에 대한 풍부한 예의 집합인 예 공간을 보유한 사람은 그렇지 않은 사람에 비해 그 개념과 관련된 문제해결력이 뛰어날 것이다. 그리고 Watson과 Mason(2005)은 반례를 접하는 것이 예 공간을 확장시키는 하나의 방법이라고 한다. 그런데 중학교 1학년 13종 교과서는 다각형과 관련된 반례가 없어서 학생들이 예 공간을 확장할 수 있는 기회를 잃게 된다. 교과서에 제시되어 있지 않더라도 수업 중 교사가 학생들의 오류를 보게 되면 적절한 반례를 통해 오류도 수정하고 예 공간도 확장시켜 줄 수 있다. 그래서 교과서에서 학생들의 오류상황을 제시하고 있는 부분을 살펴보았더니, 2종의 교과서에서 학생들의 오류를 [그림 IV-7], [그림 IV-8]과 같이 제시하고 있었다. 그러나 두 교과서 모두 오류를 수정하기 위해 반례를 사용하기보다 1080° 에서 360° 를 빼서

육각형의 내각의 크기의 합을 바르게 구하는 방법으로 오류를 수정하도록 답안을 제시하고 있다.

교과서에서 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 때, 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그어 여러 개의 삼각형으로 나누고 이를 이용해서 n 각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$ 로 안내한다. 학생들이 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그어야 하나 위의 오류와 같이 다각형의 내부의 한 점을 이용해서 여러 개의 삼각형으로 나누는 오류를 범할 수 있다. 이런 경우 교사는 적절한 반례를 제시함으로써 학생들의 오류를 수정해 줄 수 있다. 예를 들면 학생들은 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180° 임은 잘 알고 있으므로 삼각형을 내부의 한 점을 이용해서 다시 세 개의 삼각형으로 나누어 학생들에게 제시하면 오류를 갖고 있는 학생들은 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 가 되는 인지적 혼란을 일으킬 수 있다. 그러면 이 반례는 핵심역할을 할 수 있다. 사각형이나 오각형을 이용해서 내각의 크기를 구하는 방법을 더 명확히 하면 학생들은 오류에서 벗어날 수 있게 되고 이 예들은 연결예가 될 수 있다. 이와 같은 방법으로 교사들은 학생들에게 다양한 예를 소



[그림 IV-7] 오류 제시 1 (C교과서, 2013, p.268)



[그림 IV-8] 오류 제시 2 (F교과서, 2013, p.261)

개함으로 학생들이 개념이나 절차에 대한 풍부한 예를 지닐 수 있도록 해주어야 한다.

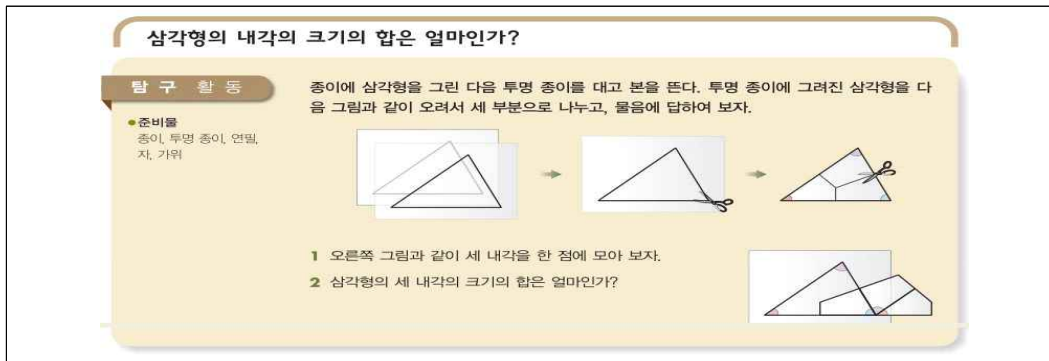
4. 예의 제시방법에 대한 사례분석

가. 구체적인 활동 방법을 통한 예

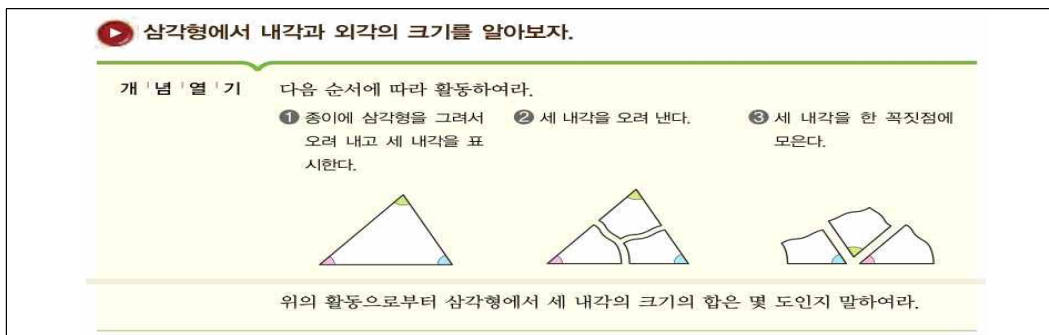
13종의 교과서 중 12종의 교과서에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180° 임을 증명을 통해서 보여주고 있다. 그리고 이러한 증명을 시작하기에 앞서 대부분의 교과서에서는 학생들이 구체적인 활동을 통해 삼각형의 세 내각의 크기의 합에 대해 생각할 수 있도록 상황을 제시하고 있다. 교과서별로 이러한 구체적인 활동을 분류해 보면, 삼각형을 자르는 활동을 소개하는 교과서가 8종으로 가장 많고, 종이접기 활동을 소

개하는 교과서가 1종, 컴퓨터 프로그램을 통한 활동을 소개하고 있는 교과서가 2종, 관련된 활동을 소개하지 않는 교과서가 2종이다. 교사는 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180° 임 바로 증명하기 보다는 이런 다양한 활동의 예를 학생들에게 제시할 수 있다. 또 교사는 이런 여러 가지 방법을 알고 그 중에서 교실 상황에 가장 적합한 것을 선정하여 재구성할 수 있어야 한다.

삼각형을 잘라서 세 내각을 한 점에 모으는 활동을 소개하는 8종의 교과서는 다시 2가지로 분류되는데 한 종류는 [그림 IV-9]와 같이 가위를 이용해서 직선으로 자르고 있고 다른 종류는 [그림 IV-10]과 같이 손으로 찢거나 곡선으로 자르고 있다. 이러한 과정에서 삼각형을 자르기 전에 세 내각을 표시하지만 실제로 삼각형을 가위를 이용해서 직선으로 자르게 되면 분리된 세



[그림 IV-9] 절차적 예의 제시방법 (J교과서, 2013, p.243)

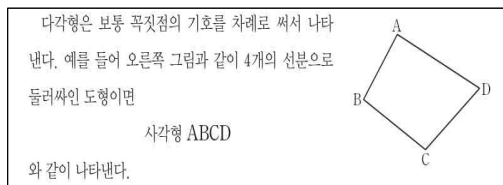


[그림 IV-10] 절차적 예의 제시방법 (H교과서, 2013, p.230)

조각은 3개의 사각형이 되고 그 조각의 방향을 회전하는 과정에서 학생들은 처음 삼각형의 내각이 무엇이었는지 혼란을 겪을 수 있다. 따라서 손으로 찢거나 곡선으로 자르면 이러한 학생들의 인지적 혼란을 줄일 수 있다. 실제로 구체적인 활동을 예로 제시할 때는 학생들이 실제로 활동을 할 때 불필요한 혼란을 초래할 수 있는 요인들이 있는지 세심한 주의가 필요하다.

나. 예로 제시되는 다각형의 배치와 모양의 다양성

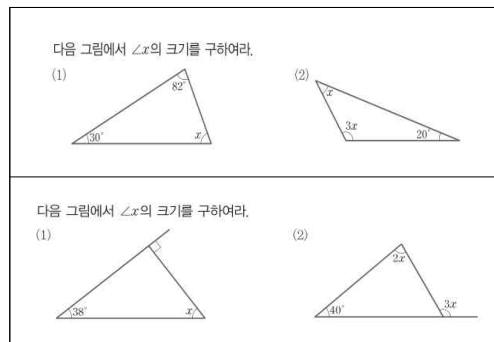
교과서에서 삼각형의 한 변이 교과서 밑단과 평행한 삼각형만을 제시하면 학생들은 삼각형에 대한 오개념을 가질 수 있다(박만구, 2010). 그러므로 교과서에서 다각형을 제시할 때 다양한 모양을 다양한 위치에 배치할 필요가 있다. 연구대상의 교과서에서 제시된 다각형의 경우 대부분이 아래쪽에 있는 변은 교과서의 밑의 모서리와 평행을 이루는 경우가 많았다. [그림 IV-11]과 같이 다각형의 아래쪽의 변이 교과서의 밑의 모서리와 평행하지 않은 경우는 분석 대상 교과서 중 단 11개밖에 제시되지 않았다. 삼각형, 사각형과 같은 익숙한 예라도 학습자들에게 다양한 모양의 다각형을 다양하게 배치하여 학생들이 교과서에서 풍부한 다각형을 접할 수 있도록 세심한 주의를 기울여야한다.



[그림 IV-11] 다각형의 배치에 대한 다양성의 사례 (J교과서, 2013, p.239)

또한, 삼각형의 내각과 외각의 성질에 관한 예

를 제시할 때, 모든 교과서에서 예각삼각형은 예로 제시하고 있으나, 직각삼각형이나 둔각삼각형은 제시되어 있지 않는 경우도 있었다. [그림 IV-12]와 같이 예각삼각형과 함께 직각삼각형과 둔각삼각형을 모두 예로 제시한 경우는 2종의 교과서 밖에 없었다. 나머지 교과서에서는 예각삼각형과 직각삼각형만을 제시하거나 예각삼각형과 둔각삼각형만을 예로 제시하고 있다. 삼각형의 내각과 외각의 성질은 삼각형의 모양과 관련 없이 성립하는 성질이므로, 다양한 삼각형을 학생들이 접할 수 있도록 예를 제시할 필요가 있다.



[그림 IV-12] 삼각형의 모양에 대한 다양성의 사례 (E교과서, 2013, p.249, 250)

V. 결론

본 연구에서는 중학교 1학년 평면도형에서 다각형과 관련하여 교과서의 예(example)를 일반적인 예(GE), 비예(NE), 반예(CE)라는 하나의 관점과 개념의 예(COE), 절차 적용의 예(PAE)라는 다른 관점으로 분류 및 분석해 보았으며, 또한 같은 개념이나 절차에 대한 예를 제시할 때 어떤 방법으로 제시하고 있는가에 대한 사례를 찾아 분석하였다. 이러한 연구과정 및 결과를 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 연구대상인 예를 일반적인 예(GE), 비예

(NE), 반례(CE)의 관점으로 보았을 때, 일반적인 예(GE)로 제시된 예의 비율이 절대적으로 많았으며, 비예(NE) 또는 반례(CE)가 제시된 경우는 극소수이거나 전혀 제시하지 않은 경우도 찾아볼 수 있었다. 이러한 결과를 통해, 현 교육과정의 해당 학년 및 단원에서 제시되는 예의 종류가 일반적인 예(GE)에 편중되어 있음을 알 수 있다. 그러나 학생들의 다각형에 대한 인지구조의 확장과 개념에 대한 정확한 인식을 위해서 학생들에게 비예(NE) 또는 반례(CE)와 같은 예들을 충분히 제시하여 이러한 불균형을 해소하고 학생들의 예 공간을 확장시킬 필요가 있다.

둘째, 연구대상인 예를 개념의 예(COE), 절차 적용의 예(PAE)의 관점으로 보았을 때, 개념의 예(COE)와 절차 적용의 예(PAE)가 교과서마다 그 비율의 차이는 있으나 평균적으로 약 1:2의 비율로 제시되고 있음을 알 수 있었으며, 일반적으로 개념을 제시하고 그에 대한 원리를 적용하여 문제를 해결하고자 하는 수학 교과서의 특성이 반영된 것으로 보인다. 그러나 교과서에 따라 편차가 큰 점을 고려하여 교사가 지도할 때, 절차 적용의 예 뿐 아니라 개념의 예도 다양하게 제시하면서 지도할 필요가 있다.

마지막으로, 같은 개념이나 절차에 대한 예를 제시할 때 제시 방법에 대한 사례를 조사 및 분석해 본 결과 모든 교과서에 보편적으로 제시되고 있는 예들도 있었으며, 교과서에 따라 목적은 같으나 표현 방법에 차이점을 보이는 경우도 찾아볼 수 있었다. 또한 표현 방법에 따라 학생들이 인지적 혼란을 다소 초래할 수 있는 사례도 있었으며, 이러한 경우에는 무엇보다 교사가 여러 교과서에 제시된 예에 대한 충분한 사전 확인과 적절한 교수학습 방법을 통해 학생들이 이러한 인지적 혼란을 일으키거나 오개념을 형성하지 않도록 지도하는 것이 필요할 것으로 보인다. 교과서가 적절하고 다양한 예를 제시하는 것

뿐 아니라 하나의 교과서에는 지면의 제약 등으로 예가 다양하게 제시되지 못함을 알고 여러 교과서와 자료를 재구성할 수 있는 교사의 교수 능력이 중요함을 알 수 있다.

본 연구에서는 교과서에 제시된 예를 분석하여 교과서가 다양하고 적절한 예를 제시하고 있는지를 연구하였고, 학생들이 다각형에 관한 풍부한 예 공간을 형성할 수 있도록 예를 제시하는 방법을 제안한 데 의의가 있을 것이다. 수학 내용을 가르치기 위해 필요한 지식의 수준은 교사에 따라 편차가 크고 그 수준에 따라 수업의 질이 영향을 받는데, 지식의 수준이 낮은 교사일수록 선택하는 자료에 따라 수업의 질이 차이가 많이 난다(Hill, H., Blunk, M., Charalambous, C., Lewis, J., Phelps, G., Sleep, L., & Ball, D. L., 2008). 그러므로 교과서에 제시된 예를 분류하고 그 제시 방법에 대해 비교하면서 몇 가지 대안을 제시한 본 연구는 교과서는 학생들의 예공간을 더 확장할 수 있는 방향으로 집필되어야 함과 이를 사용하는 교사들의 안목도 중요함을 보여주는 데 의의가 있다. 또한 초등에서 일부 이루어진 수학교과서에서 일반적인 예, 비예, 반례에 대한 연구를 중등에서 시도한 데 의의가 있으나, 다각형 이외의 단원에서는 일반적인 예, 비예와 반례가 어떻게 제시되고 있는지에 대한 후속연구가 필요하다.

이후에는 실제 수업에서 다양한 예를 통해 학생들의 인지구조가 어떻게 확장되고 개념의 정교화가 이루어지는지에 대해서 교사 및 학생들을 대상으로 연구가 이루어질 필요가 있을 것이다.

참 고 문 헌

강옥기 외 8명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 두산동아.

- 고호경 외 12명(2013). **중학교 수학1 교과서**. (주) 교학사.
- 김서령 외 10명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 천재교육.
- 김원경 외 8명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 비상교육.
- 류희찬 외 9명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 천재교과서.
- 박만구(2010). 초등 수학교과서의 삼각형의 개념에 대한 예 공간의 분석. **한국학교수학회논문집 13(1)**, 143-161.
- 신준국 외 12명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 두배의 느낌.
- 신항균 외 6명(2013). **중학교 수학1 교과서**. (주)지학사.
- 우정호 외 16명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 두산동아.
- 이강섭 외 10명(2013). **중학교 수학1 교과서**. (주)미래엔.
- 이준열 외 7명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 천재교육.
- 장희정(2013). 초등 수학교과서에서 제시하는 삼각형의 예와 비례(non-examples) 분석 및 초등학생들의 예와 비례 식별 실태조사. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.
- 정상권 외 6명(2013). **중학교 수학1 교과서**. (주)금성출판사.
- 정은숙(2005). 예와 반례 제시를 통한 도형 개념 지도 방안. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 허민 외 8명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 대교.
- 황선욱 외 8명(2013). **중학교 수학1 교과서**. 좋은책 신사고.
- Gray, E., & Tall, D. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 116 - 140.
- Hill, H. , Blunk, M. , Charalambous, C. , Lewis, J. , Phelps, G. , Sleep, L. , & Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430 - 511.
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, v. 1 (pp. 126-154). Prague, Czech Republic.
- Sowder, L. (1980). Concept and principle learning. In R. Shumway (Ed.), *Research in Mathematics Education* (pp. 244-285). Reston, VA, USA: NCTM.
- Watson, A., & Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ, USA: Erlbaum.
- Watson, A., & Mason, J. (2006). Seeing an exercise as a single mathematical object: Using variation to structure sense-making. *Mathematics Thinking and Learning*, 8(2), 91-111.
- Zazkis, R. & Chernoff, E.J. (2008). What makes a counterexample exemplary? *Educational Studies in Mathematics*, 68, 195-208.

An Analysis on the Examples of Polygons in the 1st Grade Middle School Mathematics Textbooks

Lee, JiHye (Hwawon Middle School)

Son, HuiRim (Daegu Institution of Science Education)

Kim, SeongKyeong (Ulsan Energy High School)

This paper analyses the examples of polygons taken in the 1st grade middle school mathematics textbooks. We analysed generic examples, non-examples and counter-examples represented in these textbooks. And also we classified and analysed with examples of the concept and the application of a procedure. We analysed the differences of methods among these textbooks representing the same concepts or procedures.

The findings from the analysis showed that these textbooks mostly make use of generic examples. The examples of concept and procedure vary depending upon the textbooks. Also, many textbooks haven't properly represented various positions and figures of polygons. Textbooks need to represent various and appropriate examples in order to expand the example space of the students.

* Key Words : examples(예), generic examples(일반적인 예), non-examples(비예), counter-examples(반례), examples of a concept(개념의 예), examples of the application of a procedure(절차 적용의 예), polygon(다각형)

논문접수 : 2013. 10. 29

논문수정 : 2013. 12. 15

심사완료 : 2013. 12. 20