

초등 5학년 수학영재 학생이 만든 수학문제에 관한 조사·분석¹⁾

임 문 규*

이 연구는 초등학교 5학년 수학 영재 학생들에게 이제까지 학습한 수학 지식을 바탕으로, 스스로 수학 문제를 자유롭게 창의적이고 어려운 수학 문제를 많이 만들어 보게 하였다.

연구의 의도는 5학년 수학 영재 학생들은 어느 정도 수준의 수학 문제를 만드는지와 다양하고 확산적인 사고 활동을 하고 있는지를 알아보기 위함이었다.

학생들이 만든 수학 문제를 분석한 결과, 학생들은 다양한 영역에 걸쳐 다수의 수학 문제를 세련되게 만들었고, 적극적으로 문제 만들기에 임하였다. 이 결과, 학생들은 문제를 만드는 중에 다양하고 확산적 사고 활동이 작용되어 창조성 육성에 도움이 되었을 것으로 생각한다.

2009 개정 초등 수학교육과정에서, 수학학습을 통해 창조성을 기르는 것을 큰 목표로 하고 있는바, 다양하고 확산적 사고를 길러주기 위해서는 수학 문제 만들기 학습·지도를 실제 수업에서 항시 실천하는 것이 요망된다.

1. 서 론

2009 개정 초등학교 수학과 교육과정은 2007 개정 교육과정에서 학습내용을 20% 줄이고, 그 줄인 여유를 수학교육을 통한 創造性과 人性을 기르는데 力點을 두기로 하였다.

본 연구자는 수학교육을 통해 학생들의 창조적인 사고능력을 길러 줄 수 있다(林文圭, 1989)고 하는 기본적인 생각으로 연구하고 있다. 수학교육과정에서 창조성 육성의 큰 목표는 일시적이 아니라 항구적으로 지속되고 강조되어야 할 것으로 생각한다.

학생 개인은 수학 학습과정에서 모든 내용 및 방법을 이해하는 단계에서부터 자신이 이미 가

지고 있는 경험과 지식을 바탕으로 창조적으로 수학적 개념을 이해하고 구성하기 때문이다.

학생 각자의 입장에서 보면, 수학학습을 통해 창조성을 육성할 수 있는 방법은 다양하다. 학생 개인이 수학의 개념을 이해하거나 수학적 문제를 해결함으로써, 더 나아가 수학 문제를 만들으로써 다양하고 확산적 사고가 길러져, 창조성이 개발되고 육성된다고 생각한다.

수학 문제 만들기 학습·지도는 문제해결 학습·지도만의 단순화를 지양하고, 문제해결의 직접적인 관련과 수학교육의 다양화를 위해 항시의 수업에서 실천되어야 할 것이다. 학생들의 유연하며 확산적인 사고력의 육성 및 학생의 주체적인 자주 학습으로 수학에 대한 흥미와 관심을 고취시켜, 수학교육의 개선과 발전을 기대할 수

* 공주교육대학교, lmk@gjue.ac.kr

1) 이 논문은 2012년도 공주교육대학교 교수학술연구비 지원을 받아 수행되었음

있는 좋은 방법으로 생각한다.

이 연구의 목적은 초등학교 5학년 수학 영재 학생들은 임의로 자유롭게 수학 문제를 만드는 능력과 어느 정도 수준의 수학 문제를 만드는지를 알아보기 위해 조사하였고, 어떠한 다양하고 확산적인 사고가 작용되는지를 중심으로 분석한 것이다.

II장에서 조사 계획과 실제 실시한 내용을 제시하고, III장은 5학년 수학 영재 학생들이 만든 문제를 <완전한 수학문제>, <불완전한 수학문제>, <틀린 문제>로 대별하고, 또한 세부적으로 수학의 내용영역별로 분류하여 분석하였다. IV장은 학생들이 만든 문제를 창조성의 관점에서 학생 개인별로 <流暢性>과 <柔軟性>을 중심으로 평가하기로 한다.

II. 연구계획 및 실제

1. 연구계획

필자는 이제까지 수학 문제 만들기 학습·지도에 관한 연구를 지속하고 있는데, 여기서는 초등학교 5학년 수학 영재학생을 대상으로 수학 문제 만들기를 실시하고, 학생들의 산출물을 분석하였다.

이번 조사는 초등학교 4학년(임문규, 2013)에 이어 똑같이 5학년 수학 영재학생들에게, 「이제까지 배운 수학의 내용이나 문제를 생각하고 창의적이고 어려운 수학 문제를 많이 만들어 봅시다.」라는 막연하면서도 자유로운 과제를 제시하여 수학 문제를 만들게 하였다.

이 조사는 5학년 수학 영재 학생들은 어느 정도의 다양하고 유연하면서도 확산적 사고로 어떠한 수학 문제를 생산하는지를 중심으로 조사하고 분석하였다.

2. 연구의 실제

2008년 8월에 수학 영재 5학년 학생을 대상으로, 이제까지 공부한 수학을 바탕으로 수학 문제를 자유롭게 만들게 하였다.

가. 연구조사 대상

○○교육대학교 영재교육원에 재학 중인 수학 영재 5학년 20명이다.

나. 조사 일시

2008년 8월 18일 수업 중 15분 간 조사를 실시하였다.

다. 검사도구

조사 과제지는 <표 II-1>(A4용지를 축소한 것)과 같으며, A4 용지 1장 전체를 제공하였다.

<표 II-1> 문제 만들기 과제지 및 내용

2008 학년도 ○○교육대학교 영재교육원 수학 영재 5년반 (2008. 8/18)		
()초등학교	학년
(남, 여)	이름	
<p><과제1> 이제까지 배운 수학의 내용이나 문제를 생각하고 창의적이고 어려운 수학 문제를 많이 만들어 봅시다. [글씨를 깨끗하게 쓸 것] <15분간></p>		

III. 초등학교 5학년 수학영재 학생이 만든 수학문제의 분석

실제 조사는 4, 5, 6학년 전체를 실시하고 분

석하고 있으나, 이 논문에서는 5학년 수학영재 학생 20명이 만든 문제에 대하여 분석하기로 한다.

1. 5학년 수학 영재 학생들이 만든 문제의 완성도에 관한 분석

수학 영재 5학년 학생들이 [과제1]에 대해 만든 수학 문제를 먼저, 완성도의 관점에서 「완전한 문제」, 「불완전 문제」, 「틀린 문제」로 분석한 것이 <표 III-1>이다.

<표 III-1> 만든 문제 전체의 완성도 분석 (N=20)

5년 전체 분석				
이름	만든 문제 수	완전한 문제 수	불완전 문제 수	틀린 문제 수
원	2	1		1
아	2	2		
은	3	3		
민	3	2		1
곤	3	3		
영	4	4		
진	1	1		
린	5	4		1
지	5	2	2	1
식	2	2		
희	6	5	1	
유	5	5		
근	1	1		
찬	9	8		1
한	4	4		
철	1	1		
현	4	4		
재	2	2		
빈	5	5		
명	6	5		1
합계	73	64	3	6
평균	3.65	3.15	0.15	0.30
백분율	100%	87.67%	4.11%	8.22%

위의 <표 III-1>을 보면, 20명의 5학년 수학 영재 학생들이 만든 총 문제 수는 73개로 평균 3.65개를 만든 것을 알 수 있다. 총 73개의 문제에서, 완전한 문제 수, 불완전한 문제 수, 틀린 문제 수의 비율은 각각 87.67%, 4.11%, 8.22%로

학생들은 수학 문제를 만들었는데, 5학년 영재 학생들은 거의 대부분 완전한 수학 문제를 만들 수 있음을 보여준다.

가장 많은 문제를 만든 학생 <찬>은 9개를 만든 반면, 학생 <진>과<근>은 단 1개를 만들어 차이를 보이고 있다. 완벽한 문제만을 만든 학생은 총 13명이고, <유>와 <빈>이 5개씩으로 가장 많고, <영>과 <환>이 4개씩, <은>과 <곤>이 3개씩의 순으로 많이 만들었다. 완전한 수학 문제를 만들지 못한 학생은 없었다.

15분간의 짧은 시간에 평균 3.65개의 많은 문제를 만든 것과 수학 문제 만들기 활동을 관찰한 결과, 학생들의 문제 만들기에 대한 관심과 호응이 높은 것을 알 수 있었다.

2. 5학년 영재학생들이 만든 문제의 질적 분석

질적 분석을 위해, 학생들이 만든 문제들을 「완전한 문제」, 「불완전한 문제」, 「틀린 문제」로 분류하고, 실제 만든 문제를 제시하면서 수학교육과정의 영역을 기준으로 하여, 더 세부적으로 분석한다.

가. 「완전한 문제」에 관한 영역별 분석

우선 학생들이 만든 문제에서 수학적으로 완전한 문제에 대하여, 수학교육과정의 영역을 기준으로 분석하기로 한다.

1) 수와 연산 영역의 문제

5학년 영재 학생들이 만든 완전한 수학 문제에 대한 「수와 연산」 영역의 분류에는 다시, <단순한 수·식의 계산 문제>, <그 외의 계산식 문제>, <문장제 문제>의 3영역으로 분류하고 다시 세부 영역으로 분석하기로 한다.

가) <단순한 수·식의 계산 문제>에 관한 분석

「수와 연산」 영역에 속하는 문제로는 <표 III-2>와 같고, 5학년 학생들은 <단순한 수·식의 계산 문제>를 총6개 완전한 수학 문제를 만들었다.

<표 III-2> <단순한 수·식의 계산 문제>의 실제

영역	소 영역 (개수)	학생이 만든 완전한 수학 문제의 실제
단순한 수·식의 계산 (6)	분수 계산 (3)	(1)곤②. $\frac{\square}{2} \times \frac{4}{10} + \frac{5}{\square} - \frac{1}{4} = \frac{93}{140}$ □ 안에 들어갈 수는 각각 무엇인가? (,) (2)희①. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ 을 더하시오. (3)찬①. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \dots =$
	곱셈, 지수 (3)	(4)찬②. □의 값을 구하시오. $0 \times \square = 0$ (5)린⑤. 2^{12} 는? 답 : 4096 (6)지④. 2의 12승은?

[표 속의 ○속의 숫자는 각 학생이 만든 문제의 순번임: 이하 공통]

위의 <표 III-2>를 보면, 분수에 관한 계산 문제가 많고, 지수에 관한 문제도 나왔는데, 학생 <린>과 <지>가 표현만 다를 뿐 같은 문제를 만든 것이 특이하다.

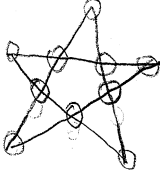
단순한 수·식의 계산 문제라 하더라도 <곤②>의 문제는 □를 같은 숫자로 생각하면 꽤 복잡한 계산이 되지만 다른 숫자 표시, 예를 들어 $\frac{5}{\Delta}$ 로 하여도 문제가 된다. 후자로 해도, 답을 찾기란 어려운 문제이다. <희①>의 문제도 복잡한 분수 계산의 문제이고, <찬①>의 문제는 등비수열의 무한급수에 관한 문제이다.

나) <그 외의 계산식 문제>에 관한 분석

가)의 5학년 학생들이 만든 <단순한 수·식의 계산 문제> 이외의 완전한 수학 문제를 소 영역, [논리 문제], [자연수의 성질], [규칙성], [계산식 만들기], [마방진], [다항식]으로 분류하였다. 이렇게 분류하여 정리한 것이 <표 III-3>이다.

<표 III-3> <그 외의 계산식 문제>의 실제

영역	소 영역 (개수)	학생이 만든 완전한 수학 문제의 실제
그 외의 (4)	논리 문제 (4)	(1)빈①. $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = A \times D - (B - C) + C$ 입니다. $\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 9 & \square \end{vmatrix} = 44$ 라면, □안에 들어갈 숫자는 무엇이겠습니까? (2)영①. 10그루의 나무를 가지고 1줄에 4그루씩 5줄을 만들어 보시오.

계산식 ~ 14 ()	
	<p>(3)은③. 다음을 보고 지선, 채연, 승주의 성을 최, 김, 황 중에서 찾으시오.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>[다음]</p> <ul style="list-style-type: none"> - 지선은 최씨가 아니다. - 채연이는 최씨나 황씨다. - 승주는 최씨다. </div>
	<p>(4)근④. 빨, 노, 파, 검, 흰 색의 차들이 나란히 달리고 있습니다. 다음의 보기를 보고 차들의 순서를 알아보시오.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>< 보기 ></p> <ul style="list-style-type: none"> (1) 노, 파는 앞이나 뒤로 네 대씩 있습니다. (2) 파란색의 바로 앞이나 뒤에는 검은 색이 있습니다. (3) 흰색과 빨 중 빨이 앞에 있습니다. (빨과 흰은 바로 옆에 있음) (4) 빨간색은 노란색과 붙어 있지 않습니다. <p>답 : 파, 검, 빨, 흰, 노 (앞 뒤)</p> </div>
	<p>(5)빈⑤. 자연수 전체의 개수와 홀수 전체의 개수 중 어느 것이 더 많을 까요? 답 : 같다</p> <p>(6)회⑥. 1~100까지 수중에 2의 배수, 4의 배수, 7의 배수인 수는 각각 몇 개이며 2의 배수, 4의 배수, 7의 배수 모두 되는 수는 무엇 무엇인지 쓰시오.</p> <p>(7)유⑦. 8312,2314를 가지고 유클리드 호제법을 이용해 최대 공약수를 구해보세요.</p>
규칙성 (2)	<p>(8)찬⑧. 86→48→32→6 어떤 규칙인지 설명하시오.</p> <p>(9)영⑨. 영수는 재미있는 숫자놀이를 하였습니다. 규칙에 맞춰서 수들을 써보니 다음과 같았습니다. 다음 수들의 합을 구하세요.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; text-align: center;"> <p>1 2 4 8 16 ... 4096 8192</p> </div>
계산식 만들기 (2)	<p>(10)찬⑩. $3()6 + 6()4 = 10$ 위의 식이 성립되게 아무숫자나 문자를 넣으시오.</p> <p>(11)빈⑪. 아래와 같다고 할 때, $\frac{1}{10} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$ 에서 □인 들어갈 숫자를 고르시오.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad \frac{1}{20} = \frac{1}{21} + \frac{1}{420}$ $\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ $\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$ $\frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$ </div> <p>답 ; 11,111,1221 또는 12,132,110</p>

마방진 (2)	(12)회③. 다음 마방진을 1~16까지의 수로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같도록 하시오. <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 80px; height: 80px;"> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table> </div>																															
(13)현③. 다음 마방진의 빈칸을 채우시오. <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse; margin-right: 20px;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">16</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">11</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> </table> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; text-align: center;">답</div> <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">16</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px; color: red;">13</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">11</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px; color: red;">10</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px; color: red;">9</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px; color: red;">7</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px; color: red;">12</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px; color: red;">14</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px; color: red;">15</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> </table>	16	2	3		5	11		8			6		4			1	16	2	3	13	5	11	10	8	9	7	6	12	4	14	15	1
16	2	3																														
5	11		8																													
		6																														
4			1																													
16	2	3	13																													
5	11	10	8																													
9	7	6	12																													
4	14	15	1																													
다항식 (1)	(14)민③. A부터 Z까지 26개의 알파벳이 있다. A가 1 B가 2 C가 3 …… Z가 26일 때 다음을 계산 하시오. $(t-A) \times (t-B) \times \dots \times (t-z)$																															

<표 III-3>을 보면 <그 외의 계산식 문제>에는 총 14개의 다양한 영역의 완전한 수학 문제가 만들어졌음을 알 수 있다.

[논리 문제]가 4개로 가장 많고, 그 다음으로 [자연수의 성질], [규칙성]에 관한 문제가 각각 3개로 많다.

<빈①>은 행렬식의 표현을 사용한 연산 문제이고, <명①>은 흥미 있는 문제로 해답까지 제시하였는데, 해답이 없다면, 많이 생각하게 하는 문제이다. <빈⑤>는 무한 개념을 생각한 대등의 문제이며, <찬⑦>과 <찬⑥>은 알고 보면 쉽지만, 매우 재미있고 참신한 생각으로 만든 문제이다.

이렇게 다양한 영역의 많은 수학 문제를 만들고 있음을 보면, 학생들은 다양하고 확산적인 思考를 많이 했을 것으로 생각된다.

다) 수와 연산에 관한 <문장제 문제>에 관한 분석

5학년 영재 학생들이 만든 수학 문제 중에서, <문장제 문제>는 다양한 관점에서 분류할 수 있다고 생각된다.

여기서는 앞의 가), 나)의 분류와 같이, 「수와 연산」 영역과 관련시켜, 6개의 소 영역, [비율 계산], [방정식], [식목셈], [배]의 문제, [혼합산], [수열] 문제로 분류하였고, 그에 따라 정리한 것이 아래 <표 III-4>이다.

<표 III-4> <문장제 문제>의 실제

영역	소 영역 (개수)	학생이 만든 완전한 수학 문제의 실제
문장제	비율 계산 (4)	(1)린②. 내가 가지고 있는 사탕의 $\frac{1}{5}$ 을 친구에게 주었습니다. 내 친구에게 주었던 $\frac{1}{3}$ 을 나에게 주었습니다. 남은 사탕 중 $\frac{1}{3}$ 은 상해서 버렸고, 나머지 $\frac{1}{5}$ 은 내가 먹었고, 나머지는

문 제 (14)		<p>16개, 언니에게 준 사탕은? 답 : 3개</p> <p>(2)유ⓐ. 미진이는 엄마에게 용돈을 받고 그 중의 $\frac{1}{3}$은 저금을 하고, $\frac{3}{7}$은 준비물을 산 후, $\frac{1}{6}$은 군것질을 하고 남은 돈이 4200원이었습니다. 그렇다면, 처음 돈은 얼마일까?</p> <p>(3)아ⓐ. 지수네 학교 5학년 학생 수는 전교생 수의 $\frac{2}{13}$다. 그 중 $\frac{1}{4}$은 지수네 반 학생 수고 또 그것의 $\frac{1}{3}$은 안경을 끼고 있다. 전교생의 $\frac{1}{6}$이 169일 때 지수네 반 안경 낀 학생 수를 구하여라.</p> <p>(4)식ⓐ. A회사는 컴퓨터를 하루에 50000대를 만들 수 있고, B회사는 70000대를 만들 수 있다. 그러나 A회사는 기계가 고장나서 5%를 못 만들게 되었고, B회사는 기계를 사서 10%를 더 만들 수 있게 됐다. 그럼 A회사와 B회사가 1달 동안 만드는 컴퓨터의 개수의 차를 구하라. (단 1달은 30일로 하고 일요일은 쉬고 1일은 월요일이다.)</p>
	방정식 (4)	<p>(5)영ⓐ. '가'와 '나' 두 농장이 있습니다. '가' 농장에는 돼지와 닭이 모두 합쳐서 26마리가 있는데, 동물들의 다릿수를 세 보니 모두 74개였습니다. 그리고 '나'농장에는 말과 오리가 모두 37마리가 있는데 동물들의 다릿 수를 세보니 모두 112개였습니다. '가'농장의 돼지의 마리수와 '나' 농장의 오리의 마리수를 합한 값은 몇 입니까?</p> <p>(6)지ⓐ. 서울역에서 기차표가 다 팔렸다고 합니다. 원래 50장이 있었는데 새마을호가 □장, 무궁화호가 □-5장이라고 합니다. 또 ktx는 □-10장, 자기부상열차는 □-15장이라고 합니다. 새마을호는 몇 장 팔렸습니까?</p> <p>(7)아ⓐ. 놀이공원 입장료가 아이는 1000원이고 어른은 3700원이다 하루 입장객이 총 218명이고 총 금액이 479900원일 때 입장한 아이와 어른 수를 구하여라.</p> <p>(8)은ⓐ. ㉠ 공장과 ㉡ 공장에서 생산하는 양의 합이 3800kg이고 차가 200이라면 각각 ㉠공장과 ㉡공장에서 생산하는 양을 구하시오. (㉠공장이 ㉡공장보다 적다.)</p> <p style="text-align: center;">풀이 : 3800(합) - 200(차) = 3600 $3600 \div 2 = 1800$ ← ㉠ 공장 $1800 + 200 = 2000$ ← ㉡ 공장 답 : ㉠ - 1800kg ㉡ - 2000kg</p>
	식목셈 (2)	<p>(9)빈ⓐ. 길이가 490m인 길 양쪽에 7m에 한그루 씩 나무를 심어야 하는 걸 5m에 한그루씩 심었습니다. 지금 심은 나무를 그대로 두고, 원래 나무를 심어야 하는 위치에도 나무를 심는다면, 나무는 몇 그루 더 필요하겠습니까? 답 : 56그루</p> <p>(10)한ⓐ. 세 곳의 가로등 A,B,C가 있는데 A부터 B까지는 630m B부터 C까지는 750m이다. A부터 C까지 일정한 간격으로 나무를 세우면 몇 그루인가(단 A, B, C에는 나무가 꼭 있어요.)</p>
	배의 개념 (2)	<p>(11)진ⓐ. 현수의 나이는 11살이고, 현수의 동생 나이는 7살이며, 어머니의 나이는 현수와 동생의 나이를 합한 것의 2배입니다. 아버지의 나이가 어머니보다 6살 많다면 아버지의 나이는 얼마입니까? 답 : 42살</p> <p>(12)유ⓐ. 올해 효진의 나이는 12세이고, 아버지의 나이는 43세이다. 그렇다면, 몇 년 후에 아버지는 효진 나이 두 배가 될까요?</p>
	혼합산 (1)	<p>(13)희ⓐ. 가로가 130cm, 세로가 70cm인 벽이 있습니다. 이 벽이 세로가 5cm, 가로가 7cm인 타일로 채운다면 타일이 몇 개 필요한지 구하시오.</p>
	수열 (1)	<p>(14)빈ⓐ. 여기에 토끼 한 쌍이 있는데, 그 토끼는 한 달에 한 번씩 토끼 한 쌍을 낳고, 그 새끼들이 두 달이 지나면 한 달에 한 번씩 새끼를 낳을 수 있다고 합니다. 10달 후 토끼는 총 몇 쌍이 되겠습니까?</p>

<표 III-4>를 보면, 5학년 영재 학생들은 문장제 문제를 총 14개 만들었는데, [비율 계산]과 [방정식]의 문제가 각각 4개씩으로 가장 많고, 그 다음으로 [식목셈]과 [배]의 문제가 2개씩으로 많이 만들고 있다.

[비율 계산] 문제를 많이 만든 것은 5학년 1학기에서 분수의 계산을 배운 직후이므로, [방정식]의 문제와 함께 많이 만든 것으로 생각된다.

그 외에도 나무를 심는 [식목셈]과 나이를 구하는 [배]의 개념을 이용한 문제도 2개씩 만들어 졌고, 타일을 붙이는 실생활적인 문제, 피보나치 수열적인 문제도 나왔다.

<은①>은 실제로 [...차가 200]에서 kg단위가 빠졌지만, 풀이는 정확히 하였으므로 완전한 문제로 간주하였고, <한①>의 문제는 많이 열린 문제로 생각된다.

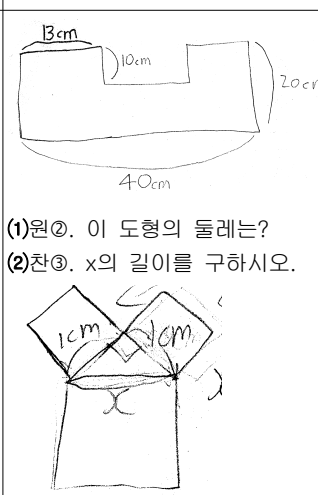
2) 측정 영역의 문제에 관한 분석

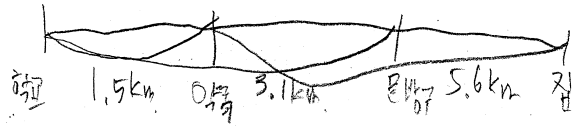
5학년 수학영재 학생 20명이 만든 문제에서 「측정」 영역에 관련된 완전한 수학 문제는 총 22개였는데, 이들을 또 [외연량]과 [내포량]의 문제로 대별하고, 다시 소 영역으로 나누어 분석하였다.

가) 외연량에 관한 문제의 분석

5학년 수학영재 학생들이 만든 완전한 [외연량]의 수학 문제로 분류하여 나타낸 것이 <표 III-5>이다.

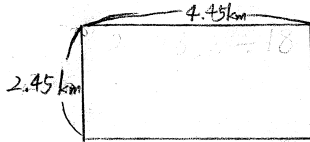
<표 III-5> 외연량에 관한 문제의 실제

영역	소영역 (개수)	학생이 만든 완전한 수학 문제의 실제
외연량 (17 개)	길이 거리 (5)	 <p>(1)원②. 이 도형의 둘레는? (2)찬③. x의 길이를 구하시오.</p> <p>(3)현②. 좌표에서 (7,1),(1,1),(1,7)을 이어 삼각형을 만들었다, 이 삼각형의 빗변의 길이는? (4)명③. 한 변의 길이가 15cm인 정사각형으로 세로가 20cm인 직사각형을 만들면 가로는 몇 cm일까? 답 : 10cm (5)명⑤. 수직선으로 보아 학교~집까지의 거리는 몇 m입니까? 답 : 7.1km</p>



넓이
(4)

(6)곤①.



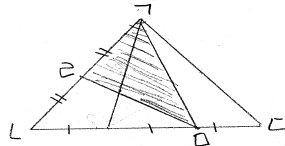
위의 직사각형의 넓이는?

(7)민②. 하루에 2배씩 늘어나는 식물이 있다. 이 식물이 연못을 12일 만에 다 덮어버렸다면 5번째 되는 날에는 연못의 몇 분의 몇이 차있었을까?



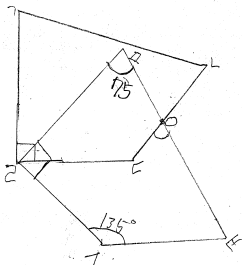
(8)현①. 다음 부채꼴의 넓이를 구하여라.

(9)재①. 아래 삼각형 $\triangle ABC$ 의 넓이는 36cm^2 이다. 색칠된 삼각형 $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하시오.




각도
(3)

(10)식②. 도형 $\triangle ABC$ 를 45° 돌린 것이다. 각 $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



(11)곤③. 준수가 3시 12분부터 공부를 하다 시계를 보았더니 6시 49분이었다. 3시 12분과 6시 49분의 각도 차는 얼마인가?

(12)유①. 운유는 학교 갔다와보니 시계가 3시 46분을 가리키고 있었습니다. 그렇다면, 그 사이의 작은 각도와 큰 각도의 차는 무엇일까요?

<p>시간 (3)</p>	<p>(13)한④. 어떤 컴퓨터는 0.1초에 수 하나씩 씩습니다. 두 자리 수는 0.2초 일 때 150까지 쓸 때 몇 초가 걸립니까? (14)재②. 140m높이의 우물 안에 달팽이가 갇혀있다. 낮에는 9m를 올라가고 밤에는 잠을 자면서 2m미끄러진다. 달팽이가 우물을 나오는데 며칠이 걸리는가? (15)철①. 고개가 3개 있다 한 고개를 넘어가는데 걸리는 시간은 $2\frac{11}{23}$ 시간이다. 그런데 한 고개를 넘고 두 고개를 넘을 때 걸리는 시간은 한 고개를 넘을 때 걸리는 시간의 $2\frac{11}{23}$ 배다. 셋째고개도 두 고개를 넘을 때 걸리는 시간의 $2\frac{11}{23}$ 배다. 3고개를 넘으려면 몇 시간이 걸립니까</p> 
<p>무게 (1)</p>	<p>(16)은②. 철수, 설희, 강희가 밥을 주웠습니다. 철수는 1800g을 주웠고, 철수와 설희의 합은 23.9kg이고, 세 사람의 합이 30kg이라고 할 때 설희와 강희의 주운 양을 각각 구하십시오. 풀이 : $23.9 - 1.8 = 22.1$ ← 설희 $30 - 23.9 = 6.1$ ← 강희 답 : 설희 - 22.1kg 강희 - 6.1kg</p>
<p>들이 (1)</p>	<p>(17)명②. 1.6L병 3병과 2.5L병 2병과 500mL병 10병과 30mL병 2병을 합하면 몇 L가 될까? 답 : $4.8L+5L+50L+0.6L = 60.4L$</p>

<표 III-5>를 보면, 외연량에 관한 문제는 총 17개로 많이 만들어진 편이며, [길이, 거리], [넓이], [각도], [시간], [무게], [들이]의 6개의 다양한 소영역의 문제들이 만들어졌음을 알 수 있다.

[길이, 거리]에 관한 문제가 5개로 가장 많고, 그 다음으로, [넓이]의 문제가 4개, [각도]와 [시간]에 관한 문제를 각각 3문제 씩 많이 만들었다. [무게]와 [들이]에 관한 문제도 1문제씩 완전한 수학 문제를 만들고 있다.

[길이, 거리]문제의 <찬①>은 답이 $\sqrt{2}$ cm인 무리수가 나오는 문제이며, <현②> 역시 중학교 과정의 직교 좌표 평면에서의 직각2등변 삼각형의 빗변을 구하는 문제를 만들고 있다.

<민③>는 넓이와 관련된 역계산의 문제이고, <재④> 또한 재미있는 넓이 문제를 만들고 있음을 알 수 있다.

<식⑤>는 복잡한 각도의 문제를 만들기 위해 도형의 회전을 생각하였고, <곤⑥>과 <유⑦>는 시계의 시간 바늘과 분 바늘 사이의 복잡한 각도 문제를 만들고 있다.

<한⑧>는 시작하는 숫자를 빼 놓고 있지만, 시작하는 숫자를 0이나 1로 생각하면, 열린 수학 문제가 되므로 완전한 문제로 간주하였다. <재⑨> 또한 재미있고 복잡한 문제를 만들려고 노력한 것이 엿보인다.

나) 내포량에 관한 문제의 분석

「측정」영역에서 5학년 수학영재학생들이 만든 내포량의 문제로는 속도 문제가 주를 이루고 있는데, 실제 문제는 <표 III-6>과 같다.

<표 III-6> 내포량에 관한 문제의 실제

영역	소영역 (개수)	학생이 만든 완전한 수학 문제의 실제
측정 2 (내포량) (5)	속도 (5)	<p>(1)린①. 어떤 초고속버스는 1시간에 200km를 달립니다. 버스가 도착해야 할 곳은 지금 초고속버스에서 750km 떨어진 지점에 있습니다. 버스는 그곳까지 6시간 걸렸습니다. 그렇다면 버스는 원래 200km/h에서 ?km/h로 달렸을까? 답 : 125km/h</p> <p>(2)린④. 달리면 초속 5m로 달릴 수 있다. 그럼 시속은? 답 : 18km/h</p> <p>(3)유⑤. 헤지는 산에 올라갈 때는 시속 4km로 가고 내려갈 때는 시속 6km로 내려갔습니다. 총시간이 4시간이 걸렸다면, 산을 오르고 내리는 거리는 몇 km일까요?</p> <p>(4)한②. 어떤 두 버스가 일정하게 온다, A버스는 새벽 3시에 시작해서 17분마다 온다. B버스는 새벽 4시에 시작해 11분마다 온다. 어떤 직장인이 8시 30분에 나왔으면 어느 버스가 더 먼저 올까?(단 직장인은 기다리고 A와 B밖에 버스가 없습니다.)</p> <p>(5)한③. 어떤 3L짜리 소화기가 있습니다. 그런데 소화기에서 물이 나오는 속도가 1분마다 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$...로 줄어듭니다. 처음에 1분에 300mL씩 나올 때 마지막에는 몇 mL씩 나오니까?(단 소화기 물은 쉬지 않고 나옵니다.)</p>

<표 III-6>과 같이, 20명의 5학년 수학영재 학생 중 3명<린>, <유>, <한>학생만이 속도 중심의 내포량의 수학 문제를 만들고 있음을 알 수 있다.

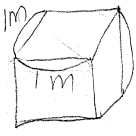
학생 <린>과, <유>는 흔히 볼 수 있는 평범한 속도 문제를 각각 2개, 1개를 만들었는데, <한②>는 더욱 복잡한 속도 문제이다. 특히 <한③>의 문제는 무한급수에 관한 어려운 문제임을 알 수 있다.


초등학교 5학년 수준에서 만든 내포량의 문제로는 대체로 복잡한 계산이 요구되는 수준 높은 문제로 생각된다.

3) 도형 영역의 문제에 관한 분석

이 문제 만들기 조사에서, 5학년 수학영재 학생들은 [도형]영역에 관련된 완전한 수학 문제를 총 4개 만들었는데, 학생<영>과 <희>가 각각 1개씩, 학생<찬>이 2개를 만들었다. 실제 학생이 만든 문제는 아래의 <표 III-7>과 같다.

<표 III-7> 도형 영역의 실제 문제

영역	소영역 (개수)	학생이 만든 완전한 수학 문제의 실제
도형 (4)	도형만 들기 (3)	<p>(1)희②. 정육면체의 쌀기 나무 5개로 만들 수 있는 모양이 몇 가지인지 구하시오.</p> <p>(2)찬④. 옆에 정육면체의 부피에 2배인 정육면체를 만드시오.</p>  <p>(3)찬⑤. 옆에 원의 2배가 되는 원을 만드시오. 지름20cm</p>

	
대각선 (1)	(4)영③. 한별이는 오각형, 십이각형, 삼십칠각형 모양의 도형 그림을 놓고 각 도형들의 대각선의 개수를 알아보려고 합니다. 하지만 자로 직접 대각선을 하나하나 그려보려니 끝이 없었습니다. 한별이가 푼 방법 말고 한 도형의 대각선을 구하는 식을 쓰고, 각 도형의 대각선의 개수를 써보세요.

<회②>의 문제는 모양의 가지 수를 구하는 문제이지만, 실제로 쌓기 나무를 사용하여 다양한 모형을 만들어보아야 해결이 가능하므로 도형영역에 넣었다.

학생<찬>이 만든 문제는 작도에 관한 순수한 도형영역의 문제이긴 한데, <찬④>는 단위부피의 2배가 되는 도형을 작도하라는 그리스의 작도 불능 문제를 외워서 쓴 것 같다. 또 <찬⑤>의 문제는 「원의 2배가 되는 원」을 작도하는 문제로, 넓이가 2배인 원을 작도하는 것으로 생각되지만, 이렇게 되면 반지름의 길이가

$10\sqrt{2}$ cm인 원을 작도해야 하므로 실제로 어려운 문제이다. 또 한편으로는 지름이나 원둘레의 길이가 2배인 원을 작도하는지에 관한 열린 문제로도 생각할 수 있는 문제로 생각된다.

<영③>의 문제는 대각선의 개수를 구하는 문제이지만, 실제로 5각형, 12각형, 37각형의 도형을 그려야만 구할 수 있는 문제이므로, 도형영역에 분류한 것이다.

4) 확률·통계 영역의 문제에 관한 분석

5학년 20명의 수학영재 학생들은 [확률·통계]영역에 관련된 완전한 문제를 총 4개 만들었는데, 학생<영>과 <회>가 각각 1개씩, 학생<찬>이 2개를 만들었다. 학생들이 만든 실제 문제를 정리한 것이 <표 III-8> 이다.

<표 III-8> 확률·통계 영역의 실제 문제

영역	소영역 (개수)	학생이 만든 완전한 수학 문제의 실제												
확률 · 통 계 (4)	확률 (2)	<p>(1)찬⑧. 주사위를 3번 던져서 6이 나올 확률을 쓰시오.</p> <p>1번: $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$ 2번: $\frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$ 3번: $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$</p> <p>(2)현④. 제일 큰 방에 있는 강아지가 4번 방으로 갈 확률은?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 50px; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 50px; text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 50px; text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td style="width: 50px; text-align: center;">4</td> </tr> </table>			1			2			3			4
			1											
		2												
		3												
		4												
경우의 수(1)	(3)영④. 민영이의 집에서 우체국까지 가는 길은 여러 가지 방법이 있습니다. 다음 그림을 보고, 민영이네 집에서 우체국까지 가는 제일 가까운 길은 몇 개가 있는지 구하세요.													

통계 (1)	<p>(4)명④. 야구경기를 했는데 바람이 불어서 점수가 날아갔다. 청팀이 3점차로 이겼으면 점수판을 완성하시오. * 단 5회까지는 백팀이 5점차로 이기고 있었습니다.</p>

<표 III-8>을 보면, [확률]에 관한 문제가 2개로 많고, [경우의 수]와 [통계]에 관한 문제가 각각1개씩 총 4개이다.

확률 문제가 2문제인데, <현④>의 문제는 많이 생각하여 만든 문제로 여겨진다. <영④>의 문제는 답은 2가지로 간단하는데, 복잡한 문제를 만들려고 생각했는지는 모르지만, 단순한 수학 문제는 된다.

<명④>의 문제는 계산문제로도 생각할 수 있으나, 통계표를 완성하는 것으로 생각하여 이 영역에 분류하였다.

5) <과제1>에서 만든 완전한 문제에 대한 전체적 분석

이상과 같이, <과제1>에서 5학년 수학영재 학생들이 만든 완전한 수학 문제 전체를 영역별로 분석하면 <표 III-9>와 같다.

<표 III-9> 완전한 문제의 전체적인 분석

<p style="text-align: center;"><과제1>에서 만든 완전한 문제의 전체적 분석</p>				
영역별	소영역 문제 분류(개수)	소 영역 및 개수		영역별 개수
수와 연산	단순 수·식 계산 문제 (6)	분수 계산	3	34 (53.13%)
		곱셈, 지수	3	
	그 외의 계산식 문제 (14)	논리 계산 및 논리문제	4	
		자연수의 성질	3	
		규칙성	2	
		계산식 만들기	2	
		마방진	2	
		다항식	1	
	문장제 문제 (14)	비율 계산	4	
		방정식	4	
식목 셈		2		

		배의 개념	2	
		혼합산	1	
		수열	1	
측정	외연량 (17)	길이, 거리	5	22 (34.38%)
		넓이	4	
		각도	3	
		시간	3	
		무게	1	
		길이	1	
	내포량(5)	속도	5	
도형	도형(4)	도형만들기	3	4(6.25%)
		대각선	1	
확률·통계	확률·통계 (4)	확률	2	4(6.25%)
		경우의 수	1	
		통계	1	
합계			64	64(100%)

<표 III-9>에서 보는 바와 같이, 완전한 문제 전체 63개 중에서, 「수와 연산」 영역의 문제가 34개(53.13%)로 가장 많고, 그 다음으로 많은 것이 「측정 영역」의 22개(34.38%)로 이 두 영역이 약 87%로 많이 만들어졌다.

「도형」과 「확률·통계」 영역에서는 각각 4문제씩 단 8개의 적은 수의 문제를 만들어, 두 영역을 합하여 12.50%를 차지하였다.

이 결과는 아직 5학년이기 때문에, 학습 내용이 「수와 연산」과 「측정」 영역이 주를 이루고 또 관심이 많으며 문제를 만들기 쉽다고 느끼고 있으며, 반면에 「도형」과 「확률·통계」 영역은 관심이 적거나 문제를 만드는데 어렵게 생각하는 것이 아닌가 판단된다.

나. 불완전한 문제 및 틀린 문제에 관한 분석

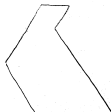
이하에서는 5학년 수학 영재 학생 20명이 만든 문제 중에서 불완전한 문제와 틀린 문제에 관하여 분석한다.

1) 불완전 문제에 관한 분석

학생들이 만든 문제 중에서, 연구자가 판단하여 완전한 수학 문제로 간주할 수 없는 불완전한 문제로 분류하여 제시한 것이 <표 III-10>이다.

<표 III-10> 불완전한 문제의 실제

영역	학생이 만든 불완전한 문제의 실제
연산	(1)지③. 해림이의 핸드폰에는 100명의 번호가 있습니다. 그들 중 3명이 끊겼고 5명이 잃어버렸습니

(1)	다. 2명이 다시 찾았고, 해림이가 다른 학교로 전학가자 10명을 더 알게 되었습니다. 해림이의 핸드폰에는 몇 명이 저장돼 있을까요?																		
도형 (1)	(2)희④. 다음 그림을 칠교판으로 채운 그림을 그리시오. 																		
통계 (1)	(3)지②. 하루에 거미줄에 붙은 곤충들의 평균을 구하시오. <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>곤충</td> <td>잠자리</td> <td>나비</td> <td>풍뎅이</td> <td>매미</td> <td>나방</td> <td>하루살이</td> <td>모기</td> <td>파리</td> </tr> <tr> <td>횟수</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>4</td> </tr> </table>	곤충	잠자리	나비	풍뎅이	매미	나방	하루살이	모기	파리	횟수	3	0	0	1	5	10	7	4
곤충	잠자리	나비	풍뎅이	매미	나방	하루살이	모기	파리											
횟수	3	0	0	1	5	10	7	4											

<표 III-10>에서 보는 바와 같이, 학생들이 만든 문제 중에서 본 연구자가 불완전한 문제로 분류한 문제는 총 3개이다.

문제 <지③>은 끊긴 것은 잃어버린 것과 같은 것으로 해야 하는지와 더 알게 되면 번호가 저장되는 것인지에 대해 애매하며, 또 굳이 문제로 하려면, 「...연락 가능한 사람은 몇 명인가?」로 수정되어야 할 것 같다.

문제 <희④>는 칠교판을 사용하는 문제인데, 이 그림만으로는 불가능하고, 기본 도형이 무엇인지 제시되어야 하고, 또한 크기, 비율 등의 그림이 명확하지 않다. 기본 도형을 자유롭게 한다면, 열린 문제로도 생각할 수 있다.

문제<지②>는 문제의 대략적인 의미는 알 수 있으나, 표현이 정확하지 않다. “하루에”라는 표현을 없애고, 그대로 「...곤충들의 평균 마리수를 구하시오.」라고 하든지, 표에서 「횟수」를 「마리수」로 바꾸든지 하는 것이 세련된 문제 표현이 될 것으로 생각된다.

2) 틀린 문제에 관한 분석

학생들이 만든 문제에서 연구자가 틀린 문제로 판단하여 분류한 것은 <표 III-11>에 제시한 것과 같다. 이들 문제들 중에는 문제의 의미가 불분명한 것도 포함되어 있고, 약간 수정하면 완전한 수학 문제로 되는 것도 있음을 알 수 있다.

<표 III-11> 틀린 문제의 실제

영역	소영역 (개수)	학생이 만든 틀린 문제의 실제
수와 연산 (5)	수, 계산 (5)	(1)찬②. □의 값을 구하시오. (1) $0 \times \square = 1$ (2)민①. 갑, 을, 병, 정이 있다. 갑에다 8을 더한 수는 을에다 14을 더한 수와 같고 병은 갑의 $\frac{1}{2}$ 이고 정은 모든 수를 더한 수에 3을 곱한 것보다 3이 작다고 한다. 갑, 을, 병, 정을 구하시오. (3)지⑤. 아이스크림이 500원 오르고 삼각 김밥이 300원 내렸습니다. 원래 값의 2배가 되려면 아이스크림과 삼각 김밥의 원래 값은 얼마인가? (4)명⑥. 저울은 수평일 때 열쇠의 무게를 비스킷의 개수로 구하라.

측정 (1)	넓이 (1)	<p>(5)원①. 위 도형의 넓이는?</p>
확률·통계(1)	확률 (1)	(6)린③. 20개의 똑같은 모자를 5명 모두가 자기 모자를 골라낼 수 있는 확률은? 답 : 25%

<표 III-11>을 보면, 틀린 문제의 수는 총 6개이고, [수와 연산]영역의 문제가 4개로 가장 많고, [측정]과 [확률·통계]영역에서 각각 1문제씩이었다.

문제<민①>은 제시된 조건이 부족하여, 문제 해결이 불가능하며, <지⑤>은 여기서 심각 김밥의 원래 가격이 300원보다 많지 않고 이 문제로 대로 풀면 김밥의 가격이 음수가 나와 틀린 문제가 된다. 문제 <명⑥>은 이대로는 문제 자체가 될 수 없고, <원①>는 도형의 윗부분의 가로 길이 둘 중 하나가 주어지지 않으면 해결이 가능하다. <린③>은 문장의 표현이 불분명하여 의미를 알 수 없는 문제이다.

3) 불완전 문제와 틀린 문제 전체에 대한 분석

이상의 5학년 수학 영재 학생 20명이 만든 불완전 문제와 틀린 문제를 영역별로 분류·정리한 것이 <표 III-12>이다.

<표 III-12> 불완전 문제와 틀린 문제의 전체적 분석

영역	소 영역	불완전 문제	틀린 문제	총수
수와 연산	단순 수·식의 계산		1	5(6.85%)
	문장제 문제	1	2	
	사람 수, 개수		1	
측정	넓이		1	1(1.37%)
도형	칠교판 그림	1		1(1.37%)
확률·통계	평균	1		2(2.74%)
	확률		1	
총 수		3(4.11%)	6(8.22%)	9(12.33%)

<표 III-12>를 보면, 학생들이 만든 전체의 문제에서 불완전 문제는 3개(4.11%), 틀린 문제는 총 6개(8.22%)로, 합해서 총 9개(12.33%) 만들어졌음을 알 수 있다. 위의 <표 III-10>과 <표 III-11>에서 보는 바와 같이 문제가 성립되지 않는 것이 많지만, 이런 문제들도 실제 수업에서 수정하게 되면, 학생들의 문제 만들기 능력이 향상될 수 있을 것으로 생각된다.

IV. 문제 만들기에 관한 평가

수학 문제 만들기 학습·지도는 학생들의 창조성을 육성하는데 의의가 크다. 창조성의 평가 항목

으로는 주로, 유창성, 유연성, 독창성의 관점에서 분석이 행해진다.

창조성의 평가에서 독창성의 분석도 중요하지만, 연구자의 주관이 개입될 위험이 있고, 초등학교 5학년 학생들이 만든 문제이므로, 여기서는 독창성 관점의 평가는 배제하였다.

유창성과 유연성이 창조성 평가에서 중요시 되는 것은 다양하고 확산적인 사고의 유무를 확인하기 위함이다. 다양하고 확산적 사고를 통해 창조활동을 기대할 수 있기 때문이다.

학생 각자의 문제를 만드는 노력을 존중하며 다양한 사고 활동을 빠짐없이 평가하기 위해, <완전한 문제> 뿐만 아니라, <불완전한 문제>와 <틀린 문제>까지 영역별로 문제의 개수로 넣어 분석한 것이 <표 IV-1>이다.

<표 IV-1> 학생의 영역별 만든 문제수의 분석 (N=20)

영역	소영역	원	이	은	민	곤	영	진	린	지	식	희	유	근	찬	한	철	현	재	빈	명	계
수와 연산	곱셈, 지수							1	1,(1)						1,(1)						(1)	6
	논리문제			1	(1)									1						1	1	5
	비율계산		1					1		1			1									4
	방정식		1	1			1			1												4
	분수 계산					1						1			1							3
	수의 성질											1	1							1		3
	규칙성						1								1							2
	식 만들기														1					1		2
	마방진											1						1				2
	식목셈															1				1		2
	배의 개념							1					1									2
	혼합산									1		1										2
다항식				1																	1	
수열																				1	1	
측정	길이,거리 5	1													1			1			2	5
	속도							2				1				2						5
	넓이	(1)			1	1											1	1				5
	각도					1					1	1										3
	시간															1	1		1			3
	들이																				1	1
무게			1																		1	
도형	만들기3										1,1				2							4
	대각선1					1																1
확률 통계	확률2								(1)						1			1				3
	경우의 수1					1																1
	통계표1									1												2
합계	26영역	2	2	3	3	3	4	1	5	5	2	6	5	1	9	4	1	4	2	5	6	73

[비스듬한 숫자: 불완전 문제 수, ()속의 숫자: 틀린 문제 수를 의미함]

<표 IV-1>에서 바른 숫자는 「완전한 문제」의 개수, 비스듬한 숫자는 「불완전한 문제」의 수를 의미하고, ()안의 숫자는 「틀린 문제」의 개수를 의미한다. 이 모든 수를 합한 것이 학생 각자의 만든 문제 전체 개수가 되며 총 73개이다.

총 73개의 문제를 수학교육과정의 영역별로 보면, [수와 연산]영역의 문제가 39개(약53.42%)로 가장

많고, 그 다음으로 많은 것이 「측정 영역」의 23개(약31.51%)로 이 두 영역이 약 84.93%로 압도적으로 많이 만들어졌다. 「도형」영역에서 5문제, 「확률·통계」영역에서 6문제를 만들어, 두 영역을 합하여 11개로 약15.07% 차지하였다. 이 결과는 이제까지의 수학 학습에서 [수와 연산]과 [측정]영역의 학습이 5학년 학생들에게 가장 많이 각인되었거나 관심이 높은 것으로 생각된다. 우리의 일상생활에서 계산이나 실생활에서 많이 접하고 있는 영역이기도 하다. <표 IV-1>을 보면, 영재 학생들은 26개의 다수의 소영역 문제를 만들었는데, 이를 통해 다양하고 확산적 사고 활동이 작용하였음을 짐작할 수 있다.

1. 유창성의 평가

<표 IV-1>을 바탕으로, 20명의 5학년 수학 영재 학생들의 다양하고 확산적인 사고 활동을 분석하기 위해, 먼저 사고의 유창성을 알아보기 위해, 학생들이 만든 모든 문제 수를 그대로 유창성의 점수로 할 수 있으며, 이것은 <표 IV-2>와 같이 된다.

<표 IV-2> 유창성의 평가 점수 (N=20)

학생	원	아	은	민	곤	영	진	린	지	식	희	유	근	찬	한	철	현	재	빈	명	합계	평균
문제수	2	2	3	3	3	4	1	5	5	2	6	5	1	9	4	1	4	2	5	6	73	3.65

<표 IV-2>에서 학생들이 만든 문제 수의 평균은 3.65개이므로, 학생<찬>이 유창성의 점수가 9로 가장 높고, 그 다음으로 학생<희>와 <명>이 6점으로 높은 것을 알 수 있다. 즉, 유창성은 평균 3.65 이상이면, 유창성이 높은 것으로 생각할 수 있다고 판단된다.

2. 유연성의 평가

<표 IV-1>을 바탕으로, 학생들의 사고의 유연성을 평가해 보자. 유연성은 [표4.1.1]에서 학생들 각자가 만든 문제의 「소영역」의 수를 유연성의 점수로 할 수 있다. 이렇게 학생 각자의 유연성의 점수를 계산한 것이 <표 IV-3>이다.

<표 IV-3> 유연성의 평가 점수(N=20)

학생	원	아	은	민	곤	영	진	린	지	식	희	유	근	찬	한	철	현	재	빈	명	합계	평균
만든 영역 수	2	2	3	3	3	4	1	4	4	2	5	5	1	7	3	1	4	2	5	5	66	3.30

<표 IV-3>을 보면, 학생들의 유연성 점수의 평균은 3.30이므로, 4이상의 학생은 사고의 유연성이 높은 것으로 생각할 수 있다. 학생<찬>이 7점으로 가장 높고, 그 다음 순은 학생<희>, <유>, <빈>, <명>이 5점으로 사고의 유연성이 크다고 볼 수 있다. 반대로, 학생 <진>, <근>, <철> 등은 사고의 유연성이 높지 않은 것으로 나타난다.

V. 결론

이 연구는 초등학교 5학년 수학 영재 학생들에게 이제까지 학습한 수학 지식을 바탕으로, 스스로 수학 문제를 자유롭게 어려운 수학 문제를 많이 만들어 보게 하였다.

연구의 의도는 5학년 수학 영재 학생들은 어느 정도 수준의 수학 문제를 만드느냐와 다양하고 확산적인 사고 활동을 하고 있는지를 알아보기 위함이었다.

이 연구를 통해 알게 된 것과 시사점은 다음과 같다.

첫째, 5학년이지만, 다양하고 확산적인 사고 활동을 하고 있음을 확인하였다.

15분정도의 짧은 시간에도 수학 영재 학생들은 평균 약 3.65개의 많은 수학 문제를 만들어냈으며, 26개나 되는 다수의 소영역 문제를 만든 것을 보면, 많은 다양하고 확산적 사고 활동이 작용하였음을 짐작할 수 있다.

둘째, 위의 사실과 학생들의 문제 만들기 활동의 관찰을 통해, 높은 집중력과 의욕을 엿볼 수 있었다. 이와 같은 집중력과 의욕 또한 학습과 창조성 육성과 직결된다고 생각된다.

셋째, 수학 영재 학생들이므로 완전한 수학 문제를 많이 생산하였다는 점이다.

학생들이 만든 총 73개의 문제 중 87.67%인 64개의 완전한 수학 문제를 만든 것이 이를 입증한다. 수학 문제를 만든다는 것은 어려운 사고 활동이며 창조 활동인데, 논리적 모순 없는 완전한 수학 문제를 만든 것은 표현의 세련성이 우수함을 알 수 있다. 모순 없는 논리와 세련된 표현력 또한 창조성 평가의 요소로 인정하고 있다.

넷째, 이와 같은 수학 문제 만들기 학습·지도를 통해, 학생들의 창조적 사고 능력을 육성할 수 있음을 확인할 수 있으므로, 수학교육에서 수

학 문제 만들기 학습·지도를 항상 실천하는 것이 필요하다고 생각한다.

앞으로의 연구과제는, 나머지 6학년 학생들이 만든 문제들을 분석하고, 아울러, 학년간의 차이를 비교하는 것과 <과제2>, <과제3>, <과제4>에 대한 분석과 각 과제에 대한 학년간의 문제 만들기 능력 및 차이점을 비교·분석하여 규명하기로 한다.

참 고 문 헌

임문규 외 3인(1999). 초등학교수학교육에서 문제 만들기 교수·학습에 관하여-제7차 초등학교 1, 2학년 실험교재의 문제 만들기 내용을 중심으로. **공주교육대학교 과학교육연구지 제21집**.

임문규 외 2인(2001). **초등 수학과 교수·학습 모형 및 자료 개발-초등 수학교육에서 문제 만들기 교수·학습의 체계화 및 자료 개발**. 1999년도 교육부 지원 교과 교육 공동 연구 결과 보고서.

임문규(2006a). 다양하며 확산적 사고활동을 통한 창조성 육성에 관한 연구-초등학교 수학교육을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 10(1), 1-19.

임문규(2006b). 초등학교 5학년 수학 영재 학생의 확산적 산출물의 분석 및 평가에 관한 연구. **한국초등수학교육학회지**, 10(2), 171-194.

임문규(2013). 초등학교 4학년 수학 영재학생이 만든 수학문제에 관한 조사·분석, 2013. 4. **공주교육대학교 교육논총 제50집**1호, pp.29-44.

林文圭(1989). 數學教育における問題解決學習の研究—創造性育成の觀點から—, **西日本數學教育學會 數學教育研究紀要**, 第15號.

齊藤 昇, 秋田美代(2001). 算數教育における兒童の

- 創造性の發達に關する研究—小學3・4・5・6年生を對象として—。日本全國數學教育學會誌**數學教育研究**, 第7卷. 19-30.
- 齋藤 昇, 秋田美代(2003). 數學の圖形領域における創造性の發達に關する研究—圖形の證明を對象として—。日本全國數學教育學會誌**數學教育研究**, 第9卷. 181-191.
- 秋田美代(2001). 數學の關數領域における創造性の發達に關する研究: 一次關數を對象として—。日本全國數學教育學會誌**數學教育研究**, 第9卷. 193-202.
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1983). *The art of problem posing*. The Franklin Institute press.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulation: Where do good problems come from? A. H. Schoenfeld(ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*, Lawrence Erlbaum Associates. 123-147.
- Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school children. *Educational Studies in Mathematics*, 18(1), 59-74.

A Study on Investigating and Analyzing the Mathematical Problems Posed by the Mathematically Gifted 5th Grade Students in Elementary School

Lim, Mun-kyu (Gongju National University of Education)

In this study, I set the 5th grade children mathematically gifted in elementary school to pose freely the creative and difficult mathematical problems by using their knowledges and experiences they have learned till now.

I wanted to find out that the math brains in elementary school 5th grade could posed mathematical problems to a certain levels and by the various and divergent thinking activities.

Analyzing the mathematical problems of the mathematically gifted 5th grade children posed, I found out the math brains in 5th grade can create various and refined problems mathematically and

also they did effort to make the mathematically good problems for various regions in curriculum.

As these results, I could conclude that they have had the various and divergent thinking activities in posing those problems.

It is a large goal for the children to bring up the creativities by the learning mathematics in the 2009 refined elementary mathematics curriculum.

I emphasize that it is very important to learn and teach the mathematical problem posing to rear the various and divergent thinking powers in the school mathematics.

* Key Words : Mathematically gifted 5th. Students in Elementary School(5학년 수학 영재), teaching and learning of mathematical problem posing(수학 문제 만들기 학습·지도), various and divergent thinking(다양하고 확산적 사고), creativities(창조성), analysis and assessment(분석 및 평가).

논문접수 : 2013. 10. 22

논문수정 : 2013. 12. 15

심사완료 : 2013. 12. 20