

# 단측 Lipschitz 비선형시스템의 축차 관측기 설계

## Reduced Order Observer Design for One-Sided Lipschitz Nonlinear Systems

이 성 렬\*  
(Sungryul Lee<sup>1</sup>)

<sup>1</sup>Kunsan National University

**Abstract:** This paper describes a reduced observer design problem for one-sided Lipschitz nonlinear systems which are considered as a generalization of Lipschitz systems. The sufficient conditions to ensure the existence of reduced order observer are provided by using linear matrix inequalities. Moreover, it is shown that existence conditions of reduced order observer can be obtained from sufficient conditions on the existence of full order observer. As a result, this fact implies that the existence of full order observer for one-sided Lipschitz systems guarantees that of reduced order observer. Finally, a simulation example is given to verify the validness of the proposed design.

**Keywords:** one-sided Lipschitz systems, reduced order observer, linear matrix inequalities

### I. 서론

Lipschitz 시스템은 비선형 관측기 연구논문에서 가장 많이 다루어진 시스템이다. Lipschitz 조건은 관측기의 오차동역학에서 나타나는 비선형 항이 추정오차에 선형적으로 유계됨을 의미하므로 오차동역학의 안정조건의 유도를 매우 쉽게 해준다. 그러나, 전역 Lipschitz 조건은 매우 제한된 시스템에서만 만족되고 또한, 존재하는 대부분의 결과는 매우 작은 Lipschitz 상수인 경우에만 유용하다는 단점을 갖는다[1-7].

최근에 이러한 Lipschitz 조건의 제약을 완화하기 위하여 일반화된 Lipschitz 조건으로 볼 수 있는 단측(one-sided) Lipschitz 조건이 개발되어 비선형 관측기 설계에 응용되고 있다. [8]에서는 단측 Lipschitz 조건과 quadratic inner-bounded 조건을 이용하여 선형행렬부등식을 이용한 관측기의 설계방법을 제안하였다. [8]에서 소개한 2가지 조건은 기존의 Lipschitz조건의 일반화로서 기존 연구보다 더 넓은 범위의 시스템에 적용 가능하다는 장점을 가진다. [9]에서는 [8]과는 다른 LMI기반의 설계방법을 제안하였고 제시한 충분조건이 [8]의 결과의 확장임을 증명하였다. [10]에서는 단측 Lipschitz 조건을 만족시키는 이산시간 비선형 시스템에 대한 관측기 설계방법을 제안하였다.

본 논문에서는 단측 Lipschitz 조건을 만족하는 비선형 시스템의 축차(reduced order) 관측기 설계방법을 제안한다. 관측기의 존재를 보장하는 충분조건은 선형행렬부등식으로 표현되어 있다. 선형행렬부등식은 상용소프트웨어를 이용하여 쉽게 풀 수 있다는 장점을 가진다. 또한, [9]에서 제안한 전차(full order) 관측기의 존재조건으로부터 본 논문에서 제시한 축차 관측기의 존재조건을 유도할 수 있음을 보인다. 이것은 단측 Lipschitz 비선형시스템에 대한 전차관측기가 존재하면 반드시 축차 관측기도 존재한다는 사실을 보여준다. 마지막

으로 모의실험 예제를 통하여 제안한 설계방법이 유효함을 보인다.

### II. 문제 정의

본 논문에서 다음과 같은 비선형시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + \Phi(x(t), u(t)) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

위 식에서  $x(t) \in R^n$  는 시스템의 상태변수,  $u(t) \in R^m$  는 제어입력,  $y(t) \in R^p$  는 시스템의 출력,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $C \in R^{p \times n}$  는 상수행렬,  $\Phi$  는 연속인 비선형함수이다. 식 (1)에 대하여 다음과 같은 조건 성립한다고 가정하자.

가정 1: 식 (1)의 행렬  $C \in R^{p \times n}$  에 대하여 다음식이 만족한다.

$$\text{rank}(C) = p \quad (2)$$

가정 2: 모든  $x_1, x_2, u$  에 대하여 다음식이 만족하는 상수  $\alpha \in R$  가 항상 존재한다.

$$\begin{aligned} &\langle \Phi(x_1(t), u(t)) - \Phi(x_2(t), u(t)), x_1(t) - x_2(t) \rangle \\ &\leq \alpha \|x_1(t) - x_2(t)\|^2 \end{aligned} \quad (3)$$

가정 3: 모든  $x_1, x_2, u$  에 대하여 다음식이 만족하는 상수  $\beta, \gamma \in R$  가 항상 존재한다.

$$\begin{aligned} &(\Phi(x_1(t), u(t)) - \Phi(x_2(t), u(t)))^T (\Phi(x_1(t), u(t)) - \Phi(x_2(t), u(t))) \\ &\leq \beta \|x_1(t) - x_2(t)\|^2 + \gamma \langle x_1(t) - x_2(t), \Phi(x_1(t), u(t)) - \Phi(x_2(t), u(t)) \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

가정 2를 단측(one-sided) Lipschitz 조건, 가정 3을 quadratic inner-boundedness 조건이라 부른다. Lipschitz조건을 만족하면 가정 2, 3을 모두 만족시킨다. 그러나 역은 성립하지 않는다.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2013. 1. 23., 수정: 2013. 2. 22., 채택확정: 2013. 3. 21.

이성렬: 군산대학교 제어로봇공학과(2sungryul@kunsan.ac.kr)

따라서 가정 2, 3은 Lipschitz조건의 일반화로 볼 수 있다. [9]에서 식 (1)에 대한 다음 식 (5)와 같은 전차 관측기를 제안하였다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \Phi(\hat{x}(t), u(t)) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (5)$$

위 식에서 행렬  $K$ 는 관측기의 이득행렬이다. 식 (5)의 존재 조건은 다음 정리에서 주어진다.

정리 1 [9]: 식 (1)이 가정 2, 3을 만족시킨다고 가정하자. 주어진 상수  $\alpha, \beta, \gamma$ 에 대하여 다음 선형행렬부등식 (6)을 만족시키는 행렬  $P = P^T > 0, X$ 와 상수  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ 이 존재하면 식 (5)의 오차동역학은 점근적으로 안정하다. 이득행렬은  $K = P^{-1}X$ 이다.

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} < 0$$

$$\Sigma_{11} = PA - XC + A^T P - C^T X^T + \varepsilon_1 \alpha I_n + \varepsilon_2 \beta I_n \quad (6)$$

$$\Sigma_{12} = P - \frac{\varepsilon_1}{2} I_n + \frac{\varepsilon_2 \gamma}{2} I_n, \Sigma_{21} = \Sigma_{12}^T, \Sigma_{22} = -\varepsilon_2 I_n$$

본 논문의 목표는 식 (1)에 대하여 축차 관측기의 설계방법을 제안하는 것이다. 그리고 제한한 관측기의 존재조건이 전차관측기의 존재조건인 식 (6)으로부터 얻을 수 있음을 보인다.

### III. 주요 결과

이번 장에서는 식(1)에 대한 축차(reduced order) 관측기 설계방법을 제안한다. 먼저 다음과 같은 좌표변환을 정의하자.

$$z(t) = \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} x(t) = Tx(t) \quad (7)$$

$$x(t) = T^{-1} \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix}$$

가정 1로부터 좌표변환행렬  $T$ 가 비특이하도록 하는 행렬  $D$ 가 반드시 존재한다. 식 (7)을 이용하여 식 (1)을 좌표변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= \bar{A}_{11}y(t) + \bar{A}_{12}z_2(t) + C\Phi(Ly(t) + Mz_2(t), u(t)) \\ \dot{z}_2(t) &= \bar{A}_{21}y(t) + \bar{A}_{22}z_2(t) + D\Phi(Ly(t) + Mz_2(t), u(t)) \end{aligned} \quad (8)$$

위 식에서 각 행렬은 다음과 같다.

$$TAT^{-1} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$z_1(t) = y(t) \in R^p$  이므로 축차 관측기는  $z_2(t) \in R^{n-p}$  만을 추정하면 된다. 이제 식 (1)에 대한 다음과 같은 축차 관측기를 고려해보자

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) &= (\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12})\theta(t) + (\bar{A}_{22}K + \bar{A}_{21} - K\bar{A}_{12}K - K\bar{A}_{11})y(t) \\ &\quad + (D - KC)\Phi((L + MK)y(t) + M\theta(t), u(t)) \\ \hat{z}_2(t) &= \theta(t) + Ky(t) \end{aligned} \quad (10)$$

위 식에서  $\theta(t)$ 는 관측기의 상태변수를 나타내고 행렬  $K$ 는

관측기의 이득행렬이다. 원래 좌표계에서 추정값  $\hat{x}(t)$ 는 다음 식을 이용하여 얻을 수 있다.

$$\hat{x}(t) = T^{-1} \begin{pmatrix} y(t) \\ \hat{z}_2(t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

다음 정리에서 축차 관측기 (10)의 오차동역학의 안정도를 증명한다.

정리 2: 식 (1)이 가정 1, 2, 3을 만족시킨다고 가정하자. 주어진 상수  $\alpha, \beta, \gamma$ 에 대하여 다음 선형행렬부등식 (12)를 만족시키는 행렬  $Q = Q^T > 0, Y$ 와 상수  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ 가 존재하면 축차 관측기 (10)의 오차동역학은 점근적으로 안정하다. 축차 관측기의 이득행렬은  $K = Q^{-1}Y$ 이다.

$$\begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{pmatrix} < 0$$

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= \bar{A}_{22}^T Q + Q\bar{A}_{22} - \bar{A}_{12}^T Y^T - Y\bar{A}_{12} + \varepsilon_1 \alpha M^T M \\ &\quad + \varepsilon_2 \beta M^T M \\ \Omega_{12} &= QD - YC - \frac{\varepsilon_1}{2} M^T + \frac{\varepsilon_2 \gamma}{2} M^T \\ \Omega_{21} &= \Omega_{12}^T, \Omega_{22} = -\varepsilon_2 I_n \end{aligned} \quad (12)$$

증명: 관측기의 추정오차를 다음처럼 정의하자.

$$\tilde{z}(t) = z_2(t) - \hat{z}_2(t) \quad (13)$$

식 (8), (10)을 이용하면 오차동역학은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}}(t) &= \dot{z}_2(t) - \dot{\hat{z}}_2(t) \\ &= \bar{A}_{22}z_2(t) + \bar{A}_{21}y(t) + D\Phi(Ly(t) + Mz_2(t), u(t)) \\ &\quad - (\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12})\hat{z}_2(t) - \bar{A}_{21}y(t) - (D - KC)\Phi(Ly(t) \\ &\quad + M\hat{z}_2(t), u(t)) - K\bar{A}_{12}z_2(t) - KC\Phi(Ly(t) + Mz_2(t), u(t)) \\ &= (\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12})\tilde{z}(t) + (D - KC)\Delta\Phi_z \end{aligned} \quad (14)$$

위 식에서  $\Delta\Phi_z$ 는 다음과 같다.

$$\Delta\Phi_z = \Phi(Ly(t) + Mz_2(t), u(t)) - \Phi(Ly(t) + M\hat{z}_2(t), u(t)) \quad (15)$$

한편, 식 (3)과 (4)를 이용하면 모든  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ 에 대하여 다음 식이 만족함을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 (\alpha \tilde{z}^T(t) M^T M \tilde{z}(t) - \Delta\Phi_z^T M \tilde{z}(t)) &\geq 0 \\ \varepsilon_2 (\beta \tilde{z}^T(t) M^T M \tilde{z}(t) + \gamma \tilde{z}^T(t) M^T \Delta\Phi_z - \Delta\Phi_z^T \Delta\Phi_z) &\geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

오차동역학 (14)의 안정도 해석을 위하여 다음과 같은 리아푸노프 함수를 고려하자.

$$V(t) = \tilde{z}^T(t) Q \tilde{z}(t) \quad (17)$$

식 (17)의 도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \tilde{z}^T(t) [(\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12})^T Q + Q(\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12})] \tilde{z}(t) \\ &\quad + 2\tilde{z}^T(t) Q (D - KC) \Delta\Phi_z \end{aligned} \quad (18)$$

식 (16)을 이용하면 식 (18)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \tilde{z}^T(t) \left[ (\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12})^T Q + Q(\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12}) \right] \tilde{z}(t) \\ &\quad + 2\tilde{z}^T(t) Q(D - KC)\Delta\Phi_z \\ &\quad + \varepsilon_1(\alpha\tilde{z}^T(t)M^T M\tilde{z}(t) - \Delta\Phi_z^T M\tilde{z}(t)) \\ &\quad + \varepsilon_2(\beta\tilde{z}^T(t)M^T M\tilde{z}(t) + \gamma\tilde{z}^T(t)M^T \Delta\Phi_z - \Delta\Phi_z^T \Delta\Phi_z) \\ &= \begin{pmatrix} \tilde{z}(t) \\ \Delta\Phi_z \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \bar{\Omega}_{12} \\ \bar{\Omega}_{12}^T & \bar{\Omega}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{z}(t) \\ \Delta\Phi_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

위 식에서 각 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{11} &= (\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12})^T Q + Q(\bar{A}_{22} - K\bar{A}_{12}) \\ &\quad + \varepsilon_1\alpha M^T M + \varepsilon_2\beta M^T M \\ \bar{\Omega}_{12} &= Q(D - KC) - \frac{\varepsilon_1}{2}M^T + \frac{\varepsilon_2\gamma}{2}M^T \\ \bar{\Omega}_{22} &= -\varepsilon_2 I_n \end{aligned} \quad (20)$$

식 (19)에서  $QK = Y$  으로 정의하고 식 (12)가 만족하면  $\dot{V}(t) < 0$  이 성립한다. 따라서, 오차동역학 (14)는 점근적으로 안정하다. ■

다음 정리에서는 식 (12)을 식 (6)으로부터 유도할 수 있음을 보인다. 이것은 단측 Lipschitz 비선형시스템의 전차 관측기가 존재하면 반드시 측차 관측기도 존재함을 의미한다.

정리 3: 주어진 상수  $\alpha, \beta, \gamma$  에 대하여 선형행렬 부등식 (6)을 만족시키는 행렬  $P = P^T > 0, X$  와 상수  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$  이 존재하면 식 (12)를 만족시키는 행렬  $Q = Q^T > 0, Y$  와 상수  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$  이 반드시 존재한다. 또한,  $Q = \bar{P}_{22}, Y = -\bar{P}_{21}$  이다. 각 행렬의 정의는 다음과 같다.

$$T^{-T}PT^{-1} = \begin{pmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{pmatrix} \quad (21)$$

증명: 먼저 행렬  $W$  을 다음처럼 정의하자.

$$W = T^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ I_{n-p} \end{pmatrix} \quad (22)$$

식 (6)이 만족하면 다음이 항상 성립한다.

$$\begin{pmatrix} W & 0 \\ 0 & I_n \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}^T & \Sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W & 0 \\ 0 & I_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W^T \Sigma_{11} W & W^T \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}^T W & \Sigma_{22} \end{pmatrix} < 0 \quad (23)$$

행렬  $W$  의 정의를 이용하면 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} &W^T(PA - XC)W \\ &= (0 \ I_{n-p})(T^{-T}PAT^{-1} - T^{-T}XCT^{-1})(0 \ I_{n-p})^T \\ &= (0 \ I_{n-p})(T^{-T}PT^{-1}TAT^{-1} - T^{-T}X(I_p \ 0)TT^{-1})(0 \ I_{n-p})^T \\ &= (0 \ I_{n-p}) \begin{pmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ I_{n-p} \end{pmatrix} \\ &\quad - (0 \ I_{n-p})(T^{-T}X \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ I_{n-p} \end{pmatrix} \\ &= \bar{P}_{21}\bar{A}_{12} + \bar{P}_{22}\bar{A}_{22} \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)와 같은 식으로 다음을 얻을 수 있다.

$$W^T(A^T P - C^T X^T)W = \bar{A}_{22}^T \bar{P}_{21}^T + \bar{A}_{22}^T \bar{P}_{22} \quad (25)$$

또한, 다음 식들을 유도하는 것도 어렵지 않다.

$$\begin{aligned} W^T(\varepsilon_1 \rho I_n + \varepsilon_2 \beta I_n)W &= M^T(\varepsilon_1 \alpha I_n + \varepsilon_2 \beta I_n)M \\ &= (\varepsilon_1 \alpha + \varepsilon_2 \beta)M^T M \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} W^T P &= (0 \ I_{n-p})T^{-T}PT^{-1} \\ &= (0 \ I_{n-p}) \begin{pmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \\ &= (\bar{P}_{21} \ \bar{P}_{22}) \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \bar{P}_{21}C + \bar{P}_{22}D \end{aligned} \quad (27)$$

식 (24)-(27)을 이용하면 식 (23)은 다음처럼 변환된다.

$$\begin{pmatrix} W^T \Sigma_{11} W & W^T \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}^T W & \Sigma_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\Sigma}_{11} & \bar{\Sigma}_{12} \\ \bar{\Sigma}_{21} & \bar{\Sigma}_{22} \end{pmatrix} < 0 \quad (28)$$

위 식에서 각 부분행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_{11} &= \bar{P}_{21}\bar{A}_{12} + \bar{P}_{22}\bar{A}_{22} + \bar{A}_{12}^T \bar{P}_{21}^T + \bar{A}_{22}^T \bar{P}_{22} \\ &\quad + (\varepsilon_1 \alpha + \varepsilon_2 \beta)M^T M \\ \bar{\Sigma}_{12} &= \bar{P}_{21}C + \bar{P}_{22}D - \frac{\varepsilon_1}{2}M^T + \frac{\varepsilon_2\gamma}{2}M^T \\ \bar{\Sigma}_{21} &= \bar{\Sigma}_{12}^T, \bar{\Sigma}_{22} = -\varepsilon_2 I_n \end{aligned} \quad (29)$$

식 (28)에서  $Y = -\bar{P}_{21}, Q = \bar{P}_{22}$  으로 정의하면 식 (28)은 식 (12)와 같다. ■

#### IV. 모의 실험

본 논문에서 제안한 측차 관측기 설계방법의 유효성을 증명하기 위하여 다음과 같은 시스템을 고려해보자.

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \Phi(x(t), u(t)) &= \begin{pmatrix} -x_1(x_1^2 + x_2^2) \\ -x_2(x_1^2 + x_2^2) \end{pmatrix} \\ C &= (0 \ 1) \end{aligned} \quad (30)$$

행렬  $C$  가 가정 1을 만족시킴을 쉽게 확인할 수 있다. 또한, 가정 2와 3은 [8]에서 만족함이 이미 보여졌다. 그러나 가정 2는 전역적으로 만족하는 반면에 가정 3은 어떤 집합  $D = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| \leq r\}$  에서 국부적으로 만족됨을 보일 수 있다. 각 상수들은 [8]에서 사용한  $\alpha = 0, r = 5.9, \beta = -200, \gamma = -141$  을 사용한다.

행렬  $C$  로부터 식 (7)의 좌표변환 행렬들은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} T &= \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ L &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

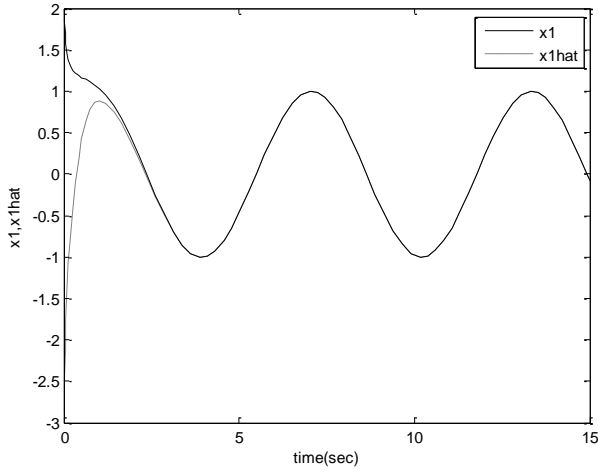


그림 1.  $x_1(t), \hat{x}_1(t)$  의 그래프.

Fig. 1. The graph of  $x_1(t), \hat{x}_1(t)$ .

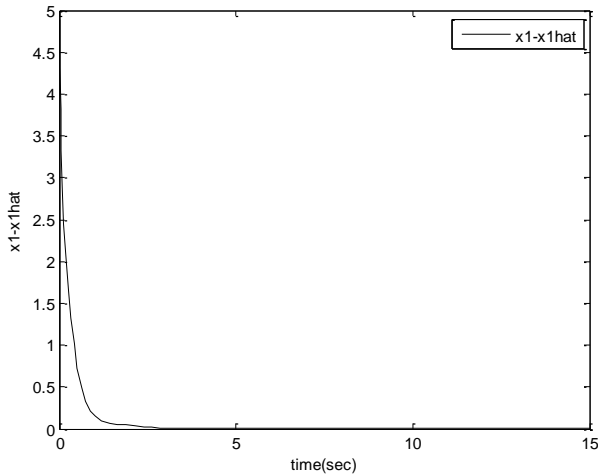


그림 2.  $x_1(t) - \hat{x}_1(t)$  의 그래프.

Fig. 2. The graph of  $x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ .

Matlab을 이용하여 선형행렬부등식 (12)를 풀면 다음을 얻을 수 있다.

$$Q=1.38, Y=-0.02, \varepsilon_1=0.42, \varepsilon_2=0.02, K=1.44 \quad (32)$$

초기값으로  $x_1(0)=2, \hat{x}_1(0)=-2, \theta(0)=0$ 을 사용하여 모의실험을 수행하였다. 그림 1은  $x_1(t), \hat{x}_1(t)$ 의 그래프이다. 그림 2는 추정오차  $x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ 의 그래프이다. 그림 1,2는 식 (30)에 대한 추차관측기 (10)이 잘 작동하고 있음을 보여준다.

## V. 결론

본 논문에서는 단측 Lipschitz 비선형시스템에 대하여 추차관측기 설계방법을 제안했다. 충분조건은 선형행렬부등식을 사용하여 표현된다. 또한 추차관측기의 존재조건으로부터 추차 관측기의 존재조건을 유도할 수 있음을 보였다. 마지막으로 모의실험을 통하여 제안한 방법의 타당성을 입증하였다.

## 참고문헌

- [1] S. Raghavan and J. Hedrick, "Observer design for a class of nonlinear systems," *Int. J. of Contr.*, vol. 59, pp. 515-528, 1994.
- [2] R. Rajamani, "Observers for Lipschitz nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 43, no. 3, pp. 397-401, 1998.
- [3] F. Zhu and Z. Han, "A note on observers for Lipschitz non-linear systems," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. 47, pp. 1751-1754, 2002.
- [4] A. M. Pertew, H. J. Marquez, and Q. Zhao, " $H_\infty$  observer design for Lipschitz nonlinear systems," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. 51, no. 7, pp. 1211-1216, 2006.
- [5] M. Abbaszadeh and H. Marquez, "A robust observer design method for continuous-time Lipschitz nonlinear systems," *Proc. of the 45th IEEE Conf. on Decision & Control*, pp. 3795-3800, 2006.
- [6] M. S. Chen and C. C. Chen, "Robust nonlinear observer for Lipschitz nonlinear systems subject to disturbances," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. 52, no. 12, pp. 2365-2369, 2007.
- [7] A. Zemouche, M. Boutayeb, and G. Bara, "Observers for a class of Lipschitz systems with extension to  $H_\infty$  performance analysis," *Systems & Control Letters*, vol. 57, pp. 18-27, 2008.
- [8] M. Abbaszadeh and H. J. Marquez, "Nonlinear observer design for one-sided Lipschitz systems," *Proc. Of American Control Conf. 2010*, pp. 5284-5289, 2010.
- [9] W. Zhang, H.-S. Su, Y. Liang, and Z.-Z. Han, "Non-linear observer design for one-sided Lipschitz systems: an linear matrix inequality approach," *IET Control Theory Appl.*, vol. 6, no. 9, pp. 1297-1303, 2012.
- [10] M. Benallouch, M. Boutayeb, and M. Zasadzinski, "Observer design for one-sided Lipschitz discrete-time systems," *Systems & Control Letters*, vol. 61, pp. 879-886, 2012.



이 성 렬

2003년 연세대학교 전기전자공학과 박사학위 받음. 2003년~2006년 삼성전자 책임연구원 재직. 2007년~현재 군산대학교 조교수 재직 중. 관심분야는 비선형 제어 및 응용.