

베이지안 기반의 파손확률을 이용한 항공기 구조물 확률론적 피로수명 예측 응용에 관한 연구

A study on Application of Probabilistic Fatigue Life Prediction for Aircraft Structures using the PoF based on Bayesian Approach

김근원* 신대한** 최주호** 신기수*
Keun Won Kim Dae Han Shin Joo-Ho Choi Ki-Su Shin

ABSTRACT

The probabilistic fatigue life analysis is one of the common methods to account the uncertainty of parameters on the structural failure. Frequently, the Bayesian approach has been demonstrated as a proper method to show the uncertainty of parameters. In this work, the application of probabilistic fatigue life prediction method for the aircraft structure was studied. This effort was conducted by using the PoF(Probability of Failure) based on Bayesian approach. Furthermore, numerical example was carried out to confirm the validation of the suggested approach. In conclusion, it was shown that the Bayesian approach can calculate the probabilistic fatigue lives and the quantitative value of PoF effectively for the aircraft structural component. Moreover the calculated probabilistic fatigue lives can be utilized to determine the optimized inspection period of aircraft structures.

Keywords : Bayesian Approach, PoF(Probability of Failure), Aircraft Structures, Inspection Period, Probabilistic Fatigue Life

1. 서론

파괴역학은 예기치 못한 구조물의 파괴를 방지하기 위하여 파손현상을 실험적·이론적 방법을 통해 구조물의 사용수명을 예측하는 학문분야이다. 현재의 군용 항공기 수명관리를 위한 구조건전성 계획(ASIP : Aircraft Structural Integrity Program 이하 ASIP)은 결정

론적 파괴역학 기반의 손상허용해석 기법을 이용한다^[1]. 손상허용 설계개념은 초기균열 길이를 가정하고 전기체 시험 및 시편시험을 수행하여 구조의 균열성장곡선을 도출하는 방식으로 이를 통해 구조물의 수명과 검사 시기를 결정한다. 그러나 손상허용해석은 초기균열크기를 일정한 크기로 가정해야 하는 결정론적 특징을 가지고 있어 운영 중 발생하는 실제균열 길이의 오차를 고려하지 못하는 단점을 갖고 있다. 또한 항공기 실제 운용도를 측정하고 잔여수명을 재판단하는 절차인 비행군 관리 최신화(FMU : Fleet Management Update) 적용이 불가한 일부 장기운영 항공기의 경우 손상허용해석 개념적용은 어려운 실정이다.

† 2013년 5월 30일 접수~2013년 8월 16일 게재승인

* 국방대학교 국방과학학과

** 항공대학교 항공우주 및 기계공학부

책임저자 : 김근원(gw3502@naver.com)

이에 따라 1990년 후반 미 공군을 포함한 네덜란드, 호주 등 선진 항공기 운영국가에서는 결정론적 손상허용 개념의 문제점을 보완하기 위하여 확률론적인 기법을 접목시키는 노력을 계속 해오고 있다^[2~4]. 이러한 결정론적 기법에 확률론적 기법을 적용하기 위해서는 위험도(Risk)에 대한 평가가 필요하다. 항공기 구조물의 경우 위험도평가는 파손확률(PoF : Probability of Failure)을 이용한다. 그리고 파손확률을 구하는데 있어서 초기균열, 균열성장곡선 등의 확률변수가 갖고 있는 불확실성은 베이지안 기법을 이용하여 효과적으로 모델링할 수 있다^[5].

본 연구에서는 확률론적 피로수명 예측을 항공기 구조물의 수명관리에 적용하기 위하여 베이지안 기반의 파손확률을 이용하였으며, 수치예제를 통하여 확률론적 항공기 수명관리 접근 방법의 적용 가능성을 검증하였다.

2. 베이지안 기반 파손확률 모델링^[6]

가. 베이지안 기법

베이지안(Bayesian) 기법에서는 파라미터에 대한 사전정보와 표본이 제공하는 정보인 우도함수를 조합한 사후분포를 이용하여 파라미터를 추정한다. 본 연구에서 사전분포는 식 (1)과 같이 형상모수(α)와 척도모수(β)를 갖는 와이블분포를 가정하였다. 여기서 θ 는 균열성장모델 파라미터이다.

$$P(\theta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (1)$$

우도함수(Likelihood Function)는 식 (2)와 같이 로그정규분포를 사용하여 주어진 파라미터에 대하여 업데이트 되도록 가정하였다.

$$L(y/\theta) = \frac{1}{(2\pi)^{q/2} \zeta^q} \prod_{k=1}^q \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln y_k - \lambda^k}{\zeta^k}\right)^2\right] \quad (2)$$

여기서 y 는 측정된 균열성장 데이터로 나타나는 우도, λ 와 ζ 는 로그정규분포의 평균과 표준편차 그리고 q 는 관측개수 이다. 식 (3)과 같이 사전분포와 우도함수를 조합하면 측정(Measurement) 또는 결함 데이터를 업데이트하여 균열성장모델 파라미터의 사후분포를 구

할 수 있다.

$$P(\theta/y) \propto L(y/\theta)P(\theta) \quad (3)$$

베이지안 기법을 이용할 경우 사후분포는 특정 확률분포 식으로 주어지지 않고 매우 복잡한 임의의 식으로 표현된다. 따라서 본 연구에서는 베이즈 이론에 의해 추정된 사후분포에 대하여 샘플링 과정을 통해 해당 분포를 만족하는 데이터를 대량으로 생산하는 순차적 몬테카를로 기법인 파티클 필터(Particle Filter)를^[7,8] 이용하였다.

나. 초기균열 확률분포

가상의 초기균열크기인 등가초기균열(EIFS : Equivalent Initial Flaw Size)을 정량화하는데 역외삽법(Back-Extrapolation)이 활용되며, 균열시작시점(TTCI : Time To Crack Initiation) 분포와 Yang 등이 제안한 균열성장식을 조합하면 EIFS에 대한 확률분포함수를 구할 수 있다^[9]. 본 연구에서는 Fig. 1과 같이 균열시작시점 또는 운영 결함(Failure) 자료 분포 및 확률론적 균열성장식을 이용하여 EIFS 분포를 추정한다. 그리고 추정된 EIFS 분포는 베이지안 기반의 파손확률 추정을 위한 초기균열의 사전분포로 사용한다.

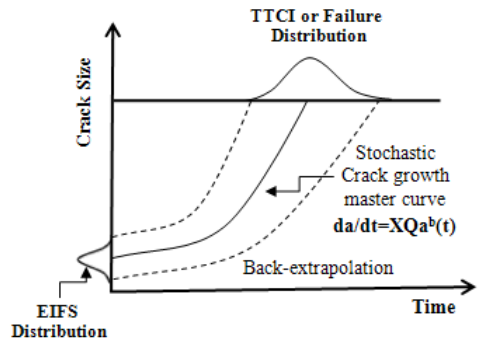


Fig. 1. The concept of EIFS distribution

식 (4)는 EIFS 분포를 구하기 위해서 사용된 확률론적 균열성장식을 나타낸 것이다.

$$\frac{da(t)}{dt} = XQa^b(t) \quad (4)$$

여기서 X 는 균열성장의 변동성을 나타내는 확률변수이며 Q , b 는 하중과 재료(Material)의 특성을 표현하

는 상수이다. 확률변수 X 는 확률분포 특성을 나타내며 평균이 1이고, 음이 아닌 값을 갖는 확률변수로서 로그정규분포를 따른다고 가정하였다. 그리고 모수 Q, b 을 구하기 위하여 최우추정법(MLE : Maximum Likelihood Estimator)을 사용하였다.

다. 파손확률 추정 모델링

구조물의 잔여수명 산출을 위한 일반적인 균열성장 모델은 식 (5)와 같은 변수를 갖는 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{da}{dN} = f(\theta : \Delta K, K_{max}, R, \sigma_{max}) \quad (5)$$

여기서 θ 는 응력세기계수 범위(ΔK), 응력비(R) 등 균열성장모델 파라미터이다. 따라서 $f(\theta)$ 는 Paris, Forman, Walker 등 다양한 균열성장모델 적용이 가능하다. 초기균열 a_{EIFS} 및 균열성장모델의 파라미터가 확률변수이므로 구조물의 사용수명(N)도 확률변수로 정의된다.

$$N = \int_0^N dN = \int_{a_{EIFS}}^{a_c} \frac{1}{f(\theta)} da \quad (6)$$

a_{EIFS} 부터 a_c 까지 사용시간을 나타내는 사용수명 확률변수를 $N(a_c)$ 라고 하면, $N(a_c)$ 의 누적분포함수는 식 (7)과 같이 확률론적 로그정규 분포함수인 한계상태함수로 나타낼 수 있다.

$$F_{N(a_c)}(\tau) = \Phi \left[\frac{\ln \tau - \ln(\bar{N}(a_c))}{\sigma_z} \right] \quad (7)$$

여기서 $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포함수, τ 는 임의시점, $\bar{N}(a_c)$ 는 임계균열 a_c 도달 시까지의 평균 사용시간, σ_z 는 로그정규 표준편차이다. 그리고 임의시점 τ 에서 임계균열 a_c 를 초과할 확률 $P_f(\tau)$ 는 식 (8)과 같이 한계상태함수를 가지는 파손확률로 나타낼 수 있다.

$$P_f(\tau) = P[a(\tau) > a_c] = \Phi \left[\frac{\ln \tau - \ln(\bar{N}(a_c))}{\sigma_z} \right] \quad (8)$$

Fig. 2와 같이 파손확률은 다양한 백분위수로 나타낼

수 있으며, 현재 운영시점부터 특정시점 τ 에서 임계균열 크기 a_c 초과확률은 설정된 허용위험도에 따라 다양한 위험도판단 값을 도출할 수 있다.

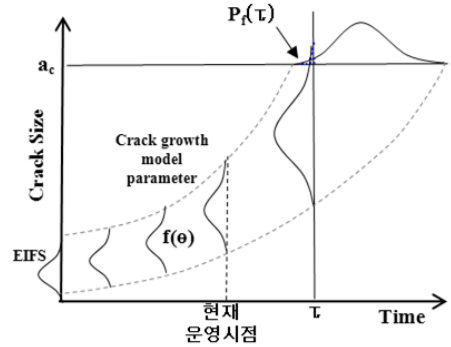
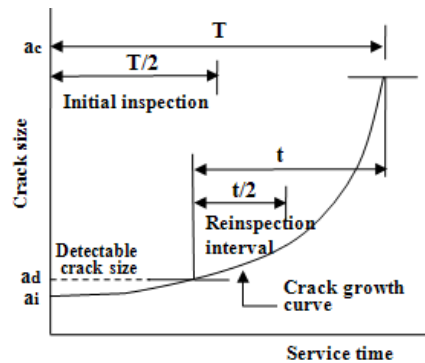
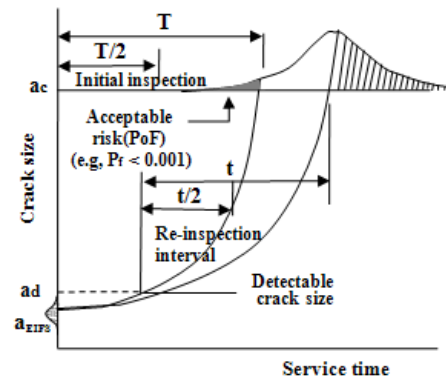


Fig. 2. The concept of PoF estimation

라. 확률론적 피로수명 예측의 응용



a) Deterministic Inspection(ASIP)



b) Probabilistic Inspection(PoF result)

Fig. 3. Comparison of Inspection periods

파손확률은 확률론적 수명관리에 활용될 수 있다. Fig. 3은 검사시간의 기준을 비교하여 나타낸 것이다. Fig. 3(a)와 같이 결정론적 손상허용해석 기반의 ASIP에서는 초기검사 시기를 초기균열길이(a_i)에서 임계균열크기(a_c)까지 성장하는 시간의 1/2시간, 반복검사 간격은 탐지가능 균열길이(a_d)에서 임계균열크기까지 성장하는 시간의 1/2시간을 적용한다^[1]. 반면 파손확률을 적용 시에는 Fig. 3(b)와 같이 초기검사 시기는 허용위험도를 고려하여 초기균열길이에서 임계균열크기까지 성장하는 시간의 1/2시간, 반복검사 간격은 허용위험도를 고려한 탐지가능 균열길이에서 임계균열크기까지 성장하는 시간의 1/2시간을 적용할 수 있다^[3].

3. 수치예제

가. 대상선정

본 연구에서는 Fig. 4와 같이 군용 항공기의 cockpit upper longeron을 수치예제 대상으로 선정하였다. Cockpit upper longeron은 항공기의 전방 동체에 작용하는 굽힘 모멘트를 지지하는 주요 기골로 벌크헤드(Bulkhead) 및 각종 표면(Skin)과 리벳(Rivet)으로 체결되어 전방동체를 구성하고 있다. 그리고 결함발생현황 데이터베이스인 장비정비정보체계와 현장조사를 통하여 1978~2010년 사이에 동일 부위에서 발생한 20건의 결함자료를 확보하여 수치예제에 활용하였다^[10,11].

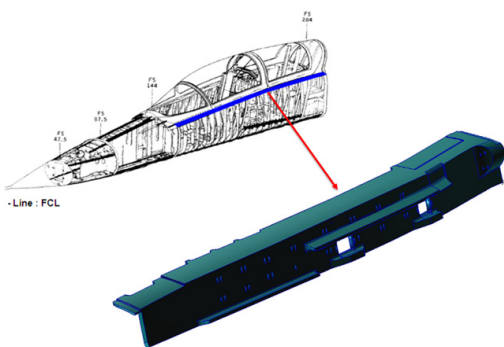


Fig. 4. Cockpit upper longeron configuration

나. 초기균열 확률분포^[10,11]

본 연구에서는 균열발생자료에 대한 시간별 임계균열크기(a_c) 발생 분포를 추정하기 위하여 발견된 균열을 임계균열크기(24 mm)까지 진전시켜 분포를 추정하

였다. 임계균열크기 도달시간에 대한 적합한 확률분포 선정 및 모수추정을 위하여 MINITAB 프로그램의 신뢰성분석 기능을 이용하였다. 임계균열크기에 대한 와이블분포는 Fig. 5와 같이 형상모수 2.415, 척도모수 12,937을 가지며, 구조물의 초기균열이 임계균열크기에 도달하는 평균시간은 약 11,400시간으로 예측되었다.

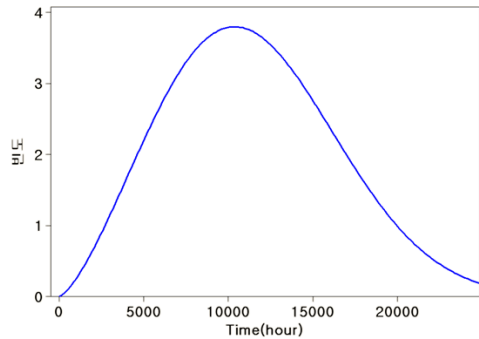


Fig. 5. Weibull PDF at crack size 24mm

확률분포의 적합성 검정은 Anderson-Darling 검정법(이하 A-D)을 적용하였으며, 유의수준 5 %에 대한 와이블분포 A^2 임계치(양측검증, 관측개수 : 20)는 3.073이며, cockpit upper longeron 임계균열 와이블분포 A-D 임계치는 1.622로 계산되어 적합성 검증결과 유의수준 5 %에 해당됨을 알 수 있다.

균열성장식 모수 Q, b값은 최우추정법을 사용하여 각각 $4.0e-4$, 1.7로 계산되었다. 임계균열크기 분포와 균열성장식을 조합한 EIFS에 대한 와이블분포는 Fig. 6과 같이 형상모수 1.413, 척도모수 0.332를 가지며, Anderson-Darling 검정법을 적용한 EIFS 확률분포의 적합성은 검정결과 유의수준 5 %에 해당된다.

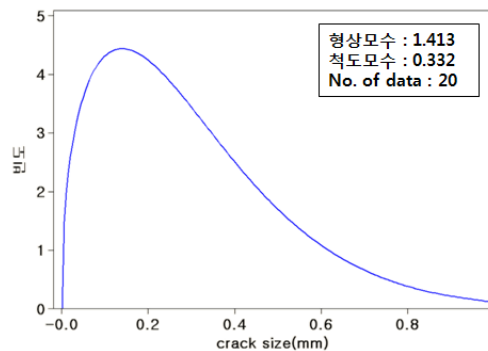


Fig. 6. EIFS weibull PDF

다. 파손확률 추정

시간에 따른 균열성장 자료는 Fig. 7과 같이 F-0 항공기 손상허용해석 수행 결과 보고서에 명시되어 있는 실제 운용도를 반영하여 계산된 균열성장곡선 자료를 이용하였다^[12].

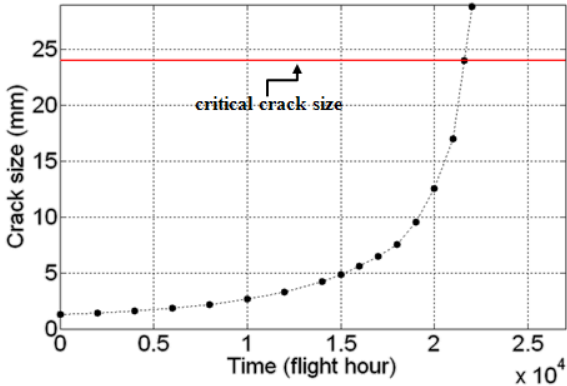


Fig. 7. Crack growth rate data(cockpit upper longeron)

사전분포는 와이블분포 모수를 적용하였으며, 우도 함수는 로그정규분포를 따른다고 가정하였다. 그리고 균열성장모델은 식 (9)와 같이 Paris 모델을 이용하였다. 여기서 m 은 균열성장속도지수, C 는 균열성장속도 계수, ΔK 는 응력세기계수 범위, $\Delta\sigma$ 는 응력, a 는 균열크기, δ 는 형상계수이다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad \text{where} \quad \Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi a}\delta \quad (9)$$

Fig. 8은 파라미터 a , m , C 초기값을 나타낸 것이다. 초기균열 a 는 EIFS 와이블 분포의 형상모수 1.413, 척도모수 0.332를 적용하였다. 그리고 하중은 파단면의 피로줄무늬 개수를 측정하여 계산된 작용응력 119 MPa을 적용하였고, 형상계수는 1.12을 가정하였다^[12,13]. 균열성장속도지수(m)와 균열성장속도계수(C) 초기값은 알루미늄 특성을 고려하여 각각 형상모수 $3.2/9.22e-11$, 척도모수 $50.2/10.2$ 를 갖는 $1e5$ 개의 샘플을 생성하였다.

Fig. 9는 파라미터 m , C 의 사후확률분포 추정 결과이다. 그림과 같이 균열성장 모델 파라미터는 균열성장 데이터가 추가될 때 마다 베이지안 기법과 순차적 몬테카를로 기법인 파티클 필터가 이용되어 샘플형태의 사후분포를 추정한다.

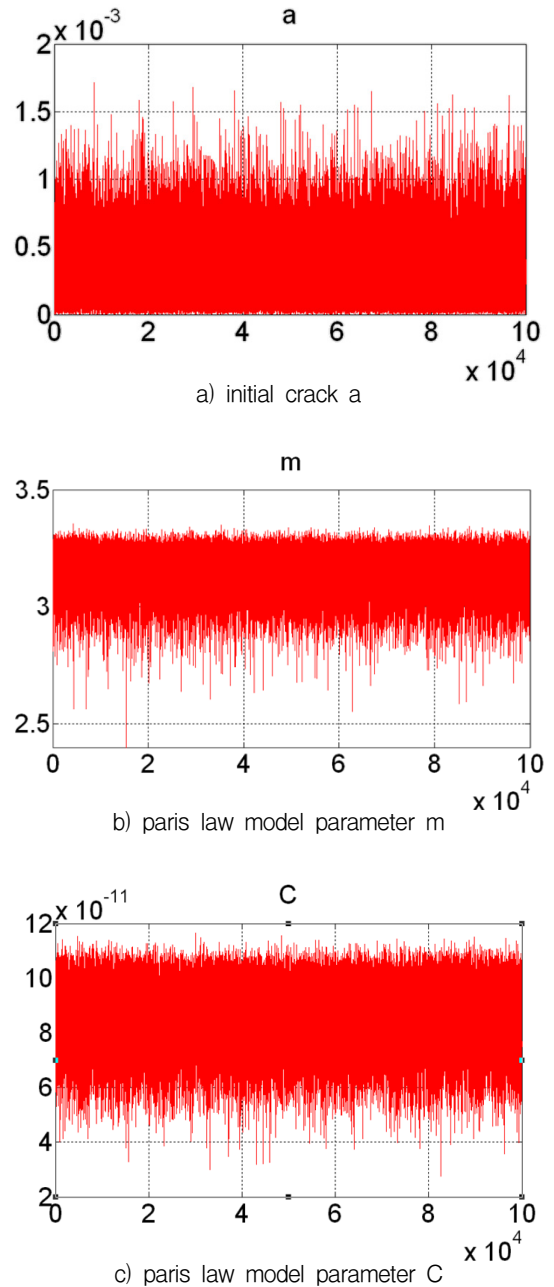


Fig. 8. Initial value of parameter(a , m , c sample)

Fig. 10은 임계균열크기까지의 확률론적 사용수명 예측결과를 나타낸 것이다. 그림과 같이 균열성장 데이터 입력 개수가 증가함에 따라 베이지안 기법의 장점이 효과적으로 반영되어 임계균열크기까지 정확한 확률론적 수명예측이 가능함을 알 수 있다.

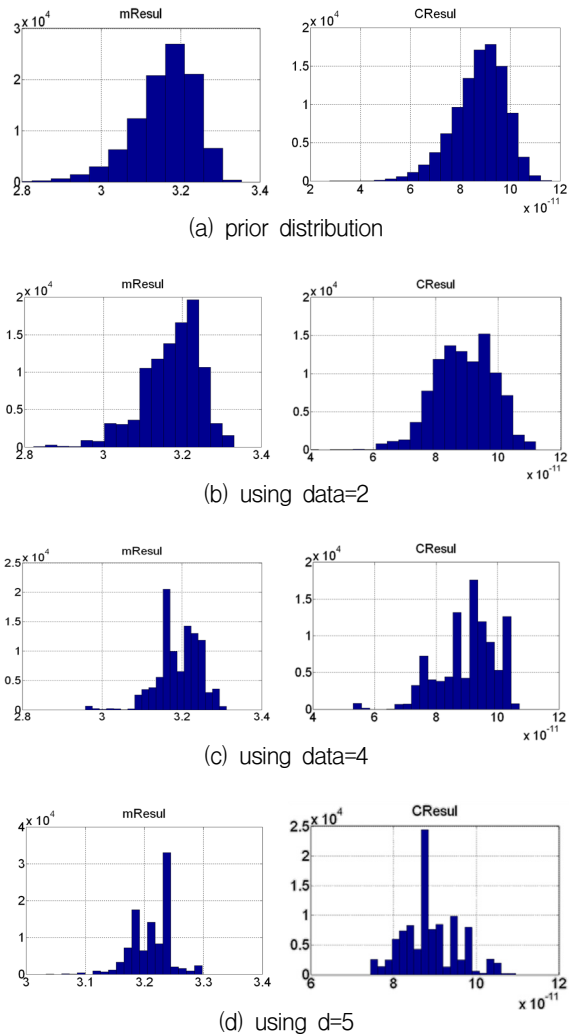


Fig. 9. Result of parameter estimation(m, C)

Fig. 11은 파티클 필터를 이용하여 확률론적 예측수명을 샘플의 형태로 나타낸 것이다. 그림과 같이 확률론적으로 예측된 결과에 대하여 허용위험도에 따라 사용수명의 파손확률을 구할 수 있다. 일반적으로 총수명 기간중 군용항공기의 허용위험도는 10^{-3} 이 적용된다. 그러나 구조물이 위험부위가 아닐 경우 허용위험도는 10^{-2} 까지 높일 수 있다^[4]. 본 연구에서 cockpit upper longeron은 위험부위로 가정하여 허용위험도는 10^{-3} 으로 가정하였다. Fig. 11(a)와 같이 cockpit upper longeron의 허용위험도 10^{-3} 을 적용시 결정론적 평균수명은 21,590시간이며, 약 18,900시간 부근에서 위험도 초과가 예상됨을 알 수 있다. 또한 Fig. 11(b)는

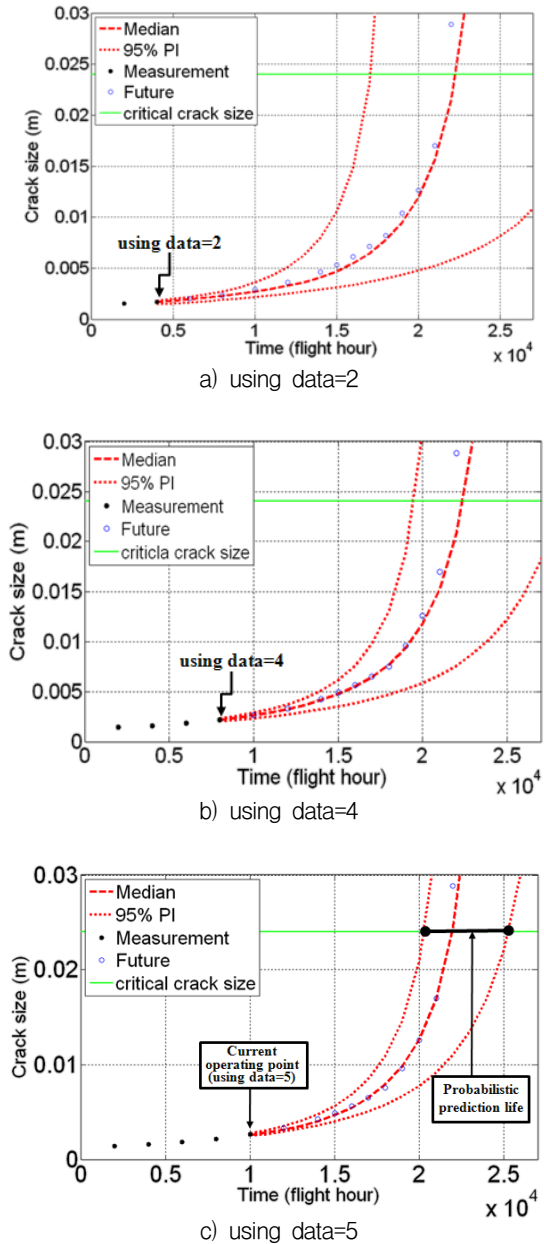
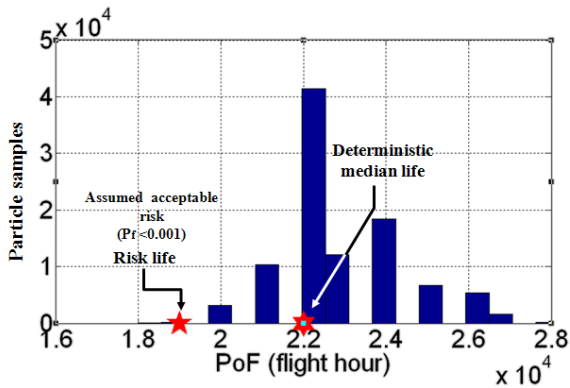
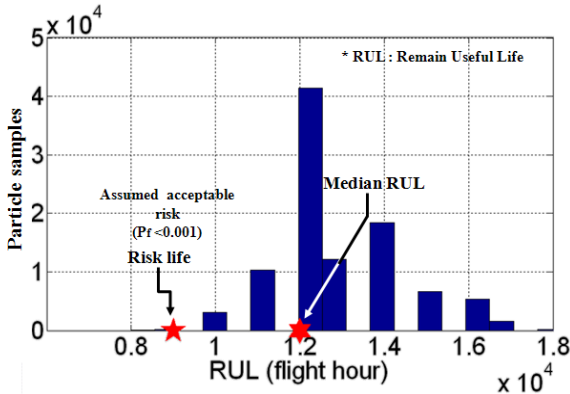


Fig. 10. Results of probabilistic life prediction

현 운영시점에서 임계균열크기까지의 잔여수명(RUL : Remain Useful Life)을 나타낸 것이다. Fig. 11(b)와 같이 평균 잔여수명은 12,000시간이며, 허용위험도 10^{-3} 을 적용시 약 9,000시간 부근에서 위험도 초과가 예상됨을 알 수 있다. 그리고 이러한 정량적 자료는 정비정책 수립에 활용이 가능하다.



a) Result of PoF estimation



b) Result of RUL estimation

Fig. 11. Result of life estimation(10^{-3})

라. 확률론적 피로수명 예측의 응용

Table 1은 cockpit upper longeron의 파손확률 추정결과를 이용하여 확률론적 수명관리를 위한 검사시간을 비교하여 나타낸 것이다. 표와 같이 결정론적 기법 적용 시에는 초기검사 및 반복검사 간격이 각각 10,795 시간, 4,255시간이며, 허용위험도(10^{-3} 기준) 적용 시에는 각각 9,450시간, 4,795시간이다. 파손확률을 이용한 결과를 적용 시에는 초기 검사 시기가 결정론적 기법 검사 시기에 비하여 1,345시간 빠르나 반복검사 간격이 540시간 증가한다. 따라서 임계균열크기까지 총 수명주기를 고려한 전체 검사 횟수는 3회로 일정하나 위험도평가를 적용한 점검주기 설정은 위험도를 고려하여 항공기 구조물의 확률론적 수명관리를 할 수 있다는 장점이 있다.

Table 2는 파손확률에 따른 잔여수명을 나타낸 것이다. 기존의 결정론적 기법에서는 임의시점의 잔여수명

에 대한 예측이 제한된다. 그러나 파손확률 결과 적용 시에는 표와 같이 허용위험도에 따른 잔여수명을 예측함으로써 구조물의 교체시기에 대한 의사결정을 정량적으로 지원할 수 있다.

Table 1. Result of inspection period

구분	Deterministic result(ASIP)	Probabilistic result (Risk assessment)		
PoF	unknown	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Initial inspection (F.H)	10,795	9,450	9,000	8,500
Reinspection interval (F.H)	4,255	4,795	5,045	5,295
Total number of inspection	3.54	3,53	3.50	3.47

* a_{cr} : 21,590 F.H
 a_d : $13,080F.H(\text{median})/12,000F.H(10^{-3})/11,500F.H(10^{-4})/11,000F.H(10^{-5})$
 (Manual eddy current NDI 0.15inch 가정시)

Table 2. RUL estimation at PoF

구분	Deterministic result(ASIP)	Probabilistic result (Risk assessment)		
PoF	unknown	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
잔여수명(F.H)	unknown	9,000	8,000	7,000

4. 결론

본 연구에서는 항공기 구조물의 확률론적 수명관리 접근을 위하여 베이지안 기반의 파손확률을 이용하였다. 그리고 수치예제를 통하여 확률론적 피로수명을 예측하고, 파손확률을 이용한 확률론적 수명관리 접근 방법의 효용성을 검증하였다. 연구결과 베이지안 기반의 파손확률 추정 모델링을 통해 확률론적 피로수명 예측이 가능하고, 정량적인 파손확률을 계산함으로써 항공기 구조물의 검사주기 산정시 확률론적 수명관리 접근이 가능함을 확인하였다.

향후에는 파손확률 추정 결과에 대한 민감도분석을 수행하고, 항공기 장기 운영에 따른 부식(corrosion),

프레팅(fretting) 등의 환경적인 요소를 반영한 연구를 확대하는 노력이 필요하다.

References

- [1] Department of Defense, Aircraft Structural Integrity Program(ASIP), MIL-STD-1530C, 2005.
- [2] Andrew Hinkle, Jeremy Trotter, Dale Osgood and Dave Currie, “The Integration of Reliability Centered Maintenance with a Structural Integrity Program”, The Journal of the Reliability Information Analysis Center, 2nd Quarter, pp. 1~7, 2009.
- [3] F. P. Grooteman, “A Stochastic Approach to Determine the Lifetime and Inspection Scheme of Aircraft Components”, International Journal of Fatigue, Vol. 30, pp. 138~149, 2008.
- [4] Lincoln, J. W., Risk Assessment of Aging Aircraft, RTO EN-015, 2000.
- [5] Dawn An, Joo-Ho Choi, Nam H. Kim and Sriram Pattabhiraman, “Fatigue Life Prediction Based on Bayesian Approach to Incorporate Field Data into Probability Model”, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 37, No. 4, pp. 427~442, 2011.
- [6] Keun Won Kim, KiSu Shin, “A Study on the Process of Probabilistic Risk Assessment for Aircraft Structural Integrity”, Journal of the Korea Association of Defense Industry Study, Vol. 20, No. 5, pp. 449~464, 2012.
- [7] A. Doucet, S. J. Gpdsill, C. Andrieu, “On Sequential Monte Carlo Sampling Methods for Bayesian Filtering”, Statistics and Computing, Vol. 10, No. 3, pp. 197~208, 2000.
- [8] Orchard, M. E., & Vachtsevanos, G. J., “A Particle Filtering Approach for On-Line Failure Prognosis in a Planetary Carrier Plate. International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems”, Vol. 7, No. 4, pp. 221~227, 2007.
- [9] Yang and Manning, Statistical Distribution of Equivalent Initial Flaw Size, Proc. 1980 Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 112~120, 1980.
- [10] K. W. Kim, Y. D. Kim, H. S. Kim, G. W. Jeon, Kisu Shin, “A Evaluation of Initial Fatigue Quality using an EIFSD”, Journal of the Military Operations Research Society of Korea, Vol. 37, No. 4, pp. 1~8, 2011.
- [11] Keun Won Kim, Hyunjin Lee, Gakgyu Kim, Seunghyun Yang, Kisu Shin, “Probabilistic Integrity Assessment of Aging Aircraft Structure by using Probability of Failure”, 2012 KIMST Conference, 2012.
- [12] SwRI, F-5 FMS Durability and Damage Tolerance Update Revised Final DADTA Report F-5E/F, 1996.
- [13] Tada H., Paris P. C. and Irwin G. R., The Stress Analysis of Cracks Handbook, ASME Press, 2000.