한국경영과학회지
제38권 제4호
2013년 12월
http://dx.doi.org/10.7737/JKORMS.2013.38.4.035

한국 주식시장에서 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 입력 변수의 정확도에 따른 투자 성과 연구*

김홍선 · 정종빈 · 김성문†
연세대학교 경영대학 경영학과

Investment Performance of Markowitz's Portfolio Selection Model over the Accuracy of the Input Parameters in the Korean Stock Market

Hongseon Kim · Jongbin Jung · Seongmoon Kim
School of Business, Yonsei University

■ Abstract ■

Markowitz's portfolio selection model is used to construct an optimal portfolio which has minimum variance, while satisfying a minimum required expected return. The model uses estimators based on analysis of historical data to estimate the returns, standard deviations, and correlation coefficients of individual stocks being considered for investment. However, due to the inaccuracies involved in estimations, the true optimality of a portfolio constructed using the model is questionable. To investigate the effect of estimation inaccuracy on actual portfolio performance, we study the changes in a portfolio's realized return and standard deviation as the accuracy of the estimations for each stock's return, standard deviation, and correlation coefficient is increased. Furthermore, we empirically analyze the portfolio's performance by comparing it with the performance of active mutual funds that are being traded in the Korean stock market and the KOSPI benchmark index, in terms of portfolio returns, standard deviations of returns, and Sharpe ratios. Our results suggest that, among the three input parameters, the accuracy of the estimated returns of individual stocks has the largest effect on performance, while the accuracy of the estimates of the standard deviation of each stock's returns and the correlation coefficient between different stocks have smaller effects. In addition, it is shown that even a small increase in the accuracy of the estimated return of individual stocks improves the portfolio's performance substantially, suggesting that Markowitz's model can be more effectively applied in real-life investments with just an incremental effort to increase estimation accuracy.

Keyword : Investment Analysis, Markowitz's Portfolio Selection Model, Accuracy of Input Parameters, Korean Stock Market

논문접수일 : 2013년 09월 29일 논문게재확정일 : 2013년 12월 02일
논문수정일(1차 : 2013년 11월 18일)
* 본 논문은 2011년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2011-327-B00295).
† 교신저자 kimsm@yonsei.ac.kr

1. 서 론

투자성향에 따라 원하는 최소요구 기대 수익률을 만족시키면서 동시에 가장 낮은 위험을 갖도록 투자비율을 결정하는 마코위츠의 ‘포트폴리오 선정 이론(Portfolio selection theory)’[21]은 분산투자의 효율성을 증명한 현대투자이론의 시초이자 가장 대표적인 이론이다. 하지만 투자자들은 그의 이론을 실제로 적용하는 일에 어려움을 느낀다. 모형이 필요로 하는 입력 변수(input parameter)인 포트폴리오 내 종목들의 수익률, 표준편차, 상관계수 등을 정확하게 구하는 방법이 존재하지 않으며, 문제를 푸는데 많은 시간과 노력이 필요한 비선형계획법 문제(Nonlinear programming)를 풀어야 하기 때문이다. 마코위츠의 모형이 개발된 이후 이 모형을 선형계획법(linear programming)으로 근사화(approximation)하는 방법[20, 26], simple ranking device를 이용해 단순화하는 방법[11] 등이 개발되어 근사해를 얻어내는 방법이 생겨났고, 최근에는 계산을 실행하는 컴퓨터의 성능이 좋아져 근사화가 필요 없이 문제를 풀어낼 수 있기 때문에 비선형계획법 모형의 해를 구하는데 많은 시간과 노력이 필요하다는 단점은 대부분 극복되었다. 하지만 이론에 적용할 입력 변수를 정확하게 예측하는 방법은 모형이 개발 된지 60년이 지난 지금까지도 난제로 남아있으며, 대규모 경제 위기가 수 차례 발생하는 등 최근의 급변하는 경제 환경에서는 대략적으로 미래를 예측하는 일도 전보다 더 어려워졌다. 결과적으로 실제값과 차이가 있는 예측치를 입력 변수로 사용하기 때문에 마코위츠의 모형을 이용해 구성한 포트폴리오는 최적 포트폴리오(optimal portfolio)가 아니게 된다. 따라서 입력 변수의 예측 오류가 존재하는 가운데서도 마코위츠의 모형을 실제 투자에 사용하는 것이 효과적인지에 대한 문제가 제기되곤 하였다[19].

예측 위험(estimation risk)이 가져오는 가장 큰 문제는 마코위츠의 모형이 입력 변수의 오류에 매우 민감하다는 점이다[23]. Best and Grauer[4]는 포트폴리오를 구성하는 자산들 중 단 한 개 자산의 수익률이 약간만 변하더라도 전체 포트폴리오가 절반 이상 달라질 정도로 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형이 민감하게 반응한다고 주장한다. 또한 마코위츠 모형의 세 가지 입력 변수 중 가장 영향력이 큰 수익률의 예측은 상당히 어렵다[22]. 따라서 마코위츠 모형의 입력 변수로 예측치를 이용할 경우 수익률의 예측 위험이 크기 때문에 구해진 포트폴리오가 최적 포트폴리오와 큰 차이를 보일 수 있다[6, 7]. 이러한 점을 감안하여 수익률의 예측치를 모형의 입력 변수에서 제외하고 종목 간의 공분산만을 기반으로 포트폴리오를 구성하는 모형에 대한 연구가 진행되기도 했다[9, 16].

이와 같이 정확한 예측치를 구하는 것이 어렵기 때문에 마코위츠의 모형이 실제 투자에 유용하게 쓰일 수 있는 가능성에 의문을 제기하는 연구들도 있다. 포트폴리오 내 N개의 종목들에 균일하게 $1/N$로 나누어 투자하는 단순한 방법이 오히려 최적 포트폴리오를 구하는 복잡한 방법 보다 더 효과적이라는 주장이 그 중 하나다[8]. Frankfurter et al.[12]은 입력 변수의 오류가 너무 크면 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 이용한 포트폴리오가 개별 종목에 균일하게 배분한 포트폴리오 보다 효율적이라 할 수 없으며, 예측의 정확도가 담보되지 않은 상황에서 포트폴리오 선정 모형을 이용하는 것은 오히려 비효율적일 가능성이 있음을 이론적으로 보였다. 소규모 포트폴리오에서 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 이용하는 것 보다 자산의 개수에 따라 $1/N$로 나누어 투자하는 ‘탈무드식 투자’가 더 나을 수 있다는 실증 연구가 있는데, 이 연구의 결론 역시 정확한 예측치를 사용하는 것이 불가능하기 때문에 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형이 실제 투자에 이용하기에 부적합하다는 것이다[10].

하지만 예측 위험을 극복하고 실제 투자에 이용할 수 있는 최적 포트폴리오를 구성하고자 하는 노력 또한 계속 되어왔다. 첫 번째로, 예측 위험이 존재하는 상황을 모형에 반영하여 최적에 가까운 포트폴리오를 구성하도록 발전시킨 연구들이 있다. 수익률의 예측 위험을 고려한 제약조건식을 가진 모형

[15]과 이를 발전시켜 수익률과 분산의 예측 위험을 동시에 고려한 제약조건식을 가진 모형[18]을 예로 들 수 있다. 두 번째로, 예측의 정확도를 높여 직접적으로 예측 위험을 줄이는 방법이 연구되어왔다. 입력 변수의 정확도가 높아지면 포트폴리오는 최적 포트폴리오에 가까워질 것이기 때문이다. Bayesian 예측 기법을 이용한 연구를 비롯하여[5, 17, 25], 수익률을 보다 정교하게 예측하기 위해 order of expected returns를 이용한 연구[27]는 과거 수익률을 산술 평균한 값과, 최근 수익률이 움직이는 경향, 재무 재표를 이용한 예측의 세 가지 예측 방법을 결합하여 수익률 예측의 정확도를 높여 마코위츠 모형의 성과를 향상시키고자 하였다. 그 밖에, 주로 사용되는 통계적인 예측 기법은 다수의 샘플이 필요하다는 제약이 있기 때문에 Grey 예측 모형과 가능성 회귀(possibilistic regression)모형을 이용해 적은 샘플을 이용하면서도 효과적으로 입력 변수를 예측하는 기법도 연구되었다[24].

이론적인 발전이 진행되는 것과 더불어 실증 연구에서도 마코위츠의 모형이 실제 투자에 유용하게 쓰일 수 있음을 보이는 연구가 진행되어왔다. 애널리스트의 시장 분석 정보를 이용하고 펀드 매니저의 판단에 의해 운영되고 있는 뮤추얼 펀드보다 과거 수익률 데이터를 산술 평균하여 입력 변수를 구하는 단순한 포트폴리오의 수익률이 더 좋은 성과를 보이기도 했다[1]. DeMiguel and Nogales[9]는 robust estimation을 이용한 마코위츠 포트폴리오의 성과를 실증적으로 연구한 결과 예측력이 높은 방법을 이용할 경우 포트폴리오의 성과가 좋아짐을 확인할 수 있었다. 이와 같이 보다 정교한 예측 기법을 활용한다면 입력 변수의 정확도를 높일 여지가 충분하고, 마코위츠의 모형이 실제 투자에서도 보다 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

그 동안의 연구를 통해 알 수 있듯이 예측의 정확도를 높이는 것은 매우 어려운 일이다. 그렇기 때문에 상당한 수준의 정확도 상승에도 불구하고 포트폴리오의 성과가 긍정적으로 변하지 않는다면 노력에 비해 성과를 거두지 못할 가능성이 크다. 반면, 약간의 정확도 상승으로도 큰 성과 향상을 가져온다면, 우리는 보다 나은 예측을 하기 위한 노력이 가치가 있다고 주장할 수 있다. 본 연구에서는 입력 변수 예측의 정확도에 따라 마코위츠의 모형을 이용한 포트폴리오가 실제 투자에서 어떠한 성과를 보이는지 확인하고자 한다. 마코위츠의 모형을 이용해 구한 포트폴리오를 한국 주식시장에 적용하여 투자실험을 진행하였으며, 모형을 이용하기 위한 세 종류의 입력 변수인 투자 종목의 수익률, 수익률에 대한 표준편차와 다른 종목 간 상관계수의 정확도를 개별적으로, 그리고 동시에 조정하는 민감도 분석을 시행하였다. 이를 통해 입력 변수의 정확도에 따른 마코위츠 모형의 성과변화를 확인할 수 있을 것이다.

한국 시장에서 포트폴리오의 구성 종목을 실제 판매되고 있는 펀드와 동일한 종목으로 구성하고 이를 마코위츠 모형을 이용해 운용하며 펀드와 성과를 비교하고 평가한 연구는, 이론적인 운용 방법의 성과와 실제 시장에서 사용되는 운용 방법의 성과를 간접적으로 비교할 수 있기 때문에 마코위츠의 모형이 실제 투자에서 얼마나 경쟁력이 있는지 살펴볼 수 있다는 점에서 의의가 있다. 또한 입력 변수의 정확도에 따른 포트폴리오의 성과 변화를 입력 변수 각각의 정확도를 단순 평균을 이용한 예측 방법에서 정확한 예측을 하는 경우까지 조금씩 높여가며 살펴봄으로써, 마코위츠 모형의 입력 변수의 정확도와 성과 간의 관계를 보다 세밀하게 알아볼 수 있다. 본 연구의 의의는 다음과 같다.

1. 마코위츠 모형을 이용해 포트폴리오를 구성하여 운영하는 방법을 구체적으로 설명하고 투자 성과를 평가하는 프레임워크를 제시하였다. 마코위츠 모형을 실제 투자에 적용하는데 필요한 데이터를 정하기 위해 과거 데이터를 참조하여 입력 변수를 예측하고 적절한 최소요구기대수익률을 선정하는 방식을 설명하고, 구한 데이터들을 마코위츠 모형에 대입하여 얻은 포트폴리오의 투자 성과를 수익률, 수익률에 대한 표준편차, 샤프

지수(Sharpe ratio)의 관점에서 평가하였다. 특히 기존 연구에서는 장기간 포트폴리오를 리밸런싱 하지 않고 그대로 유지하기 때문에, 실험 기간에 일어난 시장의 변화를 거의 반영하지 못한다는 단점이 있었다. 본 논문에서는 전체 실험 기간을 일정한 간격으로 나누고 각각의 투자 구간이 시작될 때 마다 그 동안 업데이트된 데이터를 바탕으로 새롭게 포트폴리오를 구성하고 성과를 측정함으로써 마코위츠의 모형을 이용한 가상의 펀드가 시장의 변화를 신속하게 반영할 수 있도록 하였다.

2. 각각의 투자 구간마다 새롭게 포트폴리오를 구성할 때, 가장 최근에 업데이트 된 데이터를 바탕으로 구한 입력 변수의 정확도를 조정하며 포트폴리오의 성과에 미치는 영향을 분석하는 틀을 제시하였다. 포트폴리오를 구하는 데 필요한 3가지 입력 변수를 계산하기 위해 과거 수익률을 산술평균하여 구한 데이터를 예측치로 하고 실제 투자 기간 동안의 수익률을 이용해 구한 데이터를 실제값으로 정한 뒤, 두 종류의 데이터를 볼록 조합(convex combination)하여 예측의 정확도를 조정한 입력 변수를 구하였다. 이를 통해 수익률, 표준편차, 상관계수 각각의 정확도가 포트폴리오의 성과에 미치는 영향을 민감도 분석하였다.
3. 마코위츠 모형을 이용한 투자 성과를 실제 판매 중인 액티브 펀드와 비교 평가 하였다. 본 연구에서는 이론적인 토대를 제시하는 동시에 KOSPI와 한국 주식시장을 대표할만한 액티브 펀드의 성과를 벤치마크로 삼아 실험 결과를 실증적으로도 비교하였다.

논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 비선형계획법을 사용한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 간단하게 설명하고, 실제 주식시장에 적용하기 위해 만든 가상의 펀드의 운영 방식과 성과 평가 방법을 제시한다. 그리고 마코위츠 모형을 이용해 포트폴리오를 구성하기 위해 필요한 입력 변수의 정확도를 조정하는 방법을 설명한다. 제 3장에서는 마코위츠 모형을 이용한 포트폴리오를 한국 주식 시장에 실제로 적용하는 과정을 설명하였다. 제 4장에서는 정확도에 따른 가상의 펀드의 성과를 민감도 분석하였으며, 마지막으로 제 5장에서는 본 논문의 결론과 향후 연구 방향을 제시하였다.

2. 마코위츠의 모형과 입력 변수의 정확도 조정

이번 장에서는 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 포트폴리오를 구성하고 그에 따른 성과를 평가하는 방법을 보인다. 제 2.1절과 제 2.2절에서는 모형을 설명하고 이를 이용해 정해진 최소요구기대수익률 하에서 가장 낮은 분산을 갖는 포트폴리오를 구성하며 그 성과를 평가하는 과정을 설명한다. 제 2.3절에서는 입력 변수의 정확도에 따른 마코위츠 모형을 이용한 포트폴리오의 성과를 비교하기 위해 본 연구의 실험에서 이용한 입력 변수를 예측치에서 실제값에 가깝게 볼록 조합하는 방법을 설명하겠다.

2.1 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형

마코위츠의 '포트폴리오 선정 이론[21]'을 기반으로 한 본 연구의 포트폴리오 선정 모형을 설명한다. 먼저 변수 및 상수 등을 기호로 정의하면 다음과 같다.

- N : 포트폴리오에 포함하는 투자 대상 종목의 수
- w_i : 포트폴리오에서 주식 i에 투자하는 비중 $(i=1,2,\cdots,N)$
- μ_i : 주식 i의 수익률$(i=1,2,\cdots,N)$
- σ_i : 주식 i의 수익률에 대한 표준편차 $(i=1,2,\cdots,N)$
- ρ_{ij} : 주식 i와 j의 수익률 간의 상관계수 $(i,j=1,2,\cdots,N)$
- k : 포트폴리오의 최소요구기대수익률
- V : 포트폴리오의 수익률에 대한 분산

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 이용하여 나타낸 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형은 다음과 같다.

Minimize

$$V = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2 w_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i}^{N} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} w_i w_j \quad (1)$$

Subject to $\sum_{i=1}^{N} \mu_i w_i \geq k$ (2)

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \quad (3)$$

$$w_i \geq 0 \text{ for } i = 1, 2, \cdots, N \quad (4)$$

위의 비선형계획 모형은 공매도가 없고, 모든 금액을 포트폴리오에 투자하는 조건 하에서 최소요구기대수익률(k) 이상의 기대수익을 갖는 포트폴리오 중 가장 낮은 분산을 갖는 최적 투자 비중(w_1^*, w_2^*, $\cdots$, w_N^*)을 찾는 것이 목적이다. 이는 비선형계획 모형 중에서 목적함수가 한계 체감(decreasing marginal return)을 보이고, 제약조건식이 모두 선형인 이차계획(quadratic programming) 모형이므로 비선형계획 모형의 해를 구하는 상용 소프트웨어를 이용하여 최적해(global optimal solution)를 구할 수 있다.

2.2 포트폴리오 구성 및 성과 평가

입력 변수를 구하고 포트폴리오의 최소요구기대수익률(k)을 설정한 후 마코위츠의 모형에 따라 포트폴리오를 운영하고, 그 성과를 평가하는 과정을 설명하겠다. 본 연구에서는 가상의 포트폴리오를 구성하고 이를 직접 운용하여 나온 결과를 바탕으로 성과를 평가한다. 전체 실험 기간을 일정한 간격 T개로 나눈다. 예를 들어 전체 실험 기간 5년을, 일정하게 두 달 간격으로 나눈다면 T = 30개의 투자 구간이 만들어진다. 각각의 투자 구간마다 개별적으로 포트폴리오를 구성하고 해당 구간의 성과를 측정하였고, 전체 실험 기간이 끝난 후 이를 종합하여 최종 투자 성과를 측정하였다.

마코위츠의 모형을 이용해 최적 포트폴리오를 얻기 위해서는 각각의 투자 구간에 해당하는 수익률, 수익률에 대한 표준편차, 서로 다른 주식의 수익률 간 상관계수의 세 가지 입력 변수가 필요하다.

- μ_i^m : m번째 투자 구간의 주식 i의 연환산 수익률 예측치($i = 1, 2, \cdots, N; m = 1, 2, \cdots, T$)
- σ_i^m : m번째 투자 구간의 주식 i의 수익률에 대한 연환산 표준편차 예측치 ($i = 1, 2, \cdots, N; m = 1, 2, \cdots, T$)
- ρ_{ij}^m : m번째 투자 구간의 주식 i와 j의 수익률 간 상관계수 예측치($i, j = 1, 2, \cdots, N; m = 1, 2, \cdots, T$)

해당 투자 구간에서 포트폴리오를 구성하기 위해 이용할 입력 변수는 미래에 대한 예측값을 사용해야 하기 때문에 과거의 수익률 데이터 등의 정량적 데이터와, 전문가의 견해 등 정성적인 데이터를 포함하여 예측할 수 있다. 예를 들어 과거 1년간의 일일 수익률 데이터를 이용하여 구한 수익률의 평균에 전문가의 견해를 바탕으로 약간의 수치를 조정하여 μ_i^m를 얻고, 과거 수익률 데이터로부터 얻은 표준편차에 시장의 상황을 반영하여 수치를 조정해 σ_i^m를 구하고, 과거 수익률 데이터를 이용하여 예측한 값에 해당 산업 분야 간의 연관성을 더해 ρ_{ij}^m를 예측해 볼 수 있다. 본 논문에서는 수익률, 표준편차, 상관계수의 예측치를 계산하는 데에 있어, 과거 데이터를 기반으로 표본 평균, 표준편차, 상관계수를 이용하였으며, 이는 포트폴리오의 실증적인 성과를 살펴보는 과거 문헌에서도 자주 사용된 방법이다[1-3, 6, 13, 14].

다음으로 투자자의 성향에 따라 최소요구기대수익률(k)을 정해야 한다. 위험을 감수하더라도 높은 수익률을 추구하는 사람들은 높은 k로, 수익률이 조금 낮더라도 위험을 줄이고 싶은 투자자는 낮은 k로 설정한다. 포트폴리오의 k를 높게 설정할수록 μ_i^m와 σ_i^m가 큰(상대적으로 높은 수익률을 갖지만 위험한) 종목의 투자비중이 많아지고, μ_i^m와 σ_i^m가 작은(상대적으로 낮은 수익률을 갖지만 안전한) 종목에 투자하는 비중은 줄어들 것이다. 반대로 포트

폴리오의 k를 낮게 설정할 경우 위험한 종목보다 안전한 종목에 투자하는 비중이 늘어날 것이다.

이제 정해진 입력 변수와 k값을 마코위츠의 모형에 대입하여 포트폴리오를 구한다. 제 2장에서 설명한 포트폴리오 선정모형의($\mu_i, \sigma_i, \rho_{ij}$)에 ($\underline{\mu}_i^m$, $\underline{\sigma}_i^m$, $\underline{\rho}_{ij}^m$)를 대입하고 k를 지정하여 포트폴리오를 계산한다. 개별 종목의 투자 비중은 다음과 같이 표시한다.

- $w_{i,k}^m$: m번째 투자 구간에서 k에 대한 포트폴리오 내 종목 i의 투자 비중 ($i=1, 2, \cdots, N; m=1, 2, \cdots, T$)

포트폴리오의 성과는 투자 기간 동안 포트폴리오가 기록한 수익률과, 수익률에 대한 표준편차로 평가한다. 이는 마코위츠의 모형에 포트폴리오와 실제값을 대입하여 구할 수 있다. 실제값($\bar{\mu}_i^m$, $\bar{\sigma}_i^m$, $\bar{\rho}_{ij}^m$)은 다음과 같이 정의한다.

- $\bar{\mu}_i^m$: m번째 투자 구간에서 주식 i가 기록한 실제 수익률의 연환산 값 ($i=1, 2, \cdots, N; m=1, 2, \cdots, T$)
- $\bar{\sigma}_i^m$: m번째 투자 구간에서 주식 i가 기록한 실제 수익률에 대한 표준편차의 연환산 값 ($i=1, 2, \cdots, N; m=1, 2, \cdots, T$)
- $\bar{\rho}_{ij}^m$: m번째 투자 구간에서 주식 i와 j가 기록한 실제 수익률 간의 상관계수 ($i,j=1, 2, \cdots, N; m=1, 2, \cdots, T$)

($\underline{\mu}_i^m$, $\underline{\sigma}_i^m$, $\underline{\rho}_{ij}^m$)를 이용해 구한 포트폴리오 내 투자 비중($w_{i,k}^m$)과 실제값($\bar{\mu}_i^m$, $\bar{\sigma}_i^m$, $\bar{\rho}_{ij}^m$)을 아래의 식 (5)에 대입하여 투자 기간 동안 포트폴리오가 얻은 실제 수익률을 구하고 식 (6)에 대입하여 수익률의 실제 표준편차를 구한다.

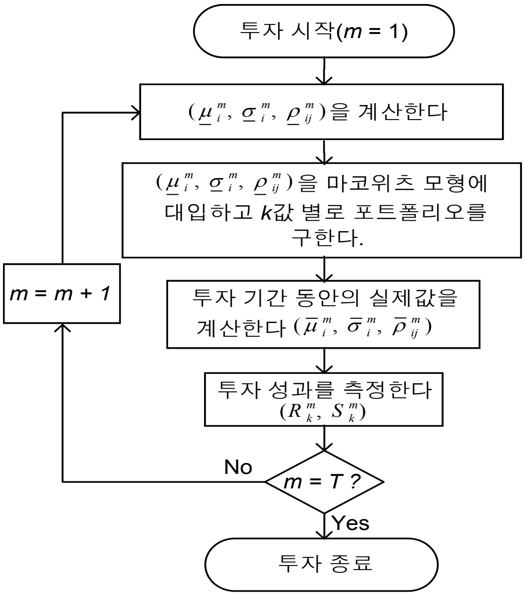
- R_k^m : m번째 투자 구간에서 k에 대한 포트폴리오의 실제 수익률 연환산 값($m=1, 2, \cdots, T$)

$$R_k^m = \sum_{i=1}^{N} \bar{\mu}_i^m w_{i,k}^m \tag{5}$$

- S_k^m : m번째 투자 구간에서 k에 대한 포트폴리오의 실제 수익률에 대한 표준편차의 연환산 값 ($m=1, 2, \cdots, T$)

$$S_k^m = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (\bar{\sigma}_i^m w_{i,k}^m)^2 + 2\sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i}^{N} \bar{\sigma}_i^m \bar{\sigma}_j^m \bar{\rho}_{ij}^m w_{i,k}^m w_{j,k}^m} \tag{6}$$

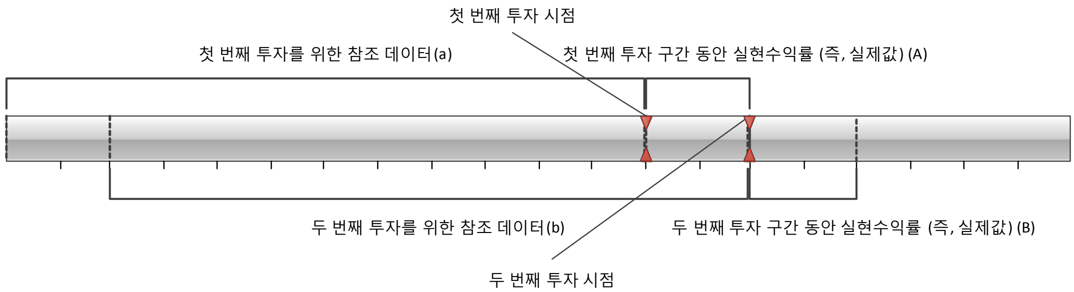
이 과정을 [그림 1]과 같이 순서도로 나타냈다.



[그림 1] 투자 과정 순서도

[그림 2]를 이용해 구체적으로 설명하면, 첫 번째 투자 시점의 입력 변수에 대한 예측치($\underline{\mu}_i^1, \underline{\sigma}_i^1, \underline{\rho}_{ij}^1$)는 과거의 데이터, 즉 [그림 2]에서 a 구간 동안 관찰된 과거 수익률의 표본 평균, 표준편차, 상관계수로 계산된다. 계산된 예측치($\underline{\mu}_i^1, \underline{\sigma}_i^1, \underline{\rho}_{ij}^1$)를 입력 변수로 이용하여 설정된 k값에 따른 첫 번째 투자 시점의 투자 비중($w_{i,k}^1$)을 구할 수 있다.

이렇게 계산 된 첫 번째 투자 시점의 포트폴리오에 대한 성과 평가는 포트폴리오를 리밸런싱하는 다음 투자 시점에 이루어지는데, 이 때 포트폴리오를 보유한 기간 즉, [그림 2]에서 A 구간 동안 각 주식 종목이 실제로 달성한 수익률을 바탕으로 각 입력 변수에 대한 실제값($\bar{\mu}_i^1, \bar{\sigma}_i^1, \bar{\rho}_{ij}^1$)을 계산할 수



[그림 2] 첫 번째, 두 번째 투자의 데이터 참조 구간

있다. 첫 번째 투자 시점에 계산된 투자 비중($w_{i,k}^{1}$)과 A 구간에서 관찰된 실제값($\overline{\mu}_i^1$, $\overline{\sigma}_i^1$, $\overline{\rho}_{ij}^1$)을 식 (5)와 식 (6)에 대입하여, 첫 번째 투자 구간의 성과(R_k^1, S_k^1)를 계산 할 수 있다. 마찬가지로, [그림 2]의 두 번째 투자 시점에서는 b 구간의 과거 데이터를 이용하여 예측치($\underline{\mu}_i^2$, $\underline{\sigma}_i^2$, $\underline{\rho}_{ij}^2$)를 입력 변수로 계산한 후 두 번째 투자 시점의 투자 비중($w_{i,k}^2$)을 구하고, B 구간에 실제 달성한 수익률을 이용하여 실제값($\overline{\mu}_i^2$, $\overline{\sigma}_i^2$, $\overline{\rho}_{ij}^2$)을 계산하여 포트폴리오의 성과(R_k^2, S_k^2)를 평가한다.

이와 같은 과정을 반복하면서 전체 실험 기간($m=1,\cdots,T$)이 끝난 후 펀드의 최종 투자 결과는 다음과 같이 T개 구간 포트폴리오 성과의 평균값으로 나타냈다.

- R_k : k에 대한 포트폴리오의 평균 연환산 수익률

$$R_k = \frac{\sum_{m=1}^{T} R_k^m}{T} \tag{7}$$

- S_k : k에 대한 포트폴리오의 수익률에 대한 평균 연환산 표준편차

$$S_k = \frac{\sum_{m=1}^{T} S_k^m}{T} \tag{8}$$

2.3 예측치의 정확도 조정

예측의 정확도가 높아지는 경우의 포트폴리오의 성과 변화를 분석하기 위해 각 투자 구간별로 예측치($\underline{\mu}_i^m$, $\underline{\sigma}_i^m$, $\underline{\rho}_{ij}^m$)가 실제값($\overline{\mu}_i^m$, $\overline{\sigma}_i^m$, $\overline{\rho}_{ij}^m$)에 단계적으로 가까워지도록 입력 변수를 바꿔가며 포트폴리오를 구성한다. 예측의 정확도는 다음과 같이 β_1, β_2, β_3의 값을 각각 0%에서 100%까지 증가시키며 볼록조합(convex combination)을 이용하여 조정하였다. β_1, β_2, β_3은 각각 수익률, 표준편차, 상관계수의 입력 변수가 갖는 실제값의 비율을 나타내는 지수이다.

$$(\mu_i^m)^{\beta_1} = \beta_1 \overline{\mu}_i^m + (1-\beta_1)\underline{\mu}_i^m \tag{9}$$

$$(\sigma_i^m)^{\beta_2} = \beta_2 \overline{\sigma}_i^m + (1-\beta_2)\underline{\sigma}_i^m \tag{10}$$

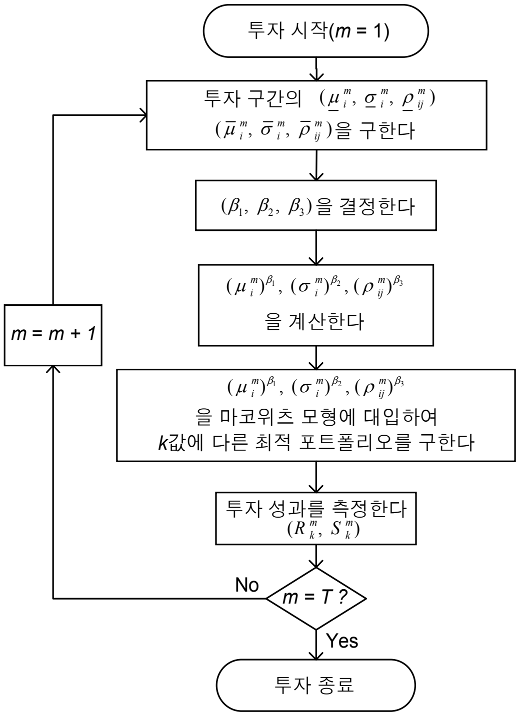
$$(\rho_{ij}^m)^{\beta_3} = \beta_3 \overline{\rho}_{ij}^m + (1-\beta_3)\underline{\rho}_{ij}^m \tag{11}$$

$$0 \le \beta_1, \beta_2, \beta_3 \le 1 \tag{12}$$

제 2.2절에서 설명한 포트폴리오의 운영 방법 중 입력 변수로 예측치($\underline{\mu}_i^m$, $\underline{\sigma}_i^m$, $\underline{\rho}_{ij}^m$)를 사용하는 것이 아니라 예측의 정확도(β_1, β_2, β_3)에 따라 예측치($\underline{\mu}_i^m$, $\underline{\sigma}_i^m$, $\underline{\rho}_{ij}^m$)와 실제값($\overline{\mu}_i^m$, $\overline{\sigma}_i^m$, $\overline{\rho}_{ij}^m$)을 가중 평균하여 얻어낸 $(\mu_i^m)^{\beta_1}$, $(\sigma_i^m)^{\beta_2}$, $(\rho_{ij}^m)^{\beta_3}$를 입력 변수로 사용하여 정확도를 조정한다. 이 과정을 추가한 순서도는 [그림 3]과 같다.

3. 한국 주식 시장을 대상으로 한 실증 연구

예측의 정확도가 포트폴리오의 성과에 미치는 영향을 실증적으로 평가하기 위해 실제 한국 주식시장에서 판매되고 있는 삼성그룹주펀드와 성과를 비



[그림 3] 정확도를 조정하는 과정이 추가된 투자 과정 순서도

교하였다. 삼성그룹주펀드는 현재 한국 시장을 대표하는 기업인 삼성 그룹의 계열사로 포트폴리오를 구성하는 펀드이며, 현재 한국의 많은 투자회사에서 운영하고 있다. 삼성그룹주펀드는 마코위츠 모형의 성과를 비교할 때 유용한 특징을 가지고 있다. 전체 투자 가능 종목이 19개로 한정되어 있어 수백여 개의 종목들 내에서 종목 선정이 자유로운 일반 펀드와는 달리 종목 선정 능력이 투자 성과에 미치는 영향이 거의 없기 때문이다. 본 논문에서는 삼성그룹주펀드 중 가장 긴 운용 기간을 가진 5종의 펀드를 선정하고 이를 벤치마크로 삼았다.

본 논문에서 실험을 위해 구성한 가상의 포트폴리오는 시중에 판매되고 있는 삼성그룹주펀드와 동일하게 19개 종목으로 구성하였다. 구체적인 투자 종목은 <표 1>과 같다. 실험 기간은 삼성그룹주펀드가 판매되기 시작한 2007년 초부터 2011년 말까지 총 5년의 기간으로 정하였다. 전체 실험 기간 5년을 2달 간격(T = 30)으로 나누고, 매 투자 구간이 시작될 때 마다 마코위츠 모형의 최적해에 따라 포트폴리오를 리밸런싱하며 실험을 진행하였다.

〈표 1〉 삼성 그룹주 펀드의 투자 종목

번호	종목	번호	종목
01	삼성전자	11	삼성증권
02	삼성물산	12	삼성테크윈
03	삼성정밀화학	13	에스원
04	삼성중공업	14	제일기획
05	삼성화재	15	에이스디지텍
06	삼성SDI	16	삼성카드
07	제일모직	17	삼성생명
08	호텔신라	18	크레듀
09	삼성엔지니어링	19	아이마켓코리아
10	삼성전기		

본 연구에서는 나이스신용평가정보(NICE Information Service)의 KIS-value DB에서 제공하는 전일 대비 절대수익률을 이용하여 각 종목의 수익률, 수익률의 표준편차, 수익률 간 상관계수 예측치($\underline{\mu}_i^m$, $\underline{\sigma}_i^m$, $\underline{\rho}_{ij}^m$)를 해당 투자 구간이 시작 될 때 최근 1년간(약 250거래일)의 전일 대비 절대수익률의 평균, 표준편차, 상관계수를 연환산하여 구했다. 예를 들어, <표 2>는 첫 번째 투자인 2007년 1월의 포트폴리오를 구하기 위해 마코위츠 모형에 입력할 각 종목의 $\underline{\mu}_i^1$, $\underline{\sigma}_i^1$, $\underline{\rho}_{ij}^1$ 값이다.

본 연구에서는 k 값을 10%, 20%, 30%의 세 종류로 정하고 각 투자 구간마다 세 종류의 포트폴리오를 구성하였다. 이를 통해 투자자의 위험 성향이 다를 경우에 예측의 정확도가 포트폴리오의 성과에 미치는 영향을 측정하였다.

μ_i, σ_i, ρ_{ij}와 k를 정하였기 때문에 실제 투자에 이용할 포트폴리오를 구할 수 있다. 첫 번째 투자 구간에서 예측치만을 이용하는 경우를 예로 들면 각각의 k값에 대하여 제 2장에서 설명한 포트폴리오 선정모형의 μ_i, σ_i, ρ_{ij}에 예측치 $\underline{\mu}_i^1$, $\underline{\sigma}_i^1$, $\underline{\rho}_{ij}^1$를 대입하여 <표 3>과 같은 포트폴리오를 얻을 수 있다.

〈표 2〉 첫 번째 투자 구간에서 각 종목의 연환산 수익률, 표준편차, 상관계수 예측치1)

$\underline{\rho}^1_{ij}$	#01	#02	#03	#04	#05	#06	#07	#08	#09	#10	#11	#12	#13	#14	#15
#01	1.00	0.03	−0.17	0.05	−0.25	−0.29	−0.01	−0.08	0.01	0.01	−0.07	0.02	−0.13	−0.16	0.00
#02	0.03	1.00	0.11	0.15	0.12	0.02	0.10	0.16	−0.01	−0.04	−0.06	−0.01	0.18	0.20	0.04
#03	−0.17	0.11	1.00	0.04	0.14	0.14	−0.03	0.31	0.02	−0.02	0.03	−0.10	0.04	0.21	0.16
#04	0.05	0.15	0.04	1.00	0.11	−0.06	0.09	0.12	−0.04	0.03	0.02	−0.06	0.03	0.00	0.07
#05	−0.25	0.12	0.14	0.11	1.00	0.01	0.08	0.15	0.02	0.05	0.01	−0.01	0.23	0.10	0.03
#06	−0.29	0.02	0.14	−0.06	0.01	1.00	−0.02	0.04	0.01	−0.06	0.00	−0.17	0.03	0.05	0.07
#07	−0.01	0.10	−0.03	0.09	0.08	−0.02	1.00	0.10	−0.02	−0.13	−0.08	0.00	0.00	0.16	−0.02
#08	−0.08	0.16	0.31	0.12	0.15	0.04	0.10	1.00	0.01	−0.12	−0.01	−0.08	0.18	0.17	0.13
#09	0.01	−0.01	0.02	−0.04	0.02	0.01	−0.02	0.01	1.00	−0.06	−0.06	−0.02	−0.13	0.04	0.04
#10	0.01	−0.04	−0.02	0.03	0.05	−0.06	−0.13	−0.12	−0.06	1.00	−0.03	0.01	−0.12	−0.18	−0.05
#11	−0.07	−0.06	0.03	0.02	0.01	0.00	−0.08	−0.01	−0.06	−0.03	1.00	0.06	−0.04	0.08	−0.01
#12	0.02	−0.01	−0.10	−0.06	−0.01	−0.17	0.00	−0.08	−0.02	0.01	0.06	1.00	−0.14	0.05	−0.12
#13	−0.13	0.18	0.04	0.03	0.23	0.03	0.00	0.18	−0.13	−0.12	−0.04	−0.14	1.00	−0.01	0.00
#14	−0.16	0.20	0.21	0.00	0.10	0.05	0.16	0.17	0.04	−0.18	0.08	0.05	−0.01	1.00	0.07
#15	0.00	0.04	0.16	0.07	0.03	0.07	−0.02	0.13	0.04	−0.05	−0.01	−0.12	0.00	0.07	1.00
$\underline{\mu}^1_i$	−0.10	0.35	0.44	0.11	−0.34	0.23	−0.21	0.65	0.23	−0.59	0.02	0.04	0.34	0.16	0.56
$\underline{\sigma}^1_i$	0.15	0.26	0.35	0.26	0.33	0.28	0.27	0.34	0.28	0.28	0.37	0.26	0.29	0.30	0.46

〈표 3〉 첫 번째 투자 구간의 k별 포트폴리오

k	$w^1_{1,k}$	$w^1_{2,k}$	$w^1_{3,k}$	$w^1_{4,k}$	$w^1_{5,k}$	$w^1_{6,k}$	$w^1_{7,k}$	$w^1_{8,k}$	$w^1_{9,k}$	$w^1_{10,k}$	$w^1_{11,k}$	$w^1_{12,k}$	$w^1_{13,k}$	$w^1_{14,k}$	$w^1_{15,k}$
10%	0.26	0.03	0.03	0.05	0.00	0.12	0.04	0.04	0.08	0.04	0.04	0.10	0.10	0.04	0.02
20%	0.20	0.07	0.04	0.06	0.00	0.12	0.00	0.07	0.10	0.00	0.04	0.12	0.11	0.02	0.04
30%	0.05	0.12	0.06	0.05	0.00	0.12	0.00	0.13	0.13	0.00	0.03	0.12	0.13	0.00	0.07

<표 3>을 보면 포트폴리오의 최소요구기대수익률(k)에 따라 포트폴리오가 변화하는 것을 알 수 있다. 상대적으로 높은 k를 갖는 포트폴리오는 표준편차($\underline{\sigma}^1_i$)가 크더라도 높은 수익률($\underline{\mu}^1_i$)을 가질 것으로 예측되는 고위험, 고수익 종목의 투자비중이 늘어났다. 반면 표준편차($\underline{\sigma}^1_i$)가 작고 수익률($\underline{\mu}^1_i$)도 낮을 것으로 예측되는 안전한 종목의 비중이 줄어들었으며, 이는 우리의 직관과도 일치한다.

투자 구간이 끝나면 해당 구간의 실제값($\bar{\mu}^m_i$, $\bar{\sigma}^m_i$, $\bar{\rho}^m_{ij}$)을 이용하여 수익률(R^m_k)과 표준편차(S^m_k)를 구한다. 첫 번째 투자 구간을 예로 들면, 2007년 1월 1일 투자를 시행하고 2007년 2월 28일 투자를 종료하는데 이 기간 동안의 일일 수익률의 평균을 연환산하여 $\bar{\mu}^1_i$를 구했다. $\bar{\sigma}^1_i$와 $\bar{\rho}^1_{ij}$도 마찬가지로 투자를 시행하는 2달간의 일일 수익률을 이용해 구하였다. 이를 식 (5)와 식 (6)에 대입하여 포트폴리오의 R^1_k와 S^1_k을 구할 수 있다. 첫 번째 투자 구간의 성과는 <표 4>와 같다.

1) #16 삼성카드, #17 삼성생명, #18 크레듀, #19 아이마켓코리아는 2006년 1월 상장되지 않아 반영하지 않음. 이들은 전체 투자 기간 중에서 상장되고 1년간의 데이터가 모인 투자 구간부터 포트폴리오에 반영하였다.

〈표 4〉 첫 번째 투자 구간의 성과

k	10%	20%	30%
R_k^1	-9.238%	-5.397%	5.780%
S_k^1	5.5.932%	7.611%	10.896%

이와 같은 방식으로 5년간, 총 30개 투자 구간의 수익률(R_k^m)과 표준편차(S_k^m)를 모두 구하였다. 식 (7)과 식 (8)을 이용하여 구한 전체 투자기간의 평균 수익률(R_k)과, 수익률에 대한 표준편차(S_k)는 <표 5>와 같다.

〈표 5〉 전 구간 평균 투자 성과

k	10%	20%	30%
R_k	9.142%	10.679%	10.706%
S_k	9.579%	10.431%	12.299%

각 종목의 수익률, 표준편차, 상관계수(μ_i^m, σ_i^m, ρ_{ij}^m)의 정확도($\beta_1, \beta_2, \beta_3$)를 각각 0%에서 100%까지 증가시켜가며 포트폴리오의 수익률(R_k)과 수익률의 표준편차(S_k)의 변화를 살펴 보았다.

4. 예측의 정확도에 따른 민감도 분석

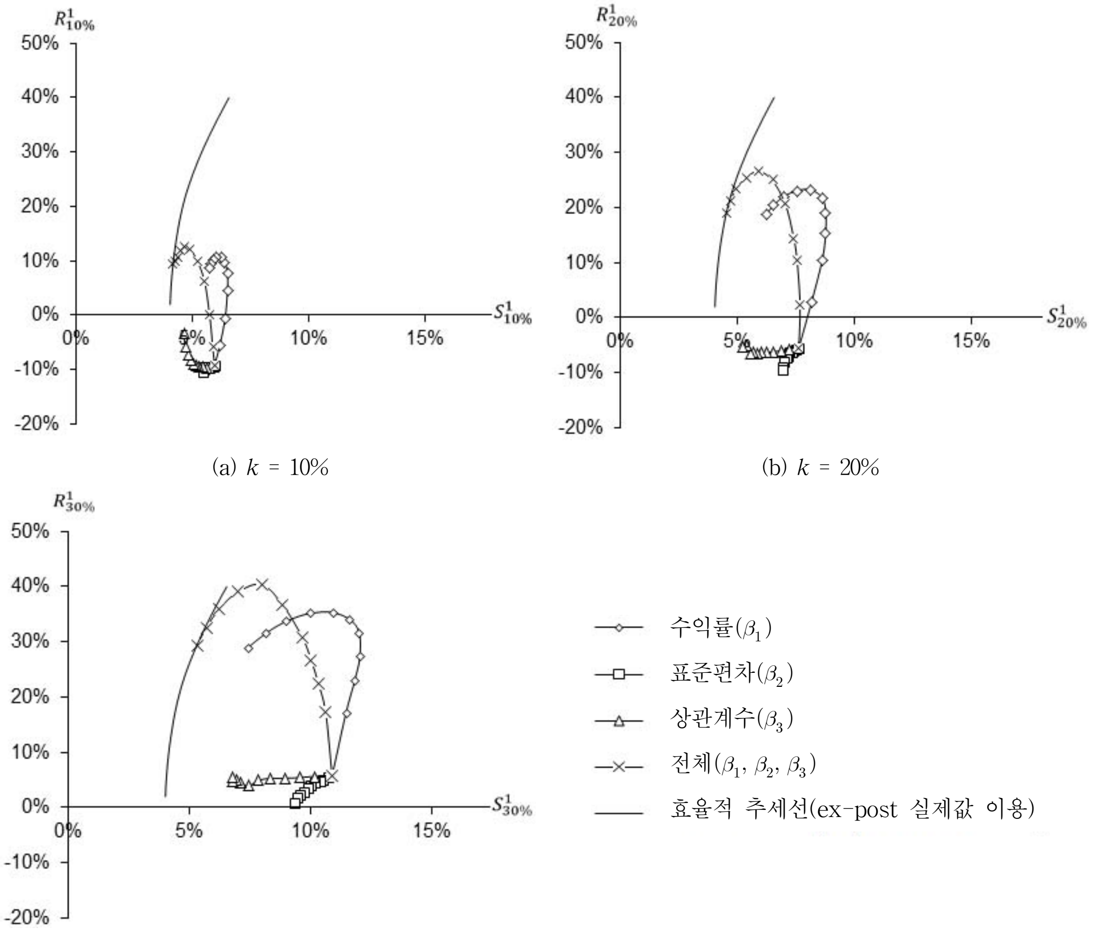
예측의 정확도($\beta_1, \beta_2, \beta_3$)를 각각 0%에서 100%까지 10% 단위로 변경하며 최소요구기대수익률(k)이 10%, 20%, 30%인 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 수익률(R_k)과 수익률의 표준편차(S_k)를 살펴보겠다. 각각의 입력 변수의 정확도가 성과에 미치는 영향을 알아보기 위해 제 2.3절의 식 (9)～식 (11)을 이용해 수익률의 정확도만 변화시키는 경우(β_1, 0, 0), 표준편차의 정확도만 변화시키는 경우(0, β_2, 0), 상관계수의 정확도만 변화시키는 경우(0, 0, β_3)를 각각 살펴본 후 마지막으로 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$을 유지하면서 예측의 정확도를 동시에 변화시키는 경우(β_1, β_2, β_3)의 성과를 알아보았다. 먼저 첫 번째 투자 구간을 자세히 분석함으로써 예측의 정확도에 따른 투자 성과의 변화를 알아보겠다.

4.1 정확도에 따른 포트폴리오의 성과 변화 분석

[그림 4]는 첫 번째 투자 구간인 $m=1$에서 k = 10%, 20%, 30%일 때 예측의 정확도에 따른 포트폴리오의 성과를 그래프로 나타낸 것이다. 세로축은 R_k^1(포트폴리오의 수익률), 가로축은 S_k^1(포트폴리오의 수익률에 대한 표준편차)을 나타내고 있으며, 그래프가 효율적 추세선(efficient frontier)에 가까울수록 좋은 포트폴리오라 할 수 있다. [그림 4]의 효율적 추세선은 ex-post 실제값을 이용해 구하였기 때문에 100% 정확한 실제값을 이용할 경우 효율적 추세선과 포트폴리오의 성과가 만나게 된다. 각각의 그래프는 β_1(수익률의 예측 정확도)만 변화시킨 경우, β_2(표준편차의 예측 정확도)만 변화시킨 경우, β_3(상관계수의 예측 정확도)만 변화시킨 경우, 그리고 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$을 유지하면서 세 가지 데이터의 예측 정확도를 동시에 변화시키는 경우를 나타내며, [그림 4](a)～[그림 4](c)는 각각 k = 10%, 20%, 30%일 경우의 그래프다. $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$일 때의 성과에서 출발하여 입력 변수 각각의 정확도가 높아질수록 다른 방향으로 움직이는 모습을 보인다.

β_1만 높일 경우 [그림 4](a)～[그림 4](c) 모두 R_k^1이 가파르게 상승하다가 어느 정도 이후부터는 점차 감소하면서 k에 가까워진다. 이 때 S_k^1은 조금씩 증가하다가, R_k^1이 낮아지기 시작하면서 빠르게 감소하는 모습을 보였다. 그 이유는 본 실험에서 이용한 마코위츠 모형은 분산 최소화를 목적으로 하기 때문에 R_k^1이 k를 만족한 이후에는 수익률이 낮더라도 비교적 안정적인 종목에 투자비중을 늘리기 때문이다.

β_2만 높인 그래프를 보면 β_2가 커질수록 R_k^1과 S_k^1이 모두 감소하는 모습을 보인다. β_2가 커질수록 안정적인 종목에 투자하는 비중이 늘어 S_k^1은 감소한다. 하지만 일반적으로 안정적인 종목은 수익률이 낮은 경향이 있기 때문에 R_k^1 또한 낮아질 가능성이 높다. 하지만 $\beta_1 = 0$으로 부정확한 수익률 정



(a) k = 10%

(b) k = 20%

(c) k = 30%

[그림 4] 첫 번째 구간에서 k = 10, 20, 30%인 포트폴리오의 입력 변수의 정확도에 따른 성과 변화

보를 이용하기 때문에 β_2의 증가가 R^1_k에 부정적인 영향을 미칠 것이라고 단언할 수는 없다.

β_3만 높인 그래프의 경우 R^1_k은 β_3가 증가할 때 일정한 방향성을 보이지는 않았지만, S^1_k은 확연히 줄어드는 모습을 보인다. 마코위츠의 모형은 자산 간 상관계수를 이용해 포트폴리오 전체의 위험을 줄이는 모형이기 때문에, 수익률에 대한 상관계수의 예측 정확도가 높을수록 모형이 제대로 된 역할을 하여 S^1_k을 확실히 줄이는 것을 알 수 있었다.

β_1, β_2, β_3를 동시에 높인 그래프의 R^1_k은 β_1만을 높인 그래프와 거의 비슷한 변화를 보이는 동시에, S^1_k 또한 많이 감소하여 효율적 추세선에 가장 가까워진다. 이러한 결과를 바탕으로 β_1, β_2, β_3를 높이는 것이 포트폴리오의 성과를 효율적 추세선에 가까운 방향으로 움직일 수 있음을 확인하였다. 특히 R_k는 β_1이 정확할수록, S_k는 β_2, β_3이 정확할수록 긍정적인 결과를 가져옴을 알 수 있었다. 하지만 β_1의 정확도는 S_k에, β_2, β_3의 정확도는 R_k에 별다른 영향을 미치지 못했으며 심지어는 부정적인 영향을 미치기도 했다.

앞으로 이와 같은 실험을 총 투자 기간 5년(T = 30)간 수행하여 전 구간의 성과를 종합적으로 살펴봄으로써 데이터의 예측 정확도가 포트폴리오의 성

과에 미치는 영향을 알아보겠다. β_1, β_2, β_3를 하나씩 높여가며, 그리고 세 가지 데이터의 정확도를 동시에($\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$) 높여가며 R_k(전 구간 포트폴리오의 평균 수익률)와 S_k(전 구간 수익률에 대한 평균 표준편차)의 변화를 살펴보겠다.

4.2 수익률의 정확도(β_1) 조정

각 종목에 대하여 $\beta_2 = \beta_3 = 0$으로 고정시키고 β_1을 0%에서 100%까지 10%단위로 늘려가며 30개 구간의 포트폴리오를 새롭게 구성하였다. 그 성과(R_k, S_k)는 [그림 5]와 같다.

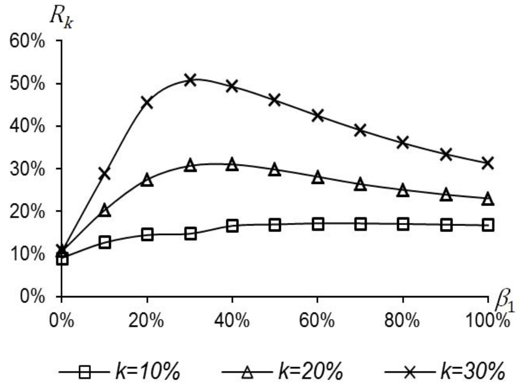
먼저 [그림 5](a)를 통해 $\beta_2 = \beta_3 = 0$일 때 β_1에 따른 R_k의 변화를 알아보자. $\beta_1 = 0$일 경우, R_k는 k와 거의 상관 없이 약 10% 정도의 수익률을 보인다. 하지만 k 값이 클수록 β_1의 변화에 급격하게 반응한다. 정확도가 증가할 때는 R_k가 크게 증가하다가 감소하여 각각의 포트폴리오를 구성할 때 미리 설정한 k 값으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 구체적으로 보면 $R_{10\%}$은 낮은 정확도를 갖는 포트폴리오의 수익률이 이미 k보다 큰 상황이기 때문에 β_1이 높아지더라도 큰 변화 없이 조금씩 상승한다. 하지만 $R_{20\%}$와, $R_{30\%}$은 β_1이 높아질 경우 처음에는 상대적으로 급격하게 증가하다가 β_1이 100%에 가까워질수록 설정된 k와 비슷한 값으로 수렴한다. $\beta_1 = 100\%$라도 R_k가 k와 일치하지 않고 더 큰 이유는 구성할 수 있는 모든 포트폴리오 중 가장 낮은 S_k를 갖는 포트폴리오의 수익률이 k보다 클 수 있기 때문이다.

[그림 5](b)는 $\beta_2 = \beta_3 = 0$일 때 β_1에 따른 S_k의 변화를 나타낸 그래프다. 일반적으로 수익률이 높은 종목은 표준편차도 크다. 따라서 k가 클수록 표준편차가 큰 위험한 종목에 투자하는 비중을 늘리게 된다. 그래프를 통해서도 k가 클수록 S_k가 큰 값을 갖게 되는 것을 확인할 수 있었다.

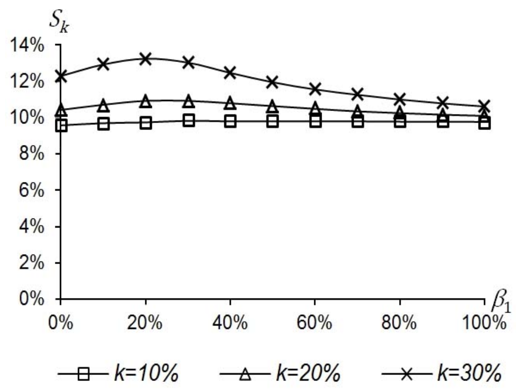
4.3 표준편차의 정확도(β_2) 조정

이번에는 $\beta_1 = \beta_3 = 0$으로 고정시키고 β_2를 0%에서 100%까지 10% 단위로 늘려가며 30개 구간의 포트폴리오를 새롭게 구성하였다. 그 성과(R_k, S_k)는 [그림 6]과 같다.

[그림 6](a)는 $\beta_1 = \beta_3 = 0$일 때 β_2에 따른 R_k의 변화를 나타낸다. β_2가 커질수록 R_k가 조금씩 감소하는 것을 알 수 있다. 그러나 수익률이 변화하는 폭은 β_1를 변화시키는 경우와 비교할 때 상당히 미미함을 알 수 있다. 즉, β_2의 증가는 R_k에 큰 영향이 없는 것으로 보인다. [그림 6](b)는 $\beta_1 = \beta_3 = 0$일 때 β_2에 따른 S_k의 변화를 나타낸다. β_2가 커질수록 R_k와 마찬가지로 S_k도 조금씩 감소한다. 결과적으로 β_2의 정확도가 높아지게 되면 S_k를 줄이는 포

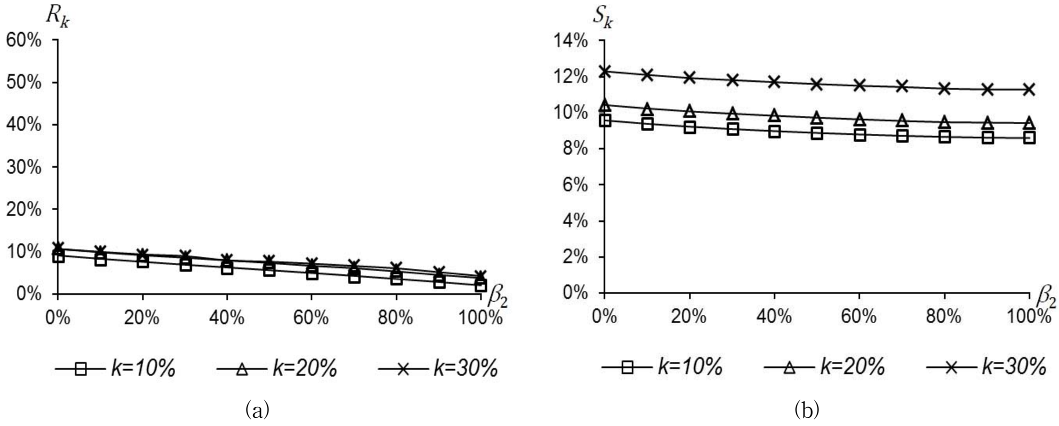


(a)



(b)

[그림 5] β_1에 따른 포트폴리오의 성과 변화



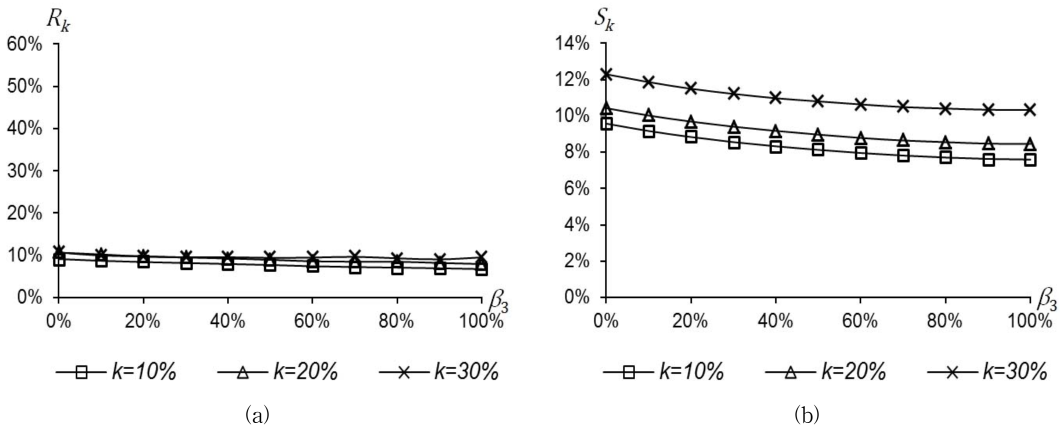
[그림 6] β_2에 따른 포트폴리오의 성과 변화

트폴리오를 구성하게 되지만, 각 종목의 수익률과, 상관계수는 $\beta_1 = \beta_3 = 0$로 정확하지 않기 때문에 R_k에는 약간 부정적인 영향을 미친다. 하지만 그 정도는 미미한 수준이다. β_2가 커질수록 안전하지만 수익률이 낮은 종목에 투자하는 비중이 늘어났기 때문이다.

4.4 상관계수의 정확도(β_3) 조정

이번에는 $\beta_1 = \beta_2 = 0$으로 고정시키고 β_3를 0%에서 100%까지 10% 단위로 늘려가며 30개 구간의 포트폴리오를 새롭게 구성하였다. 그 성과(R_k, S_k)는 [그림 7]과 같다.

[그림 7](a)는 $\beta_1 = \beta_2 = 0$일 때 β_3에 따른 R_k의 변화를 나타낸다. β_3가 커져도 R_k는 거의 변화가 없다. 반면에 [그림 7](b)에 나타난 S_k는 뚜렷하게 감소하는 경향을 보였다. 마코위츠의 모형은 각 종목 간의 수익률에 대한 상관계수를 바탕으로 포트폴리오 수익률의 표준편차를 줄이는 모형이기 때문에 β_3가 높아질 경우 모형이 제 역할을 하여 S_k를 감소시키는 것으로 보인다. 하지만 이 경우에도 각 종목의 수익률과 표준편차가 $\beta_1 = \beta_2 = 0$로 정확하지 않기 때문에 R_k에는 별다른 영향을 미치지 못하였다.



[그림 7] β_3에 따른 포트폴리오의 성과 변화

4.5 수익률, 표준편차, 상관계수의 정확도 (β_1, β_2, β_3) 동시 조정

β_1, β_2, β_3를 동시에 0%에서 100%까지 10% 단위로 늘려가며 30개 구간의 포트폴리오를 새롭게 구성하였다. 그 성과(R_k, S_k)는 [그림 8]과 같다.

[그림 8](a)는 β_1, β_2, β_3를 동시에 높일 경우의 R_k의 변화를 나타낸다. 그래프의 모양은 제 4.2절에서 살펴본 β_1만을 증가시켰을 경우와 유사하다. R_k는 데이터의 정확도가 높아지면서 급격하게 올라가다가 k로 점차 수렴하는데, k가 클수록 변화의 정도가 심하다. [그림 8](b)는 β_1, β_2, β_3를 동시에 높일 경우의 S_k의 변화를 나타낸다. 데이터의 정확도가 높아질수록 S_k는 크게 감소하였다. 결과적으로 β_1, β_2, β_3의 정확도가 모두 높아질수록 R_k는 높아지고 S_k는 낮아져 가장 이상적인 포트폴리오를 구성하였다.

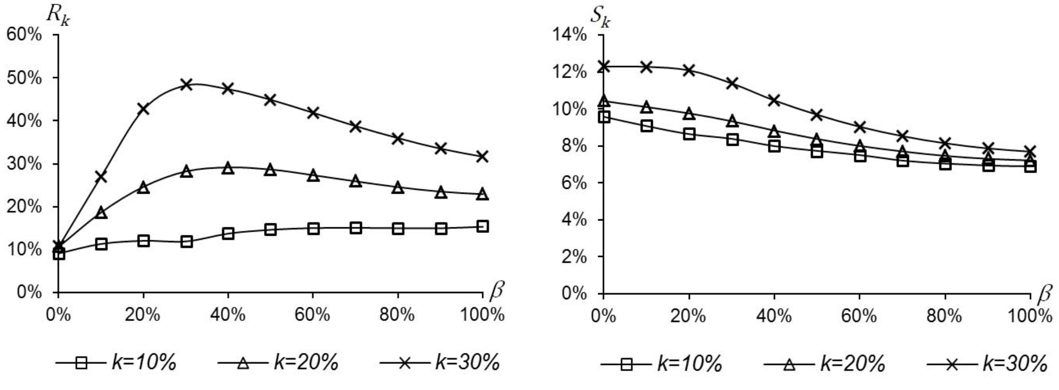
4.6 샤프 지수를 이용한 성과 비교

이번에는 샤프 지수를 이용해 k값에 따른 포트폴리오의 성과 변화를 수익률과 표준편차의 관점에서 종합적으로 살펴보고 실제로 시중에 판매되고 있는 삼성그룹주펀드 및 KOSPI와 비교해 보겠다. 본 논문에서 비교 대상으로 삼은 삼성그룹주펀드의 수익률은 본 논문의 실험 기간 동안 실제로 판매되었던 5종의 펀드 수익률의 평균을 이용했다. 샤프 지수는 식 (13)과 같이 계산한다.

$$\text{샤프 지수} = \frac{R_k}{S_k} \tag{13}$$

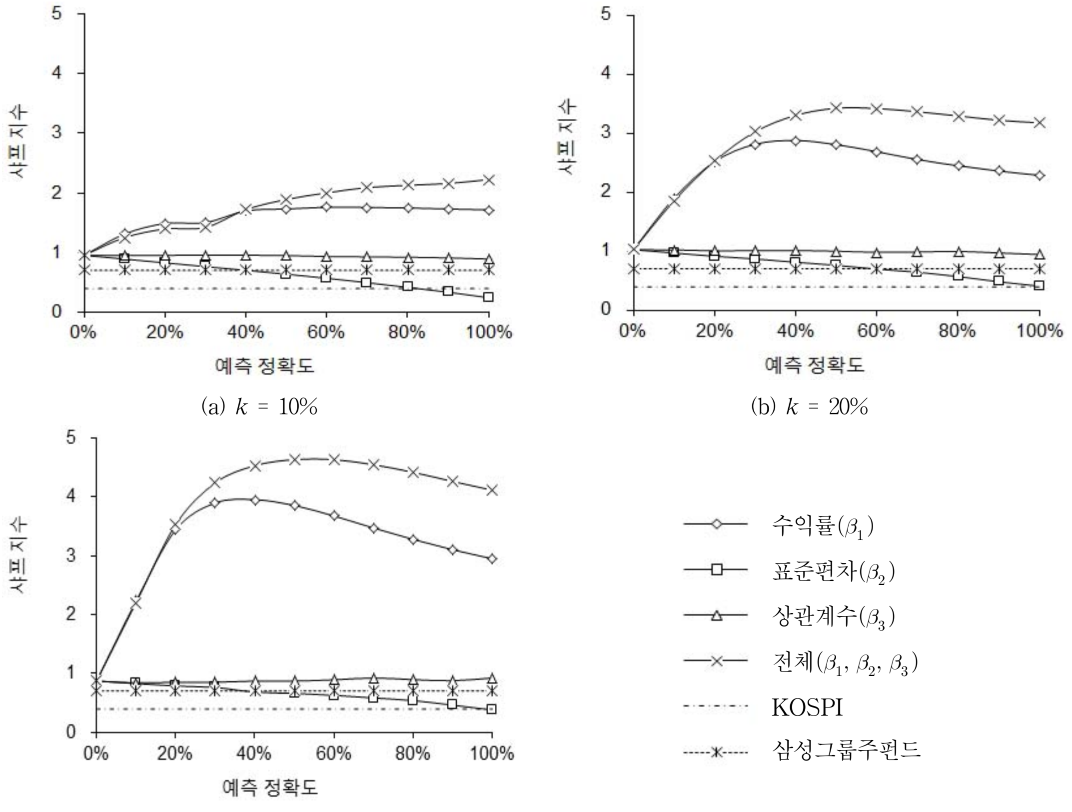
결과는 [그림 9]와 같다. $k=10\%$인 경우는 정확도에 따른 성과의 변화가 상대적으로 크지 않지만 $k=20\%, 30\%$인 경우 β_1이 약 40%에 이를 때까지 샤프 지수가 상대적으로 급격하게 상승하는 것을 볼 수 있었다. 그 이후의 정확도에서는 β_1만을 상승시킨 포트폴리오의 샤프 지수는 상대적으로 더 하락하고 β_1, β_2, β_3를 동시에 상승시킨 포트폴리오의 샤프 지수는 약간 덜 하락하여 100%의 정확도에 이르러서는 둘의 차이가 상당히 벌어지게 되었다. 그 이유는 β_2, β_3가 상승할수록 샤프 지수의 분모에 해당하는 S_k가 줄어들기 때문이다. β_2만 증가시키는 경우와, β_3만 증가시킨 경우는 정확도가 높아지더라도 샤프 지수로 측정한 성과가 좋지 않았다. 특히 β_2만 증가시키는 경우는 오히려 성과가 좋아지지 않는 모습을 보였는데, 그 이유는 제 4.3절에서 나타난 것처럼 S_k가 줄어드는 비율보다 R_k가 감소하는 비율이 더 크기 때문이다.

실험 기간 동안 운영된 KOSPI와 삼성그룹주펀드의 샤프 지수는 각각 0.396, 0.702을 기록하였다.



(a) (b)

[그림 8] β_1, β_2, β_3 동시조정 시 포트폴리오의 성과 변화



(a) k = 10%

(b) k = 20%

(c) k = 30%

[그림 9] β_1, β_2, β_3에 따른 샤프 지수의 변화

$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$인 상태에서 마코위츠 모형으로 운영한 가상의 펀드는 $k = 10\%$일 경우는 0.954, $k = 20\%$은 1.024, $k = 30\%$은 0.870을 기록하여 세 종류의 포트폴리오 모두 KOSPI보다 두 배 이상 좋은 성과를 보였고, 삼성그룹주펀드보다도 모두 더 우수한 성과를 기록하였다. β_1, β_2, β_3를 증가시킬 경우를 각각 살펴보면 β_1은 약간의 정확도 상승으로도 큰 효과를 볼 수 있었다. $\beta_1 = 20\%$로 할 경우 $k = 10\%$일 경우는 1.487, $k = 20\%$은 2.516, $k = 30\%$은 3.438을 기록하여 $\beta_1 = 0\%$일 경우와 비교할 때 1.5배에서 4배 가량의 성과 상승이 있었다. 반면에 β_2는 정확도를 상승시키면 포트폴리오의 샤프 지수가 조금씩 낮아져 결국에는 KOSPI와 비슷한 정도의 결과를 가져왔으며, β_3는 정확도를 상승시키더라도 샤프 지수의 변화가 거의 없었다.

마코위츠 모형으로 포트폴리오를 구하는데 필요한 모든 입력 변수의 정확도를 높이는 것은 상당히 어려운 일이다. 하지만 β_1의 정확도를 약간 높이는 것만으로도 전체 포트폴리오의 성과를 크게 상승시킬 수 있으므로 β_1의 예측 방법을 개선시키는 노력은 마코위츠 모형이 더욱 유용한 투자 수단으로 사용될 수 있는 기회를 가져올 것이다. 반면에 β_2와 β_3의 정확도를 높이는 노력은 투자 성과를 높이기 힘들 것으로 보인다.

5. 결론 및 향후 연구방향

본 논문에서는 마코위츠의 모형을 이용한 포트폴리오를 실제 투자에 이용하고 성과를 평가하는 프레임워크를 제시하였다. 실제 한국 주식시장에서 마

코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 포트폴리오를 구성할 때, 입력 변수의 정확도를 예측치와 실제값을 볼록 결합하는 방식을 통해 조정하며 포트폴리오의 수익률과 수익률에 대한 표준편차가 입력 변수의 정확도에 따라 어떻게 달라지는지 알아보았다. 기존의 연구에서는 마코위츠의 모형을 실제 투자에 이용하기 어려운 가장 큰 이유로 정확한 입력 변수를 구하는 것이 힘들고, 마코위츠의 모형은 입력 변수의 예측 오류를 극대화하는 포트폴리오를 구성하는 경향이 있다는 것을 지적하였다. 하지만 한국 주식 시장의 실제 데이터를 이용해 5년간 실험을 진행한 결과 각 종목별 과거 1년간의 일일수익률 데이터를 이용해 구한 예측치만 사용하더라도 동일한 종목으로 구성되어 시중에 판매되고 있는 벤치마크 펀드보다 좋은 성과를 보였다. 결과적으로 각 종목별 수익률, 수익률에 대한 표준편차, 서로 다른 주식의 수익률 간 상관계수로 이루어진 세 가지 입력 변수 중 각 종목별 수익률의 정확도가 포트폴리오의 수익률에 직접적인 영향을 미쳐 가장 큰 영향력을 갖는 것으로 분석되었다. 특히 각 종목의 수익률 예측치의 정확도를 20% 정도만 상승시켜도 포트폴리오의 수익률을 크게 향상시킬 수 있기 때문에 수익률의 예측 기법이 발달할수록 마코위츠 모형이 실제 투자에 더욱 유용하게 쓰일 수 있을 것으로 기대된다. 수익률에 대한 표준편차와, 종목간 수익률의 상관계수는 포트폴리오 수익률의 표준편차를 줄이는 효과를 갖지만, 수익률에 그다지 긍정적인 영향을 미치지 못하며 그 효과도 미미하기 때문에 예측의 정확도를 높이는 노력이 유용하다고 보기 힘들다.

각 종목의 수익률 데이터를 정확히 예측하는 것은 상당히 어려운 일이다. 더구나 포트폴리오를 구성하는 종목의 수익률에 대한 표준편차와 상관계수까지 예측의 정확도를 높이는 것은 더욱 많은 비용과 노력이 드는 일일 것이다. 따라서 종목별 수익률에 대한 예측의 정확도를 높이는 일에 힘을 쏟는 것이 포트폴리오의 성과를 높이는데 효율적이라 할 수 있다. 수익률의 예측 위험이 미치는 부정적인 영향 때문에 수익률의 예측치를 일체 고려하지 않고 공분산만을 이용해 포트폴리오를 구성하는 Minimum-Variance 포트폴리오가 연구되고 있다. 하지만 본 연구의 결과를 바탕으로 본다면 수익률의 예측 정확도가 조금만 높아지더라도 예측 위험으로 인해 발생하는 부정적인 영향이 크게 줄어들 수 있기 때문에 예측의 정확도를 높일 수 있다면 기존의 최적화 모형도 충분히 좋은 성과를 낼 수 있을 것으로 보인다.

앞으로 진행될 후속 연구에서는 각 종목에 대한 미래의 수익률, 표준편차, 상관계수 값을 보다 실제와 가깝게 예측하기 위하여 지수평활법, 혹은 추세를 반영하거나 주식과 채권, KOSPI와 다우존스지수의 상관관계 등을 이용하여 각 종목의 수익률 예측의 정확성을 높일 경우 포트폴리오의 성과에 어떤 영향을 미칠지 살펴볼 수 있을 것이다. 또한 1장에 소개했던 각종 기법들이 반영된 포트폴리오 선정 모형과 발전된 기대수익률 예측 모형들이 한국 주식시장에 얼마나 잘 적용되는지 본 논문에 사용된 방법을 이용하여 포트폴리오의 성과 변화를 살펴보는 것도 흥미로운 연구 주제가 될 것이다. 한국 시장 및 '삼성그룹주펀드'를 넘어 일반적인 시장에서 마코위츠 모형의 입력 변수의 정확도에 따른 성과 변화를 살펴보는 연구는 물론, 그 동안 발전된 다양한 포트폴리오 선정 모형들과 CAPM, Fama-French 3 factor 모형 등 개선된 기대수익률 예측 기법을 반영한 연구도 흥미로운 주제가 될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] 김성문, 김홍선, "한국 주식시장에서 비선형계획법을 이용한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형의 투자 성과에 관한 연구", 「경영과학」, 제26권, 제2호(2009), pp.19-35.

[2] 박경찬, 정종빈, 김성문, "지수가중이동평균법과 결합된 마코위츠 포트폴리오 선정 모형 기반 투자 프레임워크 개발 : 글로벌 금융위기 상황

하 한국 주식시장을 중심으로”, 「한국경영과학회지」, 제38권, 제2호(2013), pp.75-93.

[3] 최재호, 정종빈, 김성문, “마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 한 투자 알고리즘 개발 및 성과평가 : 미국 및 홍콩 주식시장을 중심으로”, 「경영과학」, 제30권, 제1호(2013), pp. 73-89.

[4] Best, M.J. and R.R. Grauer, “On the Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Changes in Asset Means : Some Analytical and Computational Results,” *The Review of Financial Studies*, Vol.4, No.2(1991), pp. 315-342.

[5] Black, F. and R. Litterman, “Global Portfolio Optimization,” *Financial Analysts Journal*, Vol.48, No.5(1992), pp.28-43.

[6] Broadie, M., “Computing Efficient Frontiers Using Estimated Parameters,” *Annals of Operations Research*, Vol.45(1993), pp.21-58.

[7] Chopra, V.K. and W.T. Ziemba, “The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice,” *Journal of Portfolio Management*, (1993) pp.6-11.

[8] DeMiguel, V., L. Garlappi, and R. Uppal, “Optimal Versus Naive Diversification : How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?,” *Review of Financial Studies*, Vol.22, No.5 (2009), pp.1915-1953.

[9] DeMiguel, V. and F.J. Nogales, “Portfolio Selection with Robust Estimation,” *Operations Research*, Vol.57, No.3(2009), pp.560-577.

[10] Duchin, R. and H. Levy, “Markowitz Versus the Talmudic Portfolio Diversification Strategies,” *The Journal of Portfolio Management*, Vol.35, No.2(2009), pp.71-74.

[11] Elton, E.J., M.J. Gruber, and M.W. Padberg, “Optimal Portfolios from Simple Ranking Devices,” *The Journal of Portfolio Management*, (1978) pp.15-19.

[12] Frankfurter, G.M., H.E. Phizzips, and J.P. Seaqlze, “Portfolio Selection : The Effects of Uncertain Means, Variances, and Covariances,” *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.6, No.5(1971), pp.1251-1262.

[13] Hillier, F.S., M.S. Hillier, K. Schmedders, and M. Stephens, *Introduction to Management Science-A Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets*, 3rd ed. New York : McGraw-Hill, 2008.

[14] Hillier, F.S. and G.J. Liberman, *Introduction to Operations Research*, 9th ed. New York : McGraw-Hill, 2010.

[15] Horst, J.R., F.A. De Roon, and B.J.M. Werker, “An Alternative Approach to Estimation Risk,” in *Advances in Corporate Finance and Asset Pricing*, I.L. Renneboog, Ed. Amsterdam : Elsevier, 2006.

[16] Jagannathan, R. and T. Ma, “Risk Reduction in Large Portfolios : Why Imposing the Wrong Constraints Helps,” *The Journal of Finance*, Vol.58, No.4(2003), pp.1651-1683.

[17] Jorion, P., “International Portfolio Diversification with Estimation Risk,” *The Journal of Business*, Vol.58, No.3(1985), p.259.

[18] Kan, R. and G. Zhou, “Optimal Portfolio Choice with Parameter Uncertainty,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.42, No.3(2007), pp.621-656.

[19] Klein, R.W. and V.S. Bawa, “The Effect of Estimation Risk on Optimal Portfolio Choice,” *Journal of Financial Economics*, Vol.3(1976), pp.215-231.

[20] Konno, H. and H. Yamazaki, “Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market,” *Management Science*, Vol.37, No.5(1991), pp.

519-531.

[21] Markowitz, H., "Portfolio selection," *Journal of Finance*, Vol.7(1952), pp.77-91.

[22] Merton, R.C., "On Estimating the Expected Return on The Market," *Journal of Financial Economics*, Vol.8(1980), pp.323-361.

[23] Michaud, R.O., "The Markowitz Optimization Enigma : Is 'Optimized' Optimal?," *Financial Analysts Journal*, Vol.45, No.1(1989), pp.31-42.

[24] Ong, C.S., J.J. Huang, and G.H. Tzeng, "A Novel Hybrid Model for Portfolio Selection," *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 169, No.2(2005), pp.1195-1210.

[25] Pastor, L. and R.F. Stambaugh, "Comparing Asset Pricing Models : An Investment Perspective," *Journal of Financial Economics*, Vol.56(2000), pp.335-381.

[26] Sharpe, W.F., "A Linear Programming Algorithm for Mutual Fund Portfolio Selection," *Management Science*, Vol.13, No.7(1967), pp. 499-510.

[27] Xia, Y., B. Liu, S. Wang, and K. K. Lai, "A Model for Portfolio Selection with Order of Expected Returns," *Computers and Operations Research*, Vol.27(2000), pp.409-422.