

## 2 자유도 병렬형 매니플레이터의 지역 성능지수에 관한 연구<sup>§</sup>

이종규\* · 양승한\*\*\* · 이상룡\*\* · 이춘영\*\*

\* 경북대학교 기계연구소, \*\* 경북대학교 기계공학부

### Study of Local Performance Index of 2-DOF Parallel Manipulator

Jong Gyu Lee\*, Seung Han Yang\*\*\*, Sang Ryong Lee\*\* and Choon Young Lee\*\*

\* Institute of Mechanical Engineering Technology, Kyungpook Nat'l Univ.,

\*\* School of Mechanical Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.

(Received June 25, 2012 ; Revised October 23, 2012 ; Accepted October 23, 2012)

**Key Words:** Parallel Manipulator(병렬형 매니플레이터), Kinematic Analysis(기구학 해석), Jacobian Matrix(자코비안 행렬), Condition Number(조건 수), 성능지수(Performance Index)

**초록:** 본 연구에서 병렬형 매니플레이터는 두 개의 평행판 위를 움직이는 슬라이더와 말단장치가 임의로 조정될 수 있는 링크를 가지고 있고, 두 개의 슬라이더에 각각 연결된 링크는 커플링운동을 한다. 매니플레이터의 정기구학 및 역기구학 해석을 통하여 슬라이더의 위치 및 말단장치의 위치 사이의 관계식을 나타내는 변위방정식을 유도하고, 유도된 방정식으로부터 정기구학 및 역기구학의 자코비안 행렬들을 구한다. 이러한 행렬들을 이용하여 매니플레이터의 지역 성능지수를 제안한다. 성능지수의 시뮬레이션 결과로부터, 매니플레이터는 한 사분면에서만 원활한 운동을 할 수 있고, 링크 길이 비와 말단장치의 자세가 최대 성능지수가 분포하는 영역의 변화에 중대한 영향을 미친다.

**Abstract:** This study investigates a parallel manipulator that can move over two parallel sliders and in which the end-effector of the manipulator can be adjusted arbitrarily. Through the direct and inverse kinematics of the manipulator, position equations are derived. These equations represent the relationship between the positions of the sliders and the position of the end-effector. The Jacobian matrices of the direct and inverse kinematics are obtained by these equations. By using the condition number defined from these matrices, the local performance index of the manipulator is proposed. By using the simulation results of the performance index, we find that the manipulator can smoothen movements in only one quadrant and that the distribution of the maximal performance index is affected by the ratio of the length of links and the orientation of the end-effector.

- 기호설명 -

- $l_1$  : 슬라이더 A에 연결된 링크
- $l_2$  : 슬라이더 B에 연결된 링크
- $l_3$  : 말단장치가 부착되는 링크
- $l_4$  : 평행한 두 개의 슬라이더 사이의 거리
- $x_A$  : 슬라이더 A의 변위
- $x_B$  : 슬라이더 B의 변위
- $\theta_1$  : 슬라이더 A에 연결된 링크의 회전각
- $\theta_2$  : 슬라이더 B에 연결된 링크의 회전각
- $\alpha$  : 말단장치가 부착되는 링크의 자세

### 1. 서론

병렬형 매니플레이터는 직렬형 매니플레이터보다 상대적으로 강성이 높고 부하 용량이 크고 우수한 위치정밀도를 가지고 있어서 국내 및 국외에서 병렬형 매니플레이터의 연구개발이 활발히 진행되고 있다. 남윤주 등<sup>(1)</sup>은 2RPR-RP 병렬 기구를 제시하여 기구학 해석을 통한 최적 설계한 것으로 구속 다리를 가짐으로 해서 상대적으로 복잡한 2자유도 병렬 기구로 볼 수 있고, Jun 등<sup>(2)</sup>은 평행 안내판을 운동하는 두 개의 슬라이더 및 형상을 고려한 말단장치로 구성된 2자유도 병렬 기구를 제시하여 최적 설계한 것으로 말단장치의 자세는 전혀 고려하지 않았고, Shen 등<sup>(3)</sup>은 평행 안내판을 운동하는 두 개의 슬라이더 및 고

§ 이 논문은 2012년도 대한기계학회 생산 및 설계공학부문 춘계학술대회(2012. 6. 26-27., 대전컨벤션센터) 발표논문임

† Corresponding Author, syang@knu.ac.kr

© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

정된 말단장치로 구성된 2자유도 병렬 기구를 제시하여 작업공간을 해석한 것으로 말단장치의 자세가 미치는 영향을 고려하지 않았다.

본 연구에서는 평행판 위를 움직이는 슬라이더에 연결된 말단장치가 임의로 조정될 수 있는 2자유도 병렬형 매니플레이터를 제안하고 그 말단장치의 자세가 매니플레이터의 지역 성능지수에 미치는 영향을 검토하고자 한다.

## 2. 병렬형 매니플레이터의 기구학 해석

병렬 매니플레이터는 평행판 위의 슬라이더에 연결된 링크들이 커플링운동을 하고 말단장치가 임의로 조정될 수 있는 구조로써 기구학 모델을 Fig. 1에 나타내었다.

매니플레이터의 정기구학 해석<sup>(4)</sup>에 따르면 매니플레이터의 말단장치인 점 E의 좌표는 다음과 같다.

$$x_E = x_A + l_1 \cos \theta_1 + l_3 \cos(\theta_1 - \alpha) \quad (1)$$

$$y_E = l_1 \sin \theta_1 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha) \quad (2)$$

점 P의 위치 벡터  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BP}$ 에서 다음 식을 구할 수 있다.

$$x_A + l_1 \cos \theta_1 = x_B + l_2 \cos \theta_2 \quad (3)$$

$$l_1 \sin \theta_1 = l_4 + l_2 \sin \theta_2 \quad (4)$$

식 (3), (4)로부터 다음 식을 얻는다.

$$F \sin \theta_1 + G \cos \theta_1 + H = 0 \quad (5)$$

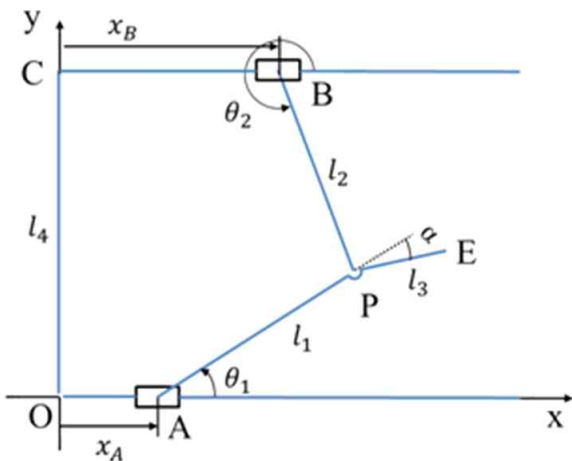


Fig. 1 Kinematic model of 2-DOF parallel manipulator

$$\begin{aligned} \text{여기서, } F &= 2l_1 l_4, \quad G = 2l_1(x_B - x_A) \\ H &= l_2^2 - l_1^2 - l_4^2 - (x_B - x_A)^2 \end{aligned}$$

식 (5)에서  $\theta_1$ 는 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \left[ \frac{F \pm \sqrt{F^2 + G^2 - H^2}}{G - H} \right] \quad (6)$$

정기구학의 자코비안 행렬  $J_D$ 은 식 (1)~(5)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_E}{\partial x_A} & \frac{\partial x_E}{\partial x_B} \\ \frac{\partial y_E}{\partial x_A} & \frac{\partial y_E}{\partial x_B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서,

$$J_D = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_E}{\partial x_A} & \frac{\partial x_E}{\partial x_B} \\ \frac{\partial y_E}{\partial x_A} & \frac{\partial y_E}{\partial x_B} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial x_E}{\partial x_A} = 1 - \{l_1 \sin \theta_1 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha)\} \frac{\partial \theta_1}{\partial x_A}$$

$$\frac{\partial x_E}{\partial x_B} = -\{l_1 \sin \theta_1 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha)\} \frac{\partial \theta_1}{\partial x_B}$$

$$\frac{\partial y_E}{\partial x_A} = \{l_1 \cos \theta_1 + l_3 \cos(\theta_1 - \alpha)\} \frac{\partial \theta_1}{\partial x_A}$$

$$\frac{\partial y_E}{\partial x_B} = \{l_1 \cos \theta_1 + l_3 \cos(\theta_1 - \alpha)\} \frac{\partial \theta_1}{\partial x_B}$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial x_A} = \frac{2(x_A - x_B + l_1 \cos \theta_1)}{F \cos \theta_1 - G \sin \theta_1}$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial x_B} = -\frac{2(x_A - x_B + l_1 \cos \theta_1)}{F \cos \theta_1 - G \sin \theta_1}$$

매니플레이터의 역기구학 해석<sup>(4)</sup>에 따라서 우선 식 (2)로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{y_E}{S} \right) - \gamma \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } \sin \gamma &= -\frac{l_3 \sin \alpha}{S}, \quad \cos \gamma = \frac{l_1 + l_3 \cos \alpha}{S}, \\ S &= \sqrt{l_1^2 + l_3^2 + 2l_1 l_3 \cos \alpha} \end{aligned}$$

$\theta_2$ 는 식 (4), (8)로부터 다음 식을 구할 수 있다.

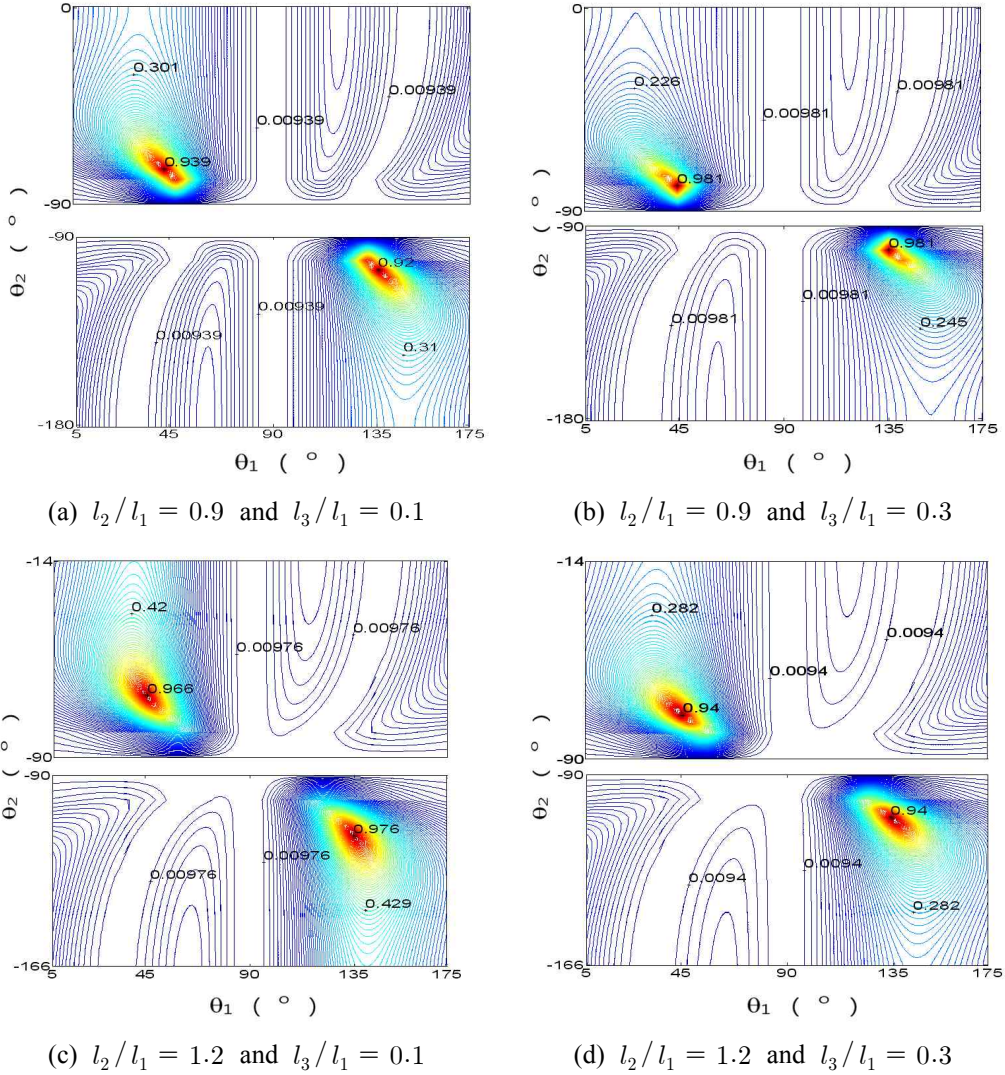


Fig. 2 Local performance index between  $\theta_1$  and  $\theta_2$  in the direct kinematics

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left( \frac{l_1 \sin \theta_1 - l_4}{l_2} \right) \quad (9)$$

식 (1), (3), (8), (9)로부터 슬라이더의 변위  $x_A$ ,  $x_B$ 를 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$x_A = x_E - l_1 \cos \theta_1 - l_3 \cos(\theta_1 - \alpha) \quad (10)$$

$$x_B = x_E - l_2 \cos \theta_2 - l_3 \cos(\theta_1 - \alpha) \quad (11)$$

역기구학의 자코비안 행렬  $J_I$ 은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_A}{\partial x_E} & \frac{\partial x_A}{\partial y_E} \\ \frac{\partial x_B}{\partial x_E} & \frac{\partial x_B}{\partial y_E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서,

$$J_I = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_E}{\partial x_A} & \frac{\partial x_E}{\partial x_B} \\ \frac{\partial y_E}{\partial x_A} & \frac{\partial y_E}{\partial x_B} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial x_A}{\partial x_E} = 1$$

$$\frac{\partial x_A}{\partial y_E} = \{l_1 \sin \theta_1 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha)\} \frac{\partial \theta_1}{\partial y_E}$$

$$\frac{\partial x_B}{\partial x_E} = 1$$

$$\frac{\partial x_B}{\partial y_E} = \{l_1 \cos \theta_1 \tan \theta_2 + l_3 \sin(\theta_1 - \alpha)\} \frac{\partial \theta_1}{\partial y_E}$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial y_E} = \frac{1}{S \cos(\theta_1 + \gamma)}$$

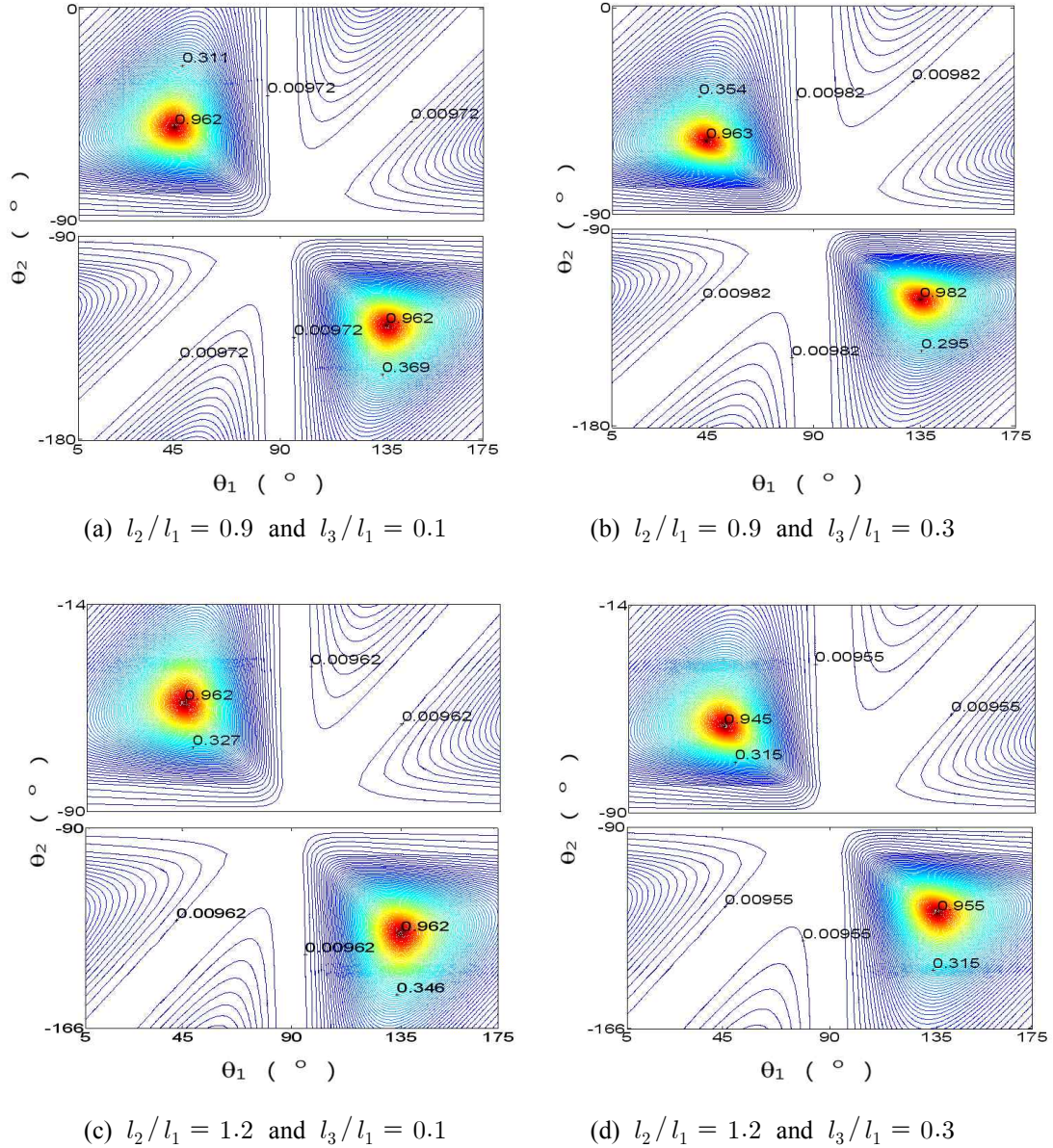


Fig. 3 Local performance index between  $\theta_1$  and  $\theta_2$  in the inverse kinematics

매니플레이터의 지역 성능지수는 정기구학 및 역기구학 해석에서 구한 자코비안 행렬들을 이용한 조건 수  $c(J)$ <sup>(5)</sup>로부터 구할 수 있으며, 본 연구에서는 자코비안 행렬의 고유값의 최솟값과 최댓값을 이용한 식 (13)을 사용했다.

$$c(J) = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (13)$$

식 (13)에서  $\sigma_{\min} = 0$ 이면 자코비안 행렬식의 값이 0이 되므로, 그 값에서 특이점이 발생된다. 성능지수가 0에 근접할수록 특이점에 접근하여 원활

한 연속작업이 용이하지 않고, 1에 근접할수록 연속작업이 원활하게 된다.

### 3. 시뮬레이션 결과

Fig. 2에서 Fig. 5는 병렬형 매니플레이터의 성능지수의 분포를 등고선으로 나타낸 것이다. Fig. 2와 Fig. 3는 말단장치의 자세  $\alpha = 0^\circ$  로 두고 링크 1과 2의 회전각  $\theta_1$ 과  $\theta_2$  사이의 성능지수를 나타낸 것이고, Fig. 4와 Fig. 5는  $\alpha$ 도 변수로 두고  $\theta_1$ 과  $\alpha$  사이의 성능지수를 나타낸 것이다.

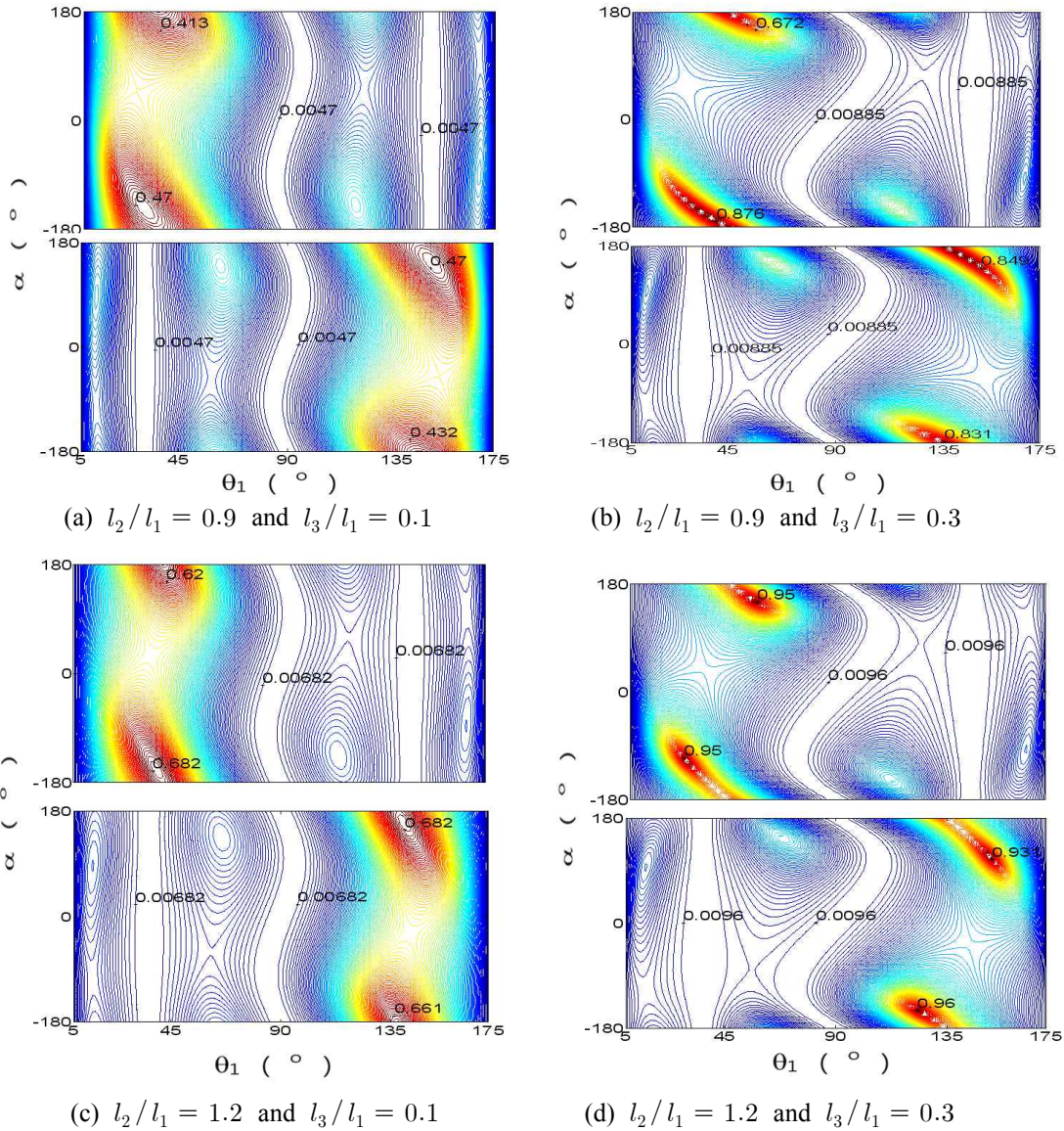


Fig. 4 Local performance index between  $\theta_1$  and  $\alpha$  in the direct kinematics

Fig. 2와 Fig. 3에서 보는바와 것과 같이  $\theta_1 = 90^\circ$  에서 특이점이 반드시 발생하고 특이점 부근의 성능지수는 0에 가깝다. 또한 최대 성능지수는 하나의 특정한 영역에 분포하며, 그 영역은 정기구학에서 링크 길이 비  $l_2/l_1$ , 역기구학에서 링크 길이 비  $l_3/l_1$  의 영향으로 이동한다.

Fig. 4와 Fig. 5에서 보는바와 것과 같이 링크 길이 비  $l_3/l_1$  가 감소하면 성능지수의 최댓값이 작아지지만  $\alpha$ 로 인해 발생된 특이점이 최대 성능지수의 분포 영역에 미치는 영향이 줄어들어 링크 1의 운동에 큰 영향을 주지 않는다.

#### 4. 결론

병렬형 매니플레이터의 기구학 해석에서 유도한 자코비안 행렬을 이용하여 구한 성능지수를 분석한 결과, 평행 안내관과 링크가 수직이면 특이점이 반드시 발생하므로 매니플레이터는 한 사분면에서만 원활하게 운동할 수 있다. 또한 매니플레이터가 원활하게 움직일 수 있는 영역은 링크 길이 비와 말단장치의 자세에 따라 변하므로 그것들을 최적화하는 기구 설계가 요구된다.

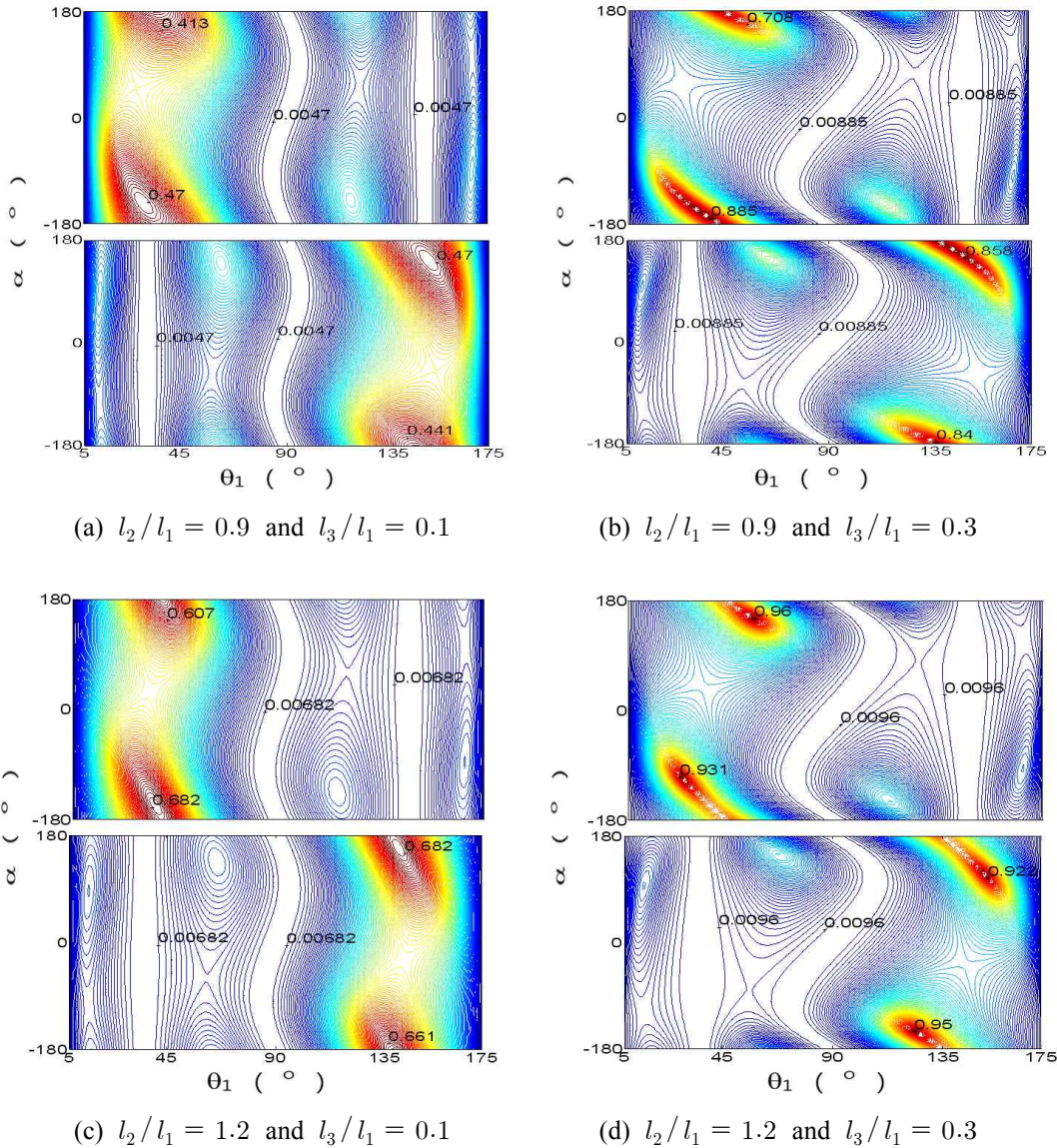


Fig. 5 Local performance index between  $\theta_1$  and  $\alpha$  in the inverse kinematics

## 후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 대학중점연구조사사업으로 수행된 연구임(2012-0005856)

## 참고문헌

- (1) Nam, Y. J., Lee, Y. H. and Park, M. K., 2005, "Kinematic Analysis and Optimal Design of 2RPR-RP Parallel Manipulator," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 29, No. 11, pp. 1509~1517.
- (2) Jun, W., Tiemin, L., Xinjun, L. and Liping, W., 2007, "Optimal Kinematic Design of a 2-DOF Planar Parallel Manipulator," *Tsinghua Science and Technology*, Vol. 12, No. 3, pp. 269~275.
- (3) Shen, H., Xue, C., Ding, L., Deng, J., Liu, S., Li, J. and Jiang, Y., 2010, "Kinematics for a 2-DOF Parallel Manipulator," *IEEE 11<sup>th</sup> International Conference on CAIDCD*, Vol. 2, pp. 1351~1356.
- (4) Merlet, J. P., 2000, *Parallel Robots*, Kluwer Academic Publishers.

- (5) Salisbury, J. K. and Craig, J. J., 1982, "Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 4~17.