http://dx.doi.org/10.7735/ksmte.2013.22.6.950 ISSN 2233-6036

모달 데이터의 감도계수를 이용하여 보의 균열 탐지

이정윤[a*]

Crack Detection in Beam using Sensitivity Coefficient of Modal Data

Jung Youn Lee[a*]

[a] *Dept. of Mechanical System Engineering, Kyonggi University, Suwon, Republic of Korea*

ARTICLE INFO

Article history:
Received 29 August 2013
Revised 18 November 2013
Accepted 20 November 2013

Keywords:
Stiffness matrix
Sensitivity coefficient
Dynamic characteristics
Crack detection

ABSTRACT

This paper describes a sensitivity-coefficient-based iterative method for detecting cracks in a structure. The sensitivity coefficients of a cracked structure are obtained by changing its eigenvectors. The proposed method is applied to a cracked cantilever. The crack is modeled as a rotational stiffness. The predicted cracks are in good agreement with those from a structural reanalysis of the cracked structure.

1. 서 론

주기적으로 하중을 받는 공작기계, 항공기, 산업기계들은 산업에서 매우 중요한 위치를 차지하고 있으며 이들 기계들의 중요한 문제는 피로에 의해 발생하는 균열이다. 이러한 균열은 산업 기계의 파손이나 사고의 중요한 원인이 되며 시스템에 진동을 일으키게 된다. 따라서 동적 하중을 받는 구조물의 균열이 진동에 미치는 영향을 파악하는 일이 매우 필요하게 되었다. 보에 균열이 발생하면 보의 강성이 감소하여 고유진동수나 고유모드가 변하게 된다. 이에 대한 연구로 Petroski[1]는 균열을 근사적인 방법을 사용하여 보의 강성의 감소로 모델링하였으며 Dimarogonas[2] 등은 축 표면에 있는 균열의 굽힘 진동을 해석하기위해 유연행렬(flexibility matrix)를 사용하였다. Christides[3]등은 균열이 상, 하면에 대칭으로 존재하고 단면이 일정한 오일러 보의 진동해석을 수행하였으며 Shen[4] 등은 균열 끝 부분의 응력 집중을 이용하여 구조물의 동특성을 얻기 위해 2차원 유한요소법을 사용했다. Yang[5]등은 열린 균열을 갖는 보가 진동하는 동안 균열이 구조물의 동특성에 어떤 영향을 주는 지 조사하기위해 수치적 모델을 제시하였고 Lin[6]은 전달행렬법을 사용하여 열린 균열을 갖는 단순보의 역 문제를 직접 계산하였다. Chandrupatla[7]등은 크랙을 갖는 보의 동특성을 유한요소법을 이용하여 연구하였으며, Gounaris[8]는 크랙을 가진 보의 구조해석을 위해 유한요소해석 방법을 크랙에 의한 유연행렬을 적용시켜 그 타당성을 보였다. Friswell[9]등은 주어진 동특성으로부터 강성변화를 구하고 이로부터 구조물의 손상을 예측하였으며 최근에 위에 관한 연구들이 기계, 항공우주, 해양, 토목공학 등의 분야에서 활발히 진행되고 있다.

그러나 그동안 다양한 연구 노력에도 불구하고 동특성 변화의 역 처리 문제(inverse problem)인 r구조물의 동특성 변화로부터 균열을 탐지하는 데 어려움이 있었다. 지금까지 대부분의 연구가 이 균열을 탐지할 때 균열 발생 후 모드의 변화가 없다고 가정하고

* Corresponding author. Tel.: +82-31-249-9811
Fax: +82-31-244-6300
E-mail address: jylee@kgu.ac.kr (Jung Youn Lee).

고유진동수의 변화만 고려하였기 때문이다.

본 연구에서는 균열 발생 전, 후의 고유벡터를 이용하여 감도계수를 해석한 다음, 이 감도계수와 균열 전, 후의 고유진동수로부터 반복법을 사용하여 일반화된 강성변화량행렬을 구하는 방법을 제시한다. 이 일반화된 강성변화량행렬을 외팔보에 적용하여 균열을 탐지하고 유효성을 검증한다.

2. 이 론

구조물에 균열이 발생하여도 질량은 변하지 않고 강성만 감소되었다고 볼 수 있으므로 구조물의 균열 전 후의 동특성은 다음과 같다.

$$(K_o - \lambda_o M_o)\phi_o = 0 \tag{1}$$

$$(K - \lambda M_o)\phi = [(K_o + \Delta K) - (\lambda_o + \Delta\lambda)M_o] \quad (\phi_o + \Delta\phi) = 0 \tag{2}$$

여기서 K_o, M_o, K, ΔK은 각각 구조물 균열 발생 전의 강성행렬과 질량행렬, 균열 발생 후의 강성행렬, 강성행렬의 변화량이며 λ, ϕ, λ_o, ϕ_o, $\Delta\lambda$, $\Delta\phi$는 각각 구조물 균열 발생 후의 고유치와 고유벡터, 구조물 균열 발생 전의 고유치, 고유벡터, 고유치 및 고유벡터 변화량이다.

2.1 균열을 갖는 유한요소의 강성행렬

Fig. 1과 같이 길이가 L인 외팔보에 균열이 L_1 에 있는 경우 강성행렬은 등가 회전스프링으로 대체[10]될 수 있으며 균열을 가진 유한요소는 균열이 없는 보 요소의 끝에 등가 회전스프링이 부착한 모델로 생각할 수 있다.

균열이 없고 길이가 L, 단면 2차모멘트가 I, 종탄성계수가 E인 보의 경우 전단력을 V, 굽힘 모멘트를 M, 횡 방향 변위를 y, 횡

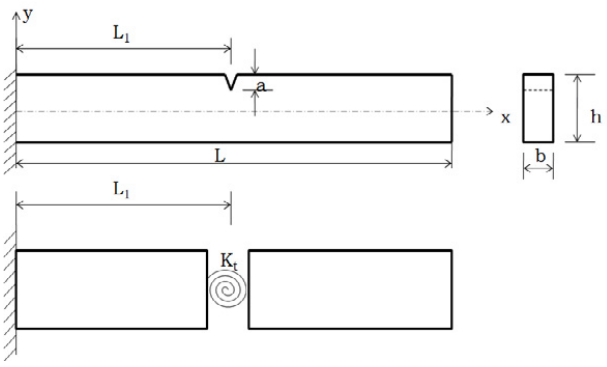

Fig. 1 Crack model in cantilever beam

방향 기울기를 ψ라 하면 유한 요소의 강성행렬은 다음 식과 같다.

$$[K_o] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{3}$$

또한 보의 유한요소 오른쪽과 왼쪽 끝에 균열을 갖은 보의 강성행렬[11]을 $[K]_R$, $[K]_L$ 이라고 하면 다음과 같다.

$$[K]_R = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3}\theta_1 & \frac{6EI}{L^2}\theta_3 & -\frac{12EI}{L^3}\theta_1 & \frac{6EI}{L^2}\theta_2 \\ \frac{6EI}{L^2}\theta_3 & \frac{4EI}{L}\theta_6 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_3 & \frac{2EI}{L}\theta_5 \\ -\frac{12EI}{L^3}\theta_1 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_3 & \frac{12EI}{L^3}\theta_1 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_2 \\ \frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{2EI}{L}\theta_5 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{4EI}{L}\theta_4 \end{bmatrix} \tag{4a}$$

$$[K]_L = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3}\theta_1 & \frac{6EI}{L^2}\theta_2 & -\frac{12EI}{L^3}\theta_1 & \frac{6EI}{L^2}\theta_3 \\ \frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{4EI}{L}\theta_4 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{2EI}{L}\theta_5 \\ -\frac{12EI}{L^3}\theta_1 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{12EI}{L^3}\theta_1 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_3 \\ \frac{6EI}{L^2}\theta_3 & \frac{2EI}{L}\theta_5 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_3 & \frac{4EI}{L}\theta_6 \end{bmatrix} \tag{4b}$$

여기서 $\theta_1 \sim \theta_6$는 다음과 같다.

$$\theta_1 = \frac{1+\alpha}{4+\alpha},\ \theta_2 = \frac{2+\alpha}{4+\alpha},\ \theta_3 = \frac{\alpha}{4+\alpha} \tag{5}$$
$$\theta_4 = \frac{3+\alpha}{4+\alpha},\ \theta_5 = \frac{\alpha}{4+\alpha},\ \theta_6 = \frac{\alpha}{4+\alpha}$$

여기서 $\alpha = k_\theta/(EI/L)$로 무차원 계수이며 k_θ는 회전스프링 상수이다. α값은 균열이 없을 때는 ∞이며 균열이 커질수록 점점 작아져 0에 가까워지게 된다.

2.2 균열을 갖는 유한요소의 질량행렬

보에 균열이 발생하여도 질량은 변하지 않는다고 볼 수 있으므로 질량행렬은 균열이 발생하지 않았을 때의 질량행렬과 같으며 다음 식으로 표현된다.

$$[M_o]=\frac{\rho AL}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 3L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 ρ는 밀도, A는 요소의 단면적이다.

2.3 균열 발생 후 감도계수의 해석

Fox[12]는 고유벡터의 변화량을 변경 전 고유벡터의 선형결합으로 표시될 수 있다고 다음과 같이 가정하였다.

$$\{\Delta\phi\}_i=\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\{\phi_o\}_k \quad (7)$$

여기서 $\{\Delta\phi\}_i$는 i차 모드의 고유벡터 변화량이고 α_{ki}는 k차 모드에 대한 i차 모드의 감도계수이며 $\{\phi_o\}_k$는 구조 변경 전 k차 모드의 고유벡터이다. 식 (7)을 확장하면 다음 식으로 된다.

$$[\Delta\phi]=[\alpha][\phi_o] \quad (8)$$

$$[\alpha]=[\Delta\phi][\phi_o]^{-1} \quad (9)$$

여기서 $[\Delta\phi]$, $[\alpha]$, $[\phi_o]$는 고유벡터 변화량행렬과 감도계수행렬, 구조물 균열 발생 전 고유벡터행렬이다. 즉 감도계수행렬은 구조물 균열 발생 전 고유벡터행렬과 균열 발생 후의 고유벡터 변화량행렬로부터 구할 수 있다.

2.4 균열 발생 후 일반화된 강성변화량 해석

균열 발생 후 구조물의 일반화된 강성 변화량을 해석하기 위해 기존[13]의 방법을 사용하였으며 이 때 질량 변화를 무시할 수 있으므로 감도계수는 다음과 같이 된다.

$$\omega_i^2=\omega_{oi}^2+2\alpha_{ii}\omega_{oi}^2+\Delta K_{ii}+\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{ik}+\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}^2\omega_{ok}^2 \quad (10)$$
$$+\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{ki}+\sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{qk} \quad i=j$$

$$\alpha_{ij}\omega_{oi}^2+\alpha_{ji}\omega_{oj}^2=\Delta K_{ij}+\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta K_{ik}+\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\alpha_{kj}\omega_{ok}^2 \quad (11)$$
$$+\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{jk}+\sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta K_{qk} \quad i\neq j$$

여기서 ω_{oi}^2와 ω_{oj}^2는 λ_{oi}와 λ_{oj}이고

$$\Delta K_{ij}=\{\phi_o\}_i^T[\Delta K]\{\phi_o\} \quad (12)$$

이며 ΔK_{ij}는 일반화된 강성변화량(Generalizd change of mass and stiffness)이라고 정의하고 식 (12)을 행렬로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\phi_o]^T[\Delta K][\phi_o]=[\Delta K_{ij}] \quad (13)$$

여기서 식 (10)~(13)은 균열 발생 전, 후의 구조물의 동특성과 동특성 변경량을 가지고 감도계수를 예측하여 균열을 탐지하는데 사용된다.

2.5 균열 탐지 알고리즘

균열을 탐지하기위해 다음과 같은 방법을 사용하였다.

1) 균열 발생 후 고유벡터행렬 $[\phi]$에서 균열 발생 전 고유벡터행렬 $[\phi_o]$을 빼어 고유벡터 변화량 행렬 $[\Delta\phi]$을 구하고 식 (9)을 사용하여 감도계수행렬 $[\alpha]$을 구한다.
2) 감도계수행렬을 식 (10)~(13)에 대입하여 일반화된 강성변화량행렬 $[\Delta K_{ij}]$을 구한다. 식 (9)을 이용하여 구한 감도계수 α_{ij}를 식 (10), (11)에 대입하면 N개 자유도일 경우 방정식은 N × N개가 나오고 미지수인 ΔK_{ij}도 N × N개이므로 ΔK_{ij}를 구할 수 있다. 그러나 이렇게 하면 행렬의 크기가 자유도수 N의 제곱에 비례하여 커지므로 비효율적이 되어 다음과 같은 반복법을 사용하여 ΔK_{ij}를 구한다.
   먼저 초기치를 구하기 위해 감도계수 α_{ij}와 ΔK_{ij}은 미소량이라고 가정하면 식 (10), (11)에서 2차 항들은 무시할 수 있고 다음과 같은 반복식의 알고리즘이 유도된다.

$$\Delta K_{ii}^{(1)}=\omega_i^2-\omega_{oi}^2, \qquad i=j \quad (14)$$

$$\Delta K_{ij}^{(1)}=\alpha_{ij}\omega_{oi}^2+\alpha_{ji}\omega_{oj}^2, \quad i\neq j \quad (15)$$

$$\Delta K_{ii}^{(i+1)}=\omega_i^2-\omega_{oi}^2-2\alpha_{ii}\omega_{oi}^2-\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{ik}^{(i)}-\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}^2 \quad (16)$$
$$-\omega_{ok}^2-\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{ki}^{(i)}-\sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{qk}^{(i)}, \; i=j$$

$$\Delta K_{ij}^{(i+1)}=\alpha_{ij}\omega_{oi}^2+\alpha_{ji}\omega_{oj}^2-\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta K_{ik}^{(i)}-\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\alpha_{kj}\omega_{ok}^2 \quad (17)$$
$$-\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta K_{jk}^{(i)}-\sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta K_{qk}^{(i)}, \qquad i\neq j$$

3) 위에서 구한 ΔK_{ij}를 일반화된 강성변화량 행렬인로 $[\Delta K_{ij}]$로 만든다.

4) 식 (13)으로부터

$$[\Delta K]=\left\{[\varphi_o]^T\right\}^{-1}[\Delta K_{ij}][\varphi_o]^{-1} \quad (18)$$

이므로 강성행렬의 변화량인 $[\Delta K]$를 구한다.

5) 이 $[\Delta K]$를 강성행렬과 비교하여 식 (4)에 있는 θ를 해석한 다음 α를 구하고 이 α로부터 k_θ를 구한다.

3. 컴퓨터 모사 실험

Fig. 2은 위에서 해석한 이론을 적용하기 위해 사용한 외팔보의 모델을 나타낸다. 길이 L = 300 mm, 높이 h = 10 mm, 폭 b = 20 mm, 세로탄성계수 E = 210 GPa, 포아송 비 ν = 0.3, 밀도 ρ = 7860 kg/m^{3}인 보를 등 간격으로 5개 요소로 나누었으며 균열은 보의 오른쪽에 있는 것으로 모델링하였고 시뮬레이션은 다음의 세 가지 경우를 하였다.

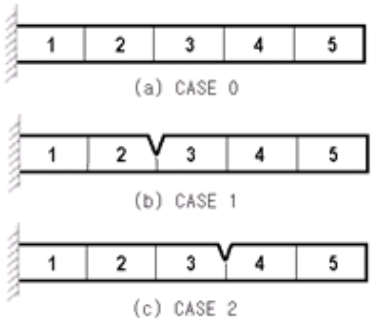

Fig. 2 Crack model in cantilever beam

Table 1 Comparison of natural frequencies before and after crack (unit: Hz)

mode	CASE 0 ω_o	CASE 1 ω_1	CASE 2 ω_2	$\frac{\omega_1}{\omega_o}(\%)$	$\frac{\omega_2}{\omega_o}(\%)$
1	92.82	80.37	90.66	86.59	97.68
2	582.08	477.08	475.46	81.96	81.68
3	1634.88	1425.46	1499.87	87.19	91.74
4	3229.63	3163.38	2954.24	97.95	91.47
5	5360.43	4270.38	4702.21	79.66	87.72
6	8905.38	8084.49	8447.02	90.78	94.85
7	13023.59	13009.21	11570.32	99.89	88.84
8	18887.21	16165.63	18255.43	85.59	96.65
9	26830.14	24211.49	23832.52	90.24	88.83
10	39473.60	39375.81	39024.32	99.75	98.86

1) CASE 0: 균열이 없는 경우 $k_\theta = \infty$

2) CASE 1: 2번 요소 오른쪽에 균열이 있는 경우 k_θ = 3.0 kNm/rad

3) CASE 2: 3번 요소 오른쪽에 균열이 있는 경우 k_θ = 5.0 kNm/rad

4. 결과 및 고찰

4.1 고유진동수 변화 검토

Table 1은 균열 전 후의 고유진동수를 나타낸 표이며 외팔보를 5개 요소로 나누었으므로 10개의 고유진동수가 존재하였다. 보에 균열이 발생하여 고유진동수가 낮아짐을 볼 수 있었다.

Table 2 Comparison of eigenvectors before and after crack

(a) CASE 0

mode	eigenvectors $\phi_o \times 10^{-3}$									
1	0.0002	0.0059	0.0007	0.0099	0.0013	0.0123	0.0021	0.0132	0.0029	0.0134
2	0.0009	0.0226	0.0020	0.0098	0.0017	-0.0196	-0.0002	-0.0417	-0.0029	-0.0465
3	-0.0018	-0.0305	-0.0015	0.0397	0.0014	0.0371	0.0012	-0.0463	-0.0029	-0.0768
4	-0.0023	-0.0061	0.0009	0.0695	0.0010	-0.0676	-0.0019	0.0174	0.0030	0.1096
5	-0.0020	0.0473	0.0021	-0.0133	-0.0021	-0.0177	0.0018	0.0424	-0.0029	-0.1377
6	0.0011	-0.1338	-0.0005	0.1568	-0.0002	-0.1610	0.0008	0.1396	-0.0030	-0.1948
7	0.0001	-0.2201	0.0016	0.1287	-0.0019	0.0772	0.0005	-0.2104	0.0033	0.2724
8	-0.0008	-0.2726	0.0016	-0.1554	0.0011	0.2491	-0.0015	0.1873	-0.0033	-0.3622
9	0.0012	0.2437	0.0002	0.4307	-0.0009	0.3463	-0.0015	0.0404	-0.0032	-0.4369
10	0.0002	0.0422	0.0004	0.1192	0.0007	0.2483	0.0013	0.4907	0.0080	1.3360

(b) CASE 1

mode	eigenvectors $\phi \times 10^{-3}$									
1	0.0001	0.0044	0.0005	0.0121	0.0013	0.0138	0.0021	0.0146	0.0030	0.0147
2	0.0009	0.0244	0.0024	-0.0061	0.0015	-0.0221	-0.0002	-0.0344	-0.0024	-0.0370
3	-0.0011	-0.0231	-0.0016	0.0635	0.0017	0.0316	0.0010	-0.0521	-0.0033	-0.0791
4	-0.0028	-0.0095	0.0012	0.0441	0.0008	-0.0575	-0.0016	0.0156	0.0024	0.0893
5	-0.0022	0.0163	0.0018	-0.1095	-0.0018	0.0333	0.0019	0.0110	-0.0029	-0.1241
6	0.0008	-0.0539	0.0000	0.2034	-0.0009	-0.1597	0.0012	0.1341	-0.0033	-0.2035
7	0.0001	-0.2404	0.0016	0.1178	-0.0018	0.0745	0.0004	-0.2012	0.0031	0.2604
8	-0.0008	-0.3481	0.0010	-0.2596	0.0015	0.0861	-0.0010	0.1779	-0.0028	-0.2700
9	0.0007	0.1461	0.0009	0.3482	-0.0005	0.4248	-0.0018	0.1078	-0.0038	-0.4814
10	0.0002	0.0288	0.0004	0.0990	0.0007	0.2394	0.0014	0.4911	0.0080	1.3466

(c) CASE 2

mode	eigenvectors $\phi \times 10^{-3}$									
1	0.0002	0.0059	0.0007	0.0099	0.0013	0.0123	0.0021	0.0132	0.0029	0.0134
2	0.0009	0.0226	0.0020	0.0098	0.0017	-0.0196	-0.0002	-0.0417	-0.0029	-0.0465
3	-0.0018	-0.0305	-0.0015	0.0397	0.0014	0.0371	0.0012	-0.0463	-0.0029	-0.0768
4	-0.0023	-0.0061	0.0009	0.0695	0.0010	-0.0676	-0.0019	0.0174	0.0030	0.1096
5	-0.0020	0.0473	0.0021	-0.0133	-0.0021	-0.0177	0.0018	0.0424	-0.0029	-0.1377
6	0.0011	-0.1338	-0.0005	0.1568	-0.0002	-0.1610	0.0008	0.1396	-0.0030	-0.1948
7	0.0001	-0.2201	0.0016	0.1287	-0.0019	0.0772	0.0005	-0.2104	0.0033	0.2724
8	-0.0008	-0.2726	0.0016	-0.1554	0.0011	0.2491	-0.0015	0.1873	-0.0033	-0.3622
9	0.0012	0.2437	0.0002	0.4307	-0.0009	0.3463	-0.0015	0.0404	-0.0032	-0.4369
10	0.0002	0.0422	0.0004	0.1192	0.0007	0.2483	0.0013	0.4907	0.0080	1.3360

CASE 1의 경우는 균열 발생 전 고유진동수에 대한 균열 발생 후 고유진동수의 비율이 최소 79.66%에서 99.89%였으며 CASE 2의 경우는 최소 81.68%에서 98.86%로 비교적 많이 변경되었음을 알 수 있다. 균열에 의한 고유진동수는 균열의 크기와 균열의 위치에 따라 변화된다. CASE 2가 CASE 1보다 균열에 의한 회전강성이 큰 데도 일부 고유진동수가 적게 나온 이유는 균열이 외팔보의 고정단으로부터 CASE 1보다 멀리 있어 영향을 덜 주었기 때문으로 판단된다.

4.2 고유벡터 변화 검토

Table 2에 균열 발생 전 고유벡터를 정규화하여 나타내었다. 고유진동수가 10개 있으므로 고유벡터도 10개가 존재하였다. 행(row)는 모드를 나타내며 열(column)은 변위와 변위 각을 나타낸다. 고유벡터의 값에서 홀수 열(column)은 변위를 짝수 열(column)은 변위 각을 나타낸다.

Table 2의 (a), (b), (c)는 균열 발생 전과 균열 발생 후의 고유벡터를 나타낸다.

Table 3(a)는 CASE 1의 고유벡터의 변화량을 나타낸 것으로 균열 발생 후 고유벡터인 Table 1(b)에서 균열 발생 전 고유벡터인 Table 2(a)를 빼어서 나타내었다. Table 3(b)는 CASE 2의 경우로 같은 방법으로 구한 고유벡터의 변화량이다.

4.3 감도계수의 해석

Table 4는 Table 3의 고유벡터 변화량행렬과 Table 2(a)에 있는 균열 발생 전 고유벡터의 행렬를 가지고 식 (9)을 이용하여 감도계수를 해석한 결과이다. CASE 1과 CASE 2의 감도계수를 Table 4의 (a), (b)에 각각 나타내었다. CASE 1의 감도계수의 최대값은 α_{88} = 0.3352이고 최소값은 α_{98} = -0.3141이었으며 CASE 2는 최대값은 α_{66} = 0.2393이고 최소값은 α_{88} = -0.2170이었다. CASE 1의 감도계수가 CASE 2의 감도계수보다 비교적 큰 것은 균열 더 크게 발생했기 때문으로 판단된다.

4.4 균열 탐지 해석

Fig. 3은 반복회수에 따른 균열탐지를 예측한 그림이다. 균열의 탐지는 식 (14)~(18)을 사용하여 구하였으며 반복회수를 50번까지 하였다. 5번 반복하였을 때 균열의 탐지의 예측 치는 CASE 1은 $k_\theta^{(5)}$ = 5.193 kNm/rad, CASE 2는 $k_\theta^{(5)}$ = 6.516 kNm/rad로 예측률이 각각 173.10%, 130.33%였으나 반복회수가 증가함에 따라 오차가 감소하여 CASE 1은 k_θ = 3.0 kNm/rad, CASE 2는 k_θ = 5.0 kNm/rad에 수렴함을 볼 수 있다.

Table 5은 반복회수를 50번까지 하였을 때 균열 탐지를 예측한 결과이다.

Table 3 Delta eigenvectors before and after crack

(a) CASE 1

mode	delta eigenvectors $\Delta\phi\times10^{-2}$									
1	-0.0005	-0.0151	-0.0017	0.0213	-0.0006	0.0158	0.0003	0.0136	0.0011	0.0132
2	0.0001	0.0182	0.0038	-0.1595	-0.0018	-0.0247	0.0001	0.0734	0.0054	0.0950
3	0.0063	0.0742	-0.0009	0.2379	0.0032	-0.0549	-0.0012	-0.0581	-0.0032	-0.0224
4	-0.0056	-0.0340	0.0023	-0.2536	-0.0021	0.1008	0.0035	-0.0181	-0.0052	-0.2032
5	-0.0018	-0.3097	-0.0029	-0.9616	0.0028	0.5099	0.0017	-0.3136	-0.0005	0.1365
6	-0.0036	0.7986	0.0046	0.4657	-0.0072	0.0132	0.0040	-0.0551	-0.0033	-0.0874
7	0.0000	-0.2027	0.0001	-0.1094	0.0009	-0.0274	-0.0002	0.0918	-0.0014	-0.1199
8	0.0007	-0.7553	-0.0063	-1.0420	0.0045	-1.6300	0.0053	-0.0942	0.0056	0.9219
9	-0.0047	-0.9756	0.0068	-0.8251	0.0035	0.7849	-0.0037	0.6747	-0.0056	-0.4446
10	-0.0007	-0.1340	0.0003	-0.2022	0.0004	-0.0887	0.0003	0.0042	0.0007	0.1058

(b) CASE 2

mode	delta eigenvectors $\Delta\phi\times10^{-2}$									
1	-0.0001	-0.0029	-0.0003	-0.0047	-0.0006	0.0118	0.0001	0.0115	0.0008	0.0115
2	-0.0019	-0.0400	-0.0024	0.0365	0.0032	-0.0912	0.0003	-0.0162	0.0000	-0.0002
3	-0.0013	-0.0417	-0.0035	-0.0058	0.0014	-0.2339	-0.0028	0.0930	0.0078	0.2084
4	0.0070	-0.0232	-0.0053	-0.1903	0.0025	-0.3554	-0.0032	0.1079	0.0071	0.1934
5	-0.0058	-0.1036	0.0040	0.3892	0.0026	0.5265	-0.0063	-0.2595	0.0105	0.5671
6	-0.0032	0.5355	-0.0010	-0.6574	-0.0006	-0.5446	0.0042	0.2185	-0.0076	-0.4156
7	0.0046	-0.2150	-0.0017	0.8391	0.0040	0.4644	-0.0046	0.8416	-0.0117	-1.1120
8	0.0031	0.8645	-0.0036	0.7568	0.0023	0.4325	-0.0030	0.5620	-0.0082	-0.7848
9	0.0021	0.7606	-0.0066	0.1644	0.0022	-0.6732	0.0037	0.2900	0.0097	1.5470
10	-0.0008	-0.1295	-0.0010	-0.3557	0.0011	-0.3797	0.0013	-0.0409	0.0024	0.3293

Table 4 Sensitivity coefficient of 3 d.o.f system

(a) CASE 1

$\alpha_{ij}\times10$									
-0.0180	0.5830	-0.1303	0.0246	0.0455	-0.0123	0.0010	0.0075	-0.0029	-0.0003
-0.5572	-0.1172	1.3400	-0.2191	-0.3991	0.1064	-0.0082	-0.0647	0.0251	0.0025
0.1923	-1.2440	-0.2005	0.7996	1.2700	-0.3056	0.0231	0.1807	-0.0698	-0.0068
-0.0349	0.2114	-0.5302	-0.1833	-1.7960	0.2472	-0.0172	-0.1321	0.0502	0.0048
-0.0889	0.5315	-1.1710	1.5600	-0.6209	2.6050	-0.1365	-1.0010	0.3640	0.0344
0.0448	-0.2667	0.5635	-0.5867	-2.2440	-0.4787	0.2969	1.7810	-0.5572	-0.0496
-0.0029	0.0174	-0.0364	0.0357	0.1268	-0.1784	-0.0153	-0.4950	0.0950	0.0074
-0.0271	0.1611	-0.3343	0.3193	1.1030	-1.2410	0.3878	-0.7485	3.3520	0.1664
0.0219	-0.1303	0.2696	-0.2546	-0.8683	0.9018	-0.2155	-3.1410	-0.6080	-0.3903
0.0024	-0.0143	0.0296	-0.0277	-0.0940	0.0940	-0.0203	-0.2639	0.3069	-0.0092

(b) CASE 2

$\alpha_{ij}\times10$									
-0.0186	0.6052	0.0699	0.0312	-0.0171	0.0058	-0.0049	-0.0016	-0.0019	-0.0003
-0.5799	-0.1936	-1.7040	-0.6649	0.3556	-0.1195	0.1011	0.0335	0.0380	0.0066
-0.1502	1.4950	-0.3584	-1.9890	0.8381	-0.2580	0.2148	0.0704	0.0797	0.0138
-0.0801	0.7639	1.5070	-0.6740	3.0850	-0.6087	0.4773	0.1503	0.1685	0.0288
0.0699	-0.6602	-1.1380	-2.5870	-0.7861	2.1220	-1.3580	-0.3833	-0.4192	-0.0701
-0.0273	0.2569	0.4236	0.8096	-1.3800	-0.6247	2.9660	0.4966	0.4999	0.0782
0.0329	-0.3100	-0.5045	-0.9224	1.4050	-2.3960	-0.8096	-2.0070	-1.5950	-0.2156
0.0127	-0.1192	-0.1929	-0.3459	0.5040	-0.6764	1.3380	-0.4636	-2.5180	-0.2025
0.0200	-0.1880	-0.3035	-0.5395	0.7714	-0.9513	1.6440	2.1180	-0.5125	-0.9376
0.0047	-0.0443	-0.0714	-0.1263	0.1788	-0.2119	0.3466	0.3430	0.8006	-0.0491

CASE 1은 2번 요소 오른쪽에 균열의 크기를 k_θ = 3.0 kNm/rad으로 주었고 나머지 요소는 균열이 없어 $k_\theta = \infty$이나 해석을 위해 프로그램에 ∞를 넣을 수 없으므로 균열의 크기보다 상당히 큰 k_θ = 100000.0 kNm/rad 입력하였다. 이 경우 2번 요소의 균열의 크키를 2.998 kNm/rad으로 예측하여 예측율이 99.95%였으며 크랙이 없는 요소의 경우도 예측율이 99.94%이상으로 잘 예측함을 알 수 있었다.

CASE 2은 균열의 크기를 3번 요소 오른쪽에 k_θ = 5.0 kNm/rad으로 주었으며 나머지 요소의 균열의 크기는 CASE 1과 마찬가지로 해석을 위해 k_θ = 100000.0 kNm/rad로 입력하였다. 이 경우도 3번 요소의 오른쪽 균열의 크기를 4.999 kNm/rad으로 예측하여 예측률이 99.98%였으며 크랙이 없는 요소의 경우도 예측율이 99.95%이상으로 잘 예측함을 알 수 있었다.

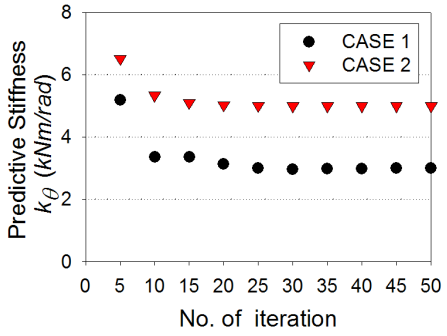

Fig. 3 Predictive crack according to the number of iteration

Table 5 Predictive crack in cantilever beam

(a) CASE 1

Element No.	Rotational stiffness (kNm/rad)			ratio $\Delta k_{\theta p}/\Delta k_\theta$ (%)
	no crack $k_{\theta 0}$	crack Δk_θ	prediction $\Delta k_{\theta p}$	
1	∞	100000.0	99965.342	99.96
2	∞	3.0	2.998	99.95
3	∞	100000.0	99983.537	99.98
4	∞	100000.0	99935.829	99.94
5	∞	100000.0	99987.081	99.99

(b) CASE 2

Element No.	Rotational stiffness (kNm/rad)			ratio $\Delta k_{\theta p}/\Delta k_\theta$ (%)
	no crack $k_{\theta 0}$	crack Δk_θ	prediction $\Delta k_{\theta p}$	
1	∞	100000.0	99973.458	99.97
2	∞	100000.0	99952.261	99.95
3	∞	5.0	4.999	99.98
4	∞	100000.0	100033.064	100.03
5	∞	100000.0	100022.005	100.02

5. 결 론

외팔보에 균열 발생 전 후의 동특성을 이용하여 균열 탐지를 예측하는 알고리즘을 개발하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 균열 발생 전, 후의 고유벡터변화량을 가지고 감도계수를 해석하는 방안을 제안하였다.
(2) 감도계수로부터 반복법을 이용하여 강성의 변화량행렬을 해석하는 알고리즘을 개발하였다.
(3) 강성의 변화량행렬과 균열 전 유한요소법의 강성행렬과 비교하여 균열을 탐지하는 방안을 제안하였다.
(4) 이 방법을 균열이 발생한 외팔보에 적용하여 균열 탐지를 잘 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.
(5) 제안된 방법은 이론적 방법이므로 추후 실험을 실시하여 구조물의 균열을 예측하는 연구와 균열이 동시에 여러 개 존재할 때 균열을 예측하는 연구가 필요하다고 판단된다.

후 기

본 연구는 2011학년도 경기대학교 학술연구비 지원에(교내학술연구과제)의해 수행되었음.

References

[1] Petroski, H. J., 1981, Simply static and dynamic models for cracked elastic beam, International J. of Fracture, 17 71-76.
[2] Dimarogonas, A. D., Papadopoulos, C. A., 1983, Vibration of cracked shaft in bending, Journal of Sound and Vibration, 91 583-593.
[3] Christides, S., Barr, D. S., 1984, One - dimensional theory of cracked Bernoulli - Euler beams, Journal of mechanical science, 26:11 639-648.
[4] Shen, M. H. H., Pierre, C., 1994, Free vibrations of beams with a single-edge crack, Journal of sound and vibration, 170:2 237-259.
[5] Yang, X. F., Swamidas, A. S. J., Seshadri, R., 2001, Crack identification in vibrating beams using the energy method, Journal of sound and vibration, 244:2 339-357.
[6] Lin, H., 2004, Direct and inverse methods on free vibration analysis of simply supported beams with a crack, Engineering structures, 26:4 427-436.
[7] Chandrupatla, T. R., Belegundu, A. D., 1997, Introduction to

Finite Elements in Engineering, Prentice Hall, New Delhi.

[8] Gounaris, G., Dimarogonas, A. D., 1988, A Finite Element of Cracked Prismatic Beam for Structural Analysis, Computers and Structures, 28 309-313.

[9] Friswell, M. I., Penny, J. E. T., Wilson, D. A. L., 1994, Using Vibration Data and Statistical Measures to Locate Damage in Structures, Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 9:4 239-254.

[10] Rizos, F. P., Aspragathos, N., Dimarogonas, A. D., 1990, Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes, Journal of Sound and Vibration, 138:3 381–388.

[11] Kartal, M. E., 2010, Effects of Semi-Rigid Connection on Structural Responses, Journal of Structural Engineering, 10 22-35.

[12] Fox, R. L., Kapoor. M. P, 1968, Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors, AIAA Journal, 6:12 2426-2429.

[13] Lee, J. Y., 2002, A Structural Eigenderivative Analysis by Modification of Design Parameter, Transactions of KSME A, 26:4 739-744.