Transactions of the KSNVE, 23(12) : 1103~1110, 2013
http://dx.doi.org/10.5050/KSNVE.2013.23.12.1103

한국소음진동공학회논문집 제23권 제12호, pp. 1103~1110, 2013
ISSN 1598-2785(Print), ISSN 2287-5476(Online)

Roll-to-roll 연속 공정을 위한 Multi-span Web 시스템의 횡방향 운동 해석

Lateral Dynamics of Multi-span Web System for Roll-to-roll Continuous Process

강 남 철†
Namcheol Kang

(Received November 12, 2013 ; Revised December 5, 2013 ; Accepted December 5, 2013)

Key Words : Web(웹), Roller(롤러), Roll-to-Roll(롤투롤), Multi-span Web(다중 웹), Timoshenko Beam(티모센코 보)

ABSTRACT

Based on the string, Euler beam, and Timoshenko beam theories, the transfer functions of axially translating web system to predict the lateral tracking are introduced in this paper. In addition, total transfer function of a multi-span web handling system is developed by the combination of the transfer functions of each single span. Experiments and computations are carried out and the results obtained for the Timoshenko beam model are compared with those of other models. The comparison indicates that the predictions from the Timoshenko and Euler beam models are quite different from that of the classical string model in both the gain and phase response. The results are expected to help in the development of high fidelity models of web tracking systems within a general computational framework.

1. 서 론

웹(web)은 아주 얇은 박막 소재의 유연성 재질로 이루어전 매체로써 종이, 필름, 철판, 플라스틱 호일 등 여러 가지 공학 제품과 응용 분야에 널리 사용되고 있다(Fig. 1 참조). 특히 최근에는 OLED (organic light emitting diode)의 생산기술이 양산화 단계에 접어들고 유연성 소재를 사용할 수 있는 RFID, e-Paper, PLED(polymer light emitting diodes) 등에 대한 관심이 급속히 증대하면서 이들 기술 및 소재를 기반으로 유연 디스플레이(FPD : flexible panel display)의 실질적인 양산체제 구현 가능성 역시 가시화 되고 있다. 따라서 종이처럼 얇고 휘 거나 말 수 있는 제품들의 roll-to-roll 연속 공정 생산 시스템의 필요성이 높게 대두되고 있다.

이러한 web-based roll-to-roll 생산 방식은 기존의 생산 방식과 달라 공정 및 시스템에서 몇 가지 핵심적인 기술적 문제 해결이 요구된다. 일반적으로 웹은 적당한 장력(tension)에서 빠른 속도로 이송되며 가공 및 생산에 필요한 응용 프로세스(염색, 프린팅, 살균, 세척 등)를 거치는 과정으로 구성된다. 연속공정에는 풀림 롤(unwinding roll), 감김 롤(winding roll), 보조 롤(idle roll), 작업 롤(working roll) 등이 사용되는데, 작업 중에 발생하는 롤의 비정렬성(misalignment), 불균일한 장력의 분포 또는

† Corresponding Author ; Member, School of Mechanical Engineering, Kyungpook National University
E-mail : nckang@knu.ac.kr
Tel : +82-53-950-7545, Fax : +82-53-950-6550

‡ Recommended by Editor Hyung-Jo Jung

웹 재질의 불균일성 등에 인한 외란(disturbance)에 의하여 횡방향 변위가 발생하여 제품의 정밀도가 떨어지고 안정성이 저해된다. 따라서 높은 생산성과 정밀 가공을 달성하기 위해서는 이송중인 웹의 동적 거동을 수학적으로 예측하여 정확한 이송을 위한 정밀한 위치 제어가 필요하다.

이송중인 웹의 횡 방향 변위에 대한 최초의 연구는 Campbell에 의해 수행되었다[1]. 그는 상류 롤러(upstream roller)에서 횡 방향 변위 입력에 대한 하류 롤러(downstream roller)의 횡 방향 변위를 위한 전달함수를 유도하기 위하여 현 모델(string model)을 사용하였다. 그러나 그의 모델에서는 웹의 관성과 장력이 고려되지 않았다. 이후, Shelton과 Reid는 다양한 웹 가이드에 대한 전달함수를 현 모델을 이용하여 유도하였다[2]. 또한, Shelton과 Reid는 현 모델을 이용한 웹 거동 해석의 단점을 극복하기 위하여 보 모델(beam model)을 개발하였다[3]. 베르누이 오일러 보 이론을 이용하여, 웹의 기하학적인 특성과 재료 특성은 보 모델의 매개변수로 사용하고 웹의 장력은 초기 응력으로 고려하였다. 나중에 Benson은 하류 경계조건은 웹의 하류 대류 각속도(convective angular velocity)와 횡 속도가 롤러의 그것과 일치하는 것임을 보였다[4].

베르누이-오일러 보 모델은 길고 좁은 웹에 대하여 근사적으로 유효한 모델로써, 짧고 넓은 여러 개의 웹으로 구성되고 높은 장력이 부가되는 다중 웹 (multi-span web) 시스템의 경우에는 전단 변형이 발생하여 해석에 큰 오차가 발생할 수 있다. 이를 해결하고자 Sievers 등은 전단 웹의 변형을 고려한 티보센코 보 모델을 개발하였으나[5], 하류 롤러(down-stream roller)에서의 경계조건을 부정확하게 적용하였다. 비록 Walton이 오차를 해결하려고 하였으나[6], Benson에 의해서야 비로소 해결되었다. 이와는 달리 축방향으로 이송 중인 현과 박막의 상하 진동에 관한 연구도 활발히 진행되고 있다[7,8].

이 연구에서는 현, 베르누이-오일러 보, 티모센코 보 이론을 이용하여 이송 중인 웹 시스템의 횡변위에 대한 전달함수를 구하고, 이를 이용하여 다중 웹(multi-span web) 시스템의 전달함수를 구하였다. 또한 이를 실험값과 비교하여 각 모델의 특징을 분석하였다.

2. 단일 웹 모델

2.1 현 모델

이송중인 웹의 횡 변위를 해석하기 위한 가장 고전적인 방법은 관성이 없고 장력이 가해진 현으로 모델링하여 해석하는 것이다. 이때, 현 모델(string model)은 1차원 파동 방정식으로 표현되며,

$$T\frac{d^2y}{dx^2}=0 \tag{1}$$

식 (1)의 일반 해는 단순히 다음과 같이 표현된다.

$$y(x,t)=C_1(t)+C_2(t)x \tag{2}$$

여기서 C_i는 상수이며, 각 롤러에서의 경계 조건을 대입하면 다음과 같은 식으로 정리된다. 즉,

$$y(x,t)=y(0,t)+\frac{y(L,t)-y(0,t)}{L}x \tag{3}$$

여기서 L은 상류 롤러(upstream roller)와 하류 롤러(downstream roller) 사이를 이송중인 웹의 길이를 나타낸다(Fig. 2 참조). 이때, 이송중인 웹의 횡방향 속도는 웹과 롤러 간의 미끄럼이 없을 경우, 롤러의 횡방향 속도와 같게 된다. 따라서 횡방향 속도 일치 조건(velocity matching condition)을 적용하여, 오일러 기술방법에 따라 하류 롤러에서의 이송중인 웹의

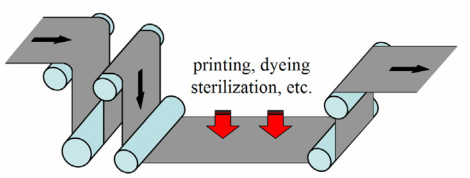


Fig. 1 Roll-to-roll continuous process

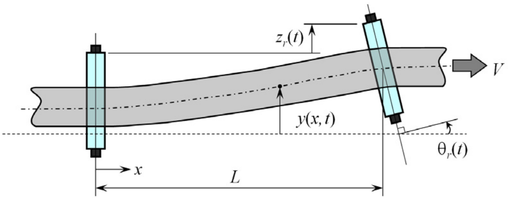


Fig. 2 Schematic of translating web system

횡방향 속도 V를 기술하면 다음과 같다. 즉,

$$\frac{dy(L,t)}{dt}=\frac{\partial y(L,t)}{\partial t}+V\frac{\partial y(L,t)}{\partial x} \tag{4}$$

또한 웹이 롤러와 밀착하여 운동할 때, 이송중인 웹의 횡 방향 속도는 하류 롤러의 운동학적인 조건에 의하여 결정된다. 예를 들어 만약 하류 롤러가 $\theta_r(t)$만큼 기울어져있고, 롤러의 축이 $z(t)$로 운동하는 경우, 속도 V로 이송중인 웹의 횡 변위는 다음과 같이 표현된다. 즉,

$$\frac{dy(L,t)}{dt}=V\theta_r(t)+\frac{dz_r(t)}{dt} \tag{5}$$

이때 식 (4)와 (5)를 연립하면, 결과적으로 횡 방향 속도의 일치 조건을 이용한 소위 하류 롤러에서 롤러 등반식(roller climbing equation)을 얻게 된다. 즉,

$$\frac{\partial y(L,t)}{\partial t}=V\left[\theta_r(t)-\frac{\partial y(L,t)}{\partial x}\right]+\frac{dz_r(t)}{dt} \tag{6}$$

여기서 식 (3)을 이용하여 식 (6)의 공간 미분을 계산하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial y(L,t)}{\partial t}=V\left[\theta_r(t)-\frac{y(L,t)-y(0,t)}{L}\right]+\frac{dz_r(t)}{dt} \tag{7}$$

식 (7)은 상류 롤러의 횡 변위와 하류 롤러의 횡 변위가 연관된 1차 상미분 방정식으로써, 상류 롤러를 지나는 웹의 횡 방향 외란(disturbance), $y(0,t)$를 알면 하류 롤러를 지나는 웹의 횡 변위 $y(L,t)$를 적분하여 구할 수 있음을 나타낸다. 만일 웹이 세 개 이상의 롤러로 구성된 시스템을 이동할 경우, 첫 번째 스팬(span)의 하류 롤러를 지나는 웹의 횡 변위는 두 번째 스팬의 상류 롤러를 지나는 웹의 외란으로 작용한다.

이제 초기조건이 0이고, $y(L,0)=0$인 경우, 고정된 평행한 두 개의 롤러를 이송하는 웹의 경우, 즉, $z_r(t)$와 $\theta_r(t)$이 0인 상태, 식 (7)의 라플라스 변환을 취하면 다음과 같으며,

$$sY_L(s)=-\frac{V}{L}\left[Y_L(s)-Y_0(s)\right] \tag{8}$$

식 (8)을 정리하면 현 모델을 이용한 이송중인 웹의 횡변위의 전달 함수를 구할 수 있다. 즉,

$$\left.\frac{Y_L(s)}{Y_0(s)}\right|^{S}=\frac{1}{(L/V)s+1} \tag{9}$$

2.2 베르누이 - 오일러 보 모델

이송중인 웹의 횡 변위 해석을 위하여 베르누이-오일러 보 이론을 적용하면, 장력이 작용하는 웹 스팬의 횡 방향 변위는 다음과 같다[1].

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4}-K^2\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}=0 \tag{10}$$

여기서,

$$K=\sqrt{T/EI} \tag{11}$$

이때 T, E, I는 각각 길이방향 장력, 보의 탄성계수 (Young's modulus), 웹 스팬 단면의 관성 모멘트를 나타낸다. 식 (10)의 일반 해는 다음과 같으며

$$y(x,t)=C_1^B\sinh Kx+C_2^B\cosh Kx+C_3^Bx+C_4^B \tag{12}$$

적분 상수 $C_1^B, C_2^B, C_3^B, C_4^B$는 시간의 함수로 다음과 같은 경계조건을 이용하여 구할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} &y(0,t)=y_0(t), \quad \frac{\partial y}{\partial x}(0,t)=\theta_0(t),\\ &y(L,t)=y_L(t), \quad \frac{\partial y}{\partial x}(L,t)=\theta_L(t) \end{aligned} \tag{13}$$

대입하여 정리하면, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_1^B&=\frac{a_1(y_0-y_L)+a_2\theta_0+a_3\theta_L}{K(2-2\cosh KL+KL\sinh KL)}\\ C_2^B&=\frac{a_4(y_0-y_L)+a_5\theta_0+a_6\theta_L}{K(2-2\cosh KL+KL\sinh KL)}\\ C_3^B&=\theta_0-KC_1^B\\ C_4^B&=y_0-C_2^B \end{aligned} \tag{14}$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_1&=K\sinh KL\\ a_2&=1-\cosh KL+KL\sinh KL\\ a_3&=\cosh KL-1\\ a_4&=K(1-\cosh KL)\\ a_5&=\sinh KL-KL\cosh KL\\ a_6&=KL-\sinh KL \end{aligned} \tag{15}$$

이때, $y_0(t)$와 $y_L(t)$는 웹의 횡 방향 변위이며, $\theta_0(t)$과 $\theta_L(t)$는 각각 상류와 하류 롤러에서 웹 각도이고, 식 (13)에서 시변수 t는 단순화를 위해 생략하였다. 또한, 베르누이-오일러 보 모델의 횡방향 변위와 단면의 회전각은 다음과 같은 관계를 가지고 있다.

$$\theta(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \tag{16}$$

횡 방향 속도의 일치 조건으로부터 횡 방향 변위의 롤러 등반식은 현 모델에서와 같이 식 (6)의 형태를 가진다. 또한, 하류 롤러에서 이송중인 웹의 횡방향 가속도는 미소요소의 횡방향 속도를 미분하고 기하학적인 관계를 이용하여 $\Delta x \approx V\Delta t$인 관계를 이용하면 다음과 같이 계산된다[3].

$$\frac{d^2 y(L,t)}{dt^2} = V^2 \frac{\partial^2 y(L,t)}{\partial x^2} + \frac{d^2 z_r(t)}{dt^2} \tag{17}$$

따라서, 식 (11)과 (16), 그리고 식 (15)에 라플라스 변환을 적용하면 선형 대수 방정식을 얻을 수 있다. 예를 들어, 하류 롤러가 고정되어 있고 상류 롤러와 평행한 경우($dz_r(t)/dt=\theta_r(t)=0$), 오일러 보 모델을 이용한 이송중인 웹의 횡변위 전달 함수는 다음과 같이 나타난다.

$$\left.\frac{Y_L(s)}{Y_0(s)}\right|^B = \frac{KV(KL-\sinh KL)s + K^2V^2(\cosh KL - 1)}{f_1 s^2 + f_2 s + f_3} \tag{18}$$

여기서,

$$\begin{aligned} f_1 &= 2 - 2\cosh KL + KL \sinh KL \\ f_2 &= KV(KL\cosh KL - \sinh KL) \\ f_3 &= K^2V^2(\cosh KL - 1) \end{aligned} \tag{19}$$

2.3 티모센코 보 모델

웹의 스팬 길이가 상대적으로 짧은 경우, 웹의 굽힘 변형 뿐만 아니라 전단 변형을 함께 고려할 필요가 있다. 티모센코 보 이론은 변형된 보의 단면이 평면을 유지하지만 전단에 의한 변형각 $\gamma(x,t)$에 의하여 중립선에 수직하지 않게 된다(Fig. 3 참조). 이러한 조건에서, 장력 $T(x,t)$가 작용하는 균일한 보의

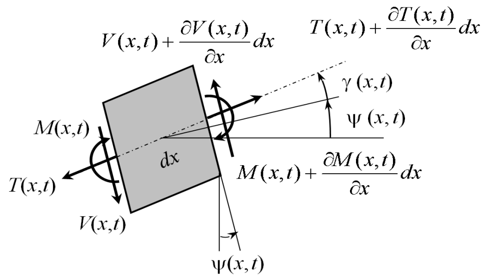


Fig. 3 Timoshenko beam differential element

처짐 $y(x,t)$와 굽힘 각 $\psi(x,t)$은 아래의 두 관계식을 만족한다[9].

$$(kGA+T)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - kGA\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} = 0 \tag{20}$$

$$EI\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + kGA\left[\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} - \psi(x,t)\right] = 0 \tag{21}$$

여기서, k,G,A는 각각 전단 보정 계수, 전단계수, 단면적을 의미한다. 이때 식 (20)과 식 (21)을 연립하여 굽힘 각 $\psi(x,t)$을 제거하고 보의 처짐 $y(x,t)$에 관한 식으로만 유도하면 아래와 같은 4차 편미분 방정식의 형태로 나타난다.

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} - \alpha^2\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0 \tag{22}$$

여기서,

$$\alpha = \sqrt{\frac{T}{EI}\cdot\frac{kGA}{kGA+T}} \tag{23}$$

이때 식 (22)를 베르누이-오일러 보 이론을 적용하였을 때의 웹 거동에 관한 지배방정식인 식 (10)과 비교하면 수학적으로 동일한 형태가 됨을 알 수 있다. 이때 장력이 매우 작아서 전단의 영향이 작은 경우 (즉, $T \ll kGA$)는 α가 K와 같게 되며 티모센코 보 이론을 적용한 보의 처짐은 베르누이-오일러 보 이론을 적용한 경우와 같게 된다. 따라서 티모센코 보 이론을 적용한 보의 처짐은 베르누이-오일러 보의 경우와 마찬가지로 식 (22)를 만족하는 함수의 형태를 갖게 된다[10]. 즉,

$$y(x,t) = C_1^T\sinh(\alpha x) + C_2^T\cosh(\alpha x) + C_3^T x + C_4^T \tag{24}$$

그리고 굽힘 각 $\psi(x,t)$는 식 (20)을 고려하면 처짐 $y(x,t)$와 미분의 관계가 성립하므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\psi(x,t) = C_1^T \beta \cosh(\alpha x) + C_2^T \beta \sinh(\alpha x) + C_3^T \tag{25}$$

여기서,

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{T}{EI} \tag{26}$$

이때 전단의 영향이 작아서 α가 K와 같은 경우, β도 K와 같게 되고 굽힘 각 $\psi(x,t)$는 베르누이-오일러 보의 경우와 마찬가지로 보의 처짐을 미분한 경우와 같게 된다. 그리고, C_1^T, C_2^T, C_3^T, C_4^T는 베르누이-오일러 보의 경우와 마찬가지로 시간의 함수이며 다음과 같은 웹의 상류와 하류 롤러에서의 경계 조건을 이용하여 계산한다.

$$\begin{aligned} &y(0,t) = y_0(t), \quad \psi(0,t) = \psi_0(t), \\ &y(L,t) = y_L(t), \quad \psi(L,t) = \psi_L(t) \end{aligned} \tag{27}$$

식 (27)을 각각 식 (24)와 식(25)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} C_1^T &= \frac{b_1(y_0 - y_L) + b_2\psi_0 + b_3\psi_L}{\beta(2 - 2\cosh\alpha L + \beta L \sinh\alpha L)} \\ C_2^T &= \frac{b_4(y_0 - y_L) + b_5\psi_0 + b_6\psi_L}{\beta(2 - 2\cosh\alpha L + \beta L \sinh\alpha L)} \\ C_3^T &= \psi_0 - \beta C_1^T \\ C_4^T &= y_0 - C_2^T \end{aligned} \tag{28}$$

여기서,

$$\begin{aligned} b_1 &= \beta \sinh\alpha L \\ b_2 &= 1 - \cosh\alpha L + \beta L \sinh\alpha L \\ b_3 &= \cosh\alpha L - 1 \\ b_4 &= \beta(1 - \cosh\alpha L) \\ b_5 &= \sinh\alpha L - \beta L \cosh\alpha L \\ b_6 &= \beta L - \sinh\alpha L \end{aligned} \tag{29}$$

이때, $y_0(t)$와 $y_L(t)$는 각각 상류와 하류 롤러에서 웹의 횡 방향 변위이며 $\psi_0(t)$와 $\psi_L(t)$는 웹 각도이며, 시변수 t는 단순화를 위해 생략하였다.

속도 V로 이송 중인 웹의 $x = L$인 지점에서 횡방향 속도와 회전 각속도는 오일러 표기 방법을 사용하면 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{dy(L,t)}{dt} = \frac{\partial y(L,t)}{\partial t} + V\frac{\partial y(L,t)}{\partial x} \tag{30}$$

$$\frac{d\psi(L,t)}{dt} = \frac{\partial \psi(L,t)}{\partial t} + V\frac{\partial \psi(L,t)}{\partial x} \tag{31}$$

또한, 속도 V로 이송 중인 웹의 횡 방향 속도는 웹이 이동할 때 하류 롤러의 모든 점에 달라붙은 상태로 움직여야 하는 조건으로부터 결정될 수 있다. 예를 들면, 만약 하류 롤러가 $\theta_r(t)$만큼 기울어져 있고 롤러 축 방향으로 $z(t)$만큼 미끄러진다면, 이송 중인 웹의 횡 방향 속도는 다음과 같이 계산된다(Fig. 2 참조).

$$\frac{dy(L,t)}{dt} = V\theta_r(t) + \frac{dz(t)}{dt} \tag{32}$$

따라서, 횡 방향 속도 일치 조건을 적용하면 식(30)과 식 (32)로부터 소위 하류 롤러에서의 롤러 등반식을 다음과 같이 얻게 된다. 즉,

$$\frac{\partial y(L,t)}{\partial t} = V\left[\theta_r(t) - \frac{\partial y(L,t)}{\partial x}\right] + \frac{dz(t)}{dt} \tag{33}$$

마찬가지로 이송 중인 웹의 하류 롤러에서의 각속도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \psi(L,t)}{\partial t} = \frac{d\theta_r(t)}{dt} - V\frac{\partial \psi(L,t)}{\partial x} \tag{34}$$

여기서 주목할 사항은 웹의 전단 변형은 웹 단면의 회전에 기여하지 않는다는 사실이다[(4)].

이제 롤러 등반식에 라플라스 변환을 적용하면 선형 방정식을 얻을 수 있다. 예를 들어, 하류 롤러가 고정되어 있고 상류 롤러와 평행한 경우 ($dz(t)/dt = \theta_r(t) = 0$), 식 (21)을 식 (28)과 식 (29)에 대입한 후 라플라스 변환을 적용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$Y_L(s)\big|^T = \frac{h_1 Y_0(s) + h_2 \Psi_0(s)}{\beta(g_1 s^2 + g_2 s + g_3)} \tag{35}$$

$$\Psi_L(s)\big|^T = \frac{h_3 Y_0(s) + h_4 \Psi_0(s)}{g_1 s^2 + g_2 s + g_3} \tag{36}$$

여기서,

$$h_1 = \beta(\beta-\alpha)V\sinh\alpha L\cdot s - \alpha\beta V^2(\alpha - \beta\cosh\alpha L)$$
$$h_2 = (\beta-\alpha)V(\cosh\alpha L - 1)\cdot s - \alpha\beta V^2(\alpha L - \sinh\alpha L)$$
$$h_3 = \alpha\beta V(1-\beta\cosh\alpha L)\cdot s$$
$$h_4 = \alpha V(\beta L - \sinh\alpha L)\cdot s + \alpha(\beta-\alpha)V^2 \quad (37)$$

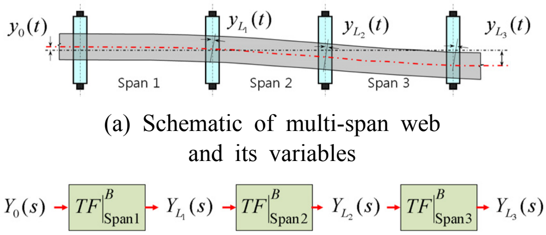
$$g_1 = 2 - 2\cosh\alpha L + \beta L\sinh\alpha L$$
$$g_2 = \alpha\beta LV\cosh\alpha L - (2\alpha-\beta)V\sinh\alpha L \quad (38)$$
$$g_3 = \alpha V^2(\beta\cosh\alpha L - \alpha)$$

3. 다중 웹 시스템

웹이 다수의 롤러로 구성된 시스템에서 고속으로 이송되며 다양한 공정을 진행하기 위하여는 특정 위치에서 웹의 거동을 정확히 계산할 필요가 있다. 다중 웹 시스템의 횡변위와 굽힘각은 초기 상태의 웹이 단일 웹을 통과하며 변화된 하류 롤러에서의 횡변위와 굽힘 각이 다음 웹의 상류 롤러에서의 초기 조건이 된다는 조건을 이용하면 쉽게 구할 수 있다. 예를 들어, 베르누이-오일러 보 이론을 적용한 경우, Fig. 4(a)와 같은 다중 웹 시스템에서 첫 번째 하류 롤러에서의 웹 횡변위에 대한 라플라스 변환 값 $Y_{L_1}(s)$은 두 번째 롤러에서의 초기 조건이 되기 때문에 전달함수 식 (18)을 이용하여 두 번째 웹 스팬의 하류 롤러에서의 횡변위 $Y_{L_2}(s)$를 구할 수 있다. 이를 순차적으로 적용하면 최종적으로 $Y_{L_3}(s)$를 세 개의 웹 스팬의 전달함수와 $Y_0(s)$를 이용하여 아래와 같이 계산할 수 있다(Fig. 4(b)참조). 즉,

$$\begin{aligned} Y_{L_3}(s) &= \left.\frac{Y_{L_3}(s)}{Y_{L_2}(s)}\right|_{\text{Span 3}}^{B}\cdot Y_{L_2}(s) \\ &= \left.\frac{Y_{L_3}(s)}{Y_{L_2}(s)}\right|_{\text{Span 3}}^{B}\cdot\left.\frac{Y_{L_2}(s)}{Y_{L_1}(s)}\right|_{\text{Span 2}}^{B}\cdot Y_{L_1}(s) \\ &= \left.\frac{Y_{L_3}(s)}{Y_{L_2}(s)}\right|_{\text{Span 3}}^{B}\cdot\left.\frac{Y_{L_2}(s)}{Y_{L_1}(s)}\right|_{\text{Span 2}}^{B}\cdot\left.\frac{Y_{L_1}(s)}{Y_{L_0}(s)}\right|_{\text{Span 1}}^{B}\cdot Y_0(s) \end{aligned} \quad (39)$$

이 연구에서는 다중 웹(multi-span web) 시스템의 횡방향 운동을 검증하기 위하여 Fig. 5와 같은 4개의 롤러로 구성된 시스템의 횡변위를 계산하고 실험값과 비교하여 Fig. 6에 도시하였다. 실험에 사용된 물성치는 Table 1에 나타내었다. 현 모델과 베르누이-오일러 보 모델의 경우, 횡변위의 Gain을 식 (39)를 이용하여 계산하였다. 반면, 티모센코 보 이론을 적용한 경우에는 하류 롤러의 횡변위와 굽힘각이 식 (35)~(36)과 같이 상류 롤러의 횡변위 Y(s)와 굽힘각 Ψ(s)의 조합에 의하여 결정된다. 따라서 최종 하류 롤러에서의 횡변위는 Fig. 4(c)에 도식화 한 것처럼 각각의 웹 스팬에 대하여 순차적으로 적용하여 계산한다.



(a) Schematic of multi-span web and its variables

(b) Transfer functions for string and Bernoulli-Euler beam model

(c) Transfer functions for Timoshenko beam model

Fig. 4 Multi-span web system

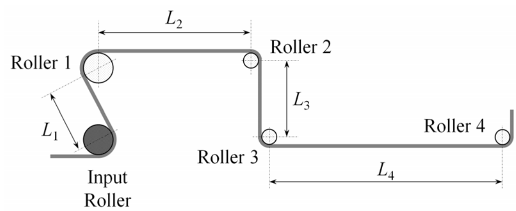


Fig. 5 Configuration of the multi-web system

Fig. 6에 도시한 바와 같이, 티모센코 보 이론을 적용한 경우가 실험 값과 가장 잘 일치함을 알 수 있으며, 현 모델의 경우는 웹의 굽힘 강성을 고려하지 않았기 때문에 다른 모델의 경우 보다 낮은 Gain 값을 나타내었다. 이 실험에서는 웹의 장력 (T=10)이 kGA(=102.3) 보다 매우 작기 때문에 티모센코 보 이론으로 계산한 결과와 베르누이-오일러 보 이론으로 계산한 결과간의 차이가 크게 나타나지

Table 1 Material properties of the web handling system

Properties		Values	Unit
Web width		186	mm
Web thickness		0.036	mm
Young's modulus		47.7	MPa
Poisson ratio		0.33	
Web tension		10	N
Web speed		5	m/sec
Web length	L_1	356.6	mm
	L_2	520.7	mm
	L_3	269.9	mm
	L_4	889.0	mm

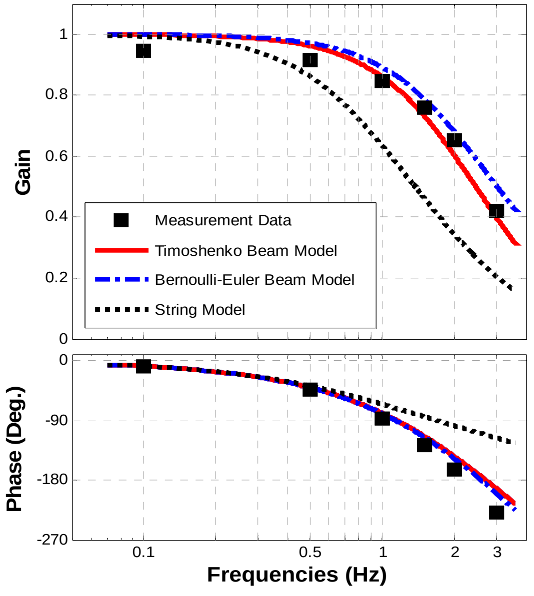


Fig. 6 Gain and phase of multi-span web system

않았지만, 고주파수 영역으로 갈수록 티모센코 보 이론으로 계산한 결과가 더 유연한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

4. 결 론

이 연구에서는 현, 베르누이-오일러 보, 티모센코 보 이론을 이용하여 이송 중인 웹 시스템의 횡변위에 대한 전달함수를 구하였다. 이를 토대로 다중 웹(multi-span web) 시스템의 전달함수를 구하여 실험값과 비교하였다. 티모센코 보 이론을 적용한 경우가 실험값과 가장 잘 일치하며, 현 모델의 경우는 웹의 굽힘 강성을 고려하지 않았기 때문에 다른 모델과 큰 차이가 있음을 확인하였다.

후 기

이 논문(저서)은(는) 경북대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음.

References

(1) Campbell, D. P., 1958, Process Dynamics, John Wiley and Sons, New York.

(2) Shelton, J. J. and Reid, K. N., 1971, Lateral Dynamics of an Idealized Moving Web, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 93, No. 3, pp. 187~192.

(3) Shelton, J. J. and Reid, K. N., 1971, Lateral Dynamics of a Real Moving Web, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 93, No. 3, pp. 180~186.

(4) Benson, R. C., 2002, Lateral Dynamics of a Moving Web with Geometrical Imperfection, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 124, No. 1, pp. 25~34.

(5) Sievers, L., Balas, M. J. and Flotow, A., 1988, Modeling of Web Conveyance Systems for Multivariable Control, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, No. 6, pp. 524~531.

(6) Walton, R. L., 1999, Revised Sievers Lateral Dynamics Model, Proceedings of the Fifth International Conference on Web Handling, Oklahoma State University, pp. 473~489.

(7) Shin, C. H., Chung, J. and Han, C. S, 2000, Dynamic Modeling and Analysis for an Axially Moving String, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 10, No. 5, pp. 838~842.

(8) Shin, C. H. and Chung, J., 2006, Out-of-plane Vibration for an Axially Moving Membrane, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 2, pp. 198~206.

(9) Meirovitch, L., 1997, Principles and Techniques of Vibrations, Prentice Hall, Inc., New Jersey.

(10) Slack, T. S., 2005, Enhanced Models for the Lateral Dynamics of a Moving Web, MS thesis, Purdue University, West Lafayette, IN.

Namcheol Kang received his B.S. degree in Mechanical Engineering from KAIST in 1992, M.S. in Mechanical Design and Production Engineering from Seoul National University in 1994, and Ph.D. in Mechanical Engineering from Purdue University in 2004. Currently he is a professor in the School of Mechanical Engineering at Kyungpook National University, Korea. His primary research interests are dynamics, vibration and stability analysis of structures.