

## 발사체 상단 유도를 위한 단순화된 직접식 유도 방식 성능 분석

송은정\*, 조상범\*\*, 박창수\*\*\*, 노웅래\*\*\*\*

### Performance Analysis of a Flat-Earth Explicit Guidance Algorithm Applicable for Upper Stages of Space Launch Vehicles

Eun-Jung Song\*, Sang-bum Cho\*\*, Chang-Su Park\*\*\*, Woong-Rae Roh\*\*\*\*

#### Abstract

This paper considers the explicit guidance algorithm to determine the closed-loop guidance law applicable to upper stages of a given space launch vehicle. It has the advantage of very simple forms derived from the flat earth assumption, which is appropriate for its on-board application. However the simple time-to-go prediction equation produces the degraded guidance performance of the launcher because of its inaccuracy. To overcome the problem, the elaborate prediction equations, which have been employed in Saturn and H-II, are attempted here. Finally, the simulation results show that the simple guidance approach requires the more accurate time-to-go prediction and gravity integrals for its broad application.

#### 초 록

본 논문에서는 주어진 발사체의 상단부 유도 방식 선정을 위해서 외연적 유도 알고리즘에 대해서 다루었다. 지구를 평평하게 가정함으로써 얻어지는 매우 단순화된 형태의 알고리즘으로 온보드 응용에 있어서 유리한 유도 방식에 대해서 다루었다. 그러나 주어진 발사체에 적용한 결과 단순한 time-to-go 예측 방정식은 유도 성능을 저하시키는 특성을 보여, Saturn이나 H-II 발사체 사용되었던 정밀한 예측 방법을 도입하였다. 최종적으로 모의시험을 통해 단순한 형태의 유도 방식은 폭넓은 응용을 위해서는 time-to-go 예측 및 중력에 의한 속도 이득을 개선해야 함을 알 수 있었다.

키워드 : 발사체 (launch vehicle), 외연적 알고리즘 (explicit algorithm),  
평평한 지구 (flat-earth), 선형 싸인 유도 법칙 (linear sine guidance law)

#### 1. 서 론

발사체의 운동에 대한 정확한 수학적 모델을

사용하여 비행 중 최적화를 수행하는 방식이 가장 유연성이 뛰어난 유도 방법이지만 최적화 과정은 비선형 운동방정식으로 인해 수치적으로 밖

접수일(2012년 5월 18일), 수정일(1차 : 2012년 6월 11일, 게재 확정일 : 2012년 7월 1일)

\* 체계설계팀/ejsong@kari.re.kr \*\*\* 체계설계팀/sbcho@kari.re.kr \*\*\*\* 체계설계팀/cspark@kari.re.kr

\*\*\*\* 체계설계팀/rwr@kari.re.kr

에 해를 얻을 수밖에 없기 때문에 상당한 양의 계산이 필요하게 된다. 따라서 실제 유도 시스템은 최적화 과정을 충분히 단순화시켜 탑재 컴퓨터를 사용해서도 계산이 가능하도록 유도 된다. 이를 위해 구면의 지구 대신 평평한 지구로 가정함으로써 단순화된 해석적인 형태의 해로 표현된 유도 방식이 많이 사용되었다 [1, 2]. 이런 방식을 사용할 경우 최적화 과정 대신 해석적인 방정식만을 사용하여 유도 명령이 얻어지게 된다. Ariane 4 발사체에 적용된 것으로 추정된 유도 방식 [1]의 경우 이에 해당하며, 선형 싸인 유도 법칙 [3] 또한 이 유도 방식과 매우 유사하다. 선형 싸인 유도 방식의 경우는 H-I, H-II 발사체, Atlas/Centaur에 적용된 것으로 추정된다 [4~6].

기존의 많은 유도 알고리즘들은 주어진 발사체에 대해 각각의 특별한 임무 목표를 만족시킬 수 있도록 ad-hoc 식으로 개발되었고, 폭넓은 임무와 발사체에 적용 가능하도록 하는 노력 및 적용가능성에 대한 분석은 거의 수행되지 않았다. 따라서 주어진 발사체 임무에 적합한 유도 알고리즘을 결정하기 위해서는 기존에 개발된 다양한 유도 알고리즘을 적용해보고 그 특성을 파악하고 보완하는 일이 필요하다. 본 논문에서는 3단형 발사체의 유도 방식 선정을 위해서 앞에서 기술된 비행을 통해 입증된 단순화된 알고리즘을 주어진 발사체 모델에 적용을 시도하였다. 앞으로 이 알고리즘을 FE 알고리즘으로 부르겠다.

그러나 이 알고리즘의 경우 현재 주어진 임무 궤적에 대해서는 time-to-go( $t_{go}$ , 목표 궤도 투입까지 남은 시간) 예측 방정식이 정확하지 않아 유도 성능이 상당히 저하되는 결과가 얻어졌다.  $t_{go}$ 는 발사체의 목표 궤도로의 진입 여부에 영향을 미치는 최종 속도를 결정하는 엔진연소중단시점과 유도 자세 명령에도 영향을 미치는 변수로 그 정확성이 매우 중요하다. 따라서 기존에 알려져 있는 Saturn에 사용된  $t_{go}$  예측 방정식 [7]과 선형 싸인 유도 법칙에서 사용된 방식을 도입하여 성능 변화를 분석하였다. 정상 비행 조건 및 섭동 조건에 대해서 3-자유도 모의시험을 통해 궤도 투입시점에서의 위치/속도 정밀도 분석 및

추가로 소모된 추진제량 분석을 통해 유도 성능 평가를 수행하였다.

## 2. Flat-Earth 기반 유도 알고리즘

이 유도 법칙 유도를 위한 유도 좌표계는 x-축은 지구 중심으로부터의 로켓 위치 벡터를 nominal 궤도면에 투영시킨 벡터와 평행한 축으로, y-축은 nominal 궤도면에 평행하면서 x-축에 수직이 벡터로 속도 방향으로 향하는 축으로, 그리고 z-축은 위의 x-축, y-축으로부터 오른손 법칙에 의해서 결정되도록 정한다. 이런 회전하는 유도 좌표계에 대해서 유도된 운동방정식은 평평한 지구로 가정하고, 중력 가속도를 일정한 평균값으로 가정할 경우 다음과 같이 단순화된다 (가능한 변수는 참고문헌 [2]와 같은 기호를 사용했으므로 자세한 설명은 이 문헌에 기술되어 있다).

$$\dot{x} = u \quad (1)$$

$$\dot{y} = v \quad (2)$$

$$\dot{z} = w \quad (3)$$

$$\dot{u} = \frac{I}{\tau - t} \tan \Psi_1 - g, \quad \tau = \frac{V_{ex}}{a_T} \quad (4)$$

$$\dot{v} = \frac{I}{\tau - t} \quad (5)$$

$$\dot{w} = \frac{I}{\tau - t} \frac{\tan \Psi_2}{\cos \Psi_1} \quad (6)$$

여기서  $I \equiv V_{ex} \cos \Psi_2 \cos \Psi_1$ 이고,  $\Psi_1$ 과  $\Psi_2$ 는 유도 좌표계에 대한 추력 벡터의 방향을 나타내는 각이다. 위의 주어진 운동방정식 하에 연료량을 최소화하는 최적 자세 명령은 다음과 같은 형태로 유도 된다 [2].

$$\tan \Psi_1 = A + Bt \quad (7)$$

$$\frac{\tan \Psi_2}{\cos \Psi_1} = C + Dt \quad (8)$$

여기서 유도 파라미터  $A, B, C, D$ 는 최적궤적

에 대한 유도 명령각을 유도 좌표계에 대해서 표현 할 경우 투입점에 근접할수록 작아지기 때문에  $I \approx const$ ,  $g \approx const$ 로 둘 경우 운동 방정식을 현재시점부터 최종 시간  $t_{go}$ 까지 적분하면 다음과 같이 해석적으로 얻어지게 된다.

$$x_T = x_o + u_o t_{go} - \frac{1}{2} g t_{go}^2 + AI \frac{S}{V_{ex}} + BI \frac{Q}{V_{ex}} \quad (9)$$

$$y_T = y_o + v_o t_{go} + \frac{S}{V_{ex}} \quad (10)$$

$$z_T = z_o + w_o t_{go} + CI \frac{S}{V_{ex}} + DI \frac{Q}{V_{ex}} \quad (11)$$

$$u_T = u_o - g t_{go} + AI \frac{L}{V_{ex}} + BI \frac{J}{V_{ex}} \quad (12)$$

$$v_T = v_o + I \frac{L}{V_{ex}} \quad (13)$$

$$w_T = w_o + CI \frac{L}{V_{ex}} + DI \frac{J}{V_{ex}} \quad (14)$$

여기서 추력적분값은 다음과 같이 정의되고, 오른쪽 값은 액체엔진의 경우와 같이 일정 추력 특성을 가지게 되는 경우의 값을 나타낸다.

$$L = \int_0^{t_{go}} a_T dt = V_{ex} \ln \frac{\tau}{(\tau - t_{go})} \quad (15)$$

$$J = \int_0^{t_{go}} a_T t dt = V_{ex} \left\{ \tau \ln \frac{\tau}{(\tau - t_{go})} - t_{go} \right\} \quad (16)$$

$$S = \int_0^{t_{go}} \int_0^t a_T ds dt = -V_{ex} \left\{ (\tau - t_{go}) \ln \frac{\tau}{(\tau - t_{go})} - t_{go} \right\} \quad (17)$$

$$Q = \int_0^{t_{go}} \int_0^t a_T s ds dt = -V_{ex} \left[ \frac{t_{go}^2}{2} + \tau \left\{ (\tau - t_{go}) \ln \frac{\tau}{(\tau - t_{go})} - t_{go} \right\} \right] \quad (18)$$

결과적으로 얻어지는 유도 명령각은

$$\sin \Psi_1 = \frac{A_{LS} + B_{LS} t}{\cos \Psi_2} \quad (19)$$

$$\sin \Psi_2 = C_{LS} + D_{LS} t \quad (20)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} A_{LS} \\ B_{LS} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} Q & -J \\ -S & L \end{bmatrix}}{(LQ - SJ)} \begin{bmatrix} u_T - (u_o - g t_{go}) \\ x_T - (x_o + u_o t_{go} - \frac{1}{2} g t_{go}^2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{LS} \\ D_{LS} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} Q & -J \\ -S & L \end{bmatrix}}{(LQ - SJ)} \begin{bmatrix} w_T - w_o \\ z_T - (z_o + w_o t_{go}) \end{bmatrix}$$

위 유도 계수를 계산하기 위해서 선형 싸인 유도 법칙의 경우 중력 성분을 나중에 고려한다는 점을 제외하고는 두 유도 법칙은 같게 된다 [3]. 비행 구간동안 일정 중력으로 가정하기 때문에 중력에 의한 속도 및 위치 계산은 매우 간단하지만 비행 구간동안 고도 변화가 큰 경우와 같이 중력의 변화가 클 경우 그 영향이 크게 나타날 수 있음을 알 수 있다. 투입점 근처에 도달해서는 유도 법칙은 대부분 불안정해지기 때문에 투입 속도 조건만을 만족하도록 하는 등의 유도 모드 전환이 필요하다. 즉 위 식에서 위치 구속 조건을 제거하게 된다.

$t_{go}$ 는 식 (5)를 사용하여 다음과 같이 계산한다.

$$t_{go} = \tau \left\{ 1 - \exp \left( \frac{v_o - v_T x_T / x_o}{I} \right) \right\} \quad (21)$$

참고문헌 [1]에서는  $I \approx V_{ex}$ ,  $\Psi_1 \approx \Psi_2 \approx 0$ 로 두어 더 간단히

$$t_{go} = \tau \left\{ 1 - \exp \left( \frac{v_o - v_T}{V_{ex}} \right) \right\} \quad (22)$$

그러나 위 식들은  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ 가 거의 0에 가깝고 (투입점에 근접할 경우 타당), 속도 방향으로 중력의 영향이 거의 없는 경우 타당한 식으로 현재 주어진 3단형 발사체의 궤적에 이 식을 사용하여  $t_{go}$ 를 예측할 경우 큰 오차를 보인다.

이 문헌에서  $g$ 값은 아래와 같이 단순한 식을 추천하고 있다.

$$g = \frac{\mu}{r^2} - \frac{(v^2 + w^2)}{r} \quad (23)$$

반면에 Space Shuttle에 적용되었던 Powered Explicit Guidance의 경우는 중력에 의한 속도 및 위치 이득을 정확히 예측하기 위해 반복 계산을 사용하는 등의 더 복잡한 방법을 사용하고 있다 [8].

위 유도 알고리즘을 적용할 경우의 개략적인 순서도는 다음과 같게 된다.

• 알고리즘 초기화

- ①  $t_{go}$  추정.
- ② 각단 엔진연소중단시점에서의 목표궤도 설정.

• 반복 계산 직전 과정

- ①  $t_{go} = t_{go} - h_{step}$  : 유도 명령은  $h_{step} = 0.5$ 초 마다 계산되어 갱신된다고 됨.
- ② 항법 좌표계에서 유도 좌표계로의 변환  $C_N^G$  계산 후 유도 좌표계에서의 위치, 속도 계산.  
 $\vec{P}^G = C_N^G \vec{P}^N, \vec{V}^G = C_N^G \vec{V}^N$

• 반복 계산 과정

- ① 주어진  $t_{go}$ 에 대해 식 (15)~(18)를 사용하여 추력적분값 계산.
- ② 식 (23)을 사용하여 중력 계산 : 이 값을 그대로 사용할 경우 주어진 발사체의 3단과 같이 비행시간이 긴 경우 명령 프로파일이 최적 프로파일과 차이가 커져 중력 성분에 대해서 현재 위치와 최종 위치의 평균값을 사용하여 개선하고, 참고문헌 [1, 2]와는 달리 z-축에서 대해서도 중력을 고려함.
- ③ 식 (19)와 (20)을 사용하여 유도 명령각  $\psi_1, \psi_2$  계산 : 2단의 경우  $t_{go} \leq 20$ (sec), 3단의 경우  $t_{go} \leq 30$  (sec)가 되면 속도 구속만을 고려하여 유도 명령 계산.
- ④ 얻어진 명령각 및 추력 적분값을 사용하여  $t_{go}$  개선 : 식 (21) 또는 3절에 기술되어 있는 방법을 사용.
- ⑤ 수렴 조건  $|t_{go}(n) - t_{go}(n-1)| < 10^{-5}$ 을 만족하면 반복계산을 종료 : 수렴된  $t_{go}$ 를 사용하여 엔진 연소 중단 시점 및 계산된 유도 명령각

을 항법좌표계에 적합하도록 변환하고, 유도 명령각 변화율을 계산.

• 유도 알고리즘 계산과정의 종료

- ① 유도명령의 발산을 막기 위해서 2단의 경우  $t_{go} \leq 3$  (sec), 3단의 경우  $t_{go} \leq 2$  (sec)가 되면 유도 명령각 변화율을 일정한 값으로 유지.

### 3. 선형 싸인 유도 알고리즘

선형 싸인 유도 법칙은 피치 방향과 요 방향을 분리해서 피치 방향 자세 명령은 목표궤도 형상을 얻을 수 있도록 투입점 제어를 목표로 하고, 요 방향은 궤도면 바깥 방향 운동을 제어함으로써 목표 궤도이내로 투입할 수 있도록 유도된다. 선형 싸인 유도는 각 상태량의 조정에 가장 연관 있는 파라미터를 1대 1로 대응시켜 푸는 간단한 방법이어서 실제로 각 파라미터가 복수의 상태량에 영향을 주는 비행 경로의 경우 타당한 유도 명령이 얻어지지 않을 수 있다고 참고문헌 [9]에서는 기술하고 있다.

구체적으로 피치 명령  $\psi_1$ 의 경우 아래 식과 같이 목표로 하는 궤도 반경 가속도  $\ddot{r}_T$ 가 실제 궤도 반경 가속도  $\ddot{r}$ 과 일치하도록 식 (26)과 같이 주어지게 되고, 여기서 유도 파라미터  $A, B$ 는 FE 알고리즘에서와 같이 식 (24)를 적분해서 목표로 하는 궤도 반경 및 궤도 반경 변화율을 만족시킬 수 있도록 결정된다.

$$\ddot{r}_T = a_T(A + Bt) \tag{24}$$

$$\ddot{r} = a_T \psi_1 + \left( \frac{h^2}{r^3} - \frac{\mu}{r^2} \right) \tag{25}$$

$$\psi_1 = A + Bt - \left( \frac{h^2}{r^3} - \frac{\mu}{r^2} \right) / a_T \tag{26}$$

앞에서도 기술했듯이 FE 알고리즘과는 다르게 유도 파라미터 결정에는 중력이 포함되지 않으며, 유도 명령각에서 이를 고려하게 되어 중력을 적분하여 중력에 의한 속도 및 위치 이득을 계산하는 과정이 필요 없음을 알 수 있다. 요 방향

유도 명령도 이와 같은 방법으로 얻어진다 [4].

선형 싸인 유도 법칙을 사용한 Atlas/Centaur 발사체의 경우 각운동량을 사용하여  $t_{go}$ 를 계산했으며 [5, 6], H-II에서도 이와 같이 방법을 사용한 것으로 추정된다 [4]. 구체적으로  $t_{go}$  계산은 항법 계산으로부터 얻어진 현재 위치와 속도로 부터 각운동량  $h$ 를 구해서 목표 각운동량  $h_T = h(t_{go})$ 로 부터 아래 식을 사용하여 계산한다.

$$\Delta h = h_T - h = \int_0^{t_{go}} \dot{h} dt \quad (27)$$

$$= \int_0^{t_{go}} a_T r (\hat{f} \cdot \hat{\theta}) dt \approx \bar{r} (f_\theta L + \dot{f}_\theta J + \ddot{f}_\theta H) \quad (28)$$

여기서  $\hat{f}$ 은 추력 방향으로의 단위 벡터를 나타내고,  $\hat{\theta} = \hat{h} \times \hat{r}$ ,  $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$ ,  $\hat{h} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{|\vec{r} \times \vec{v}|}$ 을 나타낸다. 비행 중 반경은 단지 조금 변하기 때문에 다음과 같은 근사식이 사용되었으며

$$r \approx \bar{r} = \frac{r(0) + r(T)}{2} \quad (29)$$

$f_\theta$ ,  $\dot{f}_\theta$ ,  $\ddot{f}_\theta$ 은  $\hat{f}$ 을 거의  $\hat{\theta}$ 방향으로 가정할 경우 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \hat{f} \cdot \hat{\theta} &= \sqrt{1 - (\hat{f} \cdot \hat{r})^2 - (\hat{f} \cdot \hat{h})^2} \\ &\approx 1 - \frac{(\hat{f} \cdot \hat{r})^2}{2} - \frac{(\hat{f} \cdot \hat{h})^2}{2} \end{aligned} \quad (30)$$

$\hat{f} \cdot \hat{r}$ 은 피치 방향 유도 명령으로부터

$$\hat{f} \cdot \hat{r} \approx f_r + \dot{f}_r t \quad (31)$$

여기서  $f_r = A + \left( \frac{\frac{\mu}{r^2} - \frac{h}{r^3}}{a_T} \right)_o$ ,

$$\dot{f}_r \approx B + \frac{\left( \frac{\frac{\mu}{r^2} - \frac{h}{r^3}}{a_T} \right)_T - \left( \frac{\frac{\mu}{r^2} - \frac{h}{r^3}}{a_T} \right)_o}{t_{go}}$$

마찬가지로  $\hat{f} \cdot \hat{h}$ 은 요 방향 유도 명령으로부터 다음과 같은 형태로 얻어질 수 있다.

$$\hat{f} \cdot \hat{h} \approx f_h + \dot{f}_h t \quad (32)$$

$$\text{따라서 } \hat{f} \cdot \hat{\theta} \approx f_\theta + \dot{f}_\theta t + \ddot{f}_\theta t^2 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} f_\theta &= 1 - \frac{f_r^2}{2} - \frac{f_h^2}{2}, \quad \dot{f}_\theta = -(f_r \dot{f}_r + f_h \dot{f}_h), \\ \ddot{f}_\theta &= -\frac{(\dot{f}_r^2 + \dot{f}_h^2)}{2} \end{aligned} \quad (34)$$

결과적으로 식 (28)은  $t_{go}$ 에 대한 방정식으로 이 방정식의 해를 구함으로써  $t_{go}$ 가 얻어지게 된다. 반경은 주어진 정보를 사용하여 선형 (현재 고도 및 목표점 고도 이용) 또는 3차 다항식 (현재 및 목표점의 고도, 고도 변화율 이용) 등을 사용하여 계산할 수도 있다. 예를 들어 선형의 경우

$$r \approx \frac{r_T - r_o}{t_{go}} t + r_o = c_o t + r_o \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \Delta h &\approx \int_0^{t_{go}} a_T (c_o t + r_o) (f_\theta + \dot{f}_\theta t + \ddot{f}_\theta t^2) dt \\ &= r_o f_\theta L(t_{go}) + (r_o \dot{f}_\theta + c_o f_\theta) J(t_{go}) \\ &\quad + (r_o \ddot{f}_\theta + c_o \dot{f}_\theta) H(t_{go}) + c_o \ddot{f}_\theta I_3(t_{go}) \end{aligned} \quad (36)$$

여기서

$$H = \int_0^{t_{go}} a t^2 dt = -V_{ex} \left[ \frac{t_{go}^2}{2} - \tau \left\{ \tau \ln \frac{\tau}{(\tau - t_{go})} - t_{go} \right\} \right]$$

$$I_3 = \int_0^{t_{go}} a t^3 dt = -\frac{V_{ex} t_{go}^3}{3} + \tau H$$

위 식은  $t_{go}$ 에 대한 비선형 방정식으로 이 식을 직접 풀 수도 있지만 참고문헌 [5]에서는 식 (28)의 적분값을 반경, 가속도 크기, 추력 방향 벡터의 접선 성분을 현재 시간부터 엔진 중단 시점까지의 값을 사용하여 Simpson의 수치 적분 공식을 통해 계산하는 방법을 제시하기도 했다.

앞 절의 단순한  $t_{go}$  예측 방법과 비교할 때 앞으로 남은 비행 시간동안의 유도 명령각 변화를 고려한 본 절에서 기술한  $t_{go}$  예측 방법이 더 정

확할 수 있음을 예상할 수 있다. 참고문헌 [3]에서도 식 (21)과 (22)보다 정확한 방법으로 각운동량을 사용하여  $t_{go}$ 를 예측하는 방법을 제시하기도 했다. 그러나 이 방법을 적용해본 결과 오차가 개선되기는 하나 여전히 불충분한 결과가 얻어졌다.

다음 절에서는 FE 알고리즘에 단순화된  $t_{go}$  예측 방법, 선형 싸인 유도 법칙에서 제시한  $t_{go}$  예측 방법, Saturn에 적용되었던 IGM (Iterative Guidance Mode) 유도 알고리즘 [7]과 같이 속도 이득을 사용하여  $t_{go}$ 를 예측할 경우의 성능을 비교하였다. 참고로 IGM의 경우 다음 식을 사용하여  $t_{go}$ 를 계산하며,  $t_{go}$  계산에 중력에 의한 속도 이득 영향  $\vec{v}_{grav}$ 을 고려한다.

$$t_{go} = \tau \{1 - e^{(-\Delta v / V_{cz})}\}, \quad \Delta \vec{v} = \vec{v}_T - \vec{v} - \vec{v}_{grav} \quad (37)$$

또한 여기에 선형 싸인 유도 법칙을 그대로 적용할 경우, 참고문헌 [10]에서 분석되었던 IGM의 경우와도 성능 비교를 수행하였다.

## 4. 수치 결과

본 절에서는 주어진 3단형 발사체의 2단과 3단 유도를 위해서 FE 유도 알고리즘 및 선형 싸인 유도 알고리즘을 적용하여, 정상 비행 조건 및 3 $\sigma$  섭동 조건에 대해서 모의시험을 수행한 결과를 제시하였다. 3단 연소 종료 후 목표궤도는 약 250x700 km의 타원 궤도이다.

### 4.1 Nominal 조건에서의 모의시험

표 1과 그림 1~3은 nominal 조건에서의 모의시험 결과를 나타낸다. 여기서 'Bittner'는 FE 알고리즘에 식 (21)을 사용하여  $t_{go}$ 를 계산한 경우를, 'vgo'는 IGM 유도 알고리즘에서와 같이  $t_{go}$ 를 계산한 경우를 나타낸다. 그리고 'FE'는 3절에서 기술한 선형 싸인 유도 방법의  $t_{go}$ 를 사용한 경우를, 'LS'는 3절의 유도 알고리즘을 적용했을 때의 결과를 나타낸다. 앞에서 기술했듯

이 식 (21)를 사용할 경우  $t_{go}$  추정오차로 2단에서 상당히 큰 속도 오차가 발생함을 알 수 있다. 반면에 'vgo'의 경우 성능이 개선됨을 알 수 있다. 그림 1과 2를 통해서도 'Bittner'가 다른 경우에 비해 성능이 상당히 떨어짐을 알 수 있다.

3단 엔진 정지 시점에서 'Bittner'의 경우는 2단 구간은 유도를 하지 않고 3단 구간부터 유도를 한 결과이다 (2단 구간에서 이미 상당한 유도 오차가 생겨 3단에 크게 영향을 미치기 때문이다). 다른 방법을 사용하여  $t_{go}$ 를 계산한 경우보다 성능이 훨씬 떨어짐을 알 수 있다. 나머지는 'vgo', 'LS', 'FE' 순으로 성능이 우수함을 알 수 있다. 'LS'와 'FE'의 차이는 중력을 고려하는 방법에 있는데 3단의 경우 연소시간이 길어 중력 변화가 큰데 'FE'의 경우 단순히 현재 시점과 최종 시점의 중력값의 평균값을 사용하게 되어 'LS' 보다 성능이 떨어진 것으로 추정된다. 이런 경향은 섭동 조건에 대한 모의시험에서도 나타난다. 이런 평균값대신 참고문헌 [1, 2]에서 제시한 대로 현재 시점만을 고려하면 성능은 더 저하된다. 'FE'의 큰  $t_{go}$ 오차도 이런 중력 계산 오차로 발생하게 된다. 그림 3을 보면 2단과 다르게 비행시간이 늘어날 경우 'LS'의 경우도

표 1. Nominal 조건에서의 유도 알고리즘 성능

2단				
방법	Velocity (m/s)	Gamma (deg)	Radius (km)	Mp (kg)
Bittner	-22.53915	0.02136	2.26209	-28.19
vgo	-0.04055	0.00096	0.00329	0.00
FE	-0.37361	0.00309	0.01129	-0.00
LS	-0.62946	0.00155	0.09956	-2.56
3단				
방법	R(PER) (km)	R(APO) (km)	INC (deg)	Mp (kg)
Bittner	-0.11629	-1.11812	0.00043	54.53
vgo	-0.00408	0.03246	0.00002	1.17
FE	-0.17565	-1.37702	-0.00053	4.06
LS	-0.07954	-0.51273	0.00009	2.81

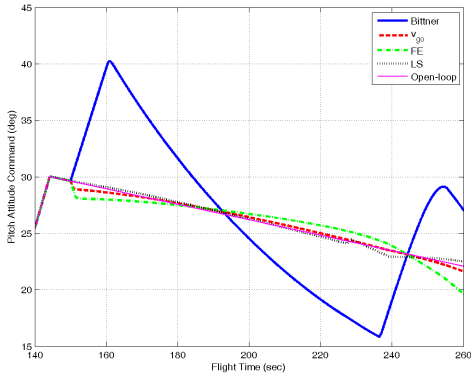
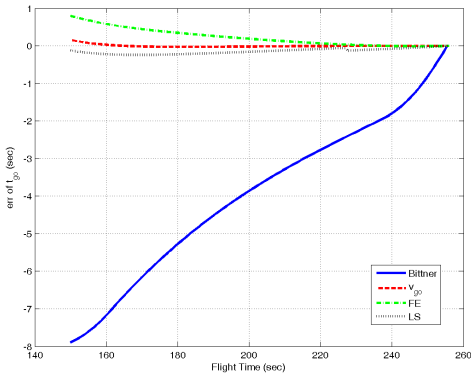
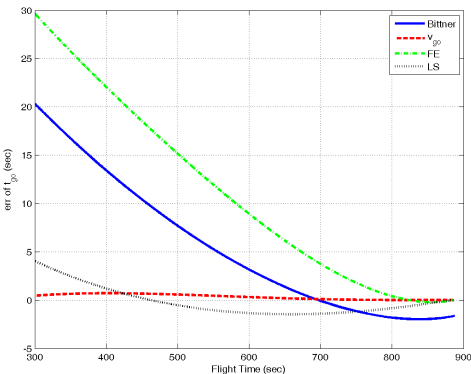


그림 1. Nominal 조건에서의 피치각 명령 : 2단


 그림 2. Nominal 조건에서의  $t_{go}$  오차 : 2단

 그림 3. Nominal 조건에서의  $t_{go}$  오차 : 3단

‘ $v_{go}$ ’보다 엔진 정지 시점 예측이 잘 수렴하지 않음을 알 수 있는데, 주어진 궤적에 대해서는 선형 싸인 법칙을 적용하기 위한 가정이 적합하지 않아서 이런 결과가 발생된 것으로 추정된다.

#### 4.2 섭동 조건에서의 모의시험

표 3은 표 2의 3단의  $-3\sigma$  섭동 조건에 대한 모의시험 결과를 나타낸다 ( $+3\sigma$  섭동 조건도 비슷한 결과를 보인다). 미미하지만 ‘LS’가 ‘FE’에 비해서 궤도 투입 성능이 더 좋은 것으로 보여지며, 두 유도 알고리즘 모두 주어진 섭동 조건에 대해서 목표 궤도 진입이 가능함을 알 수 있다. 그러나 그림 5의 비행중 예측된 엔진 정지 시점을 보면 잘 수렴하지 않음을 알 수 있다. 이런 속성 때문에 참고문헌 [8]에서 엔진 중단을 위한 로직을 따로 제안한 것이 아닌가 추정된다. 참고문헌 [10]에서 다루어진 IGM에 비해서는 궤도 투입 성능이 다소 떨어지며 요구 추진제도 더 많이 필요함을 알 수 있다. 그림 4는 얻어진 유도 명령을 나타낸다. 추력 오차 요인이 있는 경우 다른 오차 요인에 비해서 nominal 경우에 비해 차이가 가장 커짐을 알 수 있다.

대체적으로 유도 법칙은 최적성, 안정성, 유연성, 메모리 요구량, 사전 계산량 등의 관점에서 평가된다. 참고문헌 [11]에서는 목표 고도와 목표 속도에 따라 선형 탄젠트 유도 법칙을 적용할 수 있는 영역에 대해서 분석했는데, 주어진 최종 고도와 속도를 만족시키는 최적 개루프 명령을 계산해서 이 프로파일의 선형성을 판단하여 선형 탄젠트 유도 법칙의 적용 가능 여부를 판단하였다. 연소 구간이 길고, 높은 고도를 요구할수록 비선형성이 커져 선형 탄젠트 유도 법칙을 적용할 때 그 성능이 떨어질 것으로 예측되었다. 선형 싸인 법칙의 경우 약 770 km 원궤도에 직접 투입할 경우에 사용할 수 없다는 분석 결과를 제시하기도 했다. 즉, 임무 궤적에 따라 적용할 수 있는 유도 알고리즘이 제한적 일 수 있음을 시사하고 있다. 그림 6을 보면  $\psi_1 \approx 0$ ,  $\psi_2 \approx 0$ ,  $V_{ex} \cos \psi_1 \cos \psi_2 \approx V_{ex}$  가정이 얼마나 성립하는지를

나타낸다. 단순화된 유도 알고리즘이 다소 적합하지 않을 가능성이 있음을 알 수 있다.

표 2. 3 $\sigma$  섭동 크기

오차 요인	nominal값에 대한 섭동 크기
Propellant Loading ( $W_p$ )	$\pm 1$ %
Thrust	$\pm 3$ %
Specific Impulse	$\pm 0.8$ %

표 3. -3 $\sigma$  조건에서 유도 성능

오차 요인	R(PER) (km)	R(APO) (km)	INC (deg)	Mp (kg)
FE				
$W_p$	-0.17357	-1.38152	-0.00039	26.06
Thrust	-0.13571	-1.08248	-0.00031	35.44
Isp	-0.17114	-1.33342	-0.00051	39.91
LS				
$W_p$	-0.11503	-0.83539	-0.00019	25.13
Thrust	-0.07338	-0.51453	-0.00002	31.96
Isp	-0.07396	-0.45700	0.00016	38.97
IGM [10]				
$W_p$	-0.02153	0.25343	0.00035	22.39
Thrust	-0.03078	0.23815	0.00009	28.62
Isp	-0.04434	0.06598	0.00009	35.98

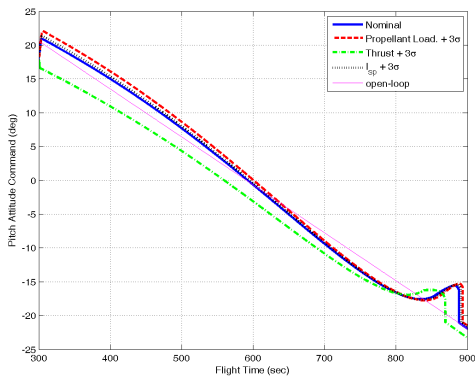


그림 4. 3단 오차요인에 대한 피치각 명령 : FE

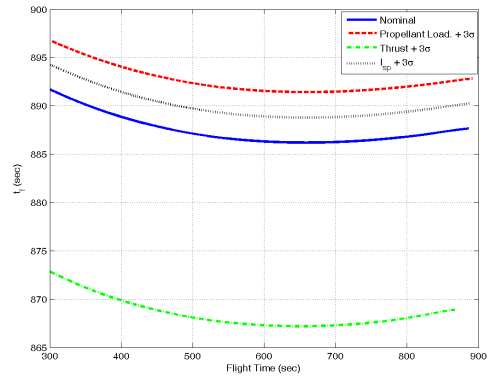


그림 5. 3단 오차요인에 대한 엔진 중단 시점 예측 : LS

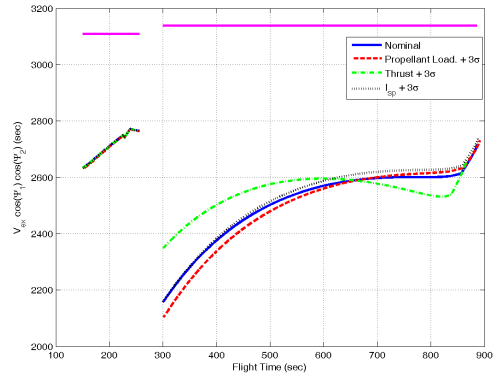


그림 6.  $V_{ex} \cos \psi_1 \cos \psi_2$  : LS

## 5. 결 론

본 논문에서는 평평한 지구에 대한 가정을 사용하여 얻어진 단순화된 형태의 유도 알고리즘에 대해서 다루었다. 현재 주어진 발사체의 2단 및 3단 궤적에 대해서는 이 유도 알고리즘을 그대로 적용할 경우에는  $t_{go}$  추정 오차로 인해 부적합한 것으로 판단되어 이를 보완하기 위해서 H-II 및 Atlas/Centaur 발사체에 사용되었던 선형 싸인 법칙의  $t_{go}$  추정 방법을 도입하였다. 얻어진 결과는 원래의 유도 알고리즘보다 성능이 개선되었지만 여전히 단순한 중력 적분값으로 인해 선형 싸인 유도 법칙 보다 다소 성능이 떨어



지는 결과가 얻어졌다. 또한 선형 싸인 유도 법칙도 기준에 분석된 IGM 보다 유도 성능이 떨어지는 결과를 보여줬다. 따라서 현재 주어진 발사체에 대해서는 구현이 단순하다는 장점을 제외하고는 IGM이 더 우수한 것으로 판단된다. 발사체의 기준 궤적이 추후 변경될 경우 이 알고리즘의 적합성 판단은 다시 필요할 것으로 보여진다.

### 참 고 문 헌

1. M. J. W. Gage, The guidance of satellite launcher vehicles with particular reference to the ELDO vehicle, Journal of The British Interplanetary Society, Vol. 23, pp.565-582, 1970.
2. H. Bittner, Flat earth guidance law using inflight vehicle parameter identification, Automatica, Vol. 12, pp.427-443, 1976.
3. G. W. Cherry, A unified explicit techniques for performing orbital insertion, soft landing, and rendezvous with a throttleable rocket-propelled space vehicle, AIAA paper 63-335, 1963.
4. S. Ikeda and K. Tokita, Development of H-II launch vehicle guidance software, Proc. of 5th ISCOPS, pp.761-773, 1993.
5. R. E. Seiley, AC-16 final guidance equations and performance analysis, NASA-CR-100366, 1968.
6. F. Teren, Explicit guidance equations for multistage boost trajectories, NASA TN D-3189, Jan. 1966.
7. D. C. Chandler, I. E. Smith, Development of the iterative guidance mode with its application to various vehicles and missions, J. Spacecraft and Rockets, Vol. 4, No. 7, pp. 898-903, 1967.
8. R. L. McHenry, T. J. Brand, A. D. Long, B. F. Cockrell, J. R. Thibodeau III, Space shuttle ascent guidance, navigation, and control, J. Astronautical Sciences, Vol. 27, No. 1, pp.1-38, 1979.
9. H. Nakagawa, Y. Ikeda, T. Mugitani, H. Suzuki, and H. Nakayasu, An overview about guidance system for H-IIA Rocket, 제 35회 비행기 심포지엄 강연집, pp. 125-128, 1997.
10. 송은정, 조상범, 박창수, 노웅래, 발사체 상단의 외연적 유도 알고리즘 적용 연구, 항공우주기술, 제 10권, 1호, pp.89~97, 2011.
11. P. J. Karacsony and C. E. Cole, Application of parameterized guidance, AIAA paper 70-1006, 1970.