

동특성 변화를 이용한 감쇠 구조물의 손상예측

Prediction of the Damage in the Structure with Damping Using the Modified Dynamic Characteristics

이 정 윤[†]
Jung Youn Lee

(Received September 25, 2012 ; Revised October 31, 2012 ; Accepted October 31, 2012)

Key Words : Sensitivity Coefficient(감도계수), Dynamic Characteristics(동특성), Damping System(감쇠계), Equivalent Damped Stiffness Matrix(등가감쇠 강성행렬)

ABSTRACT

A damage in structure alters its dynamic characteristics. The change is characterized by changes in the modal parameter, i.e., modal frequencies, modal damping value and mode shape associated with each modal frequency. Changes also occur in some of the structural parameters; namely, the mass, damping, stiffness matrices of the structure. In this paper, evaluation of changes in stiffness matrix of a structure is presented as a method not only for identifying the presence of the damage but also locating the damage. It is shown that changed stiffness matrix can be accurately estimated a sensitivity coefficient matrix derived from modifying mode shapes. First, with 4 story shear structure models, the effect of presence of damage in a structure on its stiffness matrix is studied. By using these analytical model, the effectiveness of using change of stiffness matrix in detecting and locating damages is demonstrated. To validate the predicted changing stiffness and its location, the obtained results are compared to the reanalysis result which shows good agreement.

1. 서 론

교량, 빌딩과 같은 구조물과 항공기, 기계구조물 등은 오랜 수명시간이 요구되며 하중의 변동, 시간 및 환경의 영향은 구조물에 국부적이거나 전체적으로 손상을 야기^(1,2)시킬 수 있다. 따라서 구조물의 진동특성을 기반으로 한 손상의 탐지는 매우 중요하다고 할 수 있다.

구조물의 진동 특성은 모달 파라미터나 설계파라미터로 표현된다. 모달 파라미터는 고유진동수, 모달

감쇠 및 각 고유진동수에 해당하는 모드 형상과 관계가 있으며 설계파라미터는 구조물의 질량, 감쇠 강성행렬과 관계가 있다. 진동 이론으로 부터 강성의 저하는 고유진동수의 감소를 발생시키고 구조물의 모드 형상을 변화시킨다. 많은 연구자들이 위의 특성을 이용하여 국부적인 크랙이나 손상을 탐지하는데 사용했다.

그동안 비 감쇠 구조물의 손상에 대한 연구^(3,4)는 많이 있어왔으나 감쇠 구조물에 대한 연구는 거의 없었다. Zhan⁽⁵⁾ 등은 감도해석을 이용하여 철도 교량의 손상 감지에 대해 연구하였으며 Gomes⁽⁶⁾ 등은

[†] Corresponding Author ; Member, Dept. of Mechanical System Engineering, Kyonggi University
E-mail : jylee@kgu.ac.kr
Tel : +82-31-249-9811, Fax : +82-31-244-6300

[‡] Recommended by Editor Moon Kyu Kwak

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

모달 감도해석과 유전자 알고리즘을 사용하여 감쇠 구조물의 손상감지에 대해 연구하였다. 그러나 그동안 다양한 연구 노력에도 감쇠 구조물의 동특성 변화로부터 손상된 강성 위치와 크기를 정확히 예측하는데 어려움이 있었다. 왜냐하면 지금까지 동특성 변화로부터 손상된 강성을 예측하기 위해 고유벡터의 변화량이 없다고 가정하였으나 강성의 변경량이 많으면 고유벡터가 변화하므로 오차가 증가하기 때문이다.

이 연구에서는 손상된 강성 위치와 크기를 예측하기 위해 구조 변경 전, 후의 고유벡터의 변화량을 고려하여 감도계수를 해석한 다음, 이 감도계수와 모드 강성변화량을 반복법을 이용하여 강성매트릭스의 변화량을 해석하는 알고리즘을 개발하였다. 이를 이용하여 비비례 감쇠계의 손상된 강성의 위치 및 크기를 예측하고 4층 전단 구조물에 적용하여 유효성을 검증하였다.

2. 이 론

2.1 비비례 감쇠 구조물의 동특성 해석

구조 변경 전, 후의 다자유계의 자유 진동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M_o \frac{d^2u}{dt^2} + C_o \frac{du}{dt} + K_o u = 0 \tag{1}$$

$$M \frac{d^2u}{dt^2} + C \frac{du}{dt} + K u = 0 \tag{2}$$

여기서 M_o, C_o, K_o 는 각각 구조 변경 전 질량, 감쇠, 강성 행렬이고 M, C, K 는 각각 구조 변경 후 질량, 감쇠, 강성 행렬이며 u 는 변위 벡터이다. (1), (2)식을 고유치 문제로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\lambda_o^2 M_o + \lambda_o C_o + K_o) \phi_o = 0 \tag{3}$$

$$(\lambda^2 M + \lambda C + K) \phi = 0 \tag{4}$$

여기서 λ_o, ϕ_o 는 각각 구조 변경 전 고유치와 고유벡터이고 λ, ϕ 는 각각 구조 변경 후 고유치와 고유벡터이다. 감쇠 구조물의 고유치와 고유벡터를 구하기 위해 상태 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$-\lambda_o \begin{bmatrix} C_o & M_o \\ M_o & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_o \\ \lambda_o \phi_o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_o & 0 \\ 0 & M_o \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_o \\ \lambda_o \phi_o \end{Bmatrix} = 0 \tag{5}$$

$$-\lambda \begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \lambda \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \lambda \phi \end{Bmatrix} = 0 \tag{6}$$

$$(-\lambda_o \dot{M}_o + \dot{K}_o) \psi_o = 0 \tag{7}$$

$$(-\lambda \dot{M} + \dot{K}) \psi = 0 \tag{8}$$

여기서 $\dot{M}_o = \begin{bmatrix} C_o & M_o \\ M_o & 0 \end{bmatrix}$, $\dot{K}_o = \begin{bmatrix} -K_o & 0 \\ 0 & M_o \end{bmatrix}$, $\dot{M} = \begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix}$,

$\dot{K} = \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$, $\psi = \begin{Bmatrix} \phi \\ \lambda \phi \end{Bmatrix}$, $\psi_o = \begin{Bmatrix} \phi_o \\ \lambda_o \phi_o \end{Bmatrix}$ 이며 $\dot{M}_o, \dot{K}_o, \dot{M}, \dot{K}$

를 변경 전 후의 등가감쇠질량과 등가감쇠강성이라고 정의한다.

2.2 등가감쇠 강성 변화에 따른 구조물의 동특성 변화

구조물에 등가감쇠 강성이 변경되면 동특성이 변하게 되며 식 (8)은 다음과 같이 된다.

$$(-\lambda \dot{M} + \dot{K}) \psi = 0 \tag{9}$$

$$[-(\lambda_o + \Delta\lambda) \dot{M}_o + (\dot{K}_o + \Delta\dot{K})](\psi_o + \Delta\psi) = 0$$

2.3 설계 파라미터 변경에 의한 일반화된 등가 감쇠의 강성 해석

구조물이 손상을 받는 경우 질량은 영향을 미치지 않고 강성에만 영향을 준다고 볼 수 있으므로 정규화 시킨 등가감쇠 일반화된 강성은 다음과 같다

$$\dot{k}_{oii} = \{\psi_o\}_i^T [\dot{K}_o] \{\psi_o\}_i = \lambda_{oi} \tag{10}$$

$$\dot{k}_{ii} = \{\psi\}_i^T [\dot{K}] \{\psi\}_i = \lambda_i \tag{11}$$

여기서 \dot{k}_{oii} , \dot{k}_{ii} 는 i 차 등가고유벡터의 변경 전 및 변경 후 일반화된 강성이며 λ_{oi} , λ_i 는 i 차 등가고유벡터의 변경 전 및 변경 후의 고유진동수이다. 또한 변경 후 i 차 일반화된 등가감쇠 강성은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{k}_{ii} &= \{\psi\}_i^T [\dot{K}] \{\psi\}_i \\ &= \{\psi_o + \Delta\psi\}_i^T [\dot{K}_o + \Delta\dot{K}] \{\psi_o + \Delta\psi\}_i \\ &= \{\psi_o\}_i^T [\dot{K}_o] \{\psi_o\}_i + \{\psi_o\}_i^T [\dot{K}_o] \{\Delta\psi\}_i \\ &\quad + \{\psi_o\}_i^T [\Delta\dot{K}] \{\psi_o\}_i + \{\psi_o\}_i^T [\Delta\dot{K}] \{\Delta\psi\}_i \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 & + \{\Delta\psi\}_i^T [\dot{K}'_o] \{\psi_o\}_i + \{\Delta\psi\}_i^T [\dot{K}'_o] \{\Delta\psi\}_i \\
 & + \{\Delta\psi\}_i^T [\Delta\dot{K}] \{\psi_o\}_i + \{\Delta\psi\}_i^T [\Delta\dot{K}] \{\Delta\psi\}_i
 \end{aligned}$$

한편 $\Delta\dot{K}_{ij}$ 를 일반화된 등가감쇠 강성변화량이라고 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta\dot{K}_{ij} = \{\psi_o\}_i^T [\Delta\dot{K}] \{\psi_o\}_j \tag{13}$$

또한 등가 고유벡터의 변화량을 변경 전 등가고유벡터의 선형결합으로 표시될 수 있다고 가정하면⁽⁷⁾ 다음과 같이 된다.

$$\{\Delta\psi\}_i = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\psi_o\}_k \tag{14}$$

여기서 α_{ki} 는 i 차 등가고유벡터에 대한 k 차 등가고유벡터의 감도 계수로 복소수로 표현되며 식 (12)의 \dot{k}_{ii} 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \lambda_i = & \lambda_{oi} + \alpha_{ii}\lambda_{oi} + \Delta\dot{K}_{ii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta\dot{K}_{ik} \\
 & + \alpha_{ii}\lambda_{oi} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 \lambda_{ok} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta\dot{K}_{ki} \\
 & + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta\dot{K}_{qk}
 \end{aligned} \tag{15}$$

한편 \dot{k}_{ij} 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{k}_{ij} = & \{\psi\}_i^T [\dot{K}] \{\psi\}_j \\
 = & \dot{k}_{oij} + \alpha_{ij}\lambda_{oi} + \Delta\dot{K}_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta\dot{K}_{ik} + \alpha_{ji}\lambda_{oj} \\
 & + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \lambda_{ok} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta\dot{K}_{kj} \\
 & + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta\dot{K}_{qk}
 \end{aligned} \tag{16}$$

정규화된 일반화된 등가감쇠 강성 $\dot{k}_{oij}=0$, $\dot{k}_{ij}=0$ 이므로 식 (16)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \alpha_{ij}\lambda_{oi} + \alpha_{ji}\lambda_{oj} = & -[\Delta\dot{K}_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta\dot{K}_{ik} \\
 & + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \lambda_{ok} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta\dot{K}_{kj} \\
 & + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta\dot{K}_{qk}]
 \end{aligned} \tag{17}$$

2.4 동특성 변화로부터 감도계수의 해석

식 (14)로부터 고유벡터 변화량 행렬과 감도계수 행렬을 나타내면 다음과 같다.

$$[\Delta\psi] = [\alpha][\psi_o] \tag{18}$$

$$[\alpha] = [\Delta\psi][\psi_o]^{-1} \tag{19}$$

여기서 $[\Delta\psi]$ 와 $[\alpha]$, $[\psi_o]$ 는 고유벡터 변화량행렬과 감도계수행렬, 구조 변경 전 고유벡터행렬이다. 즉 감도계수행렬은 구조 변경 전 고유벡터행렬과 고유벡터 변화량행렬을 이용하여 구할 수 있다.

2.5 변경된 설계파라미터 예측

비례감쇠계의 변경된 설계파라미터를 구하기 위해 다음과 같은 알고리즘을 개발하였다.

(1) 식 (19)를 사용하여 변경 전 고유벡터 행렬과 고유벡터 변화량 행렬로부터 감도계수 행렬을 구한다.

(2) 식 (15), (17)에 앞에서 구한 감도계수 α_{ij} 와 변경 전, 후의 고유진동수를 대입하면 미지수인 $\Delta\dot{K}'_{ij}$ 를 구할 수 있다. 그러나 이렇게 하면 행렬의 크기가 자유도수 N의 제곱에 비례하여 커져 비효율적이 되므로 다음과 같은 반복법을 사용하여 $\Delta\dot{K}'_{ij}$ 를 해석하였다.

먼저 초기치를 구하기 위해 감도계수 α_{ij} 와 $\Delta\dot{K}'_{ij}$ 은 미소량이라고 가정하면 식 (15), (17)에서 2차 항 이상은 무시할 수 있고 다음과 같이 된다.

$$\lambda_i = \lambda_{oi} + \Delta\dot{K}'_{ii}, \quad i = j \tag{20}$$

$$-\alpha_{ij}\lambda_{oi} - \alpha_{ji}\lambda_{oj} = \Delta\dot{K}'_{ij}, \quad i \neq j \tag{21}$$

식 (13)에서 $\Delta\dot{K}'_{ij} = \Delta\dot{K}'_{ji}$ 이므로 식 (20), (21)에서 반복법의 첫 번째 값을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta\dot{K}'_{ii}^{(1)} = \lambda_i - \lambda_{oi}, \quad i = j \tag{22}$$

$$\Delta\dot{K}'_{ij}^{(1)} = -\alpha_{ij}\lambda_{oi} - \alpha_{ji}\lambda_{oj}, \quad i \neq j \tag{23}$$

한편 식 (15), (17)의 오른쪽 항에 있는 $\Delta\dot{K}'_{ii}$ 와 $\Delta\dot{K}'_{ij}$ 를 왼쪽으로 이동하여 정리하면 다음과 같이 반복식의 알고리즘이 유도된다.

$$\Delta K_{ii}^{(i+1)} = \lambda_i - \lambda_{oi} - 2\alpha_{ii}\lambda_{oi} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}\lambda_{ok} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2\lambda_{ok} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}\Delta K_{ki}^{(i)} - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}\sum_{k=1}^n \alpha_{ki}\Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i = j \tag{24}$$

$$\Delta K_{ij}^{(i+1)} = -\alpha_{ij}\lambda_{oi} - \alpha_{ji}\lambda_{oj} - \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}\Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}\alpha_{kj}\lambda_{ok} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}\Delta K_{jk}^{(i)} - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}\sum_{k=1}^n \alpha_{kj}\Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i \neq j \tag{25}$$

여기서 $\Delta K_{ij}^{(i)}, \Delta K_{ij}^{(i+1)}$ 는 i 와 $(i+1)$ 번 반복했을 때 구한 $\Delta K_{ij}, \Delta K_{ij}$ 값이다.

(3) 위에서 구한 ΔK_{ij} 를 모드 강성변화량 행렬인 $[\Delta K_{ij}]$ 로 만든다.

(4) 모드강성변화량 행렬 $[\Delta K_{ij}]$ 와 식 (13)을 이용하면 강성변화량 행렬인 $[\Delta K]$ 을 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$[\Delta K] = \{[\Psi_o]^T\}^{-1}[\Delta K_{ij}][\Psi_o]^{-1} \tag{26}$$

식 (26)으로부터 손상된 구조물의 강성 예측을 할 수 있다.

3. 모사 실험

Fig. 1은 4층 전단 구조물의 모델을 나타낸다.

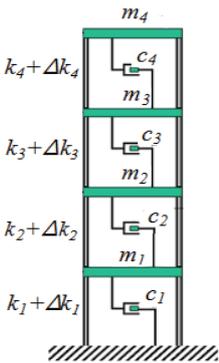


Fig. 1 Model of 4 story shear structure

구조 변경 전 질량은 $m_1=3000$ kg, $m_2=2500$ kg, $m_3=2500$ kg, $m_4=2000$ kg으로 하였으며 강성은 $k_1=3200$ kN/m, $k_2=2400$ kN/m, $k_3=1600$ kN/m, $k_4=800$ kN/m로 하였고 감쇠는 $c_1=10$ kN·sec/m, $c_2=5$ kN·sec/m, $c_3=7.5$ kN·sec/m, $c_4=8$ kN·sec/m으로 하였다.

$$M_o = \begin{bmatrix} C_o & M_o \\ M_o & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2+c_3 & -c_3 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3+c_4 & -c_4 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 & 0 & 0 & 0 & m_4 \\ m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_o = \begin{bmatrix} -K_o & 0 \\ 0 & M_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1-k_2 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_2 & -k_2-k_3 & k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 & -k_3-k_4 & k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}$$

$$\Delta K = \begin{bmatrix} -\Delta K_o & 0 \\ 0 & M_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta k_1 - \Delta k_2 & \Delta k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta k_2 & -\Delta k_2 - \Delta k_3 & \Delta k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta k_3 & -\Delta k_3 - \Delta k_4 & \Delta k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta k_4 & -\Delta k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

동특성 변화를 이용하여 손상된 감쇠 구조물의 강성 변화를 예측하기 위해 부재가 손상을 받으면 질량의 변화는 없고 강성만 감소된다고 볼 수 있으므로 2가지 경우를 검토하였다. 첫 번째로 1번, 3번, 4번 기둥의 강성을 각각 20%, 30%, 40% 감소시켰으며 두 번째 경우는 반복법의 알고리즘을 검증하기 위해 1번에서 4번까지의 강성을 5%씩 최대 50%까지 감소시켜 변경된 고유진동수와 고유벡터를 가지고 손상된 강성 변화를 예측하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 고유진동수 및 고유벡터 변화 검토

Table 1은 4층 전단 구조물의 고유진동수 변화를 나타낸 표로 감쇠행렬이 존재하므로 4쌍의 켤레 복소수로 표현된다. 실수부분은 감쇠정도를 나타내며 허수부분이 감쇠고유치를 의미한다. 즉 감쇠가 없을 경우 실수부분은 0이 되며 허수부분이 고유치를 나타낸다. 강성의 변화로 고유진동수는 변경 전에 비해 최대 17.62 % 변화하였다. 이는 강성 변경량이 많았기 때문으로 판단된다.

Table 2에 변경 전, 후 고유벡터와 고유벡터 변화량을 모드질량을 1로 하여 나타내었다.

Fig. 2는 4층 전단구조물에서 해석한 고유벡터의 실수부분 변화를 나타낸 표로 Table 2에 있는 모드에서 켤레 복소수 중 한 모드를 인 1, 3, 5, 7모드를 선택하고 (5)식에서 $\psi_o = \left\{ \begin{matrix} \phi_o \\ \lambda_o \phi_o \end{matrix} \right\}$ 이므로 열 방향으로는 위에서부터 4번째까지 택하여 모드를 나타낸 표이다. 4층 전단구조물이므로 4개의 모드가 존재하였으며 2차 모드에서는 노드점이 한개 3차 모드는 노드점이 2개, 4차 모드는 노드점이 3개가 나타났다.

4.2 감도계수행렬의 해석

Table 3은 Table 2에 있는 변경 전 고유벡터와 의 고유벡터 변화량으로 부터 식 (19)를 이용하여 감도계수행렬을 해석하여 나타낸 표이다. 최대값은 절대값 기준으로 0.0020+0.0994i 최소값은 -0.0009-0.0018i이었다.

Table 1 Comparison of natural frequencies before and after modification in damping system

Mode	Modification (rad/s)		$\left \frac{\omega_i - \omega_{oi}}{\omega_{oi}} \right $ (%)
	Before ω_{oi}	After ω_i	
1,2	-0.2488 ±10.7947i	-0.3236 ±9.4972i	12.03
3,4	-2.1966 ±24.3531i	-2.3594 ±20.0454i	17.62
5,6	-3.7256 ±36.9874i	-3.6828 ±30.9865i	16.14
7,8	-3.9396 ±52.0175i	-3.7343 ±49.4468i	4.94

Table 2 Comparison of eigenvectors before and after modification

(a) Before modification

Mode $\Psi_{oi,j} \times 10^{-2}$			
1,2	3,4	5,6	7,8
0.0497 ±0.0480i	-0.0763 ±0.0668i	-0.0876 ±0.0877i	-0.0833 ±0.0919i
0.1092 ±0.1043i	-0.1170 ±0.1108i	-0.0391 ±0.0675i	0.00956 ±0.0926i
0.1762 ±0.1722i	-0.0575 ±0.0841i	0.1185 ±0.1133i	-0.0430 ±0.0261i
0.2419 ±0.2487i	0.1487 ±0.1458i	-0.0598 ±0.0.348i	0.0094 ±0.0013i
0.5052 ±0.5479i	-1.4578 ±2.0039i	-2.9188 ±3.5694i	-4.4543 ±4.6935i
1.0990 ±1.2046i	-2.4422 ±3.0936i	-2.3408 ±0.1.6976i	4.4389 ±5.3382i
1.8153 ±1.9452i	-1.9219 ±1.5854i	3.7490 ±4.8046i	-1.1876 ±2.3368i
2.6241 ±2.6733i	3.2241 ±3.9420i	-1.0649 ±2.3419i	0.0300 ±0.4939i

(b) After modification

Mode $\Psi_{ij} \times 10^{-2}$			
1,2	3,4	5,6	7,8
0.0510 ±0.0467i	-0.0824 ±0.0698i	-0.0874 ±0.0941i	-0.0913 ±0.0972i
0.1002 ±0.0906i	-0.1246 ±0.1138i	-0.0610 ±0.0936i	0.0968 ±0.0936i
0.1812 ±0.1709i	-0.0823 ±0.1240i	0.1330 ±0.1159i	-0.0308 ±0.0152i
0.2733 ±0.2868i	0.1618 ±0.1468i	-0.0583 ±0.0218i	0.0046 ±0.0009i
0.4269 ±0.4992i	-1.2039 ±1.8164i	-2.5931 ±3.0533i	-4.4673 ±4.8758i
0.8279 ±0.9813i	-1.9866 ±2.7665i	-2.6758 ±2.2343i	4.2655 ±5.1359i
1.5650 ±1.7764i	-2.2916 ±1.9423i	3.1008 ±4.5492i	-0.6363 ±1.5803i
2.6388 ±2.6886i	2.5611 ±3.5890i	0.4595 ±1.8871i	-0.0594 ±0.2229i

(c) Delta eigenvectors

Mode $\Delta\Psi_{ij} \times 10^{-2}$			
1,2	3,4	5,6	7,8
0.0013 ±0.0012i	-0.0061 ±0.0030i	0.0002 ±0.0064i	-0.0080 ±0.0053i
-0.0089 ±0.0137i	-0.0076 ±0.0030i	-0.0217 ±0.0260i	0.0012 ±0.0010i
0.0050 ±0.0013i	-0.0248 ±0.0399i	0.0145 ±0.0026i	-0.0121 ±0.0109i
0.0314 ±0.0382i	0.0130 ±0.0010i	0.0015 ±0.0130i	-0.0048 ±0.0021i
-0.0781 ±0.0484i	0.2543 ±0.1881i	0.3231 ±0.5118i	-0.0132 ±0.1826i
-0.2711 ±0.2233i	0.4544 ±0.3259i	-0.3222 ±0.5316i	-0.1729 ±0.2016i
-0.2505 ±0.1689i	-0.3692 ±0.3561i	-0.6482 ±0.2569i	0.5509 ±0.7559i
0.0114 ±0.0153i	-0.6631 ±0.3533i	0.6050 ±0.4549i	-0.0894 ±0.2708i

4.3 변경된 설계파라미터의 예측

Table 4는 Table 1의 고유진동수 변화와 Table 3의 감도계수를 가지고 식 (22)~(25)를 이용하여 모드 강성 변화량 행렬인 $[\Delta K'_{ij}]$ 을 구한 것으로 반복횟수는

10번 하였다.

Fig. 3은 1모드 강성변화량 행렬 $[\Delta K'_{ij}]$ 을 이용하여 손상된 강성 크기 및 위치를 반복횟수에 따라

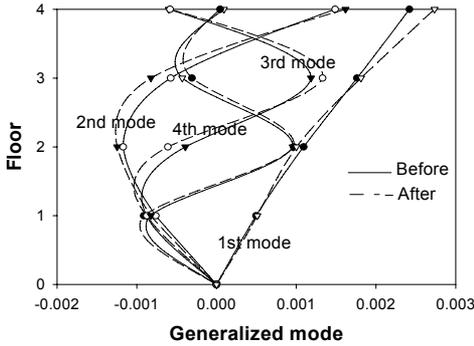


Fig. 2 Comparison of mode shapes before and after modification

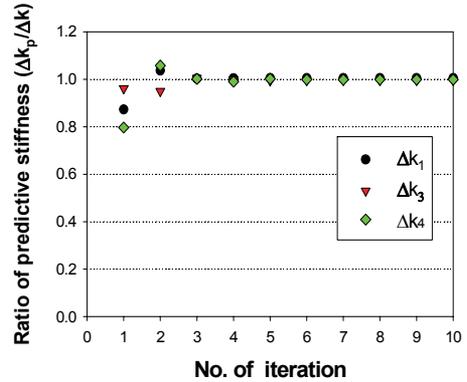


Fig. 3 Prediction of damaged stiffness according to the No. of iteration

Table 3 Sensitivity coefficient of the 4 story shear structure

Sensitivity coefficient α_{ij}							
-0.0009	-0.0005	-0.0812	0.0036	0.0018	-0.0045	0.0318	0.0015
-0.0018i	-0.0643i	-0.0215i	-0.0263i	-0.0053i	0.0003i	0.0026i	0.0206i
-0.0005	-0.0009	0.0036	-0.0812	-0.0045	0.0018	0.0015	0.0318
0.0643i	0.0018i	0.0263i	0.0215i	-0.0003i	0.0053i	-0.0206i	-0.0026i
0.0867	-0.0038	-0.0018	0.0020	0.0894	-0.0166	-0.0294	0.0029
0.0221i	-0.0400i	-0.0044i	-0.0994i	0.0291i	0.0117i	-0.0045i	-0.0095i
-0.0038	0.0867	0.0020	-0.0018	-0.0166	0.0894	0.0029	-0.0294
0.0400i	-0.0221i	0.0994i	0.0044i	-0.0117i	-0.0291i	0.0095i	0.0045i
-0.0124	0.0058	-0.0896	0.0152	-0.0033	0.0027	0.0902	-0.0047
0.0016i	0.0072i	-0.0291i	0.0282i	-0.0014i	-0.0890i	-0.0152i	0.0130i
0.0058	-0.0124	0.0152	-0.0896	0.0027	-0.0033	-0.0047	0.0902
-0.0072i	-0.0016i	-0.0282i	0.0291i	0.0890i	0.0014i	-0.0130i	0.0152i
-0.0297	-0.0027	0.0419	-0.0057	-0.0896	0.0043	-0.0042	0.0003
-0.0019i	0.0208i	0.0064i	-0.0178i	0.0173i	0.0229i	0.0011i	-0.0256i
-0.0027	-0.0297	-0.0057	0.0419	0.0043	-0.0896	0.0003	-0.0042
-0.0208i	0.0019i	0.0178i	-0.0064i	-0.0229i	-0.0173i	0.0256i	-0.0011i

Table 4 Change of modal stiffness matrix after iteration

Modal stiffness $\Delta K'_{ij} \times 10^6$							
-0.0438	1.0670	-0.0619	0.8270	-0.1040	-0.1884	0.0010	-1.2030
1.0630i	0.0000i	0.8214i	0.1072i	-0.1984i	-0.1831i	-1.1950i	0.0370i
1.0670	-0.0438	0.8270	-0.0619	-0.1884	-0.1040	-1.2030	0.0010
0.0000i	-1.0630i	-0.1072i	-0.8214i	0.1831i	0.1984i	-0.0370i	1.1950i
-0.0619	0.8270	-0.1077	3.9150	0.1852	-0.7821	-0.0852	0.7965
0.8214i	-0.1072i	3.8390i	0.0000i	-0.7691i	-0.7027i	0.8589i	0.2725i
0.8270	-0.0619	3.9150	-0.1077	-0.7821	0.1852	0.7965	-0.0852
0.1072i	-0.8214i	0.0000i	-3.8390i	0.7027i	0.7691i	-0.2725i	-0.8589i
-0.1040	-0.1884	0.1852	-0.7821	-0.0632	5.4660	-0.2458	-1.5180
-0.1984i	0.1831i	-0.7691i	0.7027i	5.4110i	0.0000i	-1.5590i	-0.4454i
-0.1884	-0.1040	-0.7821	0.1852	5.4660	-0.0632	-1.5180	-0.2458
-0.1831i	0.1984i	-0.7027i	0.7691i	0.0000i	-5.4110i	0.4454i	1.5590i
0.0010	-1.2030	-0.0852	0.7965	-0.2458	-1.5180	0.2145	2.6940
-1.1950i	-0.0370i	0.8589i	-0.2725i	-1.5590i	0.4454i	2.6500i	0.0000i
-1.2030	0.0010	0.7965	-0.0852	-1.5180	-0.2458	2.6940	0.2145
0.0370i	1.1950i	0.2725i	-0.8589i	-0.4454i	1.5590i	0.0000i	-2.6500i

Table 5 Predictive damage stiffness in 4 story shear structure

Element No.	Stiffness(kN/m)			Ratio $\Delta k_p / \Delta k$ (%)
	Original k	Additive Δk	Predictive Δk_p	
1	3200	-640	-636.9	99.50
2	2400	0	-0.6	-
3	1600	-480	-481.4	100.29
4	800	-320	-320.1	100.02

5. 결 론

감쇠 구조물의 변경 전, 후의 동특성을 이용하여 손상을 예측하는 알고리즘을 개발하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 구조 변경 전, 후의 고유벡터 변화량을 이용하여 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였다.
- (2) 감도 계수로부터 반복법을 이용하여 모드강성 변화량행렬을 해석하는 알고리즘을 개발하였다.
- (3) 모드강성 변화량 행렬을 유한요소법의 강성 행렬과 비교하여 구조물의 손상된 강성을 예측하는 방법을 제안하였다.
- (4) 이 방법을 구조 변경된 4층 전단 구조물에 적용한 결과 변경된 설계파라미터를 잘 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

후 기

이 연구는 2010학년도 경기대학교 학술연구비지원에 의하여 수행되었음.

참 고 문 헌

- (1) Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J. and Stone, B. J., 1978, A Vibration Technique for Non-destructively Assessing the Integrity of Structures, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 20, pp. 93~100.
- (2) Gudmundson, P., 1983, The Dynamic Behavior of Slender Structures with Cross-sectional Cracks, *Journal of the Mathematics and Physics of Solids*, Vol. 31, pp. 329~345.
- (3) Friswell, M. I., Penny, J. E. T. and Wilson, D. A. L., 1994, Using Vibration Data and Statistical Measures to Locate Damage in Structures, *Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, No. 4, pp. 239~254.
- (4) Choi, B. M. and Woo, H. K., 2007, A Study for the Comparison of Structural Damage Detection Method Using Structural Dynamic Characteristic Parameters, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 257~263.
- (5) Zhan, I. W., Xia, H., Chen, S. Y. and De Roeck, G., 2007, A Study for the Comparison of Structural Damage Detection Method Using Structural Dynamic Characteristic Parameters, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 257~263.

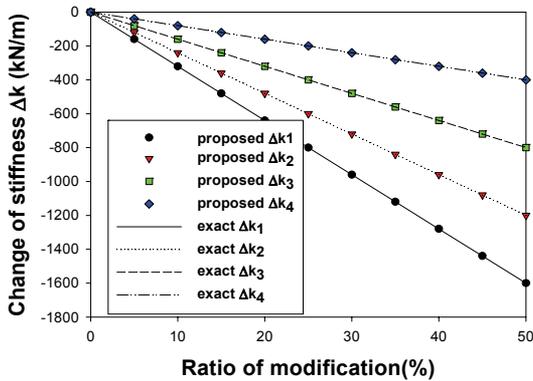


Fig. 4 Prediction of damaged stiffness according to the ratio of modification

나타낸 그림으로 1번, 3번, 4번 기둥의 강성을 각각 20%, 30%, 40% 감소시킨 경우이다.

1회 반복 시 1번 요소에는 87.3%, 3번 요소에는 96.1%, 4번 요소에는 79.7%로 예측하여 비교적 오차가 많이 발생하였다. 하지만 반복 횟수가 증가함에 따라 두 경우 모두 오차가 줄어들었으며 5번 정도 반복하여도 손상된 강성의 감소를 잘 예측하여 제안한 반복법의 타당함을 알 수 있었다.

Table 5는 손상된 강성의 위치와 크기의 예측한 것으로 식 (27)을 이용하여 예측하였다. 강성이 많이 변경되었지만 변경된 강성의 위치 및 크기를 잘 예측하였다.

Fig. 4는 4층 전단 구조물의 강성의 변화량을 0% 부터 50%까지 감소시키면서 변경된 강성을 예측한 그림이다. 감도계수를 이용하여 강성 변화를 예측한 경우와 구조 변경 후 재해석한 이론값이 강성의 변경량에 관계없이 잘 일치 하고 있으므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

G., 2011, Structural Damage Identification for Railway Bridges based on Train-induced Bridge Responses and Sensitivity Analysis, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, No. 4, pp. 757~770.

(6) Gomes, H. M. and Silva, N. R. S., 2008, Some Comparisons for Damage Detection on Structures Using Genetic Algorithms and Modal Sensitivity Method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 32, No. 11, pp. 2216~2232.

(7) Fox, R. L. and Kapoor, M. P., 1968, Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors, *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429.



Jung Youn Lee is Professor of Dept. of Mechanical System Engineering at Kyonggi University, where he has been since 1996. He received a B.S., an M.S. and his Ph.D. from Hanyang University in 1979, 1989 and 1992 respectively.

His research interests are in System Identification, Structural Dynamic Modification, Inverse Problems, Modal Analysis and Sensitivity Analysis of Vibration.