

# 전파하는 변동유장 중 전진하며 동요하는 2차원 수중 날개에 의한 추력

최윤락  
 울산대학교 조선해양공학부

## Thrust Caused by Oscillating Two-Dimensional Hydrofoil Moving in Propagating Unsteady Flow Field

Yoon-Rak Choi

School of Naval Architecture and Ocean Engineering, University of Ulsan, Ulsan, Korea

**KEY WORDS:** Thrust 추력, Unsteady flow filed 비정상 유동장, Oscillating hydrofoil 동요하는 수중날개, Analytic approach 해석적 방법

**ABSTRACT:** This paper considers a two-dimensional hydrofoil that is fully submerged and oscillating with forward speed. The flow field is assumed to be a propagating vertical velocity field. Using the perturbation theory, the problem is linearized, and the leading-order lift force is surveyed. The thrust force is analytically derived as the second-order horizontal force. As an example, the lift and thrust for a flapping flat plate in heaving and pitching modes are analyzed. The parameters affecting the thrust are listed. The thrust is expressed in terms of the quadratic transfer functions in relation to the disturbances. The quadratic transfer functions are studied parametrically to assess the most favorable thrust.

### 1. 서 론

비정상 날개이론은 파도 또는 변동풍 중에서의 날개를 가진 선박 및 비행기에 작용하는 하중해석 및 동요하는 날개에 작용하는 하중해석 등 다양한 분야에 적용되고 있다. 또한 조류의 비행 및 해양생물의 유영을 해석하는 분야에도 활용되고 있다 (Wu, 1971; Grue et al., 1988).

2차원 날개이론에서 Theodorsen (1935)은 조화운동을 하는 날개에 작용하는 양력을 Theodorsen 함수를 사용하여 해석하였고, von Karman and Sears (1938)는 비정상 운동을 하는 날개에 대한 양력이론을 수립하였다. 조화운동을 하는 날개에 작용하는 추력은 Garrick (1936)에 의해 해석되었는데 추력은 2차항의 힘으로 날개 앞전흡입력(Leading edge suction)과 날개의 회전운동에 의한 양력성분으로 구성되어 있다. 공간적으로 조화변동하는 유장 중 고정된 날개에 대한 양력은 Sears (1941)에 의해 연구되었고, Greenberg (1947)는 추력발생에 대해 고찰하였다. 한편, Kaplan (1955)은 전파하는 파랑 중 동요하는 날개에 대한 양력과 항력을 해석한 바 있다.

본 연구에서는 비점성 유체 중 2차원 날개에 작용하는 양력과 추력을 섭동법에 근거하여 해석적으로 도출하였다. 날개는 조화운동을 하며 유체장 또한 전파속도를 가지는 조화변동유장이다. 선형이론에 따라 문제를 정수 중 전진하며 동요하는 날개문제와 변동유장 중 전진하는 고정된 평판문제로 나누어 해석하고 (Newman 1977), Kaplan (1955)에 근거하여 양력을 도출하였다.

선형문제의 해를 사용하여 변동유장 및 날개운동에 의한 추력 발생 기구를 해석하였다. Garrick (1936)의 정지 유체장 중 운동하는 날개에 의한 추력과 Greenberg (1947)의 비진파성 변동유장 중 고정된 날개에 의한 추력을 모두 표현할 수 있는 전파성 변동유장 중 운동하는 날개에 의한 추력을 도출하였다. 해석 예로 동요하는 상하대칭 날개에 대한 양력과 추력의 해석적 해를 2차 전달함수(Quadratic transfer function)들로 표현하고, 매개변수들이 추력에 미치는 영향을 분석하였다.

### 2. 문제의 정식화

Fig. 1과 같이 음의 X방향으로 전파하는 수직조화변동유장을

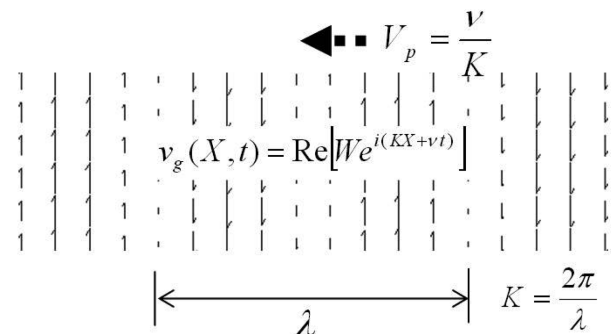


Fig. 1 Propagating oscillatory flow field

가정한다. 여기서 유체장은 자유표면이 없는 무한 유체장이다. 그림에서  $V_p$ ,  $\lambda$ ,  $K$ ,  $\nu$ , 그리고  $v_y(X, t)$ 는 각각 변동유장의 전파속도, 파장, 파수, 진동수, 그리고 수직방향 유체속도이며,  $W$ 는 수직속도의 복소진폭이다.

Fig. 1의 유체장에 양의  $X$ 방향으로 전진하며 동요하는 Fig. 2와 같은 날개를 가정한다. 그림에서  $l$ 은 날개의 길이,  $\lambda_w$ 는 날개의 동요에 의한 후류와도(Vortex wake)의 파장, 그리고  $U$ 는 전진속도이다. 이 날개는 조우진동수(Frequency of encounter)로 조화운동을 하게 되며, 날개의 평균위치에 고정된 물체고정 좌표계에서 볼 때 음의  $x$ 방향으로  $U$ 의 속도로 유체가 유입되는 것으로 간주할 수 있다. 따라서 변동유장은 다음과 같이 표현된다.

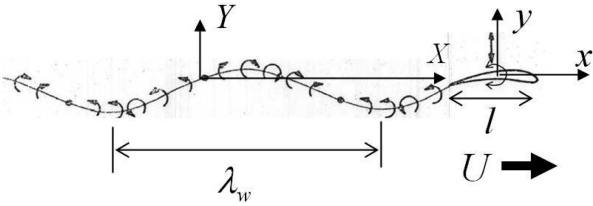


Fig. 2 Oscillating hydrofoil with forward speed

$$v_y(x, t) = \text{Re} [ W e^{i(Kx + \omega_e t)} ] \quad (1)$$

여기서, 조우진동수  $\omega_e$ 는 다음과 같으며, 후류와도의 파장  $\lambda_w$ 은 조우진동수와 전진속도로 표현된다.

$$\omega_e = KU + \nu, \quad \lambda_w = \frac{2\pi U}{\omega_e} \quad (2)$$

날개의 조화운동 크기와 두께가 작다는 가정을 도입하고 수직변동류의 속도크기가  $U$ 에 비해 매우 작다고 가정( $|W| \ll U$ )한다. 그리고 유체는 비점성 유체이고 유동장은 비회전성이라 가정한다. 이러한 가정에 하에, 섭동법에 따라 선형 양력문제(Linear lifting problem)를 구성하면, 날개면 위의 유동은  $y = 0$ 에서의 유동으로 표현할 수 있고 날개는 평균 캠버선(Mean camber line,  $y = \eta(x, t)$ )으로 간주할 수 있다 (Newman 1977). 물체경계조건은 다음과 같다.

$$v(x, 0, t) = \frac{\partial \eta}{\partial t} - U \frac{\partial \eta}{\partial x} \equiv v_0(x, t) \quad \text{for} \quad -\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2} \quad (3)$$

여기서,  $v(x, 0, t)$ 는  $y = 0$ 에서의 수직방향 유속이다. 그리고 Kutta 조건으로 뒷전(Trailing edge)에서의 유속이 유한하다는 조건을 부과한다. 선형 중첩의 원리에 따라 식 (3)의 물체경계조건은 정수 중 날개의 조화운동에 의한 경계조건과 고정된 평판에 음의 수직방향 변동유속이 작용할 때의 경계조건으로 분리할 수 있다.

$$v_0(x, t) = v_{0m}(x, t) + v_{0s}(x, t) + v_y(x, t) \quad (4)$$

$$v_{0m}(x, t) = \frac{\partial \eta}{\partial t} - U \frac{\partial \eta}{\partial x} = \text{Re} [ v_m(x) e^{i\omega_e t} ] \quad (5)$$

$$v_{0s}(x, t) = -v_y(x, t) = -\text{Re} [ W e^{iKx} e^{i\omega_e t} ] \quad (6)$$

식 (5)에서  $v_m(x)$ 은 조화운동을 하는 날개의 수직운동 복소진폭이며 날개의 회전운동에 의해  $x$ 의 함수로 표현된다.

### 3. 날개에 작용하는 양력 및 모멘트

이 두 문제는  $x < l/2$ 인 면에 보오텍스를 분포시켜 해석할 수 있고 (Newman 1977), 날개 윗면과 아랫면의 선형 압력차를 적분하여 양력을 구할 수 있다. 먼저 동요하는 날개 문제의 선형 물리량인 양력  $L_m$ 과 모멘트  $M_m$ 는 다음과 같이 구해진다 (Theodorsen, 1935).

$$L_m = -2\rho U \text{Re} \left\{ e^{i\omega_e t} \left[ C(k) \int_{-l/2}^{l/2} \sqrt{\frac{l-\xi}{\frac{l}{2}+\xi}} v_m(\xi) d\xi + i \frac{\omega_e}{U} \int_{-l/2}^{l/2} \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \xi^2} v_m(\xi) d\xi \right] \right\} \quad (7)$$

$$M_m = -\rho U \text{Re} \left\{ e^{i\omega_e t} \left[ \int_{-l/2}^{l/2} \left\{ \left(\frac{l}{2} - 2a\right) C(k) + \frac{l}{2} + 2\xi \right\} \sqrt{\frac{l-\xi}{\frac{l}{2}+\xi}} v_m(\xi) d\xi + i \frac{\omega_e}{U} \int_{-l/2}^{l/2} (\xi - 2a) \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \xi^2} v_m(\xi) d\xi \right] \right\} \quad (8)$$

여기서,  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $a$ 는 모멘트 중심이다. 그리고  $C(k)$ 는 Theodorsen 함수이고 무차원 파라미터  $k$ 는 reduced frequency로 다음과 같이 정의된다.

$$C(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} = F(k) + iG(k) \quad (9)$$

$$k = \frac{\omega_e l}{2U} = \frac{\pi l}{\lambda_w} \quad (10)$$

식 (9)에서  $H_0^{(2)}$ 와  $H_1^{(2)}$ 는 제2종의 Hankel 함수들이고,  $F(k)$ 와  $G(k)$ 는 실수함수들로 각각 Theodorsen 함수의 실수부와 허수부이다.  $C(k)$ 는 후류와도에 의한 기억효과(Memory effect)를 나타내며  $C(k)=1$ 로 가정하면 후류와도에 의한 기억효과를 고려치 않는 준정적 해석의 결과이다 (Newman 1977). 한편 추력해석을 위해 사용되는 앞전(Leading edge)에서의 보오텍스 세기( $\gamma$ )의 접근값은 다음과 같이 표현된다.

$$Q_m = \lim_{x \rightarrow l/2} \left\{ \gamma(x, t) \sqrt{\frac{l}{2} - x} \right\} = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{2}{l}} \text{Re} \left\{ e^{i\omega_e t} \left[ C(k) \int_{-l/2}^{l/2} \sqrt{\frac{l-\xi}{\frac{l}{2}+\xi}} v_m(\xi) d\xi + \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\xi}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \xi^2}} v_m(\xi) d\xi \right] \right\} \quad (11)$$

한편 변동류 중 고정된 평판문제의 해석에는 식 (5)와 (6)에서 알 수 있듯이 식 (7)과 (8), 그리고 식 (11)에서  $v_m(x)$  대신  $-W e^{iKx}$ 를 대입하면 된다. 이 경우 적분항 들은 해석적으로 구해지고 그 결과는 다음과 같다.

$$L_y = \pi \rho U \text{Re} \left\{ W e^{i\omega_e t} S(k, \mu) \right\} \quad (12)$$

$$M_y = \frac{l}{4} \left( 1 - \frac{4a}{l} \right) L_y + \pi \rho U \left( \frac{l}{2} \right)^2 \left( 1 - \frac{k}{\mu} \right) \text{Re} \left\{ W e^{i\omega_e t} \left[ \left( i + \frac{2}{\mu} \right) J_1(\mu) - J_0(\mu) \right] \right\} \quad (13)$$

$$Q_y = 2\sqrt{l} Re \left\{ We^{i\omega t} \left[ S(k, \mu) + i \left( 1 - \frac{k}{\mu} \right) J_1(\mu) \right] \right\} \quad (14)$$

이 식들에서  $J_0$ 와  $J_1$ 은 제1종의 Bessel 함수들이며  $S(k, \mu)$ 는 확장된 Sears 함수로 다음과 같이 정의된다.

$$S(k, \mu) = C(k) \{ J_0(\mu) - i J_1(\mu) \} + i \frac{k}{\mu} J_1(\mu) \quad (15)$$

$$\mu = \frac{Kl}{2} = \frac{\pi l}{\lambda} \quad (16)$$

식 (12)와 (13)은 Kaplan (1955)이 얻은 결과와 동일하다.  $S(k, \mu)$ 의 특성을 살펴보면  $\mu = k$ 인 경우 Sears (1941)의 결과와 동일하며, 이는 공간적인 수직변동유장( $\nu=0$ ) 중을 진행하는 평판문제를 의미한다.  $\mu \ll 1$ 인 경우, 즉 날개 길이가 변동류의 파장보다 매우 작은 경우 날개는 공간적으로 크기가 거의 일정한 수직 시간 변동유장에서 결과를 의미하며 그 값은 다음과 같다.

$$S(k, \mu) = C(k) \left( 1 - i \frac{\mu}{2} \right) + i \frac{k}{2} + O(\mu^2) \quad \text{for } \mu \ll 1 \quad (17)$$

또한  $\mu \rightarrow \infty$ 인 경우, 즉 날개에 비해 변동류의 파장이 매우 짧은 경우에는  $\lim_{\mu \rightarrow \infty} S(k, \mu) = 0$ 이고 식 (12)와 (13)에 따라 양력과 모멘트가 발생하지 않는다. 이는 고정된 평판날개에 매우 작은 파장의 변동류가 있을 경우 힘이 발생하지 않는다는 의미이다.

이상의 두 문제 결과의 선형 합으로 부터 원래문제의 결과를 얻을 수 있다.

$$L = L_m + L_g, \quad M = M_m + M_g, \quad Q = Q_m + Q_g \quad (18)$$

#### 4. 날개에 작용하는 추력

추력은 2차항의 힘으로 앞전흡입력( $T_s$ )과 날개의 회전운동에 의한 양력성분( $T_L$ )으로 구성되어 있다(Garrick 1936). 이들은 2차항의 힘으로 선형 물리량의 곱으로 표현되며, 시간평균값을 취하면 추력을 얻을 수 있다.

$$\overline{T_L} = -\overline{\alpha L} = (-\overline{\alpha L_m}) + (-\overline{\alpha L_g}) \equiv \overline{T_{Lm}} + \overline{T_{Lg}} \quad (19)$$

$$\overline{T_s} = \frac{\pi}{4} \overline{\rho Q^2} = \frac{\pi}{4} \overline{\rho Q_m^2} + \frac{\pi}{4} \overline{\rho Q_g^2} + \frac{\pi}{2} \overline{\rho Q_m Q_g} \equiv \overline{T_{sm}} + \overline{T_{sg}} + \overline{T_{smg}} \quad (20)$$

여기서,  $\alpha$ 는 날개의 회전운동이며 다음과 같이 복소진폭  $\alpha_0$ 의 조화운동을 한다.

$$\alpha = Re(\alpha_0 e^{i\omega t}) \quad (21)$$

식 (7)과 (12), 그리고 식 (11)과 (14)를 이용하여 추력을 계산하면 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{T_{Lm}} = \frac{\rho U^2 l}{2} \frac{k}{2} \left[ \frac{1}{k} \{ \alpha_0 C^*(k) I_1^* + \alpha_0^* C(k) I_1 \} - i \{ \alpha_0 I_3^* - \alpha_0^* I_3 \} \right] \quad (22)$$

$$\overline{T_{Lg}} = -\frac{\rho U^2 l}{2} \frac{\pi}{2} \left[ \alpha_0 \frac{W^*}{U} S^*(k, \mu) + \alpha_0^* \frac{W}{U} S(k, \mu) \right] \quad (23)$$

$$\overline{T_{sm}} = \frac{\rho U^2 l}{2} \frac{1}{\pi} [ |C(k)|^2 |I_1|^2 + |I_2|^2 + C(k) I_1 I_2^* + C^*(k) I_1^* I_2 ] \quad (24)$$

$$\overline{T_{sg}} = \frac{\rho U^2 l}{2} \pi \left| \frac{W}{U} \right|^2 |C(k) \{ J_0(\mu) - i J_1(\mu) \} + i J_1(\mu)|^2 \quad (25)$$

$$\overline{T_{smg}} = -\frac{\rho U^2 l}{2} \times \left[ \{ C(k) I_1 + I_2 \} \frac{W^*}{U} \{ C^*(k) \{ J_0(\mu) + i J_1(\mu) \} - i J_1(\mu) \} + \{ C^*(k) I_1^* + I_2^* \} \frac{W}{U} \{ C(k) \{ J_0(\mu) - i J_1(\mu) \} + i J_1(\mu) \} \right] \quad (26)$$

여기서, \*는 공액복소수를 의미하며,  $I_1$ ,  $I_2$ , 그리고  $I_3$ 는 날개의 운동인  $v_m(x)$ 와 관련된 적분으로 다음과 같다.

$$I_1 = \frac{2}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \sqrt{\frac{l/2 - \xi}{l/2 + \xi}} \frac{v_m(\xi)}{U} d\xi \quad (27)$$

$$I_2 = \frac{2}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\xi}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \xi^2}} \frac{v_m(\xi)}{U} d\xi \quad (28)$$

$$I_3 = \left(\frac{2}{l}\right)^2 \int_{-l/2}^{l/2} \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \xi^2} \frac{v_m(\xi)}{U} d\xi \quad (29)$$

만약  $W=0$ 을 가정하면 Garrick (1936)의 결과와 같고,  $\alpha_0 = v_m = 0$ 를 가정하면 Greenberg (1947)의 결과와 같다. 따라서 본 연구에서 도출한 추력에 대한 결과는 전파하는 수직조화변동유장에서 전진하며 동요하는 날개에 적용가능하다.

#### 5. 상하대칭 날개에 대한 적용

상하대칭인 날개의 평균 캠버선은 평판날개와 동일하다. 본 장에서는 Fig. 3과 같이  $x=a$ 점을 회전점(Pivot point)으로 하는 평판날개를 고려한다. 그림에서  $\alpha$ 와  $q$ 는 회전운동과 회전점에서 상하운동이다.

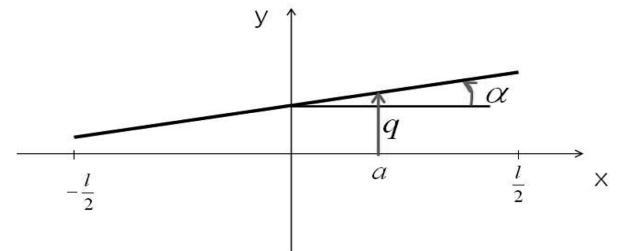


Fig. 3 Oscillating flat plate

이 평판의 운동은 다음과 같다.

$$\eta(x, t) = q(t) + \alpha(t)(x - a) \quad (30)$$

$\omega_c$ 의 진동수로 조화운동을 한다고 가정하면

$$q(t) = Re(q_0 e^{i\omega_c t}), \quad \alpha(t) = Re(\alpha_0 e^{i\omega_c t}) \quad (31)$$

로 표현할 수 있고 여기서  $q_0$ 와  $\alpha_0$ 는 각각 상하운동과 회전운동의 미소 복소진폭으로 다음과 같은 위상각을 가진다.

$$q_0 = |q_0| e^{i\theta_q}, \quad \alpha_0 = |\alpha_0| e^{i\theta_\alpha} \quad (32)$$

식 (5)로부터 날개운동에 의한 수직속도의 복소 진폭은 다음과 같다.

$$v_m(x) = i\omega_e [q_0 + \alpha_0(x-a)] - U\alpha_0 \quad (33)$$

이를 사용하여 식 (7)과 (8)의 적분항을 계산하면 다음과 같은 평판날개의 동요에 의한 양력과 모멘트를 얻는다.

$$L_m = -\frac{\rho U^2 l}{2} 4\pi R e \left[ e^{i\omega_e t} C(k) \left\{ ik \frac{q_0}{l} - \left( 1 + \frac{ik}{2} \left( 1 + \frac{4a}{l} \right) \right) \frac{\alpha_0}{2} \right\} \right. \\ \left. - \pi \rho \left( \frac{l}{2} \right)^2 (\ddot{q} - a\ddot{\alpha} - U\dot{\alpha}) \right] \quad (34)$$

$$M_m = -\frac{\rho U^2 l^2}{2} \pi R e \left[ e^{i\omega_e t} \left\{ C(k) \left( 1 - \frac{4a}{l} \right) \left( ik \frac{q_0}{l} - \left( 1 + \frac{ik}{2} \left( 1 + \frac{4a}{l} \right) \right) \frac{\alpha_0}{2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{ik\alpha_0}{4} \right\} \right. \\ \left. - \frac{\pi}{8} \rho \left( \frac{l}{2} \right)^4 \ddot{\alpha} \left[ 1 + 2 \left( \frac{4a}{l} \right)^2 \right] + \pi \rho \left( \frac{l}{2} \right)^2 a (\ddot{q} - U\dot{\alpha}) \right] \quad (35)$$

식 (34)의 우변 두 번째 항 및 식 (35)의 우변 두 번째와 세 번째 항들은 전진하며 운동하는 평판의 가속도 성분이 곱해진 형태이므로 부가질량들이다.

$L_y$ 와  $M_y$ 는 식 (12) 및 (13)과 동일하며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L_y = \frac{\rho U^2 l}{2} 2\pi R e \left\{ \frac{W}{U} e^{i\omega_e t} S(k, \mu) \right\} \quad (36)$$

$$M_y = \frac{\rho U^2 l^2}{2} \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{4a}{l} \right) R e \left\{ \frac{W}{U} e^{i\omega_e t} S(k, \mu) \right\} \\ + \frac{\rho U^2 l^2}{2} \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{k}{\mu} \right) R e \left\{ \frac{W}{U} e^{i\omega_e t} \left[ \left( i + \frac{2}{\mu} \right) J_1(\mu) - J_0(\mu) \right] \right\} \quad (37)$$

총 양력과 모멘트는 식 (18)에 의해 식 (34)-(37)로부터 구할 수 있다.

추력을 구하기 위해 식 (33)을 이용하여 식 (27)-(29)의 적분을 수행 하면 결과는 다음과 같다.

$$I_1 = 2\pi \left[ ik \frac{q_0}{l} - \left\{ 1 + \frac{ik}{2} \left( 1 + \frac{4a}{l} \right) \right\} \frac{\alpha_0}{2} \right] \quad (38)$$

$$I_2 = \frac{i\pi k \alpha_0}{2} \quad (39)$$

$$I_3 = \pi \left[ ik \frac{q_0}{l} - \left( 1 + ik \frac{2a}{l} \right) \frac{\alpha_0}{2} \right] \quad (40)$$

이를 식 (22), (24), 그리고 (26)에 대입한 후 식 (22)-(26)의 결과를 더하여 추력을 구할 수 있다. 추력을  $|q_0|^2$ ,  $|\alpha_0|^2$ ,  $|q_0||\alpha_0|$ ,  $|W|^2$ ,  $q_0 W$ , 그리고  $\alpha_0 W$  항으로 나누어 무차원화된 2차 전달함수로 표현하면 다음과 같이 정리된다.

$$\bar{T} = \frac{\rho U^2 l}{2} \left[ \left| \frac{q_0}{l} \right|^2 H_{qq} + |\alpha_0|^2 H_{\alpha\alpha} + \left| \frac{q_0}{l} \right| |\alpha_0| H_{q\alpha} + \left| \frac{W}{U} \right|^2 H_{WW} \right. \\ \left. + \left| \frac{q_0}{l} \right| \left| \frac{W}{U} \right| H_{qW} + |\alpha_0| \left| \frac{W}{U} \right| H_{\alpha W} \right] \quad (41)$$

$$H_{qq} = 4\pi k^2 (F^2 + G^2) \quad (42)$$

$$H_{\alpha\alpha} = \pi \left\{ (F^2 + G^2) \left[ 1 + k^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{2a}{l} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + k^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{2a}{l} \right) \left( \frac{1}{2} - F \right) - F - k \left( \frac{1}{2} - \frac{2a}{l} \right) G \right\} \quad (43)$$

$$H_{q\alpha} = 4\pi k \left[ - \left\{ k(F^2 + G^2) \left( \frac{1}{2} + \frac{2a}{l} \right) + \frac{k}{4} + \frac{G}{2} - k \frac{F}{2} \right\} \cos(\theta_q - \theta_\alpha) \right. \\ \left. - \left\{ \frac{F}{2} + k \frac{G}{2} - (F^2 + G^2) \right\} \sin(\theta_q - \theta_\alpha) \right] \quad (44)$$

$$H_{WW} = \pi \left[ (F^2 + G^2) \{ J_0^2(\mu) + J_1^2(\mu) \} \right. \\ \left. + (1 - 2F) J_1^2(\mu) + 2G J_0(\mu) J_1(\mu) \right] \quad (45)$$

$$H_{qW} = 4\pi k R e \left\{ e^{i(\theta_q - \theta_w)} \left[ (F^2 + G^2 - F) J_1(\mu) \right. \right. \\ \left. \left. - i \{ (F^2 + G^2) J_0(\mu) + G J_1(\mu) \} \right] \right\} \quad (46)$$

$$H_{\alpha W} = 2\pi \\ \times R e \left\{ e^{i(\theta_\alpha - \theta_w)} \left[ \left\{ (F^2 + G^2) - k \frac{G}{2} - \frac{F}{2} \right\} J_0(\mu) \right. \right. \\ \left. \left. + \left\{ \frac{G}{2} - k(F^2 + G^2) \left( \frac{1}{2} + \frac{2a}{l} \right) + kF \left( 1 + \frac{2a}{l} \right) - \frac{k}{2} \right\} J_1(\mu) \right] \right. \\ \left. + i \left\{ k(F^2 + G^2) \left( \frac{1}{2} + \frac{2a}{l} \right) - k \frac{F}{2} + \frac{G}{2} \right\} J_0(\mu) \right. \\ \left. + \left\{ (F^2 + G^2) - \frac{3}{2} F + kG \left( \frac{2a}{l} + \frac{k}{2\mu} \right) \right\} J_1(\mu) \right] \right\} \quad (47)$$

여기서,  $F$ 와  $G$ 는 각각  $F(k)$ 와  $G(k)$ 를 의미한다. 위 식들에서 보듯이 추력을 결정짓는 파라미터들은 회전점 위치 및 상하운동, 회전운동, 그리고 수직변동유속의 크기와 이들 사이의 위상차이다. 또한 reduced frequency  $k$ 와 날개의 크기에 대한 변동유장의 파장비인  $\mu$ 가 Theodorsen 함수 및 Bessel 함수의 매개변수 형태로 영향을 미친다. 식 (42)-(47)의 추력발생 인자별 2차 전달 함수에 대한 매개변수연구(Parametric study)를 통하여, 추력에 유리한 조건들을 조사해 볼 수 있다.

통상적으로 바다에서 수직 변동류는 파도에 기인한다. 그리고 보통 파도의 파장은 날개의 길이에 비해 길므로  $\mu \ll 1$ 로 볼 수 있다. 이 경우

$$J_0(\mu) \approx 1 + O(\mu^2), \quad J_1(\mu) \approx \frac{\mu}{2} + O(\mu^3) \quad \text{for } \mu \ll 1 \quad (48)$$

로 근사하여 해석할 수 있다. 따라서 식 (45)-(47)은 다음 같이 근사적으로 표현된다.

$$H_{WW} = \pi [F^2 + G^2 + O(\mu)] \quad (49)$$

$$H_{qW} = 4\pi k R e [-ie^{i(\theta_q - \theta_w)} (F^2 + G^2) + O(\mu)] \quad (50)$$

$$H_{\alpha W} = 2\pi \\ \times R e \left\{ e^{i(\theta_\alpha - \theta_w)} \left[ \left\{ (F^2 + G^2) - k \frac{G}{2} - \frac{F}{2} \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + i \left\{ k(F^2 + G^2) \left( \frac{1}{2} + \frac{2a}{l} \right) - k \frac{F}{2} + \frac{G}{2} + \frac{k}{4} \right\} + O(\mu) \right] \right\} \quad (51)$$

Reduced frequency는 심해에서의 분산관계식과 날개 길이에 대한 후루드수를 사용하면 다음과 같다.

$$k = \mu + \frac{1}{Fn} \sqrt{\frac{\mu}{2}} \quad (52)$$

따라서  $\mu \ll 1$  인 가정하에서도 후루드수에 따라  $k$ 는 다양한 값을 가질 수 있다.

## 6. 상하대칭 날개에 대한 추력 2차 전달함수 해석 결과

식 (42)-(44)와  $\mu \ll 1$  가정하의 식 (49)-(51)로 표현된 상하대칭

날개의 추력 2차 전달함수들에 대하여 매개변수연구를 수행하였다.

Fig. 4에 수직운동 제곱항인  $H_{qq}$ 의 결과를 도시하였다. 식 (42)에서 보듯이  $H_{qq}$ 는  $k$ 만의 함수이다. 그림에서 알 수 있듯이 항상 양의 추력이며  $k$ 가 증가할수록 추력은 증가한다.

식 (43)으로 표현되는 회전운동 제곱항인  $H_{\alpha\alpha}$ 의 결과를 Fig. 5에 도시하였다.  $H_{\alpha\alpha}$ 는  $k$ 와 회전점 위치인  $l/a$ 의 함수이다.  $k$ 가 증가함에 따라, 작은  $k$ 값 영역에서는 작은 음의 추력을 보이다가 다시 양의 추력으로 증가하는 경향을 보인다. 회전점이 앞전 쪽에 위치할수록 추력에 유리하다.

상하운동과 회전운동의 상호작용에 의한 성분인  $H_{q\alpha}$ 를 Fig. 6에 나타내었다.  $H_{q\alpha}$ 는  $k$ ,  $l/a$ , 그리고 두 운동의 위상차인  $\theta_q - \theta_\alpha$ 의 함수이다. 그림에 표시된 위상차에  $180^\circ$ 를 더한 위상차에 대한 값은  $H_{q\alpha}$ 의 부호를 바꾸면 된다. 위상차  $\theta_q - \theta_\alpha$ 가 대략  $90^\circ \sim 270^\circ$ 인 경우 양의 추력을 발생시키며 약  $180^\circ$ 인 경우 가장 유리

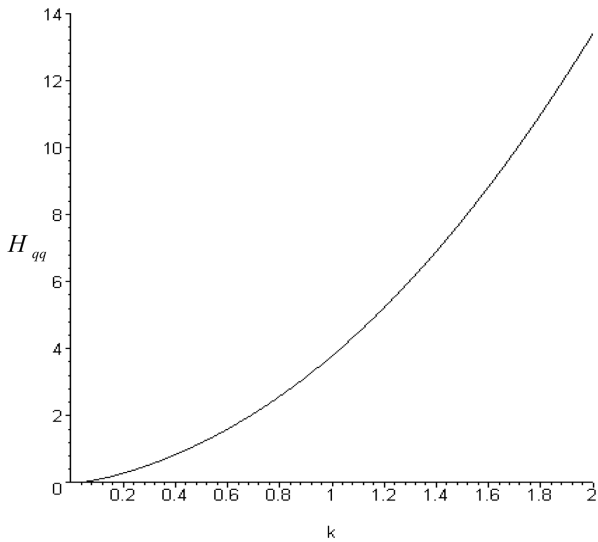


Fig. 4 Quadratic Transfer Function  $H_{qq}$

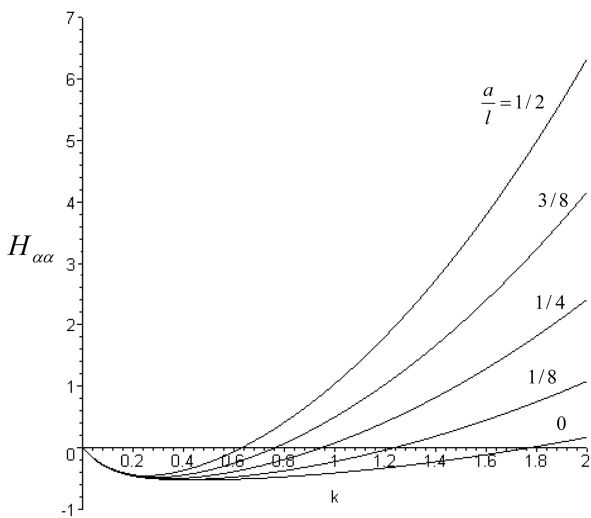
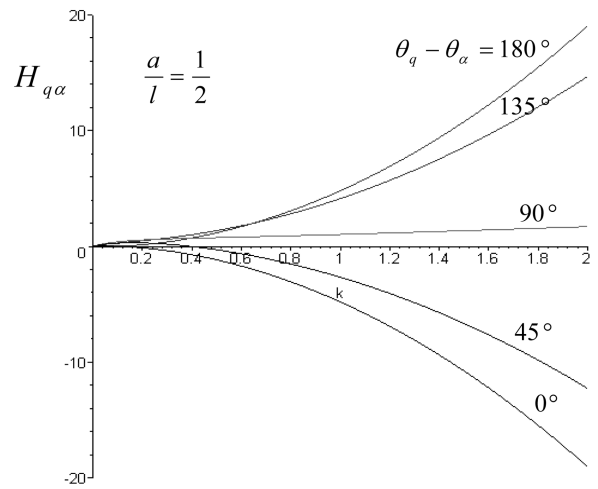
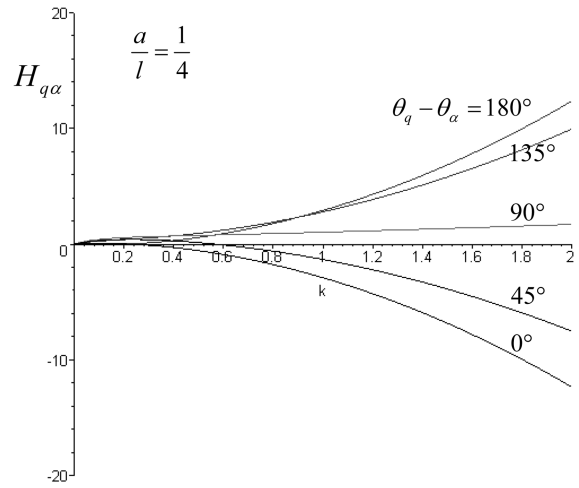


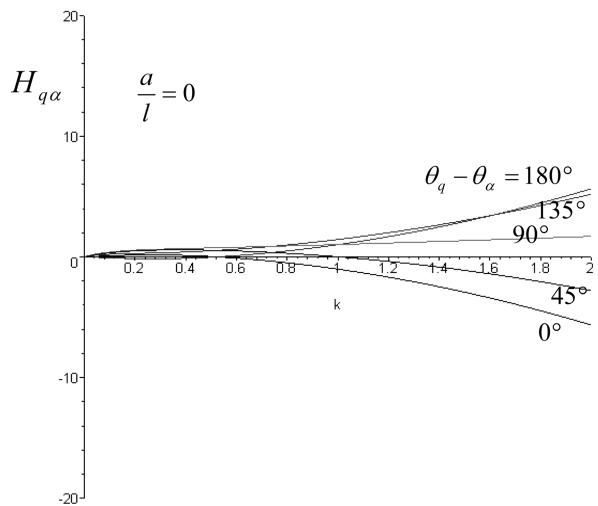
Fig. 5 Quadratic Transfer Function  $H_{\alpha\alpha}$



(a)  $a/l=1/2$



(b)  $a/l=1/4$



(c)  $a/l=0$

Fig. 6 Quadratic Transfer Function  $H_{q\alpha}$

하다. 회전점이 날개 중심쪽에 위치할수록 위상차에 따른 변화가 작다. 양의 추력을 주는 위상차인 경우  $k$ 가 증가할수록, 그리고 회전점이 앞전쪽에 있을수록 추력에 유리하다.

Fig. 7에 식 (49)로 근사되는  $H_{WW}$ 의 결과를 나타내었다.  $\mu \ll 1$ 인 경우  $H_{WW}$ 는  $k$ 만의 함수이다. 항상 양의 추력을 발생시키며  $k$ 가 증가할수록 추력은 감소한다. Theodorsen 함수의 특성에 의해  $H_{WW}(k=0)=\pi$ 이고  $H_{WW}(k=\infty)=\pi/4$ 이다.

식 (50)으로 표현되는  $H_{qW}$ 를 Fig. 8에 도시하였다. 위상차  $\theta_q - \theta_w$ 가  $0^\circ \sim 180^\circ$ 인 범위에서 양의 추력을 발생시키며  $90^\circ$ 일 때 최대 추력을 보인다. 즉 날개의 상하운동에 대한 수직 변동류의 상대 속도가 최대가 될 때 최대의 양의 추력이 발생한다. 양의 추력을 주는 위상차인 경우  $k$ 가 증가할수록 추력도 증가한다.

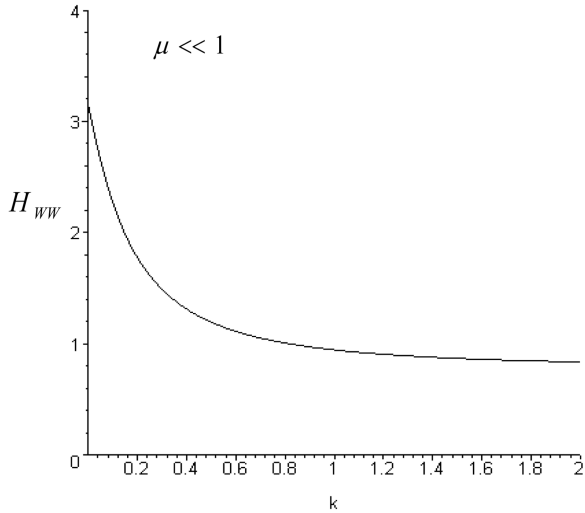


Fig. 7 Quadratic Transfer Function  $H_{WW}$

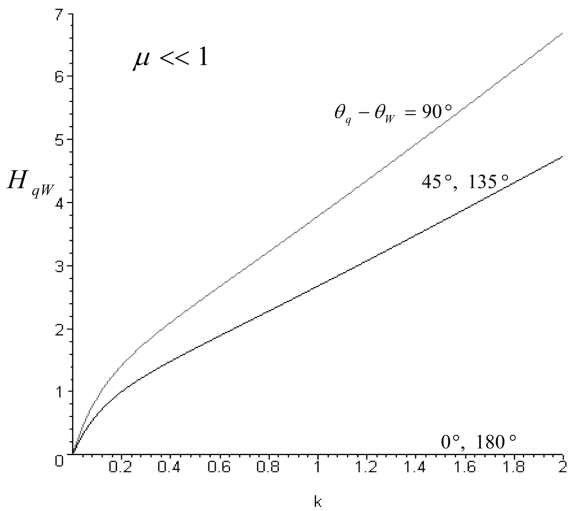
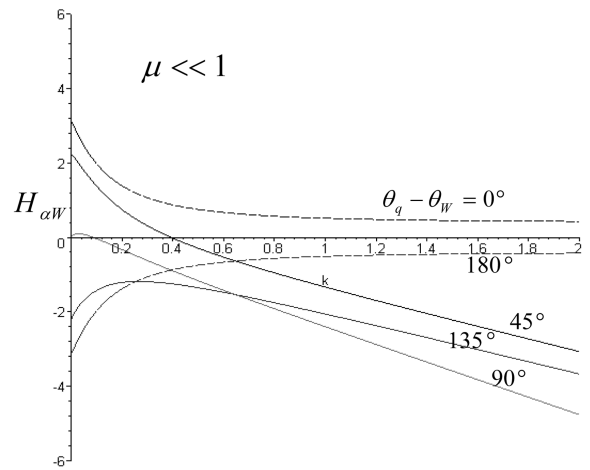
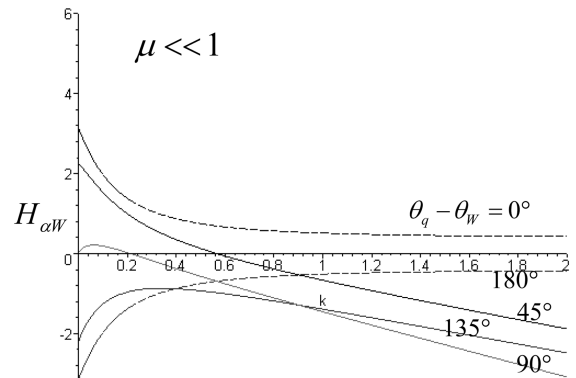


Fig. 8 Quadratic Transfer Function  $H_{qW}$

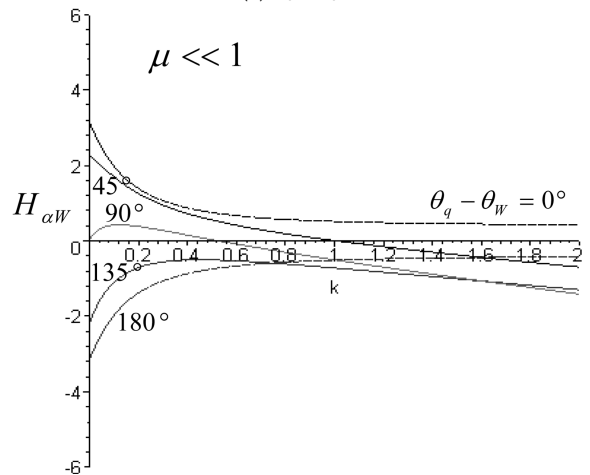
식 (51)의  $H_{aW}$ 를 Fig. 9에 도시하였다.  $H_{aW}$ 는  $k$ ,  $a/l$ , 그리고 위상차  $\theta_a - \theta_w$ 의 함수이다.  $H_{WW}(k=0)=\pi \cos(\theta_a - \theta_w)$ 의 값을 가진다. 그림에서 보듯이 작은  $k$ 값에서는 위상차가  $0^\circ$ 일 때 추력에 유리하고 큰  $k$ 값에서는  $270^\circ$ 일때가 유리하다. 큰  $k$ 값에서는 회전점이 앞전쪽에 있는 것이 유리하다.



(a)  $a/l=1/2$



(b)  $a/l=1/4$



(c)  $a/l=0$

Fig. 9 Quadratic Transfer Function  $H_{aW}$

## 7. 결 론

전파하는 변동 수직유장 중 전진하며 동요하는 2차원 수중날

개에 대한 해석을 수행하였다. 섭동법을 사용하여 선형문제를 정수 중 동요하는 날개문제와 음의 수직변동유장 중 고정된 평판날개문제의 합으로 해석하였다. 선형 문제의 해를 사용하여 2차항의 힘인 추력을 선형 물리량의 곱으로 표현하였다. 이로부터 추력에 영향을 미치는 매개변수들을 도출하였다.

상하대칭인 날개에 의한 추력의 인자별 분석을 위해, 추력을 발생시키는 외란 인자별 2차 전달함수들의 합으로 추력을 표현하였다. 이들 함수에 대한 매개변수연구를 수행하여 각각의 전달함수별로 추력에 유리한 조건들을 도출하였다.

만약 상하운동, 회전운동, 그리고 변동류의 크기가 주어지면 이들 각 인자별 전달함수의 특성을 활용하여 최대 추력을 발생시키는 위상차, 회전점의 위치를 Reduced frequency 별로 결정할 수 있으리라 사료된다.

본 연구의 결과는 핀 안장기의 최적 설계, 추진기 근처에 위치한 날개로부터 발생하는 추력해석, 파랑에너지를 활용한 추력발생 날개설계, 유연한 날개에 대한 양력 및 추력해석 등에 활용가능하리라 생각된다.

## 후 기

본 연구는 '울산대학교 조선해양공학부 세계일류화 사업 (SOTOP)'의 지원을 받아 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

Garrick, I.E. (1936) "Propulsion of a Flapping and Oscillating Airfoil", N.A.C.A. Report, No 567.

Greenberg, J.M. (1947) "Some Consideration on an Airfoil in an Oscillating Stream", N.A.C.A. Technical Note, No 1372.

Grue, J., Mo, A. and Palm, E. (1988). "Propulsion of a Foil Moving in Water Waves", J. of Fluid Mech., Vol 186, pp 393-417.

Kaplan, P. (1955) "A Hydrodynamic Theory for the forces on Hydrofoils in Unsteady Motion", Sc.D. Thesis, Stevens Institute of Technology.

Newman, J.N. (1977) "Marine Hydrodynamics", The MIT Press, Cambridge, MA.

Sears, W.R. (1941) "Some Aspects of Non-stationary Airfoil Theory and Its Practical Application", J. of Aeronautical Sciences, Vol 8, No 3, pp 104-108.

Theodorsen, T. (1935) "General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter", N.A.C.A. Report, No 496.

von Karman, T.H. and Sears, W.R. (1938). "Airfoil Theory for Non-uniform Motion", J. of Aeronautical Sciences, Vol 5, No 10, pp 379-390.

Wu, T.Y. (1971). "Hydrodynamics of Swimming Propulsion. Part 1. Swimming of a Two-Dimensional Flexible Plate at Variable Forward Speeds in an Inviscid Fluid", J. of Fluid Mech., Vol 46, No 2, pp337-355.

2012년 7월 19일 원고 접수

2012년 10월 2일 심사 완료

2012년 10월 25일 게재 확정