

운영 정책을 반영한 철도 슬롯 할당을 위한 최적화 모형 연구

An Optimization Model for Railway Slot Allocation Reflecting the Operational Policies

박범환 · 홍순흠 · 김충수*

Bum Hwan Park · Soon-Heum Hong · Chung-Soo Kim

Abstract Recently, open access policy to railway operation has been widely discussed. Compared to the case of Korea, European countries have dealt with this topic over a few decades. The competition on railway slots incurs an important technological problem about how to optimally allocate railway slots requested from RUs to them. In other words, the authority should be able to coordinate the timetables requested from RUs in the non-discriminatory manner. Related with the coordination, compared to the other European countries, which have done many studies and experiments especially on auction mechanisms, Korean railway has paid less attention to this topic and there have not been any related studies. Our study analyses the state-of-the-arts about the railway slot allocation especially focusing on the auction mechanisms and the associated optimization problems. And we suggest a new railway slot allocation mechanism and related optimization model reflecting the adjustment within the tolerance and the operational policies between railway undertakings.

Keywords : Open access, Railway slot allocation, Auction, Optimization, Timetable

초 록 최근 열차 운행에 있어 경쟁 체제 도입에 관한 논의가 활발하다. 유럽의 경우 20 여년간 경쟁 체제 도입과 관련한 여러 강령들을 발표해 왔고, 화물 열차 중심으로 경쟁 체제가 점차 확대되고 있다. 이러한 경쟁 체제 도입은, 다수의 운송사업자가 제안하는 열차 스케줄을, 공정하고, 비차별적인 방식으로 각 운송사업자의 요청 스케줄을 조정해야 하는 기술적인 문제를 야기한다. 이와 관련하여 경매방식을 비롯한 다양한 연구와 실험이 진행되고 있는 유럽과 달리, 이러한 조정 과정에 대한 국내 연구는 전무하다. 본 연구는 경매 방식을 비롯한 기존의 철도 슬롯 할당 메커니즘을 분석하고, 스케줄 조정 허용치 범위 내에서 스케줄 변화를 통해 열차 운행횟수를 최대화하며, 운송사업자간의 운영상의 정책을 고려할 수 있는 슬롯 할당 메커니즘 및 최적화 모형을 제안하고자 한다.

주요어 : 경쟁 체제, 철도 슬롯 할당, 경매, 최적화, 열차시간표

1. 서 론

유럽 공동체의 경우, 국제 열차 운행의 경쟁 체제(open access)를 위한 법적인 틀을 제시한 EU directive 1991/440/EC를 시발로, 지난 20여 년간 화물뿐만 아니라 여객 운송 시장에서도 경쟁 체제 도입을 통한 경쟁화 촉진을 위한 강령들을 지속적으로 발표하고 있다[1]. 이러한 강령들에서 핵심적으로 다루고 있는 기술적인 문제 중 하나는 슬롯 할당(slot allocation)과 관련한 내용으로서, 여기서 슬롯이란 선로를 시간 단위로 세분화한 시공간상에 정의된 선로를 의미한다. 이와 관련하여 EU directive 2001/14/EC는 철도 슬롯 할당과 관련하여 아래와 같은 기본적인 지침을 제안하고 있다[2].

- 공정하고 비차별적인 할당(fair and non-discriminatory allocation)
- 운송 회사와는 독립적인 주체에 의한 용량 할당(allocation by independent body)
- 운송회사가 제출하는 정보의 기밀성(commercial confidentiality) 유지

이러한 기본적인 원칙뿐만 아니라, 실제 슬롯할당에 있어서는 기존 사업자와 신규 사업자의 경합 시 기존 사업자에 대한 예외규정, 열차종별 우선순위 등 각 나라의 상황에 적합한 다양한 원칙을 적용하고 있다.

본 연구는 경쟁 체제하에서의 효율적인 용량 할당 체계에 관한 연구로서, 스케줄 조정 허용치 범위 내에서 운행 열차 수를 최대화하며, 운송 사업자간의 배분 비율 및 우선순위와 같은 운영 정책을 반영한 효율적인 용량 할당 메커니즘 및 관련 최적화 모형 및 해법을 제안할 것이다. 본 연구에서 제시하는 슬롯 할당 메커니즘은 경쟁 체제 환경이 아닌 단일 운송 회사 내에서의 사업부간(예를 들어, 여객철도와

*Corresponding author.

Tel.: +82-70-8855-1640, E-mail : bull6213@hanmail.net

©The Korean Society for Railway 2012

<http://dx.doi.org/10.7782/JKSR.2012.15.5.524>

화물열차간의 슬롯 할당)에서도 활용 가능하다. 다음 절에서는 국내에서는 잘 알려지지 않은 철도 슬롯 할당과 관련한 논의들을 구체적으로 살펴볼 것이다.

2. 기존 연구 분석

2.1 철도 슬롯 할당 절차

EU Directive 2001/14/EC에서는 아래 Fig. 1과 같은 슬롯 할당 절차를 제시한 바 있다. 여기서 RU는 슬롯 할당을 원하는 운송 사업자(Railway Undertakings), IM은 인프라 관리자(Infrastructure Manager)를 의미한다.

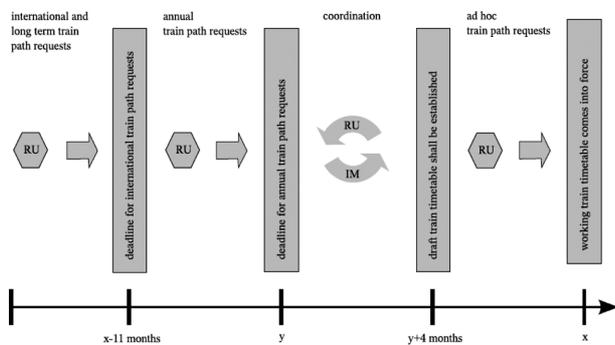


Fig. 1 The time-line of the railway slot allocation process([3]에서 재인용)

운송사업자와 인프라 관리자는 국제운행 열차와, 연간 운행할 열차의 요청을 받아 약 4개월간의 조정(coordination) 기간을 거친 후 스케줄 초안을 작성하게 되며, 각 나라는 조정 과정에 대한 가이드라인을 공표하게 되어 있다. 철도 슬롯 할당은 바로 위의 4개월간 이루어지는 조정 절차인데 일반적으로 적용되는 슬롯 할당 절차는 나라마다 약간의 차별성을 띄고 있지만 아래와 같은 절차를 혼용하여 사용하고 있다[3,4].

- 기존 사업자의 예외 규정(grandfathering)
- 인프라 관리자의 허용치(tolerance)내의 열차 이동(shift)
- 인프라 관리자와 운송사업자간의 협상에 의한 열차의 변경(alternation)
- 열차 속성에 따른 우선순위(priority)
- 입찰(Bidding)에 따른 결정

예를 들어, 독일의 경우 열차 이동에 있어 허용치가 여객 열차의 경우 ± 3 분, 화물열차의 경우 ± 15 분이며, 2008년 기준으로 총 46,600개의 요청 열차에 대해 10,500개의 경합이 발생하였고, 열차 이동 및 열차 변경을 통해 대부분의 경합을 해소하였다고 보고되고 있다[3]. 또한 대부분의 유럽 국가들은 기존 운영자가 사용하고 있는 슬롯에 대해서는 우선권을 보장해주는 예외 규정이나, 시간에 상대적으로 덜 민감한 화물 열차 중심의 경쟁 체제로 인해, 현재까지는 큰 어려움 없이 슬롯 할당을 시행해 왔다.

그러나 최근, 지역간 여객 수송 시장의 점차적인 확대 및

혼잡 구간에서의 열차 요청이 많아짐에 따라, 위와 같은 예외 규정에 기반한 협상 및 우선순위에 의한 슬롯 할당 절차가 점차 복잡해지고 있으며, 이러한 수작업에 기반한 절차가 과연 선로 자원을 가장 효율적으로 사용하고 국가의 선로 사용료를 극대화하기에 적합한 방식인지에 대해서는 지속적으로 의문이 제기되고 있다. 이를 극복하기 위한 하나의 방법으로 최근 경매 이론(Auction theory)과 최적화 모형에 기반한 슬롯 할당 체계에 대한 연구가 활발하다.

2.2 경매 기반 철도 슬롯 할당

경매란 다수의 입찰자(bidder)들 중 누가 어떤 가격으로 재화를 얻어야 하는지에 대한 형식화된 체계를 말한다[5]. 이러한 경매는 일상 경제 활동에서도 자주 볼 수 있는데, 부동산이나 미술품 경매에서 이루어지는 Open ascending-price auction(혹은 English auction)을 비롯하여, 가장 높은 입찰 가격을 제출한 입찰자가 그 재화를 획득하게 되지만, 그 재화에 대해 입찰자가 실제 지불하는 가격은 두 번째로 높은 가격을 제출한 입찰자의 입찰가격(second-price)으로 설정되는 second-price sealed-bid auction(혹은 Vickrey 경매) 등 적용되는 경매 대상이 되는 재화의 속성(대체재 혹은 보완재)이나 시장 환경에 따라 다양한 형태의 경매 체계가 존재한다. 뿐만 아니라 하나의 재화로 구성된 입찰이 아닌 재화의 묶음(package) 단위로 입찰을 할 수 있는 조합적 경매(combinatorial auction)에 대한 연구도 활발하다. 이 조합적 경매는 산업체의 구매 입찰 등 다양한 산업분야에서 활용되고 있는데, 그 중에서도 트럭 화물 운송 서비스 구매[6], 공항 슬롯 할당[7], 버스 경로 할당[5] 등 교통 분야에서 적극적으로 활용되고 있다.

이러한 조합적 경매에서는 다수의 입찰자가 제출한 조합적 입찰에 대해, 하나의 재화가 두 명 이상의 입찰자에게 할당되지 않으면서 경매자(auctioneer)의 수입을 최대화하기 위한 낙찰자 선정 문제(Winner Determination Problem: 이하 WD문제)를 반드시 풀어야 한다. 낙찰자 선정 문제는 보통 집합 팩킹(Set packing) 형태의 문제로 정형화되는데, 이는 대표적인 NP-hard문제로 입찰의 개수가 많아질 경우, 다항 시간 안에 해를 구하는 것이 불가능하다고 여겨지는 문제이다. 향후 살펴보겠지만 철도 슬롯 할당에서의 낙찰자 선정 문제는 열차 스케줄 작성(timetabling) 문제와 매우 유사한 문제로 정형화된다.

조합적 경매에서도 Vickrey 경매와 같은 second-price에 반한 Vickrey-Clarke-Groove(VCG) 경매를 비롯한 다양한 경매체계가 있는데, 이러한 경매 체계에서는 입찰자가 원하는 모든 입찰을 대상으로 한번의 WD문제 적용을 통해 낙찰자를 선정해야 하는 어려움이 있다. 뿐만 아니라 입찰자가 고려할 수 있는 모든 경우의 입찰에 대해 가치 평가(valuing)와 입찰 가격을 설정하는 것 또한 쉽지 않다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 일반적으로 조합적 경매에서는 반복적인 방법론을 사용하는데, 즉 매 회(round)마다 일정한 수의 입찰을 이용하여 WD문제를 풀고, 요청 가격(ask price)나 입찰가격의 수정 후, 재입찰을 받아 회를 반복적으로 수행하

는 체계를 말한다. 이를 보통 반복적 경매(Iterative auction)라 한다. 이러한 반복적 경매는 요청가격의 설정, 입찰가격의 최소 증가분의 설정 등과 같은 세부 설계에 따라, Simultaneous Ascending Auction[5], i Bundle[8]와 같은 다양한 경매 체계가 존재¹⁾한다.

경쟁 체제 환경하에서 철도 슬롯 할당은 다음과 같은 조건에서 시행된다. 즉 다수의 운송사업자가 철도 선로의 특정 시간, 즉 슬롯의 사용권한을 요청하고, 인프라 관리자 혹은 그에 상응한 독립적인 기관은 배타적인 슬롯 사용권한을 할당하게 된다. 이를 열차 단위로 해석하면, 운송 사업자는 슬롯의 연결이라 할 수 있는 열차를 요청하고, 인프라 관리자는 다수의 운송 사업자가 요청한 열차들을 경합이 발생하지 않도록 스케줄을 재구성하는 작업으로 볼 수 있다.

따라서 경매 기반 철도 슬롯 할당에서, 경매 대상이 되는 재화는 열차가 된다. 일반 상품과 달리 이러한 열차는 출도 착시간의 변경을 통해 유한하지만 매우 많이 존재할 수 있다. 여기서 중요한 것은 서로 다른 운송 사업자에게 할당된 열차라 할지라도 그 열차들은 열차간 최소 시격(minimum headway)과 같은 제약조건으로 인해 서로 배타적일 수 있다는 점이다. 따라서 일반 경매와는 달리 경매 대상이 되는 재화끼리의 경합이 내재되어 있어 조합적 경매이든 일반적인 단일 재화 경매이든 열차간 경합을 배제하기 위한 WD문제를 필요로 한다.

이러한 경매 이론에 기초하여 철도 슬롯 할당 체계를 제안한 최초의 연구는 Brewer and Plott[9]의 연구이다. 그들이 제안한 경매 체계는 반복적 경매 체계의 하나로, 각 운송 사업자는 각 회마다 자신이 운행하고 싶은 개별 열차에 대해 입찰가격을 써내고, 가장 높은 가격으로 구성된 열차들을 대상으로 WD문제를 풀어 임시적 할당(provisional allocation)을 구한다. 이러한 과정은 더 이상의 추가적인 입찰이 없을 때까지 반복적으로 수행된다. Nilsson[10]은 더 나아가, Second-price에 기반한 반복적 경매 체계를 제안하였다.

위의 두 연구 모두 열차간의 조합적 입찰을 고려하지 않고, 개별 열차 단위의 입찰만을 고려한 모델이라면, Borndörfer 등[11]은 철도 슬롯 할당에서 최초로 조합적 입찰, 즉 열차들의 묶음 입찰을 고려한 경매 기반 슬롯 할당 체계를 제시하였다. 그들이 제시한 경매 체계는 매우 단순한데, 매 회마다 운송 사업자가 제출한 입찰을 WD문제를 풀어 임시적 할당을 한다. 이 임시적 할당에서 제외된 입찰은 다음 회에서 배제되고 임시적 할당과 새롭게 추가된 입찰을 포함하여 다시 WD문제를 푼다. 앞에서 서술했듯이 그들의 경매 체계에서는 묶음 입찰이 가능한데, 차량의 운용(routing)이나 열차간의 연결(connection)을 고려하여 특정 열차들에 대해

AND조건을 설정하거나, 중간역에서 정차를 선택적으로 고려할 때, XOR조건을 설정한다. 그러나 그들은 이러한 AND조건과 XOR조건을 WDP문제에 반영하기 위해서는 각 묶음 입찰에 대해 다수의 이진변수를 도입하여, 최적해를 구하기 매우 어려운 모델을 제시하였다.

철도 슬롯 할당에서는 어떤 체계를 고려하든, 인프라 관리자는 WD문제를 해결함으로써, 운송사업자가 제출한 열차들을 조정할 수 있어야 한다. 다음 절에서는 철도 슬롯 할당에서 활용되는 WD문제에 대해 살펴본다.

2.3 철도 슬롯 할당에서의 WD문제

철도 슬롯 할당에서 WD문제는 일종의 열차 스케줄 작성 문제가 된다. 경매 체계를 어떻게 설정하느냐에 따라 약간의 차이가 있지만, 일반적으로 철도 슬롯 할당에서 WD문제는 아래와 같은 시공간 네트워크(time-space network)를 활용한다.

Fig. 2에서 보듯이, 가로축을 시간축, 세로축을 공간 축으로 두고, 열차의 움직임을 노드(node)와 노드 사이의 아크(arc)로 표현한다. 중간역은 도착 노드와 출발 노드를 분리하여 두 노드 간의 아크로 그 역에서의 정차(dwell)를 표현한다. 열차간 경합 방지 조건은 출발역, 도착역에서의 최소 시격에 의한 제약조건과, 운행 도중 추월(overtaking) 방지를 위한 제약조건으로 구성된다. 이와 같은 시공간 네트워크를 활용하여 열차 스케줄 작성 문제에 대한 해법을 제시한 대표적인 연구로는 Caprara 등 [12]의 연구와 Brännlund 등 [13]의 연구가 있다.

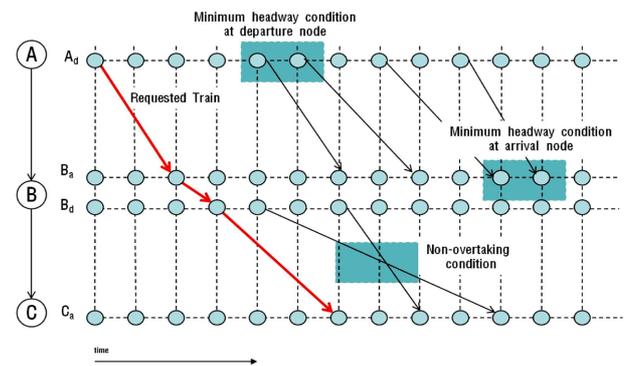


Fig. 2 Time-space network for slot allocation

이와 같은 시공간 네트워크를 활용한 최적화 모형은, 경매 체계나 주어진 환경에 따라 다양한 형태로 모델링이 가능하다. 본 연구에서도 위 모형을 활용하여 새로운 WD문제 및 알고리즘을 제시할 것이다.

3. 슬롯 할당 체계 제안

3.1 슬롯 할당 체계

앞 절에서 철도 슬롯 할당의 현황과 경매에 기반한 기준

¹⁾Vickrey 경매부터 VCG 경매를 비롯한 조합적 경매까지 매우 다양한 경매 체계가 존재하며, incentive compatibility, competitive equilibrium 등 각 경매 체계의 분석 방법론 및 장단점등을 참조하려면, Cramton 등의 저서 [5]를 참조하면 된다. 분량상의 제약으로 위와 같은 경매 이론에 대한 상세한 설명은 생략하였다.

연구 내용을 살펴보았다. 현황 측면에서 살펴보면, 인프라 관리자는 운송사업자가 요청한 스케줄을 허용된 오차 범위 내에서 최대한 조정하는 역할에 한정되어 있는 반면, 경매에 기반한 연구들의 경우, 입찰가격에 기반하여, 인프라 관리자의 수입의 극대화 혹은 선로의 효율적인 활용에 방점을 둔다.

그러나 선로 사용료의 부과 기준이 개별 열차가 아닌 수입에 대한 일정 비율로 정해지는 경우에는 사업자 별로 선로사용료 비율이 다르게 책정될 가능성이 있으며, 한 사업자의 선로사용료 비율이 타사업자보다 높은 경우, 요청 열차간 경합이 발생할 때, 무조건 선로사용료 비율이 높은 사업자에게 할당되는 경향이 있다. 물론 단일 사업자 내에서의 두 개의 운송사업자(예를 들어, 여객과 화물)간의 슬롯 조정 시에는 각 열차의 사업성 분석을 통해, 열차별 예상 수익을 기준으로 이를 구현할 수 있지만, 본 연구에서는 이러한 수익을 미리 계산하기 어렵다는 점을 고려하여, 주어진 허용치 범위 내에서 열차를 최대한 조정하여, 운행 열차수를 최대화시키는 체계를 고려하였다.

또한 기존 사업자에 대한 우대 정책이나, 사업자간의 운행 비율에 대한 가이드 라인이 포함되어야 하기 때문에, 기존의 연구에서 활용하고 있는 WD문제도 이에 대한 고려를 포함해야 한다.

본 연구에서는 Fig. 3과 같은 슬롯 할당 체계를 제안하고자 한다. 이 슬롯 할당 체계는 입찰가격이 없어 엄밀한 의미에서 경매 체계라고 하기는 힘들지만, 앞에서 서술한 반복적 경매 체계를 인용한 것으로서, 입찰 가격 대신에 운송사업자는 요청 열차와 그 열차의 역 별 출 도착시간 및 정차 시간에 대한 허용치(tolerance)를 제안하고, 인프라 관리자는 제안된 허용치 내에서 최대한 많은 열차를 수락하기 위한 WD문제를 푼다. 운송사업자는 매 회, 임시적으로 할당된 열차 및 입찰에서 탈락한 열차를 고려하여, 새로운 열차들을 요청할 수 있으며, 신규 요청 열차가 없을 때까지 반복적으로 WD문제를 푼다. 이러한 반복적 할당 과정에서 [11]의 연구처럼, 매 회 확정되는 할당 열차의 경우, 그 할당을 확정하여, 다음 회에서의 WD문제의 계산 시간을 줄일 수도 있다.

이러한 WD문제에서는 기존 사업자와 신규 사업자 간의

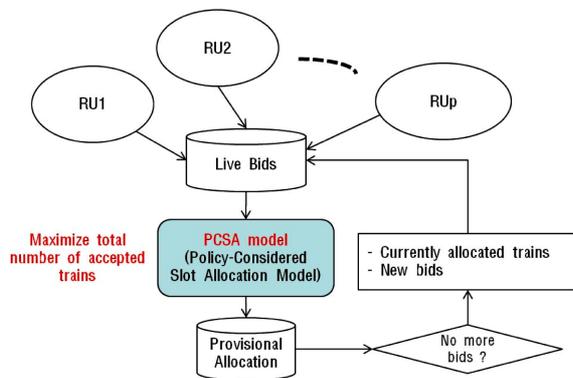


Fig. 3 Railway slot allocation mechanism

운행 비율을 유지하기 위해, 운송사업자에게 할당되는 열차수간의 비율에 대한 운영상의 제약을 설정한다. 뿐만 아니라 목적함수 계수를 이용하여 기존 운송사업자에 대한 우선권을 모형에 포함시킬 수 있다. 본 연구에서는 이를 위한 WD문제를 운영 정책을 고려한 슬롯 할당 모형(Policy-Considered Slot Allocation Model: 이하 PCSA 모형)이라 부를 것이다.

3.2 슬롯 할당 모형(PCSA 모형)

앞 절에서 제시한 슬롯 할당 체계는 다수의 운송사업자가 제안한 요청 열차를 고려하여, 제한된 범위 내에서 요청 열차의 출 도착시간 및 정차시간을 조정하고, 정책적 고려사항을 반영하기 위한 WD문제를 필요로 한다. 본 절에서는 이를 위한 WD문제의 최적화 모형 및 해법을 제시할 것이다. 본 연구에서 제시하는 최적화 모형도 Fig. 2와 같은 시공간 네트워크를 활용한다. 단, 출 도착시간 정차 시간의 조정을 위해, Fig. 4와 같이 요청 열차의 출발시간, 도착시간, 정차시간의 조절을 의미하는 추가적인 아크를 생성하였다. 붉은색의 굵은 선은 요청 열차를 의미하며, $Dep. k$ 노드로부터 $Arr. k$ 노드까지의 임의의 경로(Ψ_k)는 모두 요청 열차 k 에 대한 조정된 스케줄을 의미한다. 또한 본 연구에서는 운송사업자들이 제안하는 요청 열차의 물리적 속성을 동일하다고 가정하였고, 따라서 동일한 역간 운행시 열차의 역간 주행시간은 모두 같으며, 그 주행시간은 고정되어 있다고 가정하였다. 경합 조건은 Fig. 2에서 서술한 바와 같이, 경로에 동시에 포함되어서는 안 되는 아크의 집합을 경합-방지 집합(C)이라 하고 이들의 집합(collection)을 Ω 로 표기하였다.

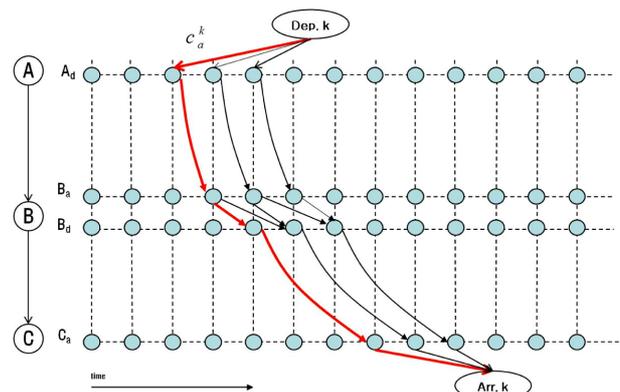


Fig. 4 Time-space network for time adjustment

· 파라미터

- $G = (V, A)$: 시공간 그래프. 아크는 a 로 표현
- I : 운송사업자의 집합. 운송사업자가 3개일 경우, $\{I = \{1,2,3\}\}$
- K : 요청 열차의 집합. 원소는 k 로 표현
- Ψ_k : 요청 열차 k 에 대한 경로 집합. 원소는 P 로 표현
- $B_i(\subset K)$: 운송사업자 $i(i \in I)$ 가 요청한 열차의 집합
- $c^k(P)$: 요청 열차 k 의 경로 P 의 이득(profit). $c^k(P) = \sum_{a \in P} c_a^k(P)$

- C : 경합-방지 열차-아크 쌍의 집합. 원소는 (k, a) 로 표현. 이 때, 아크 a 는 요청 열차 k 에 대응되는 아크
- Ω : 경합-방지 열차-아크 집합의 모임(collection), 원소는 C
- α_i^L, α_i^U : 운송사업자 i 와 운송사업자 $i+1$ 의 운행횟수 비율의 하한과 상한. 이 때, $i = |I|$ 이면, $i+1$ 은 운송사업자 1을 의미.

기존의 연구들[11-13]의 경우, 위와 같은 시공간 네트워크상의 아크 흐름 변수(arc flow variable)를 활용하여 최적화 모형을 작성한 반면, 본 연구에서는 경로 흐름 변수(path flow variable)를 활용하였다. 먼저 $f_k(P)$ 를 요청 열차 k 에 대한 경로 P 를 사용하면 1, 그렇지 않으면 0이 되는 이진 변수를 설정하면, 최적화 모형은 아래와 같다. 열생성(column generation) 기법 적용 시 선형계획 완화의 대상이 되는 최적화 모형을 보통 주문제(master problem)라 하는데, 이하에서는 아래 최적화 모형을 주문제라 부를 것이다.

$$\text{Max} \sum_{k \in K} \sum_{P \in \Psi_k} c^k(P) f_k(P) \quad (1)$$

$$\text{s.t} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P) \leq 1, \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P) \leq 1, \forall C \in \Omega \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sum_{k \in B_i} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P) - \alpha_i^U \sum_{k \in B_{i+1}} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P) \leq 0, \\ - \sum_{k \in B_i} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P) + \alpha_i^L \sum_{k \in B_{i+1}} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P) \leq 0, \end{cases} \quad \forall i \in I \quad (4)$$

$$f_k(P) \in \{0, 1\} \quad (5)$$

식 (1)은 목적함수식인데, $c^k(P)$ 를 모든 P 에 대해 동일한 값으로 설정하여, 요청 열차들에 대해서 허용치 범위 내에서 스케줄을 조정하여 최대한 많은 열차가 수락되도록 설정한 목적함수식이다. $c^k(P)$ 를 요청 열차 k 가 어느 운송사업자가 제안한 열차이냐에 따라 값을 차별하여 설정할 경우, 운송사업자간의 우선순위를 고려할 수 있다. 시공간 네트워크 상에서 아크의 비용(c_a^k)을 Fig. 3에서 같이 $Dep. k$ 노드에 서 출발하는 아크들에 대해서만 일정한 상수를 설정하고, 나머지는 0으로 설정할 경우,

$$c^k(P) = \sum_{a \in P} c_a^k \text{가 된다.}$$

물론 아크의 비용을 어떻게 설정하느냐에 따라 그 변경된 경로의 이득(profit)을 설정할 수 있다. 식 (2)는 요청 열차에 대해 많아야 하나의 경로가 지정되어야 함을 나타내고, 식 (3)은 경합방지 제약으로서 C 에 포함되어 있는 아크는 많아야 하나의 아크만 사용해야 함을 의미한다. 식 (4)는 운송사업자간의 운행 비율에 대한 정책적 고려사항을 표현한 것인데, 정책적 고려에 의한 운송사업자간 운행 열차의 비율은 다음과 같이 주어진다고 가정하였다.

예를 들어, 3개의 운송사업자가 있을 경우, 각 운송사업자

에게 할당되는 열차의 수는 각각

$$\sum_{k \in B_1} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P), \sum_{k \in B_2} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P), \sum_{k \in B_3} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P)$$

가 되는데, 이 값들의 비율이 정책적 고려에 의한 결정되는 하한값과 상한값의 사이에 존재하도록 설정하였다. 즉,

$$\frac{\sum_{k \in B_1} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P)}{\sum_{k \in B_2} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P)}, \frac{\sum_{k \in B_2} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P)}{\sum_{k \in B_3} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P)}, \frac{\sum_{k \in B_3} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P)}{\sum_{k \in B_1} \sum_{P \in \Psi_k} f_k(P)}$$

의 값들이 각각 $[\alpha_1^L, \alpha_1^U], [\alpha_2^L, \alpha_2^U], [\alpha_3^L, \alpha_3^U]$ 사이에 존재하도록 제약식을 설정한다. 여기서 $(\alpha_3^L, \alpha_3^U) = (1/\alpha_1^L, 1/\alpha_1^U)$ 이므로 세 번째 비율에 관한 제약식인 중복되는 제약식이 되지만, 이후에 서술할 쌍대변수와 최적 조건을 보다 간단하게 서술하기 위해 중복 제약식을 추가하였다. 만약 4개의 운송사업자라면, $[\alpha_1^L, \alpha_1^U], [\alpha_2^L, \alpha_2^U], [\alpha_3^L, \alpha_3^U], [\alpha_4^L, \alpha_4^U]$ 와 같이 1-2-3-4-1의 순서로 비율이 주어진다고 가정한다.

본 연구에서는 위 최적화 모형을 풀기 위해, 열생성 기반 해법을 제안한다. 열생성 기법은 지수적으로 많은 변수를 한 번에 고려하지 않고, 목적함수를 개선시킬 가능성이 있는 변수를 동적으로 추가하여 매 단계마다 짧은 시간에 해를 구하는 해법을 말한다. 목적함수를 개선시킬 가능성이 있는 변수를 찾기 위해서는 일반적으로 선형계획법의 최적 조건을 활용하는데, 이를 위해 우선 위 정수계획 모형을 선형계획 모형으로 완화하고, 제약식 (2), (3), (4)에 대한 쌍대 변수를 각각 $\pi_k, \mu_C, \sigma_i^L, \sigma_i^U$ 라 하면, 완화된 선형계획 모형의 최적 조건은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{a \in P} c_a^k - \sum_{a \in P} \sum_{C|(k,a) \in C} \mu_C - \pi_k + \sigma_{i+1}^L - \sigma_{i+1}^U + \alpha_i^U \sigma_i^U \\ - \alpha_i^L \sigma_i^L \leq 0 \text{ if } k \in B_{i+1} \end{aligned} \quad (6)$$

위 최적 조건의 처음 두 개의 식은

$$\sum_{a \in P} c_a^k(P) - \sum_{a \in P} \sum_{C|(k,a) \in C} \mu_C = \sum_{a \in P} \left[c_a^k - \sum_{C|(k,a) \in C} \mu_C \right]$$

와 같이 되어, 결국 목적함수를 감소시킬 수 있는 새로운 경로는 아크 비용을

$$c_a^k - \sum_{C|(k,a) \in C} \mu_C \quad (7)$$

으로 설정한 후 최장경로를 구하고, 그 경로들 중, 식 (6)을 위배하는 경로를 찾아 그 경로에 관한 결정변수를 추가하여 새로운 주문제를 작성하면 된다. 이 때 요청 열차 k 와 관련한 네트워크는 비환(acyclic) 네트워크이므로 최단경로 알고리즘을 활용하여 최장경로를 쉽게 구할 수 있다.

· 전체 알고리즘

Step1. 초기 요청 열차의 출도착시간이 동일한 경로만으로 구성된 주문제의 선형 완화식을 풀어, 쌍대 해를 구함.

Step2. 모든 요청 열차 k 에 대해 아크 비용을 식 (7)로 설

정한 후, 최장경로문제를 풀어, 식 (6)을 위배하는 경로가 존재하면, 주문제에 그 경로를 추가하고 Step 3로. 경로가 존재하지 않으면 Step 4로.

Step3. 경로가 추가된 주문제의 선형계획을 풀. 이전 선형계획의 목적함수와 비교하여 목적함수 값이 일정 회수 이상 증가하지 않으면, Step 4로, 그렇지 않으면 step 2로.

Step4. 현재까지 구해진 경로들을 이용하여 주문제를 구성한 후, 분지한계법(Branch-and-Bound)을 이용하여 최적해를 구함.

3.3 모형 검증

본 절에서는 앞에서 설명한 철도 슬롯 할당체계를 Fig. 5와 같은 가상의 네트워크를 이용한 시뮬레이션 결과를 서술한다. 이 가상의 네트워크는 수도권 고속철도 구간과 현재 고속철도 구간을 축소시킨 모형으로서, 6개의 역으로 구성되어 있으며, 각 구간간 주행시간은 그림과 같고, 두 개의 운송사업자(RU1, RU2)는 각각 2개씩의 경로(A-C-D-E, A-C-D-F, B-C-D-E, B-C-D-F)를 운행한다고 가정하였다. 또한 입찰 대상이 되는 열차는 출발 시간 기준으로 오전 5:20부터 오전 12:00까지로 설정하였으며, 기존 고속 열차 스케줄을 일정 시간 지연시켜 복사하는 방식으로 다양한 요청 열차를 생성하였다. 실험을 위해 RU1과 RU2의 수락 열차의 비율은 2:1로 설정하였고, 그 비율은 5% 범위 내, RU1:RU2 = [1.95-2.05] : [0.95-1.05], 즉,

$$\alpha_1^L = \frac{1.95}{1.05}, \alpha_1^U = \frac{2.05}{0.95}$$

에서 조정될 수 있도록 $[\alpha_1^L, \alpha_1^U], [\alpha_2^L, \alpha_2^U]$ 를 설정하였다. 출도착 역에서의 열차간 최소 시격은 4분으로 설정하였으며, RU1에 대해 우선순위를 설정하기 위해 RU2의 이득보다 큰 상수값을 설정하였다. 또한 정차 시간의 경우 최소 3분, 최대 8분까지 허용치를 설정하였다.

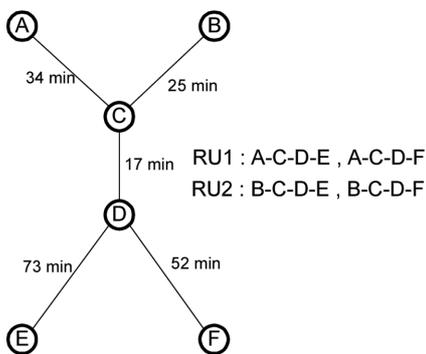


Fig. 5 Example network

먼저 첫 번째 실험에서는 열차의 출발역과 최종 도착역에서의 출도착시간의 조정 범위를 0분, 5분, 10분으로 변화시킬 때의 최적해와 계산 시간의 변화를 확인해 보았다. 두 운송사업자로부터 제안 받은 총 열차 수는 113개 열차이다.

Table 1 Performance Experiment of TGSA model

Tolerance	# of accepted trains adjusted within tolerance		Computation time (sec.)
	RU 1	RU 2	
0 (no adjustment)	40	19	0.5
5 min.	52	27	36
10 min.	53	29	111

Table 1에서 보듯이 허용치를 증가시킬 경우, 수락되는 열차수가 점점 증가함과 동시에, 시공간 그래프의 아크 수가 늘어나 계산시간이 증가함을 볼 수 있다. 물론 본 실험에서 사용한 네트워크가 작기 때문에 전체 철도 네트워크에 적용했을 경우, 어느 정도의 시간이 소요될 지 정확히 예측하기 힘들지만, 본 모형의 경우 기본적으로 각 요청 열차에 대해 최단 경로 알고리즘만을 적용하기 때문에, 실제 네트워크에 적용했을 때에도 충분히 만족할 만한 시간 안에 해를 구할 수 있을 것으로 기대된다.

두 번째 실험에서는 3.1절에서 제시한 슬롯 할당 체계에 관한 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. 첫 번째 회(round)에서는 RU1과 RU2가 각각 29개, 28개의 열차를 요청하는 것으로 출발하여, 출도착시간을 5분 사이로 다시 조정하여 매 회마다 28개, 26개씩의 요청 열차를 추가하여 매 회가 진행되도록 설정하였다. 또한 모든 요청 열차에 대해 출도착시간의 조정 허용치는 10분이라 가정하였다. 실제로 슬롯 할당 체계에 따른 각 운송사업자의 재입찰 전략이 필요한데, 경매 이론의 경우 경매 체계에 따른 입찰자의 최적 전략에 대한 선행 연구가 상당하지만, 본 연구에서는 입찰자의 전략은 논외로 하였다. 본 연구에서는 단지 앞에서 서술한 반복적인 슬롯 할당에 대해 PCSA가 어느 정도의 성능을 보이는지에 집중하였다.

Table 2에서 보듯이 round 3에서도 전체 계산 시간이 255초로 매우 빠른 시간에 해를 구할 수 있음을 알 수 있다. 만약 실제 철도 네트워크에 적용할 경우 보다 많은 시간이 소요되었지만 본 연구에서는 매 회마다 임시적으로 할당된 열차를 다시 새로운 입찰에 포함시킴으로써 계산시간이 더 늘어남 측면이 있다. 앞에서 서술했듯이 만약 매 회마다 확정되는 요청 열차는 다음 회에서 제외하고 새로운 요청 열차만을 포함시킬 경우 해를 구하는 속도는 더욱 빨라질 것으로 기대된다.

본 연구는 매 회 산출된 임시적 할당할당을 고려하여 운송사업자는 다음 회에 새로운 열차를 요청하고, 더 이상의 요청이 없을 경우 종료하는 매우 단순한 체계를 제시하였다. 그러나 이러한 슬롯 할당 체계는, 만약 열차별 입찰 가격을 설정하고, 다음 회에서 제안할 수 있는 입찰 가격의 범위에 대한 제한을 설정하면, 경매 체계를 그대로 따르게 된다. 이러한 경매 체계에 기반한 슬롯 할당 체계도 위에서 제시한 PCSA모델의 목적함수만 수정하면 그대로 적용 가능하다.

Table 2 Performance Experiment of our allocation mechanism

Round	# of requested trains		# of accepted trains with no tolerance		# of accepted trains adjusted within tolerance		Computation time (sec.)
	RU 1	RU 2	RU 1	RU 2	RU 1	RU 2	
Round 1	29	28	28	14	29	16	5
Round 2	57	56	40	19	53	29	111
Round 3	83	82	47	22	60	31	255

4. 결 론

본 연구에서는 철도 운송 서비스 시장의 경쟁 체제 정책을 고려하여, 경쟁 환경하에서 허용치 범위내의 스케줄 조정을 통해 운행 열차 수를 최대화하고, 운송 사업자간 배분 비율 및 우선순위를 고려할 수 있는 철도 슬롯 할당 체계 및 이에 필요한 최적화 모형 및 해법을 제안하였다. 본 연구에서 제시한 모형은 경쟁 체제 환경뿐만 아니라 단일 운송 회사 체제에서의 여객과 화물의 철도 슬롯 배분 등에 활용될 수 있다. 그러나 본 연구에서 제시한 체계 및 최적화 모형의 효율성을 증명하기 위해서는 실제 크기의 철도 네트워크에 적용해봐야 하는 과제가 남아 있다. 특히 모든 열차가 동일한 운행구간에서 동일한 운전 시분을 갖는다 가정할 지라도, 최적화 모형의 식 (3)의 제약식의 개수는 시공간 네트워크의 노드 수에 비례하여 증가($O(|V|)$)하고, 또한 요청 열차수가 증가할 경우 풀어야 할 부분제의 수가 증가하여, 계산 시간을 줄이기 위한 추가적인 휴리스틱을 필요로 할 수 있다.

마지막으로 인프라 관리자의 수입 증대나 효율적인 슬롯 배분을 위해서는 최근 대두되고 있는 경매 이론을 활용할 필요가 있다. 이러한 경매 기반 슬롯 할당 체계는 열차 별 입찰 가격을 필요로 한다. 이러한 입찰 가격에 기반한 슬롯 할당 체계는 인프라 관리자 혹은 단일 운송회사의 수익 증대뿐만 아니라, 운송사업자로 하여금 개별 열차에 대한 수익성 분석을 강요함으로써, 운송사업자의 경쟁력 향상에도 기여할 수 있다.

후 기

이 논문은 2012년도 한국교통대학교 교내학술연구비의 지원을 받아 수행한 연구임. 또한 이 논문은 한국철도기술연구원으로부터 일부 지원을 받아 수행한 연구임을 밝힙니다.

참고문헌

[1] J.-I. Song (2012) Case study of the competition in European railway, In *Proc. of the Korean Society for Railway Conference*.

[2] EC (2001) Directive 2001/14/EC of the European Parliament and of the Council of 26 Feb. 2001 on the allocation of railway infrastructure capacity and the levying of charges for the use of railway infrastructure.

[3] S.G. Klabas (2010) Algorithmic Railway Capacity Allocation in a Competitive European Railway Market, *Ph.D Thesis*, RWTH Aachen.

[4] K. Koolstra (2005) Transport Infrastructure Slot Allocation, *Ph.D Thesis*, TU Delft.

[5] P. Cramton, Y. Shoham, R. Steinberg (2002) *Combinatorial Auctions*, MIT Press.

[6] Y. Sheffi (1982) Combinatorial Auctions in the Procurement of Transportation Services, *Interfaces*, 13(2), pp. 402-417.

[7] S.J. Rassenti, V.L. Smith, R.L. Bulfin (1982) A Combinatorial Auction Mechanism for Airport Time Slot Allocation, *The Bell Journal of Economics*, 13(2), pp. 402-417.

[8] D.C. Parkes, L.H. Ungar (2000) "Iterative Combinatorial Auctions : Theory and Practice", In *Proc. 17th National Conference on Artificial Intelligence*, pp. 74-81.

[9] P.J. Brewer, C.R. Plott (1996) A binary conflict ascending price (BICAP) mechanism for the decentralized allocation of the right to use railroad tracks, *International Journal of Industrial Organization*, 14(6), pp. 857-886.

[10] J.-E. Nilsson (1999) Allocation of track capacity : Experimental evidence on the use of priority auctioning in the railway industry, *International Journal of Industrial Organization*, 17(8), pp. 1139-1162.

[11] R. Borndörfer, M. Grottschel, S. Lukac, K. Mitusch, T. Schlechte, S. Schultz and A. Tanner (2005) An Auctioning Approach to Railway Slot Allocation, *ZIB-Report* 05-45.

[12] A. Caprara, M. Fischetti and P. Toth (2001) Modeling and Solving the Train Timetabling Problem, *Operations Research*, 50(5), pp. 851-861.

[13] U. Brännlund, P.O. Lindberg, A. Nöu and J.-E. Nilsson (1998) Railway Timetabling Using Lagrangian Relaxation, *Transportation Science*, 32(4), pp. 358-369.

접수일(2012년 8월 21일), 수정일(2012년 9월 26일),
 게재확정일(2012년 10월 16일)

Bum Hwan Park : bumhwan.park@gmail.com
 Department of Railroad Management and Logistics, Korea National University of Transportation, 157 Cheoldobangmulkwan-ro, Uiwang-Si, Korea

Soon-Heum Hong : shong@krii.re.kr
 Korea Railroad Research Institute, 176 Cheoldobangmulkwan-ro, Uiwang-Si, Korea

Chung-Soo Kim : bull6213@hanmail.net
 Department of Railroad Management and Logistics, Korea National University of Transportation, 157 Cheoldobangmulkwan-ro, Uiwang-Si, Korea