

다중시험편 시험에 의한 평면이방성 암석의 탄성상수 분석연구

제 2 보 - 자료의 통계적 평가와 참값의 결정

박철환, 박 찬, 정용복*

Experimental Study on the Elastic Constants of A Transversely
Isotropic Rock by Multi-Specimen Compression Tests
Report 2 – Statistical Evaluation and Determination
of True Values of Elastic Constants

Chulwhan Park, Chan Park, Yong-Bok Jung*

Abstract Multi-specimen uniaxial compression test has been carried out in order to find the method to determine the five independent elastic constants from a single standard specimen of a transversely isotropic rock. Total 35 specimens of 7 different angles from a large block of rhyolite presenting the flow structure obviously are used in tests. This second report is to focus on the statistical evaluation of measured strains and analyzed elastic constants. And the determination of their true or near-true values is discussed. As the result of RSD analysis, it turns out that the reliability of measured strains is sufficiently obtained and Saint-Venant approximation is well applicable except 15 degree angled specimen in tests. RSD is decreasing on the increase of the angle of anisotropy. This tendency may be caused not only by the decreasing of the deviation of measured strains, but also by the better applicability of Saint-Venant approximation on the increase of angle. It can be concluded that the analyzed values are considered the near-true ones of five independent constants on the high reliability. But the variation of the apparent Young's modulus expected by these values is not proved to match the measured tendency. It is inferred that the factor to decrease the apparent Young's modulus and/or to increase the shear strain, is present in the test or in the nature of the anisotropy in consideration of this inconsistency.

Key words Transversely isotropic rock, Independent elastic constants, Multi-specimen test, Saint-Venant approximation

초 록 한 개의 평면이방성 시험편으로부터 5개의 독립적 탄성상수를 결정할 수 있는 방법을 찾기 위하여 다중 시험편 시험을 수행하였다. 실험에는 유상구조가 뚜렷한 유문암의 7개의 서로 다른 각도를 갖는 총 35개 시험편을 사용하였다. 제 2보인 본 연구에서는 측정된 변형률과 해석된 탄성상수를 통계적으로 분석하고 참값을 결정하는데 중점을 두었다. 통계분석의 결과로서, 측정자료의 신뢰성은 충분히 확보되었으며, 15도 시료를 제외한 시료에서 SV 식의 적용성이 매우 높은 것으로 밝혀졌다. 각도가 증가함에 따라 탄성상수의 상대표준편차는 대체로 작아지는 경향이다. 이는 측정값의 편차가 작아지기 때문에 발생하는 현상이기도 하지만, 각도가 클수록 SV 식이 잘 적용되기 때문이라고 유추할 수 있다. 분석된 5개의 탄성상수의 크기는 높은 신뢰성을 갖고 있어 실험에서 얻을 수 있는 참값이라 할 수 있다. 그러나 이러한 값으로부터 예측한 겉보기 탄성계수는 실측된 크기들을 표현할 수 없는 것으로 판명되었다. 이러한 불일치로 미루어 겉보기 탄성계수의 크기를 감소시키거나 또는 전단변형률이 증가시키는 요인이 실험이나 평면이방성 특성에 존재한다고 판단된다.

핵심어 평면이방성 암석, 독립적 탄성상수, 다중시험편 시험, Saint-Venant 근사식

Received: Nov. 3, 2011

Revised: Oct. 25, 2012

Accepted: Oct. 26, 2012

***Corresponding Author:** Yong-Bok Jung

Tel) +82428683097, Fax) +82428683416

E-Mail) ybjung@kigam.re.kr

Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources, Daejeon,
Korea

1. 서 론

암석의 이방성 특성은 암반구조물의 안정성 설계에 요구되는 암석 및 암반의 역학적 특성 중의 중요한 요소이다. 삼차원 전방향 이방성(orthotropy)은 독립적 탄성상수가 9개이므로 이를 결정하는 것은 매우 복잡하고

어렵다. 따라서 이방성 압축은 공학적으로 독립적 탄성 상수의 수가 5개인 평면이방성(transverse isotropy, 횡 등방성)으로 평가되는 경우가 많다. 평면이방성 압축에서 이방성각도가 서로 다른 2~3개의 시험편으로부터 이들 탄성상수를 측정할 수 있다. 그러나 균질한 특성을 가지면서 각도가 서로 다른 다수의 시험편을 얻는 것도 현실적으로 어려운 경우가 허다하다.

본 연구의 궁극적인 목적은 한 개의 평면이방성 압축 강도시험편에서 5개의 독립적 탄성상수(E_1, E_2, ν_1, ν_2 및 G_2)를 결정하는 최적의 방법을 찾는 것이다. 여러 연구에서 언급되었지만, 한 개의 평면이방성 압축강도시험편에서 측정할 수 있는 독립적 변형률은 최대 4개이다(Cho et al., 2012, Gonzaga et al., 2008, Park et al., 2008, Park, 2001, Tien & Tsao, 2000, Liao et al., 1997, Talesnick et al., 1995). 따라서 5개의 독립적 탄성상수를 얻기 위하여 한 개의 가정식이 필요하며, 식 (1)과 같은 Saint-Venant가 개발한 근사식(SV 식)이 오랫동안 사용되어 왔다(Wittke, 1990, Amadei, 1996). SV 식에서 보는 바와 같이 G_2 가 E_1, E_2, ν_1 및 ν_2 에 의하여 정의되어 있어, G_2 가 독립적 탄성상수라는 탄성이론에 맞지 않는다. 이러한 이유로 이 식이 근사식으로 표현되고 있으며, 이를 적용하는 경우에 수용하기 어려운 결과를 산출하는 경우가 많다(Park et al., 2008, Gonzaga et al., 2008).

$$G_2 = \frac{E_1 E_2}{E_1(1+2\nu_2) + E_2} \quad (1)$$

이러한 연구를 달성하기 위하여 다수의 시험편에 대한 일축압축시험을 수행하였다. 시험에 사용된 시료는 육안으로도 뚜렷하게 확인할 수 있는 유상구조를 갖는 유문암이다. 시험편의 각도는 유상구조의 방향, 즉 등방면이 수평(0도) 및 15도, 30도, 45도, 60도, 75도, 수직(90도)되게 7가지이며, 각 각도마다 5개의 시험편, 전체 35개의 시험편을 제작하였다.

본 연구의 제 1보 (Park et al., 2010)에서는 이러한 연구를 수행하는 연구자들에게 유용한 자료를 제공하기 위하여, 35개 시험편에 대한 실험자료를 상세하게 보고하였다. 실험에서 얻어진 자료로부터, 각도에 따른 겉보기 탄성계수와 일축압축강도의 변화를 설명하였다. 그리고, SV식을 포함한 여러 가정식을 이용하여 각 각도의 시료에 대하여 개별적인 탄성상수를 해석하였다.

제 2보인 본보에서는 이론적 전개를 간략히 살펴보고, 실험에서 얻어진 변형률과 해석된 탄성상수의 크기를 통계기법의 상대표준편차를 분석하여 자료의 신뢰

성을 검토하였다. 이러한 분석을 통하여 탄성상수의 참값이 어떤 범위에 있는지에 대하여 논의하였으며, 이방성면의 전단계수와 겉보기 탄성상수의 변화에 대하여 분석하였다.

2. 이론적 전개

이방성 이론은 스프링과 같은 물체에 적용되는 혹은 법칙으로부터 Cauchy가 모든 균질한 탄성체에 적용할 수 있는 일반화된 식 (2)로부터 출발한다(Flugge, 1972). 이 식은 선형탄성체 내의 모든 점에서 성립하며, C행렬은 4차수 텐서(tensor of the forth order)로서 각 요소는 물체의 탄성상수로 구성된 값이다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} * \epsilon_{kl} \quad (2)$$

Sokolnikoff는 독립적인 6개의 응력과 변형률을 1차수로 간편하게 표현하고, C의 역행렬을 2차수 텐서로 표현하였다.(Goodman, 1980) 이로써 평면이방성체에 6가지의 응력과 변형률의 관계는 식 (3)과 같이 정의된다. 여기에 표현된 방향성분은 Fig. 1과 같으며, 응력성분 σ_4 및 σ_5, σ_6 은 각각 τ_{23} 및 τ_{31}, τ_{12} 와 같다. 같은 방법으로 변형률성분 ϵ_4 및 ϵ_5, ϵ_6 은 각각 $\gamma_{23}/2$ 및 $\gamma_{31}/2, \gamma_{12}/2$ 의 1차수적인 표현이다.

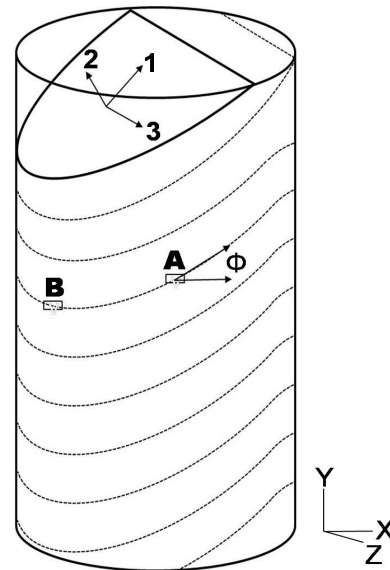


Fig. 1. Axis of a transversely isotopic specimen and angle of anisotropy

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{-\nu_2\sigma_2}{E_2} + \frac{-\nu_1\sigma_3}{E_1}, \\ \epsilon_2 &= \frac{-\nu_2\sigma_1}{E_2} + \frac{\sigma_2}{E_2} + \frac{-\nu_2\sigma_3}{E_2}, \\ \epsilon_3 &= \frac{-\nu_1\sigma_1}{E_1} + \frac{-\nu_2\sigma_2}{E_2} + \frac{\sigma_3}{E_1}, \\ \epsilon_4 &= \frac{\sigma_4}{2G_2}, \quad \epsilon_5 = \frac{\sigma_5}{2G_1}, \quad \text{and} \quad \epsilon_6 = \frac{\sigma_6}{2G_2} \end{aligned} \quad (3)$$

3. 자료의 신뢰성 분석

자료의 신뢰도는 측정의 소급성이나 정밀도, 정확도, 분산정도 등의 통계기법으로 알 수 있다. 분산이나 표준편차는 자료의 퍼짐정도를 나타내는 통계요소인데, 두가지 이상의 측정이나 해석에서의 단위 및 크기가 서로 다르기 때문에 절대값으로 비교하기 곤란한 경우가 많다. 이런 경우에 표준편차의 상대값을 사용하여 이들을 동시에 비교할 수 있다. 상대적 표준편차(RSD, relative standard deviation)는 평균값(mean)에 대한 표준편차(SD)의 상대적 크기이며, 백분율로 표기할 수 있다. 이를 통계학에서는 변동계수(CV, coefficient of variation)라 하며, 수식으로 표현하면 식 (4)와 같다.

$$RSD = 100\% \times \text{absolute value of } (SD / \text{mean}) \quad (4)$$

Fig. 2는 각도가 다른 7가지 시료에서 측정된 변형률(원형과 실선 표시)과 해석된 탄성상수(사각형과 점선 표시)의 상대표준편차의 평균을 각 각도에 대하여 도시한 것이다.

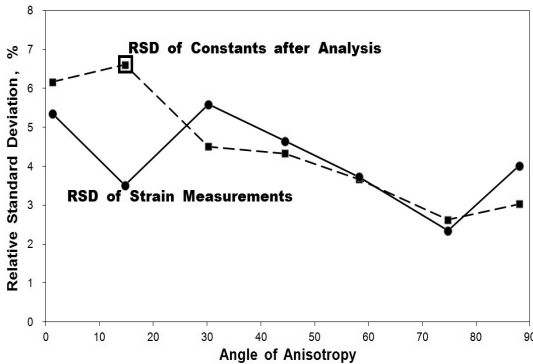


Fig. 2. Variations of average of relative standard deviation of strain measurements and elastic constants along angle of anisotropy

3.1 측정된 변형률 자료

각 시험편마다 4개의 변형률을 측정하였는데, 이들 4개의 측정자료는 일정 각도를 갖는 시료에서 시험에 수행된 시험편의 수인 5개이다. 이들 5개의 자료에 의하여 상대표준편차를 얻을 수 있다. 그리고 4가지 변형률 측정자료의 평균을 얻으면, 각 각도의 시료에서 자료의 퍼짐정도를 알 수 있게 된다.

예를 들어, 30도의 시료에서 y방향의 응력이 1 MPa 일 때 변형률A의 측정값은 23.9~27.0 $\mu\epsilon$ 으로, 평균과 표준편차는 각각 25.2 $\mu\epsilon$ 및 1.47 $\mu\epsilon$ 이다. 이로써 변형률A의 상대표준편차는 5.84%이다. 같은 방법으로 다른 3개의 값은 7.97% 및 4.93%, 3.61%이며, 이들의 평균은 5.59%로 해석되어 Fig. 2에 표시되었다. 이로써, 30도의 시료에서 얻어지는 변형률은 대체로 5.59%의 상대표준편차를 갖는 측정값을 얻을 수 있다.

이렇게 분석한 결과, 7가지 시료에서 측정된 28개의 변형률의 개별적 상대표준편차는 1.6~10.0%의 범위에 있다. 그리고 각 시료마다 평균값은 2.3~5.6%로 해석되어, 측정자료의 신뢰성은 충분히 확보되어 있음을 보이고 있다고 판단된다.

Fig. 2의 원형으로 표시한 자료는 같은 각도를 갖는 시료에서 측정되는 변형률의 상대표준편차의 평균값 자료이며, 이를 실선으로 연결하여 표시한 것이다. 각도에 따른 평균값의 변화추이로 판단할 때, 각도가 증가함에 따라 대체로 오차가 작은 측정값을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이러한 경향과 달리 15도 시료에서 작은 값을 보이고 있는 것이 특징적이다.

3.2 해석된 탄성상수 자료

각 시험편마다 4개의 변형률을 측정하였는데, 5개의 독립적 탄성상수를 얻기 위하여 식 (1)과 같은 SV 식을 적용하였다. 이 식을 적용하여 얻은 탄성상수들의 크기는 Table 1에서 보는 바와 같다. 그리고 이들의 정밀성을 추적하기 위하여 앞에서와 같은 상대적 표준편차를 해석하였으며, 이들의 평균값을 Fig. 2의 사각형 및 점선으로 도시하였다.

일정한 각도를 갖는 시료에서는 5개의 상대표준편차의 평균값을 얻을 수 있는데 반하여, 특별한 각도의 시료인 수평시료 및 수직시료에서는 각각 탄성상수를 2개만 얻을 수 있기 때문에 2개에 대한 평균값이 표시되었다. 한편, 15도의 시료에서 SV 식을 만족하기 위한 탄성상수는 참값과 차이가 큰 결과를 나타내고 있음을 Table 1에 언급된 해석값으로 알 수 있다. 특히 ν_2 의 평균과 표준편차는 각각 -0.006 및 0.099로 해석되어, 상대표준편차는 1800%에 이르러 수용할 수 없는 결과

Table 1. Elastic constants for every specimen

specimen	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_1	ν_2	G_2 (GPa)
0	-	40.01	-	0.1936	-
15	31.90	41.64	-0.0056	0.1998	15.37
30	42.69	38.95	0.1848	0.1906	16.98
45	39.81	38.84	0.1834	0.1907	16.46
60	39.66	38.00	0.1885	0.1985	16.13
75	46.34	42.58	0.1946	0.1919	18.49
90	45.71	-	0.1891	-	-

이다. ν_2 를 제외한 다른 4개의 상대적 표준편차는 2.8%~12.4%로 분석되어, 이의 평균인 6.61%를 그림에서 특별하게 이중 사각형으로 표기하였다.

SV 식을 전혀 적용할 수 없는 15도 시료를 제외하면, 해석된 탄성상수의 상대표준편차의 평균은 2.6%~6.1%로 해석되어, 일관성 있는 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 특히, 45도 및 60도, 75도 시료에서는 변형률 측정에서의 평균값보다 작거나 동일한 크기로 분석된 것은 특이하며, SV 식의 적용성이 큰 것임을 보여준다고 할 수 있다. 따라서 해석되어진 탄성상수의 크기가 참값인 것과 무관하게, SV 식은 잘 적용되고 있음을 알 수 있다.

그림에서 알 수 있듯이 탄성상수의 상대표준편차도 각도가 증가함에 따라 대체로 작아지는 경향이 있다. 이는 측정값의 편차가 작기 때문에 발생하는 현상이기도 하지만, 특히 15도의 각도에서는 SV 식이 전혀 적용될 수 없다는 것으로부터 각도가 클수록 SV 식이 잘 적용되기 때문이라고 유추할 수 있다.

4. 탄성상수의 참값 결정

4.1 탄성계수와 포아송비

이방성면의 각도가 0도 및 90도인 수평시료와 수직시료에서 E_1 및 E_2 , ν_1 , ν_2 등의 4개의 탄성상수는 복잡한 수식과정을 거치지 않고 얻을 수 있다. 이로서 우선 결정되어진 크기는 Table 1에서 보는 바와 같이 각각 45.71 GPa 및 40.01 GPa, 0.1891, 0.1936 이다. 그리고 이들의 RSD는 2.5~6.2% 정도로 분석되어 신뢰성이 높은 값이므로 참값이라고 할 수 있다.

한편, 15도 시료의 측정자료에서 SV 식을 사용하지 않고, 임의의 ν_1 에 의한 2개의 탄성계수와 근사식에 의한 전단계수의 크기는 Fig. 3과 같다. 즉, ν_1 의 크기가 0.1에서 0.4까지의 큰 범위에서도, E_2 의 크기는 42.64~42.67 GPa로 일정한 크기를 갖는다. 이때, E_1 의 크기는

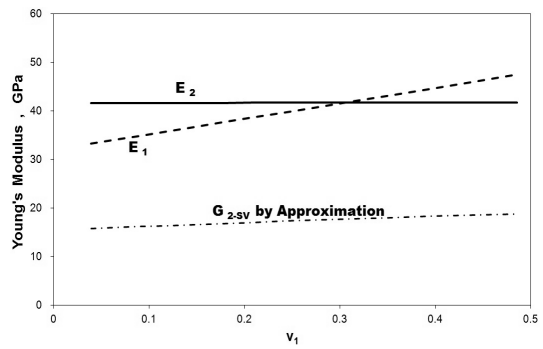


Fig. 3. Variations of elastic constants on ν_1 for specimens of $\phi = 15$

비교적 큰 범위의 값(35~45 GPa)으로 해석되어 결정하기 어려우며, ν_2 는 0.17~0.19의 크기로 해석되어 근사값을 결정할 수 있다.

즉, 다른 상수들의 해석범위는 비교적 크기 때문에 결정할 수 없다 하더라도, E_2 의 크기는 42.6 GPa로 결정할 수 있으므로 이 값도 참값이 될 수 있다. 하지만 이 크기가 수평시료에서 얻은 크기와 2.6 GPa 정도 차이로 크게 나타나, 본 해석에서 참값의 결정에는 사용하지 않는다.

이와 같은 방법으로 75도 시료의 측정자료에서 SV 식을 사용하지 않고, E_1 의 크기는 결정될 수 있다. 임의의 ν_2 에 의한 2개의 탄성계수와 전단계수의 크기 변화는 Fig. 4와 같은데, ν_2 의 크기가 0.1에서 0.4까지의 값을 갖는다 하더라도, E_1 는 45.4~46.5 GPa로 일정한 크기를 갖는다. 이러한 크기는 참값이라고 할 수 있을 뿐만 아니라, 수직시료에서 얻어진 평균값인 45.71 GPa와 동일하다. 더욱이 수직시료에서 해석한 값의 범위인 44.4~47.2 GPa 보다 작은 범위 내에서 결정되어 신뢰성이 매우 높은 결과라 할 수 있다. 이때, E_2 의 크기는 매우 큰 범위의 값(10~120 GPa)으로 해석되어 결정하

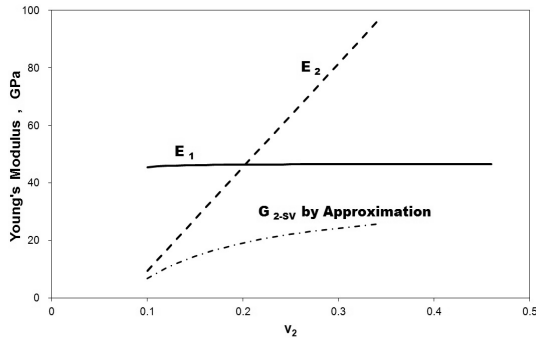


Fig. 4. Variations of elastic constants on ν_2 for specimens of $\phi = 75$

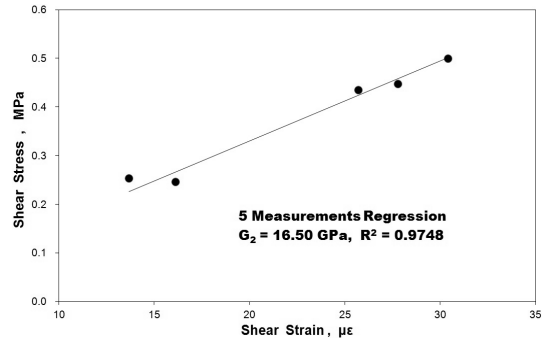


Fig. 5. Regression between shear stress and measured shear strain

기 어려우며, ν_1 은 0.17~0.20의 크기로 해석되어 근사값을 결정할 수 있다.

4.2 전단계수

1방향 및 3방향으로 구성되는 등방성면에서의 전단계수인 G_1 은 탄성이론에 의하여 식 (5)와 같이 정의될 수 있는 종속적 탄성상수이다. 앞에서 결정된 4개 탄성상수의 크기로부터 전단계수를 얻을 수 있다. 따라서 등방성면에서의 전단계수는 19.22 GPa로 산출되며, 4개의 탄성상수 크기가 참값이면 이 크기도 참값이 된다.

$$G_1 = \frac{E_1}{2(1 + \nu_1)} \quad (5)$$

그러나 이방성면에서의 전단계수의 참값은 다른 양상으로 결정된다. 일정 각도가 있는 시료에 대한 측정이 수행되지 않았을 경우에, G_2 는 SV 식에 의하여 얻어질 수 있다. 앞에서 결정된 4개 탄성상수에 의하여 17.71 GPa로 산출되지만, G_1 의 크기가 참값인데 반하여 근사식에 의하여 산출된 G_2 의 크기는 참값이 아니고 추정 근사값이다.

본 연구에서는 수평 및 수직시료 외에도 서로 다른 각도를 갖는 5종류의 시료에 대하여 일축압축시험을 수행하였으므로, G_2 의 크기는 실험적으로 측정될 수 있다. 즉, 식 (3)의 6번식에서 τ_{12} 의 크기는 일축압축응력 σ_y 에 의하여 $\sigma_y \cdot \sin\phi \cdot \cos\phi$ 이며, Fig. 1의 A면에서 측정된 3개의 변형률, ϵ_y 및 ϵ_{45} , ϵ_x 로부터 ϵ_1 및 ϵ_2 , γ_{12} 를 얻을 수 있다. 이로써 이 식은 다음 식 (6)으로 표시되어 G_2 를 결정할 수 있게 된다.

$$G_2 = \frac{\sigma_y}{\gamma_{12}} \sin\phi \cos\phi \quad (6)$$

식 (6)에서 알 수 있듯이, 한 개의 단일 시험편의 실험에 의한 자료 외에는 어떠한 다른 도움이 없이 G_2 를 결정할 수 있다. 다만, γ_{12} 를 제외한 다른 3가지 측정값, 즉 ϵ_1 및 ϵ_2 , $\epsilon_3(=\epsilon_z)$ 로부터 다른 4개의 탄성상수를 결정할 수 없기 때문에, 식 (1) 등과 같은 가정식이 필요할 뿐이다.

서로 다른 각도의 시료에 대하여 일축압축시험을 수행하여 γ_{12} 를 얻은 후에 식 (6)에 의한 G_2 를 해석한 결과는 Table 1에서 보는 바와 같다. 이의 크기는 15.4~18.5 GPa이며, 30도부터 각도가 증가함에 따라 점진적으로 감소하는 경향을 보이다가 75도에서 급증하는 추세이다. 이러한 경향은 제 1보의 겉보기 탄성계수의 경향과 일치한다.

통계적으로 이들을 단순하게 평균한 G_2 의 크기는 16.69 GPa로 나타났다. 이때 표준편차는 1.16 GPa이며, RSD의 크기는 7.0%로 해석된다. 각 시료의 해석에서 응력과 변형의 크기가 서로 다르기 때문에, 실험에 의한 G_2 의 결정은 단순평균으로 얻기 보다는, 회귀분석으로 정확한 평가가 이루어질 수 있다. Fig. 5는 각도가 서로 다른 5종류의 시료에서 얻어진 엮리면에 작용하는 전단응력과 전단변형의 관계를 도시한 것이다. 이들 5개 시험결과를 회귀분석하면 G_2 의 평균 크기는 16.50 GPa이며, 이는 실험의 최종 해석결과이다. 이때, 결정계수인 R^2 는 0.975에 달하여 자료는 높은 신뢰성을 갖는 것으로 평가된다.

Fig. 6은 앞에서 해석한 여러 값의 전단계수에 의하여 이론적으로 얻어지는 전단변형률을 이방성각도의 함수로 표시한 것이다. 즉, 점선은 시료가 평면이방성이 아닌 등방성이라고 가정한 $G_1 = G_2 = 19.2$ GPa일 때, 그리고 실선은 G_2 의 값이 SV 식으로부터 얻어진 17.7 GPa

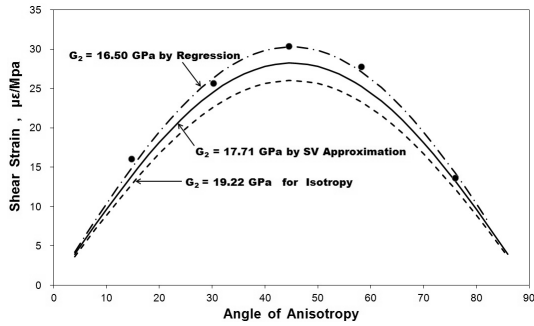


Fig. 6. Shear strain on G_2 and angle of anisotropy

일 때의 전단변형률의 변화를 표시한 것이다. 이러한 두가지 값은 측정자료와 약간의 차이를 보이고 있어 G_2 의 참값으로 볼 수 없다.

제일 큰 변형량을 보이는 쇄선은 측정자료를 회귀분석하여 얻어진 16.5 GPa일 때의 변화로서 점으로 표시한 5개 측정자료와 일치하는 값이다. 이렇게 결정계수가 높은 일치를 통하여, 이 크기는 다중 시험편에 의한 G_2 의 참값이라 할 수 있다.

4.3 SV 식의 유효성 검토

SV 식에 의하여 결정될 수 있는 G_2 는 17.71 GPa로 산출되지만, 실험에서 얻어진 참값의 크기는 16.50 GPa로 분석되어, 서로 약 1.2 GPa(약 7%)의 차이를 보이고 있다. 공학적 실험에서 이러한 정도의 차이는 수용할 수 있다면, SV 식은 본 연구에 사용한 시료에서는 적용이 가능한 것이다. 더욱이 일정 각도의 시료에서 SV 식을 적용하여 얻은 다른 탄성상수도 수평 및 수직시료에서 얻은 참값과 유사한 크기로 해석되어 이 식이 유효하다는 것을 알 수 있다. 모델분석(Park, 2001)을 통하여 작은 각도의 시료에서는 적용될 수 없음이 이미 밝혀졌듯이, 여기에서도 15도 시료에서는 SV 식의 유효성은 전혀 발견할 수 없는 것으로 분석되었다.

이로서 SV 식은 개별적 시료에서 공학적 크기를 얻기에는 충분히 유효하며, G_2 의 결정에서 발생하는 7%의 차이로 인하여 그 유효성이 감소된다고 결론지을 수 있다. 만약에 실험에서 다른 요인에 의하여 전단변형률이 증가하여 G_2 의 해석값이 감소할 수 있다고 가정한다면, 참값은 약 17.7 GPa이 되며 SV 식은 유효성을 충분히 확보하게 된다. 이는 다중시험편 연구에서 향후 과제가 될 것이다.

4.4 겉보기 탄성계수의 재검토

앞에서 결정한 탄성상수의 크기를 검토하기 위하여

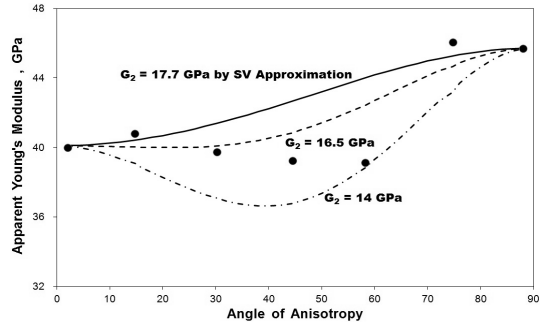


Fig. 7. Variations of apparent Young's modulus on G_2 and angle of anisotropy

각도에 따른 겉보기 탄성계수의 변화를 관찰하였다. 특히 G_2 의 참값은 실험적으로 신뢰성이 있는 16.5 GPa로 결정되었지만 다른 변수에 의하여 변화될 가능성이 있기 때문에, G_2 의 크기가 변할 때 겉보기 탄성계수는 어떤 크기를 갖는가를 검토하였다.

Fig. 7은 여러 가지의 G_2 값에 따라 이방성 각도에 따른 겉보기 탄성계수의 변화를 측정자료와 함께 도시한 것이다. 그림에서 점으로 표시한 겉보기 탄성계수의 측정자료는 15도부터 60도까지 각도가 증가함에 따라 점진적으로 작아지며, 75도에서 급증하는 경향을 갖고 있다. 이는 개별적 시료에서 측정된 전단계수의 변화와도 유사한 양상이다. 이렇게 각도에 따라 겉보기 탄성계수가 감소-증가하는 것은 다른 여러 연구자들의 실험에서도 보이고 있는 현상임을 이미 제 1보에서 언급한 바 있다.

시험시료가 등방성임을 가정한다면, 겉보기 탄성계수의 크기는 그림에 표시하지 않았지만, 각도에 따라 변화하지 않고 E_1 과 같은 크기인 45.7 GPa가 된다. 만약, G_2 의 크기가 SV 식에 의하여 결정되는 17.7 GPa일 때는 그림의 실선과 같이 변한다. 이런 경우에는 제 1보 및 이전의 연구에서 이미 밝혔듯이 SV 식은 식 (7)과 같은 식으로 전환될 수 있어 수식적으로도 단조증가함수로 표현된다. 실선으로 표시된 산술적 크기는 15도와 75도 시료의 측정자료와 유사하게 일치하지만, 30도 시료에서 차이를 보이기 시작하여, 각도가 증가함에 따라 이 편차는 커져가는 것으로 밝혀졌다. 따라서 이러한 크기의 G_2 값으로는 겉보기 탄성계수의 변화를 설명하기 어려운 것으로 판단된다.

$$\frac{1}{G_{app}} = \frac{1}{G_1} \sin^2 \phi + \frac{1}{G_2} \cos^2 \phi \tag{7}$$

한편, G_2 의 크기가 전단변형률 분석에 따라 식 (6)에 의하여 결정되는 16.5 GPa일 때는 그림의 점선과 같이 변한다. 이런 경우에도 겹보기 탄성계수는 단조적으로 증가하는 것으로 표현된다. 따라서 감소-증가하는 측정 자료의 경향과 크게 달라 겹보기 탄성계수의 변화를 설명할 수 없다. 이때의 산술적 크기는 30도에서의 측정과 유사할 뿐이며, 다른 각도를 갖는 시료의 측정자료와는 많은 차이를 보이고 있다.

한편, G_2 의 크기가 14 GPa일 때 겹보기 탄성계수는 각도에 따라 그림의 쇄선과 같이 변한다. 이와 같이 전단계수가 작은 값일 경우에는 단조적인 경향을 보이지 않는다. 각도가 증가함에 따라 겹보기 탄성계수는 점진적으로 감소하다가, 최저점 이후에는 급격히 증가하는 경향을 갖고 있다. 이는 측정자료와 유사한 경향이긴 하지만, 60도 외의 측정값과는 서로 큰 차이를 보이고 있다. 따라서 이 크기는 여러 측면에서 고려될 수 있는 전단계수의 예측값 가운데 가장 작은 값이 될 수 있지만, 측정결과를 대표할 수 있는 크기는 아니라는 것이 판명된다.

이상으로, 예측될 수 있는 여러 전단계수의 크기로는 겹보기 탄성계수의 측정결과를 대표할 수 있는 값이 존재하지 않는다. 수직 및 수평시료에서 얻은 4개 탄성상수의 크기는 시험방법이나 통계적 해석을 통하여 참값에 가까운 값이라는 것은 이미 밝혀졌기 때문에, 겹보기 탄성계수의 크기를 감소시키는 다른 요인이 있기 때문에 이러한 불일치가 발생한다고 판단된다. 또한 전단변형률에 의한 G_2 의 해석에서 전단변형률이 증가시키는 요인을 언급하였는데, 이들은 서로 같은 요인에서 발생한 것일 수도 있다고 판단된다. SV 식의 유효성과 함께, 이들 요인에 대한 분석은 다중시험편 시험연구에서 향후 과제가 될 것이다.

5. 결론

이방성 각도가 다른 7가지 시료에서 시험을 수행하여 얻어진 변형률과 해석된 탄성상수의 상대표준편차를 분석하여 자료의 신뢰성을 검토하였다. 모든 시료에서 측정된 변형률의 개별적 상대표준편차는 1.6~10.0%의 범위에 있으며, 각 시료마다 평균값은 2.3~5.6%로 해석되어, 측정자료의 신뢰성은 충분히 확보되었다.

SV 식을 전혀 적용할 수 없는 15도 시료를 제외하면, 해석된 탄성상수의 상대표준편차의 평균은 2.6%~6.1%로 해석되어, 일관성 있는 결과를 얻을 수 있었다. 특히, 45도 및 60도, 75도 시료에서는 변형률 측정에서의 평균값보다 작거나 동일한 크기로 분석되어, SV 식의 적

용성이 매우 높은 것으로 밝혀졌다. 각도가 증가함에 따라 탄성상수의 상대표준편차는 대체로 작아지는 경향이 있다. 이는 측정값의 편차가 작아지기 때문에 발생하는 현상이기도 하지만, 각도가 클수록 SV 식이 잘 적용되기 때문이라고 유추할 수 있다.

복잡한 수식과정을 거치지 않고 얻을 수 있는 E_1 및 E_2 , ν_1 , ν_2 등의 4개의 탄성상수의 크기는 각각 45.71 GPa 및 40.01 GPa, 0.1891, 0.1936 이다. 그리고 이들의 상대표준편차 분석을 통하여 신뢰성을 확보하였으므로, 이들을 참값으로 결정하였다. 이로써 등방성면에서의 전단계수는 19.22 GPa이며, SV 식에 의하여 이방성면에서의 전단계수의 근사값은 17.71 GPa로 산출된다.

일정 각도를 갖는 시료에 대하여 G_2 를 실험적으로 얻었으며 이의 크기는 15.4~18.5 GPa로 분석되었다. 회귀분석을 통하여 이의 평균 크기는 16.50 GPa로 해석된다. 이때의 결정계수는 자료의 높은 신뢰성을 보여주고 있어 실험에서 얻을 수 있는 참값이라 할 수 있다. 그러나 이러한 값으로부터 예측한 겹보기 탄성계수는 실측된 크기들을 표현할 수 없는 것으로 판명되었다. 따라서 G_2 의 크기는 14~18 GPa 사이에 존재하며, 16.50 GPa는 참값에 근접한 값으로 평가된다.

이러한 불일치로 미루어 겹보기 탄성계수의 크기를 감소시키거나 또는 전단변형률이 증가시키는 요인이 실험이나 평면이방성 특성에 존재한다고 판단된다. SV 식의 유효성과 함께, 이들 요인에 대한 분석은 다중시험편 시험연구에서 향후 과제가 될 것이다.

사 사

본 논문은 한국지질자원연구원의 주요사업인 ‘지하암반내 열에너지 저장을 위한 핵심기술 개발’ (과제코드: GP2012-001)의 일환으로 수행된 연구내용입니다.

참고문헌

- Amadei, B., 1996, Importance of anisotropy when estimating and measuring in situ stresses in rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts*, 33.3, 293-325.
- Cho, J-W., H. Kim, S. Jeon and K-B Min, 2012, Deformation and strength anisotropy of Asan gneiss, Boryeong shale, and Yeoncheon schist, *International Journal of Rock Mechanics*, 50, 158-169.
- Flügge, W., 1972, *Tensor analysis and continuum mechanics*, Springer-Verlag.
- Gonzaga, G.G., M.H. Leite and R. Corthesy, 2008, Determination of anisotropic deformability parameters from a single standard rock specimen, *International Journal of*

- Rock Mechanics & Mining Science, 45.6, 1420-1438.
5. Goodman, R. E., 1980, Introduction to rock mechanics, John Wiley & Sons.
 6. Liao, J.J, M-T Yang and H-Y Hsieh, 1997, Direct tensile behavior of a transversely isotropic rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 34.5, 837-849.
 7. Park, C., C. Park, J-H Synn and Y-B. Jung, 2010, Experimental study on the elastic constants of a transversely isotropic rock by multi-specimen compression tests, Report 1 - Focus on data analysis, Tunnel & Underground Space, 20.6, 455-464 [in Korean].
 8. Park, C., C. Park and E-S. Park, 2008, A model study of a transversely isotropic rock, Tunnel & Underground Space, 18.4, 252-262 [in Korean].
 9. Park, C., 2001, Analysis of elastic constants of an anisotropic rock, Tunnel & Underground Space, 11.1, 59-63 [in Korean].
 10. Talesnick, M.L., M.Y. Lee and B.C. Haimson, 1995, On the determination of elastic material parameters of transverse isotropic rocks from a single test specimen, Rock Mechanics and Rock Engineering, 28.1, 17-35.
 11. Tien, Y.M. and P.F. Tsao, 2000, Preparation and mechanical properties of artificial transversely isotropic rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 37.4, 1001-1012.
 12. Wittke, W., 1990, Rock mechanics - Theory and applications with case histories, Springer-Verlag.

박철환



1979년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 1981년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
 1987년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학박사
 Tel: 042-868-3244
 E-mail: cwpark@kigam.re.kr
 현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 책임연구원

박찬



1988년 한양대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 2000년 수원대학교 공과대학 토목공학과 공학석사
 2006년 충남대학교 공과대학 토목공학과 공학박사
 Tel: 042-868-3245
 E-mail: chan@kigam.re.kr
 현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 책임연구원

정용복



1994년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 1996년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
 2000년 서울대학교 대학원 지구환경시스템 공학부 공학박사
 Tel: 042-868-3097
 E-mail: ybjung@kigam.re.kr
 현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 선임연구원
