

Gage R&R

박성훈 · 강창욱[†]

한양대학교 산업경영공학과

Economical Values of Gage R&R Parameters

Sung Hun Park · Chang Wook Kang[†]

Department of Industrial and Management Engineering, Hanyang University

Companies strive for quality improvement and use process data obtained through measurement process to monitor and control the process. Measurement data contain variation due to error of operator and instrument. The total variation is sum of product variation and measurement variation. Gage R&R is for repeatability and reproducibility of measurement system. Gage R&R study is usually conducted to analyze the measurement process. In performing the gage R&R study, several parameters such as the appropriate number of operators (o), sample size of parts (p), and replicate (r) are used.

In this paper we propose how to determine the optimal combination of number of operators (o), sample size of parts (p), and replicates (r) considering measurement time and cost by statistical method.

Keywords : Gage R&R, Repeatability, Reproducibility, Variance components, Analysis of Variance

1. 서 론

기술이 발전하고 고도화 될수록 고객들의 제품 및 서비스의 품질 수준에 대한 요구가 높아지면서 혁신 및 개선 활동이 더욱 요구되고 있다. 현재 시대의 품질개선은 제품 및 서비스 자체 품질의 문제보다 측정의 오류가 문제인 경우가 많다. 대표적인 사례로 나로호의 발사가 연기된 이유로 압력 측정과 관련된 소프트웨어상의 오류가 있다. 수준 높은 측정시스템을 확보하지 않고서는 고품질 달성은 요원하다고 하겠다. 측정시스템 분석은 바로 이러한 요구에서 출발한다.

시료의 반복적인 측정을 통해 측정시스템의 성능을 평가할 수 있다. 이를 위한 대표적인 기법이 Gage R&R 분석(Gage R&R Study)이다. Gage R&R 분석은 제조 및 생산 부문에서는 보편화되어 사용되고 있다. 자동차 부품 분야의 글로벌 품질 기준인 QS9000에서는 이미 필수

항목으로 포함하고 있다[17]. 일반적으로 Gage R&R 분석은 게이지의 적합성을 결정할 때 MSA1에 명시된 QS9000의 표준규격으로 결정한다[6]. Gage R&R 분석을 수행하기 전에 측정자의 수(o), 샘플의 수(p), 반복측정 수(r)를 결정해야 한다. 총 측정횟수가 증가할수록 추정하는 총 변동은 더욱 정확해진다. 하지만 그와 관련된 비용과 시간 또한 증가한다. 대부분의 산업에서 $o = 2, 3, 4$, $p = 10, 15, 20$, 그리고 $r = 2, 3, 4$ 를 일반적인 조합으로 사용한다. 하지만 이러한 Gage R&R의 조합은 타당성과 정확성에서 증명할 수 없다[16].

Montgomery and Runger[14, 15]는 정통적인 Gage R&R 분석방법인 $\bar{X}-R$ 방법의 대안으로서 실험계획법(ANOVA 방법)을 이용한 접근법을 제안하고 측정시스템 분석의 전반적인 계획(부품의 수, 부품당 측정횟수, 실험계획, 부품과 작업자간의 교호작용)에 대한 지침과 반복성, 재현성 등 여러 가지 변동에 대한 신뢰구간을 구하는 방법과 지분실험

계획법의 사용에 대해 정의하였다[14, 15].

Pan[16]은 전통적인 Gage R&R 분석의 조합을 설계하는 방법으로써 실험계획법을 이용하여 신뢰구간을 설정하고 구간의 신뢰상한과 신뢰하한의 차이가 가장 작은 조합이 최적이라고 정의하고 있다[17].

Burdick and Larsen[9] 측정시스템 변동을 MLS(Modified Large Sample), SATT(Satterthwaite's approach), AIAG(Automotive Industry Action Group), REML(Restricted Maximum Likelihood) 방법으로 이용한 신뢰구간을 설정하고, 명목값의 포함비율과 신뢰구간의 평균길이를 기준으로 비교한 후 MLS 방법에 의한 구간 설정이 우수한 결과라고 제안하였다[9].

Borror, Montgomery, and Runger[8]는 측정시스템 변동에 대한 신뢰구간을 MLS와 REML 방법을 명목값에 대한 포함비율과 신뢰구간의 평균길이를 비교했다. 그 결과 포함비율 면에서는 MLS가 더 정밀하고, 신뢰구간의 평균길이의 경우 측정자의 수가 적으면 REML 방법이 정밀하다. 그러나 측정자의 수가 증가할수록 두 방법의 결과는 비슷한 결과를 가져온다고 제안하였다[8].

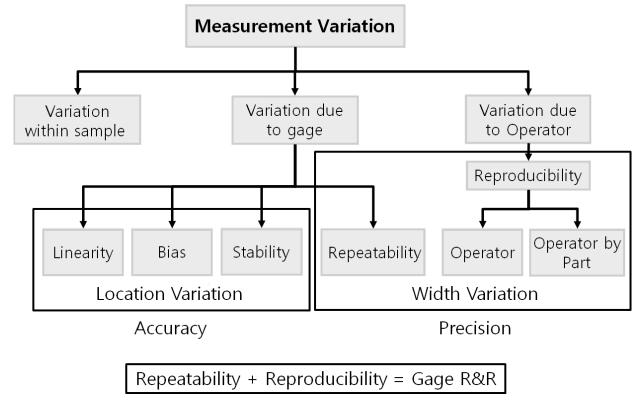
지금까지 연구들은 시간과 비용을 고려하지 않거나 둘 중 한 가지를 고정하였다. 또한 신뢰구간 폭의 차이가 작은 조합을 선택하거나, 여러 가지 방법을 비교하여 신뢰구간의 차이가 우수한 방법을 선택하였다.

본 연구에서는 측정 오차의 분포가 정규분포이며 각각의 요소들이 독립적인 경우 Gage R&R 조합을 결정하는데 ANOVA 방법을 사용하였다. ANOVA 방법을 통해 MSO, MSOP, MSR 등의 요소들을 사용하여 각 조합들의 재현성, 반복성, Gage R&R의 신뢰구간을 구한 뒤 신뢰구간의 폭을 비교하였다. 각각의 신뢰구간 폭의 차이를 비교하여 시간과 비용을 고려했을 때 효율적이고 경제적인 조합을 선택하는 방법을 제안한다.

2. 측정시스템 분석

Gage의 정확성과 정밀성에 영향을 미치는 요소는 <그림 1> 과 같이 두 가지가 있다[7, 9, 14, 15].

첫 번째로 게이지 오차란 “동일의 측정자가 동일의 계측기를 갖고 동일한 부품을 측정하였을 때 파생되는 측정의 변동”이며, 우리는 이 오차를 반복성이라고 정의된다. 두 번째로 측정자 오차란 “동일한 계측기로 동일한 부품을 측정하였을 때 측정자 간에 나타나는 변동”이고, 재현성이라고 정의된다. 그리고 이 두 변동을 합한 것, 즉 측정시스템의 변동을 R&R이라고 부른다. 이런 이유로 측정시스템의 변동량 분석, 즉 측정시스템의 정밀도 분석을 Gage R&R 분석 이라고 한다[2, 10, 14, 15].



<그림 1> Gage R&R 분석의 개념도

측정시스템의 변동은 식 (1)과 같이 정의할 수 있다.

$$\sigma_{gage}^2 = \sigma_{repeatability}^2 + \sigma_{reproducibility}^2 \quad (1)$$

σ_{gage}^2 는 측정시스템의 변동, $\sigma_{repeatability}^2$ 는 반복성, $\sigma_{reproducibility}^2$ 는 재현성이다. 총 변동은 부품의 변동과 측정시스템의 변동을 합한 결과이며 식 (2)와 같이 정의할 수 있다.

$$\sigma_{Total}^2 = \sigma_{part}^2 + \sigma_{gage}^2 \quad (2)$$

σ_{Total}^2 은 총변동, σ_{part}^2 은 부품 변동, σ_{gage}^2 은 측정시스템 변동이다.

Gage R&R 분석에서 가장 기본적인 모형은 부품인자와 측정자인자가 포함된 교호작용을 고려한 이원배치 변량모형이다(Tsai, 1989). 변동요소는 p 개의 부품을 o 명의 측정자가 반복 r 회 측정한 모형의 구조식은 아래의 식 (3)과 같다.

$$Y_{ijk} = \mu + P_i + O_j + (PO)_{ij} + e_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, p \\ j = 1, 2, \dots, o \\ k = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (3)$$

매개변수 :

- μ = 부품의 전체평균(total mean)
- P_i = 부품 i 의 효과(total effect)
- O_j = 측정자 j 의 효과(random effect)
- $(PO)_{ij}$ = 부품 i 과 측정자 j 의 교호작용(random effect)
- e_{ijk} = 반복측정의 효과(error term)

평균이 0이고 분산이 각각 $\sigma_P^2, \sigma_O^2, \sigma_{PO}^2, \sigma_e^2$ 인 정규분포를 따르며 서로 독립이라고 가정한다. 측정 결과와 ANOVA 방법을 사용하여 <표 1>의 분산분석표(ANOVA Table)를 얻을 수 있다. 측정된 데이터로부터 <표 1>의 분산분석표를 작성하기 위한 각 요인의 제곱합(Sum of Squares) SS의 계산식은 식 (4)과 같다[1, 5].

<표 1> 교호작용이 유의한 경우의 이원 배치 분산분석표

요소	제곱합	자유도	평균제곱	EMS
부품	SS_P	$n_p = p - 1$	MS_P	$E(MS_P) = \sigma_e^2 + r\sigma_{PO}^2 + pr\sigma_P^2$
측정자	SS_O	$n_o = o - 1$	MS_O	$E(MS_O) = \sigma_e^2 + r\sigma_{PO}^2 + or\sigma_O^2$
부품×측정자	SS_{PO}	$n_{po} = (p-1)(o-1)$	MS_{PO}	$E(MS_{PO}) = \sigma_e^2 + r\sigma_{PO}^2$
오차	SS_e	$n_e = po(r-1)$	MS_e	$E(MS_e) = \sigma_e^2$
총합	SS_T	$opr - 1$		

$$\begin{aligned}
 T &= \sum_i \sum_j \sum_k x_{ijk}, & \hat{\sigma}_e^2 &= MS_e, \\
 CT &= T^2 / (por), & \hat{\sigma}_P^2 &= (MS_P - MS_e) / pr, \\
 SS_P &= \frac{1}{or} \sum_{i=0}^p T_{i..}^2 - CT, & \hat{\sigma}_O^2 &= (MS_O - MS_e) / or. \\
 SS_O &= \frac{1}{pr} \sum_{j=0}^o T_{.j.}^2 - CT, \\
 SS_{PO} &= \frac{1}{r} \sum_i \sum_j T_{ij.}^2 - \frac{1}{or} \sum_i T_{i..}^2 - \frac{1}{pr} \sum_j T_{.j.}^2 + CT, \\
 SS_T &= \sum_i \sum_j \sum_k x_{ijk}^2 - CT, \\
 SS_e &= SS_T - SS_P - SS_O - SS_{PO}.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

식 (7)을 통해 $\hat{\sigma}_{repeatability}^2, \hat{\sigma}_{reproducibility}^2, \hat{\sigma}_{gage}^2$ 의 값을 구하면 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \hat{\sigma}_{repeatability}^2 &= \hat{\sigma}_e^2 = MS_e, \\
 \hat{\sigma}_{reproducibility}^2 &= \hat{\sigma}_O^2 = (MS_O - MS_e) / or, \\
 \hat{\sigma}_{gage}^2 &= \hat{\sigma}_{reproducibility}^2 + \hat{\sigma}_{repeatability}^2 \\
 &= MS_e + (MS_O - MS_e) / or.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

<표 1>에서 EMS(Expected Mean Square)를 사용한 변동 요소들의 추정 값은 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{\sigma}_e^2 &= MS_e, \\
 \hat{\sigma}_{PO}^2 &= (MS_{PO} - MS_e) / r, \\
 \hat{\sigma}_P^2 &= (MS_P - MS_{PO}) / pr, \\
 \hat{\sigma}_O^2 &= (MS_O - MS_{PO}) / or.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

그러면 반복성, 재현성 그리고 게이지의 변동은 식 (6)을 통해서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \hat{\sigma}_{repeatability}^2 &= \hat{\sigma}_e^2 = MS_e, \\
 \hat{\sigma}_{reproducibility}^2 &= \hat{\sigma}_O^2 + \hat{\sigma}_{PO}^2 \\
 &= (MS_O + (o-1)MS_{PO} - oMS_e) / or, \\
 \hat{\sigma}_{gage}^2 &= \hat{\sigma}_{reproducibility}^2 + \hat{\sigma}_{repeatability}^2 \\
 &= (MS_O + (o-1)MS_{PO} + o(r-1)MS_e) / or.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

부품과 측정자 간의 교호작용(부품×측정자)이 유의하지 않다면 오차항에 풀링(Pooling) 한다[3].

부품과 측정자 간의 교호작용이 유의하지 않은 경우의 분산분석표는 아래 <표 2>와 같다. <표 2>의 EMS를 사용한 변동 요소들의 추정 값은 식 (7)과 같다.

<표 2> 교호작용이 유의하지 않은 경우의 이원 배치 분산분석표

요소	제곱합	자유도	평균제곱	EMS
부품	SS_P	$n_p = p - 1$	MS_P	$E(MS_P) = \sigma_e^2 + pr\sigma_P^2$
측정자	SS_O	$n_o = o - 1$	MS_O	$E(MS_O) = \sigma_e^2 + or\sigma_O^2$
오차	SS_e	$n_e = opr - o - p + 1$	MS_e	$E(MS_e) = \sigma_e^2$
총합	SS_T	$opr - 1$		

본 연구에서는 측정오차의 분포가 정규분포이며, 각각의 변동은 독립적이고, 변량모형 이원분산분석을 실행하였다. 식 (8)을 통하여 $\hat{\sigma}_{repeatability}^2, \hat{\sigma}_{reproducibility}^2, \hat{\sigma}_{gage}^2$ 를 얻을 수 있다. 하지만 이 값은 점 추정치이다. 신뢰구간은 점 추정치보다 보다 많은 정보를 가진다[4, 11~13]. 따라서 신뢰구간을 추정하고, 측정비용은 단위당 비용이 모든 실험에서 같다. 측정 시간은 초기에는 측정의 시간이 길지만 반복을 거듭할수록 측정에 대한 훈련으로 인해 줄어드는 베타분포의 형태로 가정하였다.

3. 실험 설계

기술이 발전함에 따라 계측기의 성능 또한 향상되어 종류가 다른 계측기라고 하더라도 품질은 상향평준화되었다. 과거 품질을 중요하게 여기던 시대를 지나 현대사회에서는 품질과 경제적인 면을 모두 가진 제품을 요구하고 있다.

본 연구의 알고리즘은 Gage R&R 분석의 경제적인 o, p, r 조합을 찾기 위해서다.

<표 3> 변동 요소들의 조합 가능한 총 측정 횟수

측정자 수 (<i>o</i>)	반복측정 회수(<i>r</i>)	샘플의 수(<i>p</i>)		
		5	10	20
2	2	20	40	80
2	4	40	80	160
2	6	60	120	240
3	2	30	60	120
3	4	60	120	240
3	6	90	180	360
4	2	40	80	160
4	4	80	160	320
4	6	120	240	480

단계 1

o, *p*, *r*의 27가지 조합을 고려하였다. <표 3>과 같이 측정자의 수 (*o*)는 2, 3, 4, 샘플의 수 (*p*)는 2, 4, 6, 반복 측정 수 (*r*)는 5, 10, 20로 설정하였다. 또한, $\hat{\sigma}_O^2$, $\hat{\sigma}_{PO}^2$, $\hat{\sigma}_e^2$ 의 변동은 가장 작은 0.5로 고정한다.

단계 2

단계 1을 이용하여 변량모형 이원분산분석을 실행하면 MS_O , MS_{PO} , MS_e 를 얻을 수 있다.

단계 3

단계 1을 통해 얻은 *o*, *p*, *r*과 단계 2를 통해 얻은 MS_O , MS_{PO} , MS_e 를 이용하여 측정변동의 신뢰구간을 얻을 수 있다. $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간을 이용한 측정변동은 Montgomery and Runger[14, 15]을 통해 얻을 수 있다. $\sigma_{repeatability}^2$ 의 신뢰구간은 식 (9)와 같다.

$$\frac{df_e \hat{\sigma}_{repeatability}^2}{\chi_{a/2, df_e}^2} \leq \hat{\sigma}_{repeatability}^2 \leq \frac{df_e \hat{\sigma}_{repeatability}^2}{\chi_{1-a/2, df_e}^2} \quad (9)$$

df_e 는 오차항의 자유도 이다. 또한, $\hat{\sigma}_{reproducibility}^2$ 의 신뢰구간은 식 (10)과 같다.

$$\frac{v \hat{\sigma}_{reproducibility}^2}{\chi_{a/2, v}^2} \leq \hat{\sigma}_{reproducibility}^2 \leq \frac{v \hat{\sigma}_{reproducibility}^2}{\chi_{1-a/2, v}^2},$$

$$v = (\hat{\sigma}_{reproducibility}^2)^2 \left[\frac{(1/pr)^2 MS_O^2}{o-1} + \frac{[(p-1)/pr]^2 MS_{PO}^2}{(o-1)(p-1)} + \frac{(1/r)^2 MS_e^2}{po(r-1)} \right]^{-1} \quad (10)$$

*v*는 모두 정수가 될 수 없다. 신뢰구간의 상수는 chi-square 분포표에서 보간법이나 정규근사 얻을 수 있다. $\hat{\sigma}_{gage}^2$ 의 신뢰구간은 식 (11)을 통해 얻을 수 있다.

$$\frac{u \hat{\sigma}_{gage}^2}{\chi_{a/2, u}^2} \leq \hat{\sigma}_{gage}^2 \leq \frac{u \hat{\sigma}_{gage}^2}{\chi_{1-a/2, u}^2},$$

$$\hat{\sigma}_{gage}^2 = \hat{\sigma}_{repeatability}^2 + \hat{\sigma}_{reproducibility}^2, \quad (11)$$

$$u = (\hat{\sigma}_{gage}^2)^2 \left[\frac{(1/pr)^2 MS_O^2}{o-1} + \frac{[(p-1)/pr]^2 MS_{PO}^2}{(o-1)(p-1)} + \frac{(1/r)^2 MS_e^2}{po(r-1)} \right]^{-1}$$

하지만 부품과 측정자의 교호작용 $\hat{\sigma}_{PO}^2$ 가 유효하지 않다면 교호작용은 오차항에 풀링한다. 그러면 $\hat{\sigma}_{gage}^2$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 의 신뢰구간은 식 (12)와 같다.

$$\frac{w \hat{\sigma}_{gage}^2}{\chi_{a/2, w}^2} \leq \hat{\sigma}_{gage}^2 \leq \frac{w \hat{\sigma}_{gage}^2}{\chi_{1-a/2, w}^2},$$

$$\hat{\sigma}_{gage}^2 = \hat{\sigma}_{repeatability}^2 + \hat{\sigma}_{reproducibility}^2, \quad (12)$$

$$w = (\hat{\sigma}_{gage}^2)^2 \left[\frac{(1/pr)^2 MS_O^2}{o-1} + \frac{[(p-1)/pr]^2 MS_e^2}{df_e} \right]^{-1}$$

식 (12)의 결과를 통해 나온 신뢰구간의 상한 값과 하한 값의 차이를 신뢰구간의 폭이라고 한다. 따라서 Gage R&R 분석에서 다양한 측정자의 수(*o*), 샘플의 수(*p*), 반복 측정 수 (*r*)의 조합을 통해 신뢰구간의 폭을 얻을 수 있다. 하지만 27가지 조합 중에서 신뢰할 수 있는 비교 가능한 조합은 <표 4>와 같다.

<표 4> Gage R&R 분석의 *p*, *o*, *r* 조합

<i>p</i>	<i>o</i>	<i>r</i>
총 측정횟수 40		
5	2	4
5	4	2
10	2	2
총 측정횟수 60		
5	2	6
5	3	4
10	3	2
총 측정횟수 80		
5	4	4
10	2	4
10	4	2
20	2	2
총 측정횟수 120		
5	4	6
10	2	6
10	3	4
20	3	2
총 측정횟수 160		
10	4	4
20	2	4
20	4	2
총 측정횟수 240		
10	4	6
20	2	6
20	3	4

단계 4

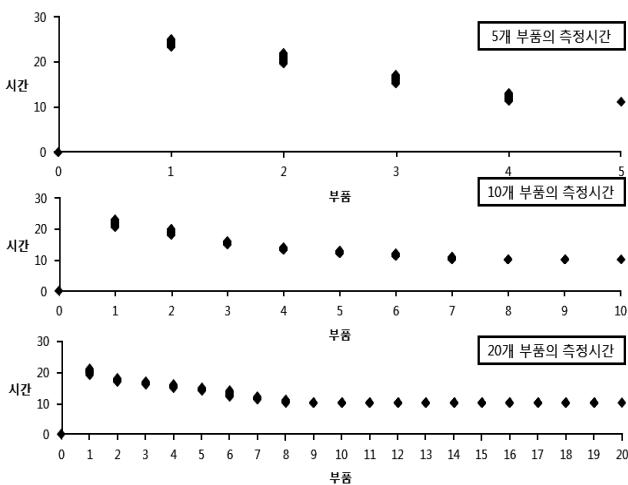
단계 2와 단계 3을 10,000회 반복해서 시뮬레이션 모의실험을 한다.

단계 5

측정자의 부품 단위당 측정 시간을 측정한다. <그림 2>는 부품 5, 10, 20개의 평균 측정 시간이다. 측정 시간은 식 (13)과 같이 베타분포의 평균을 구하는 식을 이용하여 측정자의 측정 시간을 측정한다.

$$\mu(X) = \frac{a+4b+c}{6} \tag{13}$$

a 는 측정의 가장 짧은 시간, b 는 측정의 중간 시간, c 는 측정의 가장 긴 시간이다. 측정 시간은 측정자 혹은 측정자가 될 수 있는 측정기가 측정을 시작해서 한 개 부품의 측정을 끝낼 때까지이다. 만약 측정 도중의 대기 시간과 측정시간을 제외한 다른 시간은 측정시간으로 설정하지 않는다.



<그림 1> 부품 단위당 측정시간 평균 데이터

측정 데이터를 가지고 베타분포의 평균을 이용하여 각 부품의 데이터를 얻을 수 있다. 부품 5개의 평균 측정 시간은 18분이며, 부품 10개의 평균 측정 시간은 16.5분, 부품 20개의 평균 측정 시간은 15.5분이다.

단계 6

측정자의 수(C_o), 샘플의 수(C_p), 반복 측정의 횟수(C_r)에 관한 비용은 각 요소들의 단위당 소요비용을 합하여 Gage R&R 분석의 총 소요비용을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 측정자, 혹은 측정자 역할을 하는 측정기의 비용(C_o)으로 가정하였다.

단계 3의 결과로 신뢰구간의 폭을 얻은 결과 조합간의 신뢰구간 폭의 차이가 작은 경우가 나올 수 있다. 지금까지는 신뢰구간 폭의 차이가 작을 경우 조합들 모두 사용한다[17]. 하지만, 신뢰구간 폭의 차이가 작은 조합들 간에도 비용과 시간을 고려하면 보다 효율적이고 경제적인 조합을 얻을 수 있다.

4. 실험결과

본 연구에서 측정오차의 분포는 $\mu = 23$ 과 $\sigma^2 = 5$, $\sigma^2 = 7$ 인 두 가지의 정규분포를 가정하였다. 측정 요소들의 범위는 측정자의 수를 2, 3, 4, 부품의 수는 5, 10, 20을, 반복 측정의 수는 2, 4, 6을 사용하였다. <표 4>의 p, o, r 조합을 통해 $\hat{\sigma}_{gage}^2$ 신뢰구간의 폭, 시간 및 비용은 <표 5>와 같다.

먼저 기존의 $\hat{\sigma}_{gage}^2$ 신뢰구간의 폭만을 고려서 최적의 조합을 찾아보겠다. <표 5>의 조합 중 총 측정횟수가 80일 경우의 조합들만을 고려했을 때 3가지의 조합을 찾을 수 있다. 이 조합들 중 신뢰구간의 폭이 가장 작은 (5, 4, 4)가 최적의 조합이다. 하지만, 총 측정횟수가 120일 경우 조합 (5, 4, 6)과 (10, 3, 4)를 보면 신뢰구간의 폭의 차이가 작다. 그래서 두 조합 모두 사용할 수 있다.

측정시간은 부품의 개수가 5, 10, 20개 일 때 측정자와 반복 측정의 횟수에 따라 총 측정시간을 측정하였다. 측정시간은 모든 측정자들의 부품 단위당 측정시간을 기준으로 하였다.

측정비용은 부품, 측정자, 반복 측정을 기준으로 한다. 직접비용만 고려했으며, 간접비용은 변동요소가 발생되므로 고려하지 않도록 한다. 본 연구에서는 부품의 비용을 500,000만 원, 측정자의 비용을 3,000,000만 원, 반복 측정의 비용을 500,000만 원으로 가정한다. 측정자의 비용이 높게 설정된 이유는 측정기가 측정자가 될 수 있는 상황을 대표적으로 가정하기 위해서다.

기존의 연구를 고려한다면 신뢰구간의 폭이 가장 작은 Gage R&R 조합이 최적의 조합이 될 수 있다. 또한, 부품의 수가 많고, 측정자의 수가 많으며, 반복 측정의 수가 적은 조합이 최적 조합이라는 결론을 얻었다. 하지만, 조합들 간의 신뢰구간의 폭이 미세한 차이가 날 경우 두 조합 모두 사용한다는 판정을 내렸다.

본 연구에서 제안하는 방법을 사용하여 조금 더 효율적이고 경제적인 조합을 찾을 수 있다. 앞에서의 기존 연구에서 최적의 조합을 찾아본다면 앞에서의 예와 같이 <표 5>의 총 측정횟수 120에서 (5, 4, 6)과 (10, 3, 4) 조합의 신뢰구간의 폭은 2.229와 2.232이고, 폭의 차이는 0.003이며, 식 (14)를 이용한 비율로 비교를 해보아도 0.13%의 차이에

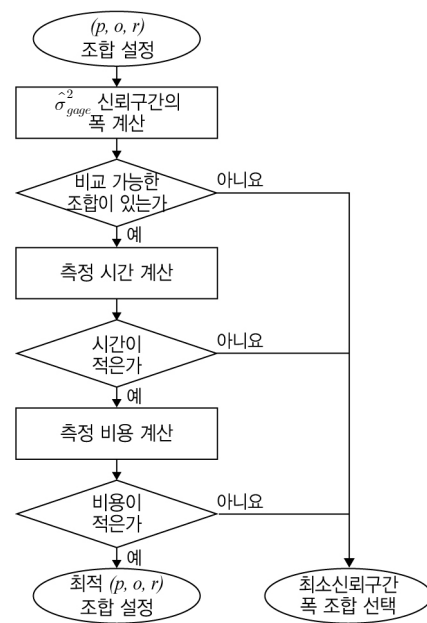
<표 5> 다양한 조합에 따른 신뢰구간의 폭과 시간 및 비용

p	o	r	신뢰구간의 폭		시간(분)	비용(원)
총 측정횟수 40			$\mu = 23$ $\sigma^2 = 7$	$\mu = 23$ $\sigma^2 = 5$		
5	2	4	8.019	4.566	720	10,500,000
5	4	2	7.614	4.376	720	15,500,000
10	2	2	8.723	5.005	660	12,000,000
총 측정횟수 60						
5	2	6	6.514	3.724	1080	11,500,000
5	3	4	5.807	3.320	1080	13,500,000
10	3	2	6.117	3.492	990	15,000,000
총 측정횟수 80						
5	4	4	4.825	2.740	1440	16,500,000
10	2	4	5.112	2.925	1320	13,000,000
10	4	2	5.002	2.855	1320	18,000,000
20	2	2	5.540	3.154	1240	17,000,000
총 측정횟수 120						
5	4	6	3.920	2.229	2160	17,500,000
10	2	6	4.172	2.375	1980	14,000,000
10	3	4	3.906	2.232	1980	16,000,000
20	3	2	4.083	2.333	1860	20,000,000
총 측정횟수 160						
10	4	4	3.278	1.878	2640	19,000,000
20	2	4	3.445	1.969	2480	18,000,000
20	4	2	3.407	1.947	2480	23,000,000
총 측정횟수 240						
10	4	6	2.667	1.527	3960	20,000,000
20	2	6	2.785	1.590	3720	19,000,000
20	3	4	2.684	1.534	3720	21,000,000

불과하므로 모두 최적조합이다. 식 (14)의 $CI(X)$ 는 신뢰구간 폭의 비율이며, x 는 비교하고자 하는 신뢰구간의 폭, y 는 최소 폭의 신뢰구간이다.

$$CI(X) = \frac{(x-y)}{y} \times 100\% \quad (14)$$

비용과 시간을 고려한다면 두 조합 중에서 최적의 조합을 판단할 수 있다. 두 조합의 측정 시간을 비교해 보면 (5, 4, 6) 조합은 2160 분이고, (10, 3, 4) 조합은 1980 분이 소요된다. 두 조합간의 측정 시간은 180분이 차이가 난다. 또한, 비용의 경우 (5, 4, 6) 조합과 (10, 3, 4) 조합의 총 측정비용의 차이는 150만 원의 차이가 생긴다. 따라서 시간과 비용을 고려한다면 (10, 3, 4) 조합이 경제적이라고 할 수 있다. 결과를 종합하면 <그림 3>과 같이 순서도로 정리할 수 있다. <그림 3>은 Gage R&R 분석을 하기 위해 설계 단계에서 경제적인 (p, o, r) 의 조합을 선택하는 것이 목적이다.



<그림 3> 최적 조합 선택 순서도

5. 결 론

Gage R&R 분석을 통한 측정데이터의 향상은 품질 향상을 위해 필수적이다. 또한, Gage R&R 분석의 설계 역시 중요하다고 할 수 있다. 하지만 일반 산업에서는 전통적인 방법에 의해 Gage R&R 분석을 실행하고 있다.

본 연구에서는 측정오차의 분포가 정규분포를 따를 때 Gage R&R 분석을 수행하기 전에 측정자의 수(o), 샘플의 수(p), 반복측정 수(r)의 조합을 설정한 뒤 각 변동요소들의 신뢰구간을 찾은 후 측정 시간과 비용을 구하여 비교 분석한다.

실험결과 신뢰구간의 폭은 부품의 수와 측정자의 수가 많을수록 작아지는 반면 반복 측정의 수가 적을수록 신뢰구간의 폭은 좁아졌다. 하지만, (p, o, r) 조합들 간의 신뢰구간 폭이 미세한 경우 정확한 최적의 조합을 찾는 것은 불가능하다. 이러한 점을 해결하기 위해 측정 시간과 비용을 사용하였다. 측정비용의 경우 부품의 비용과 측정자의 비용을 고정한다면 측정비용은 <표 5>의 내용은 달라진다. 그러나 반복 측정횟수의 비용을 고정하더라도 측정비용의 액수는 바뀌지만 <표 5> 내용과 달라지지 않는다는 결론을 얻었다. 그리고 측정 시간은 측정자, 또는 측정자 역할을 할 수 있는 측정기의 측정 시간이 어떤 분포를 나타내는지에 따라 결과가 달라질 수 있으며 부품의 개수에 큰 영향을 받는다. 또한, 총 측정횟수가 같은 조합에서 신뢰구간 폭의 차이가 미세한 경우 측정 시간과 비용을 고려함으로써 (p, o, r) 조합의 경제적인 조합을 제시하였다.

참고문헌

- [1] 이승훈; 측정시스템 분석, 청문각, 137-139, 2000.
- [2] 이승훈; Minitab 측정시스템 분석, 이레테크, 49-50, 2006.
- [3] 최성운; “측정시스템 분석 모형의 고찰 및 새로운 모형의 제안”, 대한안전경영과학회지, 10(1) : 191-195, 2008.
- [4] Andy, K. L. and Chiang; “A Simple General Method for Constructing Confidence Intervals for Functions of Variance Components,” *Technometrics*, 43(3) : 356-367, 2001.
- [5] Andy, K. L. and Chiang; “Improved Confidence Intervals for a Ratio in an R&R Study,” *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 31(3) : 329-344, 2002.
- [6] Automotive Industry Action Group (AIAG); “Measurement Systems Analysis,” AIAG Reference Manual 4th edition, Southfield, MI, 2010.
- [7] Barrentine, L. B.; Concepts for R&R Studies, *ASQ Quality Press*, Milwaukee, WI., 1991.
- [8] Borrer, C. M., Montgomery, D. C., and Runger, G. C.; “Confidence intervals for Variance Components from Gauge Capability Studies,” *Quality and Reliability Engineering International*, 13(6) : 361-369, 1997.
- [9] Burdick, R. K. and Larsen, G. A.; “Confidence Intervals on Measures of Variability in R&R Studies,” *Journal of Quality Technology*, 29(3) : 261-273, 1997.
- [10] Kristynn, K. Dolezal, Richard K. Burdick, and Nancy J. Birch; “Analysis of a Two-Factor R&R Study with Fixed Operators,” *Journal of Quality Technology*, 30(2) : 163-170, 1998.
- [11] Liyun Gong, Burdick, R. K., and Jorge Quiroz; “Confidence Intervals for Unbalanced Two-factor Gauge R&R Studies,” *Quality and Reliability Engineering International*, 21(8) : 727-741, 2005.
- [12] Lorraine Daniels, Richard K. Burdick, and Jorge Quiroz; “Confidence Intervals in a Gauge R&R Study with Fixed Operators,” *Journal of Quality Technology*, 37(3) : 179- 185, 2005.
- [13] Michael Hamada and Sam Weerahandi; “Measurement System Assessment Via Generalized Inference,” *Journal of Quality Technology*, 32(3) : 241-253, 2000.
- [14] Montgomery, D. C. and Runger, G. C.; “Gauge Capability and Designed Experiments Part 1 : Basic Methods,” *Quality Engineering*, 6(1) : 115-135, 1993-94.
- [15] Montgomery, D. C. and Runger, G. C.; “Gauge Capability and Designed Experiments Part 2 : Experimental Design Models and Variance Component Estimation,” *Quality Engineering*, 6(2) : 289-305, 1993-94.
- [16] Pan, J.-N.; “Determination of the optimal allocation of parameters for gauge repeatability and reproducibility study,” *The International Journal of Quality and Reliability Management*, 21(6) : 672-682, 2004.
- [17] Pan, J.-N.; “Evaluating the Gauge Repeatability and Reproducibility for Different Industries,” *Quality and Quantity*, 40(4) : 499-518, 2006.