

불확실성을 가지는 전기 구동 논홀로노믹 이동 로봇의 궤적 추종을 위한 강인 적응 퍼지 백스테핑 제어

Robust Adaptive Fuzzy Backstepping Control for Trajectory Tracking of an Electrically Driven Nonholonomic Mobile Robot with Uncertainties

신진호*

(Jin-Ho Shin¹)

¹Dong-Eui University

Abstract: This paper proposes a robust adaptive fuzzy backstepping control scheme for trajectory tracking of an electrically driven nonholonomic mobile robot with uncertainties and actuator dynamics. A complete model of an electrically driven nonholonomic mobile robot described in this work includes all models of the uncertain robot kinematics with a nonholonomic constraint, the uncertain robot body dynamics with uncertain frictions and unmodeled disturbances, and the uncertain actuator dynamics with disturbances. The proposed control scheme uses the backstepping control approach through a kinematic controller and a robust adaptive fuzzy velocity tracking controller. The presented control scheme has a voltage control input with an auxiliary current control input rather than a torque control input. It has two FBFNs(Fuzzy Basis Function Networks) to approximate two unknown nonlinear robot dynamic functions and a robust adaptive control input with the proposed adaptive laws to overcome the uncertainties such as parameter uncertainties and external disturbances. The proposed control scheme does not a priori require the accurate knowledge of all parameters in the robot kinematics, robot dynamics and actuator dynamics. It can also alleviate the chattering of the control input. Using the Lyapunov stability theory, the stability of the closed-loop robot control system is guaranteed. Simulation results show the validity and robustness of the proposed control scheme.

Keywords: electrically driven nonholonomic mobile robot, robust adaptive fuzzy control, backstepping control, fuzzy basis function network, actuator dynamics, uncertainties

I. 서론

이동 로봇은 고정형 로봇 매니플레이터와 함께 자동화 용도뿐만 아니라 여러 서비스용 및 특수 목적용으로 그 응용 범위가 더욱 확대되어가고 있다. 이동 로봇이 원하는 목적을 수행하도록 구현하기 위해 여러 세부적인 연구 분야가 있으며, 이러한 연구 분야 중 제어 문제는 로봇의 궤적 추종 운동을 위한 기본적인 요소라고 할 수 있다. 특히, 이동 로봇의 논홀로노믹 특성을 고려한 궤적 추종 제어 문제에 대하여 많은 연구 결과가 제시되고 있다[1-16].

초기에 제시되었던 궤적 추종 제어 기법들은 로봇 동역학이 고려되어지지 않았고 로봇의 기구학적 모델만을 고려하였다[1-3]. 로봇의 동적 운동의 특성을 고려하기 위하여 기구학적 모델뿐만 아니라 로봇의 동역학을 포함하여 제어를 구성하는 연구들이 제시되어 왔다[4-16].

일반적으로 구동기의 동적 특성도 로봇의 운동에 영향을 주며 제어 입력으로서 토크 입력보다 구동기의 전압 입력이 보다 실제적이므로 구동기 동역학을 포함한 로봇 동역학을 고려하여 제어를 설계할 필요가 있다. 따라서 이동 로봇에 대하여 구동기 동역학을 고려한 동역학 제어기에 대한 연구가 제시되어왔다[9,10]. 하지만 이러한 연구들은 구동기 파라미터와 로봇의 기구적 파라미터에 대한 불확실성에 대처하

기 어렵다. [10]에서 제안된 제어기는 로봇의 동적 파라미터의 사전 지식을 요구하지 않지만 구동기 파라미터와 로봇의 기구적 파라미터가 제어기에서 필요하고 또한 양쪽 바퀴의 구동기가 동일한 파라미터를 사용하였다. 또한 구동기 동역학에서 구동기 전기 회로의 인덕턴스를 고려하지 않고 궤적 추종 제어를 설계하였다. 이러한 문제점을 [11]에서 제안된 제어 기법을 통하여 일부 해결하였다. 또한 [12]에서는 [11]에서 제안된 제어기에 내재된 입력 떨림 현상과 적응 법칙을 개선하고, 동적 마찰력과 전압 외란을 고려하고 기구학적 제어기의 개선을 이루었다. 그러나 이 논문 [12]에서도 구동기의 인덕턴스, 관성 모멘트 및 감쇠 계수 등이 구동기 동역학 모델에서 포함되지 않고 구동기의 동적 특성의 일부분만 로봇 모델에서 고려되었다.

한편, [13]에서 제안된 제어기는 로봇의 기구적 파라미터의 추정치의 하한 및 상한 경계치 그리고 외란과 퍼지 기저 함수망(FBFN: Fuzzy Basis Function Network)의 근사화 오차의 노름(norm)의 상한 경계치를 알아야 한다. 이것은 실제적으로 미리 알려지기가 어렵다. 또한 제어기 구성에 있어서 실제 토크 값이 요구되었다. [14]와 [15]에서는 적응 제어기가 제시되었으나 비선형 로봇 모델에서 선형 매개변수화(linear parameterization)가 필요하며 이것은 번거로운 작업이 될 수 있다. 그리고 선형 매개변수화가 불가능한 외란이 고려되지 않았다. [16]에서 제시된 제어 기법은 로봇 동역학 모델의 선형 매개변수화를 요구하지 않으며 외란을 극복하였으나 로

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 7. 6., 수정: 2012. 8. 7., 채택확정: 2012. 8. 27.

신진호: 동의대학교 공과대학 메카트로닉스공학과(jhshin7@deu.ac.kr)

봇의 기구적 파라미터를 정확히 알아야 한다. [13]과 [16]의 제어 방법은 이동 로봇의 위치(x, y)와 방향(θ)으로 구성된 2차원의 출력 궤적의 추종을 다루었으나, 3차원의 이동 로봇의 위치 궤적과 방향 궤적을 각각 추종하는 궤적 추종 제어가 고려되지 않았다.

이동 로봇에 대한 구동기 동역학, 로봇 기구학 및 로봇 동역학을 모두 고려하여 제어를 설계하는 대부분의 기존 연구들에서 구동기 자체의 기계적 특성을 나타내는 관성 모멘트 및 감쇠 계수를 고려하지 않았다. 또한 구동기 동역학, 로봇 기구학 및 로봇 동역학에서 나타나는 모든 모델 파라미터의 불확실성과 외란을 극복할 필요가 있다.

본 논문에서는 구동기 동역학과 불확실성을 포함한 전기 구동 논홀로노믹 이동 로봇 시스템에 대한 강인 적응 퍼지 궤적 추종 제어 기법을 제안한다. 제안된 제어기는 백스테핑 방법과 비선형 동역학 방정식을 근사하는 FBFN을 이용한다. 전기적 특성과 기계적 특성을 고려한 구동기 동역학과 로봇의 기구적 특성과 동적 특성을 모두 포함하여 완전한 전기 구동 논홀로노믹 이동 로봇의 모델링이 이루어진다. 구동기 파라미터의 불확실성과 로봇의 기구적 및 동적 파라미터의 불확실성에 대처하여 각각의 정확한 파라미터 값들이 필요하지 않도록 제어가 설계된다. 로봇 동역학에서의 표면 마찰력과 바퀴의 토크 외란, 구동기 동역학에서 나타날 수 있는 전압 외란과 구동기 토크 외란이 모두 고려되며 제어기에서 극복된다. 리아푸노프 안정도 이론에 기반하여 적응 법칙이 유도되고 입력 떨림이 완화된 제어 법칙이 제시되며 기구학적 제어를 포함한 페루프 제어 시스템의 안정도가 보장된다. 제안된 제어 기법의 타당성과 강인성을 검증하기 위해 파라미터 불확실성, 동적 파라미터의 변동과 외란이 존재하는 이동 로봇에 대한 시뮬레이션 결과를 보인다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. II 장에서는 전기 구동 논홀로노믹 이동 로봇의 기구학, 동역학, 구동기 동역학 및 완전한 통합 동역학 모델을 보인다. III 장에서는 로봇의 기구학에 의한 기구학적 추종 제어가 제시된다. IV 장에서는 FBFN에 기반한 강인 적응 퍼지 속도 추종 제어가 제안된다. V 장에서는 리아푸노프 안정도 이론을 이용하여 페루프 제어 시스템의 안정도가 증명되며, VI 장에서는 이동 로봇에 대한 시뮬레이션 결과가 주어지며, VII 장에서 결론을 맺는다.

II. 전기 구동 논홀로노믹 이동 로봇 시스템

1. 이동 로봇의 기구학과 동역학

본 논문에서 대상으로 하는 이동 로봇과 좌표계는 그림 1과 같으며, 전역적 기준 좌표계 $\{O_G, X_G, Y_G\}$ 에서 이동 로봇의 자세는 일반화된 좌표계 $q = [x \ y \ \theta]^T$ 에 의해 나타낼 수 있다. 여기서 x 와 y 는 전역적 기준 좌표계에 대하여 질량 중심점 O_L 의 위치 좌표를 나타내고, θ 는 전역 기준 좌표계의 X_G 축으로부터 측정된 로봇 플랫폼에 붙은 지역 좌표계 $\{O_L, X_L, Y_L\}$ 의 방향각을 나타낸다.

n 개의 일반화된 공간 변수 (q_1, q_2, \dots, q_n)와 m 개의 구속 조건을 가진 n 차원의 구성 공간 \square 를 가진 논홀로노믹 이동 로봇 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

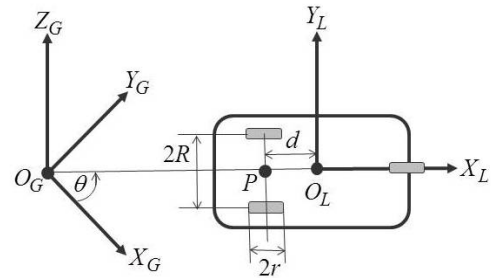


그림 1. 논홀로노믹 구륜 이동 로봇과 좌표계.

Fig. 1. A nonholonomic wheeled mobile robot and the coordinate frames.

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)\tau - A(q)\lambda \quad (1)$$

여기서 $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 대칭 양한정 관성 행렬, $V_m(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 구심력과 코리올리력 행렬, $F(\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ 는 표면 마찰력을 나타내는 벡터, $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 는 중력 벡터, $\tau_d \in \mathbb{R}^n$ 는 모델링이 되지 않은 동역학을 포함한 미지의 외란, $B(q) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 는 입력 변환 행렬, $\tau \in \mathbb{R}^r$ 는 입력 토크 벡터, $A(q) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 는 구속조건과 연관된 행렬, 그리고 $\lambda \in \mathbb{R}^m$ 는 구속력 벡터를 나타낸다.

속도 관계를 나타내는 기구학적 방정식 또는 조향 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{q} = S(q) \cdot v \quad (2)$$

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 $v = [v_l \ w_r]^T$ 는 로봇의 속도 벡터, v_l 과 w_r 는 로봇 축을 따라 P 점에서의 각각 로봇의 선속도와 각속도를 나타낸다. 위의 행렬 $S(q)$ 는 구륜 이동 로봇의 순수 굴림(pure rolling)만 있고 옆으로의 미끄러짐이 없는 조건(non-slipping)에서 다음의 논홀로노믹 구속 조건으로부터 쉽게 얻을 수 있다.

$$-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta - d \dot{\theta} = 0 \quad (4)$$

한편, 이동 로봇 플랫폼의 속도와 바퀴의 각속도와 관계는 아래와 같다.

$$\dot{\phi} = X v \quad (5)$$

여기서 $\dot{\phi} = [\dot{\phi}_r \ \dot{\phi}_l]^T$ 는 바퀴의 각속도 벡터, $\dot{\phi}_r$ 과 $\dot{\phi}_l$ 은 각각 오른쪽 바퀴와 왼쪽 바퀴의 각속도이다. 이 때, 속도 변환 행렬 $X = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & R \\ 1 & -R \end{bmatrix}$ 이며, 이것의 역행렬은 항상 존재한다. 그림 1에서 보여지듯이 r 은 바퀴의 반지름이며, R 은 P 점에서 바퀴 중심점까지의 거리이고, $r > 0, R > 0$ 다.

이동 로봇의 궤적은 수평면에 제한되어지기 때문에 $G(q) = 0$ 이다. 식 (2)와 (5)를 위의 이동 로봇의 동역학 방정식 (1)에 대입하여 로봇의 속도에 대한 이동 로봇 플랫폼의 운동 방정식을 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\bar{M}X\dot{v} + \bar{V}_m Xv + \bar{F} + \bar{\tau}_d = \bar{B}\tau = \tau \quad (6)$$

여기서 $\tau = [\tau_r, \tau_l]^T$ 는 바퀴의 토크 벡터, τ_r 과 τ_l 은 각각 오른쪽과 왼쪽 바퀴의 토크이다. 이 때 나타나는 행렬과 벡터들은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} \frac{r^2}{4R^2}(mR^2 + I_0) + I_w & \frac{r^2}{4R^2}(mR^2 - I_0) \\ \frac{r^2}{4R^2}(mR^2 - I_0) & \frac{r^2}{4R^2}(mR^2 + I_0) + I_w \end{bmatrix},$$

$$\bar{V}_m = \begin{bmatrix} 0 & \frac{r^2}{2R} m_c d \dot{\theta} \\ \frac{r^2}{2R} m_c d \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = (SX^{-1})^T F,$$

$$\bar{\tau}_d = (SX^{-1})^T \tau_d, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad m = m_c + 2m_w,$$

$$I_0 = m_c d^2 + 2m_w R^2 + I_c + 2I_m,$$

m_c 와 m_w 는 각각 로봇 몸체의 질량과 구동기를 가진 바퀴의 질량이고, I_c , I_w 와 I_m 은 각각 P 점의 수직 축에 대하여 로봇 몸체의 관성 모멘트, 바퀴 축에 대하여 모터를 가진 바퀴의 관성 모멘트, 그리고 바퀴 지름에 대하여 모터를 포함한 바퀴의 관성 모멘트이다.

다음 성질을 위의 행렬과 벡터에서 알 수 있다.

성질 1: \bar{M} 는 균일하게 대칭 양한정 행렬이며 항상 역행렬이 존재한다.

성질 2: 다음을 만족하는 미지의 양의 상수 s_{\max} , X_{\max} , \bar{M}_{\max} , \bar{V}_{\max} , $\bar{F}_{1\max}$, $\bar{F}_{2\max}$ 가 존재한다:

$$\|S(q)\| \leq s_{\max}, \quad \|X\| \leq X_{\max}, \quad \|\bar{M}(q)\| \leq \bar{M}_{\max},$$

$$\|\bar{V}_m(q, \dot{q})\| \leq \bar{V}_{\max} |\dot{\theta}|, \quad \|\bar{F}(\dot{q})\| \leq \bar{F}_{1\max} + \bar{F}_{2\max} \|v\|.$$

2. 구동기 동역학

구동기의 전기적인 모델과 기계적 모델이 함께 고려된다. 여기서 고려되는 양쪽의 구동기들은 모두 DC 모터이다. 일반적으로 이동 로봇의 양쪽 바퀴의 구동기는 각각 다른 파라미터들을 가질 수 있고, 각각의 구동기 파라미터들도 제어기 설계에서는 정확히 알려지지 않는다고 가정된다.

구동기의 전기적 특성과 기계적 특성을 나타내는 기전방정식들은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\tau_m = K_T I_a \quad (7)$$

$$\tau_m = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + \tau_{md} + N^{-1} \tau \quad (8)$$

$$U = L_a \dot{I}_a + R_a I_a + K_b \dot{\theta}_m + u_d \quad (9)$$

여기서 $\tau_m = [\tau_{mr}, \tau_{ml}]^T$ 는 모터 토크, $K_T = \text{diag}(K_{Tr}, K_{Tl})$ 는 모터의 토크 상수, $I_a = \text{diag}(I_{ar}, I_{al})$ 는 모터 전기 회로에 흐르는 전류, $J_m = \text{diag}(J_{mr}, J_{ml})$ 은 모터의 관성 모멘트, $B_m = \text{diag}(B_{mr}, B_{ml})$ 은 모터의 마찰 및 감쇠 계수, $\tau_{md} = [\tau_{mdr}, \tau_{mdl}]^T$ 는 미지의 모터 토크 외란, $N = \text{diag}(N_r, N_l)$ 는

기어비, $L_a = \text{diag}(L_{ar}, L_{al})$ 는 인덕턴스, $R_a = \text{diag}(R_{ar}, R_{al})$ 는 전기 저항, $K_b = \text{diag}(K_{br}, K_{bl})$ 는 역기전력 상수, $\dot{\theta}_m = [\dot{\theta}_{mr}, \dot{\theta}_{ml}]^T$ 는 모터의 각속도, $\ddot{\theta}_m = [\ddot{\theta}_{mr}, \ddot{\theta}_{ml}]^T$ 는 모터의 각가속도, $u_d = [u_{dr}, u_{dl}]^T$ 는 모델링이 되지 않는 미지의 전압 외란, $U = [U_r, U_l]^T$ 은 구동기 입력 전압이다. 이 때, 로봇의 오른쪽 구동기와 왼쪽 구동기는 구동기의 기계적 및 전기적 방정식을 각각 따로 분리시켜 쓸 수 있으므로, 구동기 파라미터 행렬은 모두 대각 행렬로서 표현했다. 따라서 위에서 서술한 $\text{diag}(a_r, a_l)$ 는 양의 대각 요소 a_r 과 a_l 의 2×2 대각 행렬이며, $a_r > 0$ 과 $a_l > 0$ 은 각각 오른쪽 모터와 왼쪽 모터의 파라미터를 나타낸다.

가정 1: 위의 모든 구동기 파라미터 행렬 K_T , J_m , B_m , N , L_a , R_a , K_b 는 양의 상수 대각 행렬로서 모두 사전에 정확히 알려지지 않는다고 가정하며, 그들의 노옴들은 각각 미지의 양의 상수에 의해 상한 경계된다.

한편, 식 (5)로부터 구동기 모터의 각속도와 이동 로봇 플랫폼의 속도와의 관계를 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\theta}_m = N\dot{\phi} = NXv \quad (10)$$

3. 구동기 동역학을 포함한 이동 로봇의 완전한 동역학 모델 앞에서 얻어진 구동기 동역학 관계식 (7)~(10)을 이동 로봇의 동역학 (6)에 대입하면 구동기 동역학을 포함한 전기 구동 이동 로봇의 완전한 동역학 모델을 구할 수 있다.

결론적으로 로봇 몸체의 기구학, 동역학 및 구동기 동역학을 포함한 이동 로봇의 전체 동역학 모델은 다음과 같다.

$$M_{nx} \dot{v} + B_{nx} v + \bar{F} + N\tau_{md} + \bar{\tau}_d = NK_T I_a \quad (11)$$

$$L_a \dot{I}_a + R_a I_a + K_b NXv + u_d = U \quad (12)$$

여기서

$$M_{nx} = M_n X = (\bar{M} + NJ_m N) X \quad (13)$$

$$B_{nx} = B_n X = (\bar{V}_m + NB_m N) X \quad (14)$$

이 때, M_n 과 X 가 각각 역행렬이 항상 존재하므로 행렬 M_{nx} 도 역행렬이 항상 존재한다는 것을 쉽게 알 수 있다.

가정 2: 다음과 같이 모든 외란의 노옴은 미지의 양의 상수 $\tau_{d\max}$, $\bar{\tau}_{d\max}$, $\bar{\tau}_{md}$, $u_{d\max}$ 에 의해 상한 경계된다.:

$$\|\tau_d\| \leq \tau_{d\max}, \quad \|\bar{\tau}_d\| \leq \bar{\tau}_{d\max}, \quad \|\tau_{md}\| \leq \bar{\tau}_{md}, \quad \|u_d\| \leq u_{d\max}.$$

위의 성질 1~2, 가정 1, 식 (13)~(14)에 의해 다음 성질이 만족된다.

성질 3: 다음을 만족하는 미지의 양의 상수 $M_{nx\max}$, $B_{nx1\max}$, $B_{nx2\max}$ 가 존재한다.:

$$\|M_{nx}\| \leq M_{nx\max}, \quad \|B_{nx}\| \leq B_{nx1\max} + B_{nx2\max} |\dot{\theta}|.$$

위의 식 (11)~(14)에서 알 수 있듯이 구동기의 전기 및 기계적 파라미터, 로봇의 기구적 파라미터 및 로봇의 바퀴와 몸체의 동적 파라미터들이 모두 포함되어 있다. 이러한 성질을 모두 고려하여 이동 로봇의 궤적 추종 제어를 설계한다.

III. 이동 로봇의 기구학적 추종 제어

이동 로봇의 기준 목표 궤적 $q_r(t)$ 과 실제 위치와 방향 궤적 $q(t)$ 는 각각 $q_r(t)=[x_r(t) \ y_r(t) \ \theta_r(t)]^T$ 과 $q(t)=[x(t) \ y(t) \ \theta(t)]^T$ 로 나타낸다. 추종 오차는 이동 로봇에 고정된 좌표계에 기반하여 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$E_p = T_e E_q = T_e (q_r - q), \quad E_q = q_r - q, \quad (15)$$

$$E_p = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = T_e E_q = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서 E_q 는 이동 로봇의 위치와 방향각에 대한 목표 기준 궤적과 실제 궤적 간의 위치 및 방향 추종 오차이다.

이동 로봇의 기구학 모델에 대해 보조 속도 제어 입력 벡터는 다음의 기구학적 제어를 이용한다.

$$v_d = \begin{bmatrix} v_{1d} \\ w_{ad} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 + k_1 e_1 \\ w_r + k_2 v_r e_2 \frac{\sin e_3}{e_3} + k_3 k_3 e_3 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

여기서 v_r 과 w_r 은 이동 로봇에 대한 각각 기준 궤적의 선속도와 각속도이고, $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ 와 $k_3 > 0$ 는 제어 이득이다. 속도 제어 입력 (17)은 $d=0$ 일 때 시간이 무한대로 감에 따라 로봇의 위치와 방향 오차 E_p 는 점근적으로 안정하며, 결국 E_q 도 점근적으로 안정하게 된다. 식 (17)의 제어기는 로봇의 방향 오차가 모든 영역에서 점근적으로 안정하도록 하며, 안정도 보장을 위해 $v_r \neq 0$ 의 조건만 필요하다[12].

백스테핑 제어(backstepping control) 방법을 통해 로봇과 구동기의 동역학을 고려하여 로봇의 속도가 위의 속도 제어 입력 $v_d(t)$ 를 추종하는 속도 추종 제어를 구성하고, 추종되는 속도 입력은 기구학적 제어기에 의해 로봇의 위치와 방향 오차가 안정되도록 한다.

IV. 강인 적응 퍼지 속도 추종 제어

백스테핑 제어를 위한 속도 추종 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$e_v = v_d - v \quad (18)$$

시간에 대해 (18)을 미분한 다음에 그것을 (11)에 대입하면 로봇 동역학은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M_{mx} \dot{e}_v &= M_{mx} \dot{v}_d + B_{mx} v + \bar{F} + N \tau_{md} + \bar{\tau}_d - NK_T I_d \\ &= M_{mx} \dot{v}_d + B_{mx} v + \bar{F} + N \tau_{md} + \bar{\tau}_d - NK_T (I_d - e_i) \end{aligned} \quad (19)$$

이 때, 전류 추종 오차 e_i 는 다음과 같이 정의된다.

$$e_i = I_d - I_a \quad (20)$$

여기서 I_d 는 보조 전류 입력이며, 이것은 다음에서 정의된다.

속도 추종을 위한 리아푸노프 함수 후보를 다음과 같이 정의하면,

$$V_2 = \frac{1}{2} e_v^T P_v e_v, \quad (21)$$

여기서 $P_v = P_v^T > 0$ 는 대각 양한정 이득 상수 행렬이다.

시간에 대해 V_2 를 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_v^T P_v \dot{e}_v = e_v^T P_v (\dot{v}_d + M_{mx}^{-1} B_{mx} v + M_{mx}^{-1} \bar{F} + M_{mx}^{-1} N \tau_{md} \\ &\quad + M_{mx}^{-1} \bar{\tau}_d - M_{mx}^{-1} NK_T I_d + M_{mx}^{-1} NK_T e_i) \\ &= e_v^T P_v [f_v(x_v) + M_{mx}^{-1} N \tau_{md} + M_{mx}^{-1} \bar{\tau}_d \\ &\quad - M_{mx}^{-1} NK_T I_d + M_{mx}^{-1} NK_T e_i] \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 구동기 파라미터와 로봇의 기구적 및 동적 파라미터를 포함한 비선형 로봇 동적 함수는 다음과 같이 나타낸다.

$$f_v(x_v) = \dot{v}_d + M_{mx}^{-1} B_{mx} v + M_{mx}^{-1} \bar{F} \quad (23)$$

위의 비선형 함수 (23)는 다음의 FBFN [17,18]을 사용하여 근사화될 수 있다.

$$f_v(x_v) \cong W_v^T \Phi_v(x_v) + \varepsilon_v(x_v) \quad (24)$$

$$W_v = [W_{v1} \ W_{v2}] \in \square^{N_1 \times 2}, \quad W_{v1} \in \square^{N_1}, \quad W_{v2} \in \square^{N_1}, \quad (25)$$

$$\Phi_v(x_v) = \frac{\prod_{i=1}^{n_1} \mu_{A_{vi}^h}(x_{vi})}{\sum_{j=1}^{N_1} \left(\prod_{i=1}^{n_1} \mu_{A_{ji}^h}(x_{vi}) \right)} \in \square^{N_1}, \quad (26)$$

여기서 $\Phi_v(x_v)$ 는 퍼지 IF-THEN 규칙에 대응하는 퍼지 기저 함수이다. $x_v = (v_d^T \ v^T \ \dot{\theta})^T \in \square^5$ 는 퍼지 기저 함수들의 입력 변수 벡터, n_1 은 입력 변수(x_{vi})의 개수, N_1 는 $f_v(x_v)$ 의 FBFN에서 퍼지 규칙의 개수, $W_v = [W_{v1} \ W_{v2}] \in \square^{N_1 \times 2}$ 는 비선형 함수를 근사하기 위해 결정되는 미지의 목표 파라미터 상수 벡터, 그리고 $\varepsilon_v(x_v)$ 는 근사화 오차 벡터이다. 또한, $\mu_{A_{vi}^h}(x_{vi})$ 는 다음과 같이 정의되는 가우시안 소속 함수 (Gaussian membership function)이다.

$$\mu_{A_{vi}^h}(x_{vi}) = a_{vi}^h \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_{vi} - \bar{x}_{vi}^h}{\sigma_{vi}^h} \right)^2 \right], \quad 0 < a_{vi}^h \leq 1 \quad (27)$$

여기서 $\exp(\cdot)$ 는 지수 함수를 나타내며, a_{vi}^h , \bar{x}_{vi}^h , σ_{vi}^h 는 실수 파라미터들이다.

성질 4: 성질 2~3, 가정 1, 비선형 동적 함수 (23)과 FBFN (24)~(27)의 구조로부터 다음을 만족하는 미지의 양의 상수 $\bar{\theta}_{v1}$, $\bar{\theta}_{v2}$, $\bar{\theta}_{v3}$, $\bar{\theta}_{v4}$ 가 존재한다.:

$$\begin{aligned} \|\varepsilon_v(x_v)\| &\leq \bar{\theta}_{v1} + \bar{\theta}_{v2} \|\dot{v}_d\| + \bar{\theta}_{v3} \|\dot{\theta}\| \|v\| + \bar{\theta}_{v4} \|v\| \\ &= \bar{\rho}_v = \bar{\Theta}_v^T \Psi_v(x_v) \end{aligned} \quad (28)$$

이 때, 보조 전류 입력 I_d 가 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$I_d = \hat{M}_n^{-1} \bar{I}_d = (\hat{M}_{nx}^{-1} \hat{N} \hat{K}_r)^{-1} \bar{I}_d \quad (29)$$

여기서 $\bar{M}_n = M_{nx}^{-1} N K_r$ 은 양수의 구동기 파라미터, 로봇 기구적 파라미터와 동적 파라미터를 포함한 입력 행렬이며, 역행렬이 항상 존재하고 정확한 값이 미리 알려지지 않는다. 각 행렬 \hat{M}_{nx}^{-1} , \hat{N} , \hat{K}_r , \hat{M}_n 은 각각 행렬 M_{nx}^{-1} , N , K_r , \bar{M}_n 의 주어지는 양수의 공칭 파라미터 값(nominal parameter values)을 가지는 행렬이며, 이 공칭 파라미터는 정확한 실제 파라미터 값과 차이가 있을 수 있다. 또한 행렬 M_{nx} , N , K_r 가 모든 양의 로봇 파라미터 값에 대해 각각 항상 역행렬을 가지므로 \bar{M}_n 의 역행렬도 항상 존재한다. 따라서 양의 공칭 파라미터를 가지는 각각의 행렬 \hat{M}_{nx} , \hat{N} , \hat{K}_r 도 역행렬이 항상 존재한다. 그러므로 식 (29)에서 \hat{M}_n 의 역행렬이 항상 존재한다. 이 때, \bar{I}_d 는 강인 적응 퍼지 제어 입력이다.

식 (29)를 식 (19)에 대입하고 식 (23)을 이용하여 정리하면, e_v 에 대한 페루프 오차 동역학 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_v = & f_v(x_v) + (I - \bar{M}_n \hat{M}_n^{-1}) \bar{I}_d - \bar{I}_d + \bar{M}_n e_i \\ & + M_{nx}^{-1} N \tau_{md} + M_{nx}^{-1} \bar{\tau}_d \end{aligned} \quad (30)$$

가정 3: 다음을 만족하는 양의 상수 C_0 가 존재한다.:

$$\|I - \bar{M}_n \hat{M}_n^{-1}\| \leq C_0 < 1 \quad (31)$$

여기서 I 는 2×2 단위 행렬이다.

전류 추종을 위한 리아푸노프 함수 후보를 다음과 같이 정의한다.

$$V_3 = \frac{1}{2} e_i^T L_d e_i \quad (32)$$

시간에 대해 V_3 를 미분하고 식 (9)~(10)을 이용하여 \dot{V}_3 을 정리하면,

$$\dot{V}_3 = e_i^T L_d \dot{e}_i = e_i^T (L_d \dot{I}_d + R_d \dot{I}_d - R_d e_i + K_b N X v + u_d - U) \quad (33)$$

식 (29)를 식 (22)에 대입한 후 식 (33)을 더해서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 = & e_v^T P_v \left[f_v(x_v) + (I - \bar{M}_n \hat{M}_n^{-1}) \bar{I}_d - \bar{I}_d + M_{nx}^{-1} N \tau_{md} \right. \\ & \left. + M_{nx}^{-1} \bar{\tau}_d \right] + e_i^T [-R_d e_i + f_i(x_i) + u_d - U] \end{aligned} \quad (34)$$

여기서 두 번째의 비선형 로봇 동적 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i(x_i) = L_a \dot{I}_d + R_d I_d + K_b N X v + \bar{M}_n^T P_v e_v \quad (35)$$

위의 비선형 함수 (35)는 식 (24)~(27)과 같이 다음의 FBFN 을 사용하여 근사화될 수 있다.

$$f_i(x_i) \cong W_i^T \Phi_i(x_i) + \varepsilon_i(x_i) \quad (36)$$

$$W_i = [W_{i1} \ W_{i2}] \in \square^{N_2 \times 2}, \ W_{i1} \in \square^{N_2}, \ W_{i2} \in \square^{N_2}, \quad (37)$$

$$\Phi_i(x_i) = \frac{\prod_{h=1}^{n_2} \mu_{A_h^i}(x_h)}{\sum_{j_2=1}^{N_2} \left(\prod_{h=1}^{n_2} \mu_{A_h^i}(x_h) \right)} \in \square^{N_2}, \quad (38)$$

여기서 $\Phi_i(x_i)$, $W_i = [W_{i1} \ W_{i2}] \in \square^{N_2 \times 2}$, $\varepsilon_i(x_i)$, $\mu_{A_h^i}(x_h)$ 는 앞에서 서술한 것과 마찬가지로 각각 퍼지 기저 함수, 미지의 상수 벡터인 목표 파라미터, 근사화 오차, 가우시안 소속 함수로 정의된다. $x_i = (I_d^T \ I_d^T \ v^T \ e_i^T)^T \in \square^8$ 는 퍼지 기저 함수들의 입력 변수 벡터, N_2 는 $f_i(x_i)$ 의 FBFN에서 퍼지 규칙의 개수이다.

$$\mu_{A_h^i}(x_h) = a_h^{j_2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_h - \bar{x}_h^{j_2}}{\sigma_h^{j_2}} \right)^2 \right], \ 0 < a_h^{j_2} \leq 1 \quad (39)$$

여기서 식 (27)과 마찬가지로 $\exp(\cdot)$ 는 지수 함수를 나타내며, $a_h^{j_2}$, $\bar{x}_h^{j_2}$, $\sigma_h^{j_2}$ 는 실수 파라미터들이다.

성질 5: 성질 4와 마찬가지로 성질 2~3, 가정 1, 비선형 동적 함수 (35)와 FBFN (36)~(39)의 구조로부터 다음을 만족하는 미지의 양의 상수 $\bar{\theta}_1$, $\bar{\theta}_2$, $\bar{\theta}_3$, $\bar{\theta}_4$ 가 존재한다는 것을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\varepsilon_i(x_i)\| \leq & \bar{\theta}_1 \|I_d\| + \bar{\theta}_2 \|I_d\| + \bar{\theta}_3 \|v\| + \bar{\theta}_4 \|e_v\| \\ = & \bar{\rho}_i = \bar{\Theta}_i^T \bar{\Psi}_i(x_i) \end{aligned} \quad (40)$$

정리 1: 가정 1~3이 성립할 때 다음의 제어 법칙과 적응 법칙 (41)~(50)이 이동 로봇 시스템 (11)~(14)에 적용된다면, e_v 과 e_i 는 균등궁극유계(uniformly ultimately bounded: 이하 UUB)가 보장된다. 기구학적 제어 시스템 (15)~(17)의 추종 오차들 e_1 , e_2 , e_3 도 UUB이다. 따라서 이동 로봇의 목표 기준 궤적 q_r 과 실제 궤적 q 간의 위치와 방향 추종 오차 $E_q (= q_r - q)$ 도 UUB가 된다.

$$I_d = \hat{M}_n^{-1} \bar{I}_d, \ \bar{I}_d = [\hat{f}_v(x_v) + K_v e_v + I_{dr}], \quad (41)$$

$$\hat{f}_v(x_v) = \hat{W}_v^T \Phi_v(x_v), \ I_{dr} = \hat{\rho}_v \frac{P_v e_v}{\|P_v e_v\| + \delta_v}, \ \hat{\rho}_v = \hat{\Theta}_v^T \Psi_v, \quad (42)$$

$$\hat{W}_{vi} = \Gamma_{W_{vi}} \Phi_{vi} P_{vi} e_{vi} \in \square^{N_i}, \ i = 1, 2 \quad (43)$$

$$\dot{\hat{\Theta}}_v = \Gamma_{\Theta_v} (\Psi_v \|P_v e_v\| - \gamma_v \|P_v e_v\| \hat{\Theta}_v) \in \mathfrak{R}^6, \quad (44)$$

$$\Psi_v = [1, \|\dot{v}_d\|, \|\theta\| \|v\|, \|v\|, \|\hat{f}_v(x_v)\|, \|e_v\|]^T \in \mathfrak{R}^6. \quad (45)$$

$$U = [\hat{f}_i(x_i) + K_i e_i + U_r], \quad (46)$$

$$\hat{f}_i(x_i) = \hat{W}_i^T \Phi_i(x_i), \ U_r = \hat{\rho}_i \frac{e_i}{\|e_i\| + \delta_i}, \ \hat{\rho}_i = \hat{\Theta}_i^T \Psi_i, \quad (47)$$

$$\hat{W}_{ii} = \Gamma_{W_{ii}} \Phi_{ii} e_{ii} \in \square^{N_i}, \ i = 1, 2 \quad (48)$$

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = \Gamma_{\Theta_i} \left(\Psi_i \frac{\|e_i\|^2}{\|e_i\| + \delta_i} - \gamma_i \|e_i\| \hat{\Theta}_i \right) \in \mathfrak{R}^5, \quad (49)$$

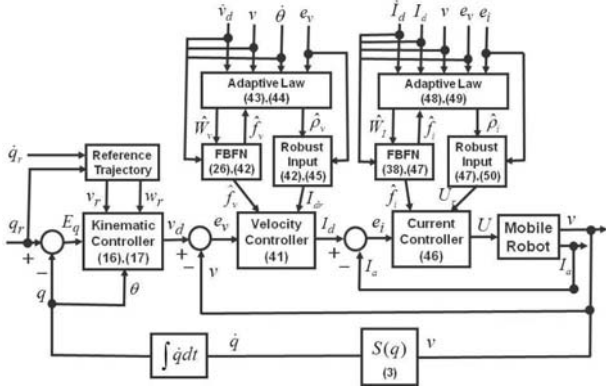


그림 2. 이동 로봇에 대한 제안된 제어 시스템의 블록선도.
Fig. 2. Block diagram of the proposed control system for a mobile robot.

$$\Psi_i = [1, \|I_d\|, \|I_d\|, \|v\|, \|e_v\|]^T \in \mathfrak{R}^5 \quad (50)$$

여기서 $e_v = \begin{bmatrix} e_{v1} \\ e_{v2} \end{bmatrix}$, $e_i = \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \end{bmatrix}$, $\hat{W}_V = [\hat{W}_{V1} \ \hat{W}_{V2}] \in \mathbb{R}^{N_1 \times 2}$,

$\hat{W}_I = [\hat{W}_{I1} \ \hat{W}_{I2}] \in \mathbb{R}^{N_2 \times 2}$ 이며, $\hat{f}_v(x_v)$ 과 $\hat{f}_i(x_i)$ 는 FBFN과 적응 법칙을 사용하여 추정된 비선형 로봇 동적 함수 $f_v(x_v)$ 과 $f_i(x_i)$ 의 추정치이고, \hat{W}_V 과 \hat{W}_I 는 (43)과 (48)에 의해 갱신되는 FBFN의 추정 가중치이다. 파라미터 추정 벡터 $\hat{\Theta}_v(t)$ 과 $\hat{\Theta}_i(t)$ 도 각각 (44)와 (49)에 의해 갱신되며, 초기 값은 $\hat{\Theta}_v(0) \geq 0$ 과 $\hat{\Theta}_i(0) \geq 0$ 로 설정한다. Ψ_v 과 Ψ_i 는 안정도 증명에서 얻어지는 노름 경계 함수(norm-bounding function)이다. δ_v , γ_v , δ_i , γ_i 는 양의 작은 상수로 정의되며, $P_v = \text{diag}(P_{v1}, P_{v2})$, K_v , $\Gamma_{W_{V1}}$, $\Gamma_{W_{V2}}$, Γ_{Θ_v} , K_i , $\Gamma_{W_{I1}}$, $\Gamma_{W_{I2}}$, Γ_{Θ_i} 는 대각 양한정 이득 상수 행렬이다. \square

그림 2는 이동 로봇에 대해 백스테핑 제어 방법을 이용한 제안된 페루프 제어 시스템의 블록선도를 나타낸다. 로봇의 기구학적 제어기의 출력이 되는 로봇의 속도 명령이 로봇 동역학과 구동기 동역학을 모두 고려한 강인 적응 퍼지 제어기의 입력 명령으로서 작용한다. 또한 전류 제어기에 의해 전류 오차를 안정화하고 속도 제어기를 통해 속도 오차를 안정화하며 기구학적 제어기를 통해 로봇의 위치와 방향 오차를 안정화함으로써 제안된 제어기가 궤적 추종을 달성한다.

V. 페루프 제어 시스템의 안정도 증명

다음과 같이 리아푸노프 함수 후보를 고려해보자.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 \quad (51)$$

여기서

$$V_1 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + \frac{1}{2k_2}e_3^2, \quad (52)$$

$$V_2 = \frac{1}{2}e_v^T P_v e_v, \quad V_3 = \frac{1}{2}e_i^T L_a e_i, \quad (53)$$

$$V_4 = \frac{1}{2}tr(\tilde{W}_V^T \Gamma_{W_V} \tilde{W}_V) + \frac{1}{2}tr(\tilde{W}_I^T \Gamma_{W_I} \tilde{W}_I) \quad (54)$$

$$V_5 = \frac{(1-C_0)}{2}\tilde{\Theta}_v^T \Gamma_{\Theta_v}^{-1} \tilde{\Theta}_v + \frac{1}{2}\tilde{\Theta}_i^T \Gamma_{\Theta_i}^{-1} \tilde{\Theta}_i \quad (55)$$

파라미터 오차 벡터는 $\tilde{W}_V = \hat{W}_V - W_V$, $\tilde{\Theta}_v = \hat{\Theta}_v - \Theta_v$, $\tilde{W}_I = \hat{W}_I - W_I$, $\tilde{\Theta}_i = \hat{\Theta}_i - \Theta_i$ 이다. $tr(A)$ 는 행렬 A 의 trace 값을 나타낸다.

식 (52)의 V_1 의 시간에 대한 미분인 \dot{V}_1 는 식 (16)~(17)에서의 추종 오차와 보조 속도 제어 입력을 적용하여 결과적으로 다음과 같이 얻어진다[12].

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \frac{1}{k_2}e_3 \dot{e}_3 = -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 \leq 0 \quad (56)$$

식 (24), (36), (41), (46)을 식 (34)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 = & e_v^T P_v [-K_v e_v - \tilde{W}_V^T \Phi_V + \varepsilon_v + (I - \bar{M}_n \hat{M}_n^{-1})\bar{I}_d - I_{dr} \\ & + M_{nx}^{-1} N \tau_{md} + M_{nx}^{-1} \bar{\tau}_d] \\ & + e_i^T [-R_a e_i - K_i e_i - \tilde{W}_I^T \Phi_I + \varepsilon_i + u_d - U_r] \end{aligned} \quad (57)$$

여기서 $\tilde{f}_v(x_v) = \hat{f}_v(x_v) - f_v(x_v) = \tilde{W}_V^T \Phi_V(x_v) - \varepsilon_v(x_v)$ 이고, $\tilde{f}_i(x_i) = \hat{f}_i(x_i) - f_i(x_i) = \tilde{W}_I^T \Phi_I(x_i) - \varepsilon_i(x_i)$ 이다.

한편, 식 (41)~(42)에서 \bar{I}_d 와 I_{dr} 의 정의로부터 $\|\bar{I}_d\|$ 의 상한 경계는 다음과 같다.

$$\|\bar{I}_d\| \leq \|\hat{f}_v\| + \|K_v\| \|e_v\| + |\hat{\rho}_v| \leq \|\hat{f}_v\| + K_{vm} \|e_v\| + \hat{\rho}_v \quad (58)$$

여기서 $\|K_v\| \leq K_{vm}$ 이며, K_{vm} 는 미지의 양의 상수이다. 또한 식 (42)와 (44)에 의해 $\hat{\Theta}_v(t)$ 의 초기값이 $\hat{\Theta}_v(0) \geq 0$ 로 주어질 때 모든 시간에 대해 항상 $\hat{\Theta}_v(t) \geq 0$ 이며 $\hat{\rho}_v(t) \geq 0$ 이므로 $|\hat{\rho}_v| = \hat{\rho}_v$ 이다.

식 (57)의 상한 경계는 성질 2~5, 가정 1~3, 식 (42), (47), (58)로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \leq & -e_v^T P_v K_v e_v - e_v^T P_v \tilde{W}_V^T \Phi_V + \bar{\rho}_v \|P_v e_v\| \\ & + C_0 (\|\hat{f}_v\| + K_{vm} \|e_v\| + \hat{\rho}_v) \|P_v e_v\| - \hat{\rho}_v \frac{\|P_v e_v\|^2}{\|P_v e_v\| + \delta_c} \\ & + \bar{\theta}_{vnx} \|P_v e_v\| - e_i^T (R_a + K_i) e_i - e_i^T \tilde{W}_I^T \Phi_I \\ & + \rho_i \|e_i\| - \hat{\rho}_i \frac{\|e_i\|^2}{\|e_i\| + \delta_i} \end{aligned} \quad (59)$$

여기서 $\|M_{nx}^{-1} N \tau_{md} + M_{nx}^{-1} \bar{\tau}_d\| \leq \bar{\theta}_{vnx}$ 이며 $\bar{\theta}_{vnx}$ 는 미지의 양의 상수이다. $\rho_i = \bar{\rho}_i + u_{d\max}$ 이다.

위의 식 (59)를 정리하여 다음과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \leq & -e_v^T P_v K_v e_v - e_v^T P_v \tilde{W}_V^T \Phi_V - \hat{\rho}_v \frac{\|P_v e_v\|^2}{\|P_v e_v\| + \delta_c} \\ & + \rho_v (1 - C_0) \|P_v e_v\| - \hat{\rho}_v (1 - C_0) \|P_v e_v\| + \hat{\rho}_v \|P_v e_v\| \\ & - e_i^T (R_a + K_i) e_i - e_i^T \tilde{W}_I^T \Phi_I - \hat{\rho}_i \frac{\|e_i\|^2}{\|e_i\| + \delta_i} + \rho_i \|e_i\| \end{aligned} \quad (60)$$

여기서 $\rho_v = \frac{1}{(1-C_0)}(\bar{\theta}_{vnx} + \bar{\rho}_v + C_0\|\hat{f}_v\| + C_0K_{vm}\|e_v\|)$. 위의 식

(60)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \leq & -e_v^T P_v K_v e_v - e_v^T P_v \tilde{W}_v^T \Phi_v - \tilde{\rho}_v (1-C_0)\|P_v e_v\| \\ & + \hat{\rho}_v \frac{\|P_v e_v\| \delta_v}{\|P_v e_v\| + \delta_v} - e_i^T (R_a + K_i) e_i - e_i^T \tilde{W}_i^T \Phi_i \quad (61) \\ & - \tilde{\rho}_i \frac{\|e_i\|^2}{\|e_i\| + \delta_i} + \rho_i \frac{\|e_i\| \delta_i}{\|e_i\| + \delta_i} \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_v &= \hat{\rho}_v - \rho_v = \hat{\Theta}_v^T \Psi_v - \Theta_v^T \Psi_v = \tilde{\Theta}_v^T \Psi_v, \\ \Theta_v &= (\theta_{v1}, \theta_{v2}, \dots, \theta_{v6})^T, \quad \theta_{v1} = \frac{\bar{\theta}_{v1} + \bar{\theta}_{vnx}}{(1-C_0)}, \quad \theta_{v2} = \frac{\bar{\theta}_{v2}}{(1-C_0)}, \\ \theta_{v3} &= \frac{\bar{\theta}_{v3}}{(1-C_0)}, \quad \theta_{v4} = \frac{\bar{\theta}_{v4}}{(1-C_0)}, \quad \theta_{v5} = \frac{C_0}{(1-C_0)}, \\ \theta_{v6} &= \frac{C_0 K_{vmax}}{(1-C_0)}, \quad \Psi_v = [\bar{\Psi}_v^T, \|\hat{f}_v(x_v)\|, \|e_v\|]^T \in \mathfrak{R}^6, \\ \tilde{\rho}_i &= \hat{\rho}_i - \rho_i = \hat{\Theta}_i^T \Psi_i - \Theta_i^T \Psi_i = \tilde{\Theta}_i^T \Psi_i, \\ \Theta_i &= (\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{i5})^T, \quad \theta_{i1} = u_{dmax}, \quad \theta_{i2} = \bar{\theta}_{i1}, \quad \theta_{i3} = \bar{\theta}_{i2}, \\ \theta_{i4} &= \bar{\theta}_{i3}, \quad \theta_{i5} = \bar{\theta}_{i4}, \quad \Psi_i = [1, \bar{\Psi}_i^T]^T \in \mathfrak{R}^5. \end{aligned}$$

식 (54)와 (55)의 V_4 와 V_5 를 시간에 대해 미분하여 식 (61)과 함께 쓰면,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 + \dot{V}_4 + \dot{V}_5 \leq & -e_v^T P_v K_v e_v - \sum_{i=1}^2 (\tilde{W}_{vi}^T \Phi_v P_v e_{vi}) + \sum_{i=1}^2 (\tilde{W}_{vi}^T \Gamma_{wi}^{-1} \dot{\hat{W}}_{vi}) \\ & - \tilde{\Theta}_v^T \Psi_v (1-C_0)\|P_v e_v\| + (1-C_0)\tilde{\Theta}_v^T \Gamma_{\Theta_v}^{-1} \dot{\hat{\Theta}}_v \\ & + \hat{\rho}_v \frac{\|P_v e_v\| \delta_v}{\|P_v e_v\| + \delta_v} - e_i^T (R_a + K_i) e_i - \sum_{j=1}^2 (\tilde{W}_{ij}^T \Phi_i e_{ij}) \quad (62) \\ & + \sum_{j=1}^2 (\tilde{W}_{ij}^T \Gamma_{wj}^{-1} \dot{\hat{W}}_{ij}) - \tilde{\Theta}_i^T \Psi_i \frac{\|e_i\|^2}{\|e_i\| + \delta_i} \\ & + \tilde{\Theta}_i^T \Gamma_{\Theta_i}^{-1} \dot{\hat{\Theta}}_i + \rho_i \frac{\|e_i\| \delta_i}{\|e_i\| + \delta_i} \end{aligned}$$

여기서 $\dot{\hat{W}}_v = \dot{\hat{W}}_v$, $\dot{\hat{\Theta}}_v = \dot{\hat{\Theta}}_v$, $\dot{\hat{W}}_i = \dot{\hat{W}}_i$, $\dot{\hat{\Theta}}_i = \dot{\hat{\Theta}}_i$ 이다. 이 때, 적응 법칙(43)~(44) 및 (48)~(49)를 대입하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 + \dot{V}_4 + \dot{V}_5 \leq & -e_v^T P_v K_v e_v - e_i^T (R_a + K_i) e_i \\ & + \hat{\rho}_v \frac{\|P_v e_v\| \delta_v}{\|P_v e_v\| + \delta_v} + \rho_i \frac{\|e_i\| \delta_i}{\|e_i\| + \delta_i} \quad (63) \\ & - (1-C_0)\gamma_v \|P_v e_v\| \tilde{\Theta}_v^T \hat{\Theta}_v - \gamma_i \|e_i\| \tilde{\Theta}_i^T \hat{\Theta}_i \end{aligned}$$

여기서 $\frac{1}{2}(\tilde{\Theta}_v + \Theta_v)^T (\tilde{\Theta}_v + \Theta_v) \geq 0$ 의 관계가 성립하여, 결국

$$\tilde{\Theta}_v^T \hat{\Theta}_v + \tilde{\Theta}_v^T \Theta_v = \tilde{\Theta}_v^T \hat{\Theta}_v \geq \frac{1}{2}(\tilde{\Theta}_v^T \hat{\Theta}_v - \Theta_v^T \Theta_v) \quad \text{이다. 마찬가지로}$$

$$\tilde{\Theta}_i^T \hat{\Theta}_i \geq \frac{1}{2}(\tilde{\Theta}_i^T \hat{\Theta}_i - \Theta_i^T \Theta_i) \quad \text{가 된다. 따라서 식 (63)은 다음 식}$$

(64)가 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 + \dot{V}_3 + \dot{V}_4 + \dot{V}_5 \leq & -e_v^T P_v K_v e_v - e_i^T (R_a + K_i) e_i \\ & + \frac{\hat{\rho}_v \|P_v e_v\| \delta_v}{\|P_v e_v\| + \delta_v} + \frac{\rho_i \|e_i\| \delta_i}{\|e_i\| + \delta_i} \quad (64) \\ & - \frac{1}{2}(1-C_0)\gamma_v \|P_v e_v\| \tilde{\Theta}_v^T \hat{\Theta}_v + \frac{1}{2}(1-C_0)\gamma_v \|P_v e_v\| \Theta_v^T \Theta_v \\ & - \frac{1}{2}\gamma_i \|e_i\| \tilde{\Theta}_i^T \hat{\Theta}_i + \frac{1}{2}\gamma_i \|e_i\| \Theta_i^T \Theta_i \end{aligned}$$

식 (64)에 \dot{V}_1 에 대한 식 (56)을 합하여 최종적으로 \dot{V} 을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 + \dot{V}_4 + \dot{V}_5 \leq & -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 \\ & - e_v^T P_v K_v e_v - e_i^T (R_a + K_i) e_i - \frac{1}{2}(1-C_0)\gamma_v \|P_v e_v\| \tilde{\Theta}_v^T \hat{\Theta}_v \quad (65) \\ & - \frac{1}{2}\gamma_i \|e_i\| \tilde{\Theta}_i^T \hat{\Theta}_i + \eta_v (\hat{\rho}_v \|e_v\|) + \eta_i (\rho_i \|e_i\|) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \eta_v (\hat{\rho}_v \|e_v\|) &= \frac{\hat{\rho}_v \|P_v e_v\| \delta_v}{\|P_v e_v\| + \delta_v} + \frac{1}{2}(1-C_0)\gamma_v \|e_v\| \Theta_v^T \Theta_v, \\ \eta_i (\rho_i \|e_i\|) &= \frac{\rho_i \|e_i\| \delta_i}{\|e_i\| + \delta_i} + \frac{1}{2}\gamma_i \|e_i\| \Theta_i^T \Theta_i. \end{aligned}$$

위의 식 (65)로부터 보조 속도 추종 오차 e_v 와 보조 전류 추종 오차 e_i 가 UUB된다는 것을 리아푸노프 함수 이론과 UUB 정리로부터 알 수 있으며, 추종 오차 e_1, e_2, e_3 는 UUB된다. 따라서, 식 (15)~(16)에서 $E_q = T_e^{-1} E_p$ 이므로 결론적으로 이동 로봇의 목표 기준 궤적 q_r 과 실제 궤적 q 간의 추종 오차 $E_q (= q_r - q)$ 도 UUB된다. □

첨언 1: 식 (65)에서 상수 $\delta_v, \gamma_v, \delta_i, \gamma_i$ 를 모두 0으로 놓으면, $\dot{V} \leq -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 - e_v^T P_v K_v e_v - e_i^T (R_a + K_i) e_i$ 이 된다. 이 때, 보조 속도 추종 오차 e_v , 보조 전류 추종 오차 e_i 는 0에 점근적으로 수렴하며 $d=0$ 일 때 추종 오차 e_1, e_2, e_3 도 0으로 수렴한다. 따라서, 결론적으로 로봇의 위치와 방향의 궤적 추종 오차 $E_q (= q_r - q)$ 가 모두 점근적으로 0에 수렴한다.

VI. 시뮬레이션 결과

본 논문에서 제안한 강인 적응 퍼지 궤적 추종 제어기의 타당성과 강인성을 보이기 위해 이동 로봇의 궤적 추종에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 미리 정확히 알려지지 않는 구동기 파라미터, 로봇의 기구적 및 동적 파라미터, 동적 파라미터의 변동 그리고 외란이 모두 있을 때, 제안된 궤적 추종 제어기의 추종 성능 결과가 그림 2~그림 6에서 제시된다.

이동 로봇에 대한 목표 기준 궤적은 2개의 타원 경로를 가지는 궤적이며, 각각 50초 동안 각 타원 경로를 한 바퀴 연속적으로 회전하여 총 100초 동안 2개의 타원 경로를 회전하는 궤적이다. 이 목표 기준 타원 궤적은 선속도와 각속도가 항상 변하며, 선속도 v_r 은 음수를 가지도록 설정한다. 그림 3

에서 보여지듯이 왼쪽 타원은 중심이 (-3,0), 장축의 길이가 10(m), 단축의 길이가 6(m)이며, 오른쪽 타원은 중심이 (3,0), 장축의 길이가 6(m), 단축의 길이가 5(m)이다. 로봇이 왼쪽의 타원을 먼저 회전하자마자 바로 이어서 오른쪽 타원을 회전하는 궤적이다. 기준 궤적의 초기 위치와 방향은 $q_r(0) = [0, 0, \pi/2]^T$ 이며, 이동 로봇의 실제 궤적의 초기 위치와 방향은 $q(0) = [-1, -1, \pi]^T$ 로 설정하였다.

본 시뮬레이션에서 사용된 이동 로봇 시스템의 구동기 파라미터와 로봇의 기구적 및 동적 파라미터들은 표 1에서 설정되었다. 또한, $\bar{F}(v) = F_v v + F_d \operatorname{sgn}(v)$ 의 마찰력이 고려되었으며, $\operatorname{sgn}(v)$ 는 시그넘 함수(signum function)를 나타낸다. 표 1에서 F_v 와 F_d 의 값이 주어졌다.

제어기에서 사용하는 구동기 파라미터와 로봇의 기구적 및 동적 파라미터들의 사전 지식은 실제 값들의 70%로 가정하였다. 또한 구동기에서의 전압 외란은 $u_d(t) = [0.2 \cdot (\cos(t) + \sin(3t)), 0.1 \cdot (\sin(3t) + \cos(2t))]^T$ 이며, 로봇 플랫폼의 동역학에서 토크 외란 $\tau_d(t)$ 은 각각 크기가 최대 ± 0.5 가 되는 랜덤 잡음(random noise)이고, 구동기 회로에서의 모터 토크 외란은 $\tau_{md}(t) = [0.07 \cdot (\cos(3t) + \sin(2t)), 0.05 \cdot (\sin(2t) + \cos(t))]^T$ 로 설정하였다.

또한 본 시뮬레이션에서는 로봇의 동적 파라미터 변동에도 제어기의 강인한 성능을 검증하기 위하여 전체 제어 과정 동안 로봇 몸체의 질량과 관성 모멘트는 다음과 같이 변한다고 가정하였다. 이러한 변동은 로봇의 작업 중에 부하 변동으로 흔히 일어날 수 있다. 아래에 부하 변동으로 인한 몸체의 질량과 관성 모멘트의 변동량을 각각 Δm_c 와 ΔI_c 로 나타내었으며, 부하의 변동량을 포함한 몸체의 총 질량과 총 관성 모멘트인 m_c 와 I_c 는 늘어나거나 줄어들 수 있다.

표 1. 시뮬레이션에서 사용된 이동 로봇의 파라미터 값들.
Table 1. The parameter values of a mobile robot used in the simulation.

파라미터 종류	파라미터 값
로봇의 오른쪽 구동기 파라미터	$N_r = 50, R_{ar} = 1.5(\Omega),$ $L_{ar} = 0.2(H), K_{Tr} = 0.5(Nm/A),$ $K_{br} = 0.03(volt \cdot sec / rad),$ $J_{mr} = 0.003(Kgm^2 / rad),$ $B_{mr} = 0.0007(Nm \cdot sec / rad)$
로봇의 왼쪽 구동기 파라미터	$N_l = 30, R_{al} = 1.0(\Omega),$ $L_{al} = 0.1(H), K_{Tl} = 0.3(Nm/A),$ $K_{bl} = 0.02(volt \cdot sec / rad),$ $J_{ml} = 0.002(Kgm^2 / rad),$ $B_{ml} = 0.0005(Nm \cdot sec / rad)$
로봇의 기구적 파라미터	$R = 0.25(m), r = 0.1(m), d = 0(m)$
로봇의 동적 파라미터	$m_c = 15(kg), m_w = 1.0(kg), I_c = 5.0(kgm^2),$ $I_w = 0.05(kgm^2), I_m = 0.005(kgm^2),$ $F_v = \operatorname{diag}(0.2, 0.2), F_d = \operatorname{diag}(0.1, 0.1)$

- 1) $0(\text{sec}) \leq t < 25(\text{sec}), \Delta m_c = 0(\text{kg}), \Delta I_c = 0(\text{kgm}^2),$
 $m_c = 15(\text{kg}), I_c = 5(\text{kgm}^2),$
- 2) $25(\text{sec}) \leq t < 50(\text{sec}), \Delta m_c = 1.0(\text{kg}),$
 $\Delta I_c = 0.3(\text{kgm}^2), m_c = 16(\text{kg}), I_c = 5.3(\text{kgm}^2),$
- 3) $50(\text{sec}) \leq t < 75(\text{sec}), \Delta m_c = 5(\text{kg}), \Delta I_c = 1.5(\text{kgm}^2),$
 $m_c = 20(\text{kg}), I_c = 6.5(\text{kgm}^2),$
- 4) $75(\text{sec}) \leq t \leq 100(\text{sec}), \Delta m_c = 2(\text{kg}), \Delta I_c = 0.5(\text{kgm}^2),$
 $m_c = 17(\text{kg}), I_c = 5.5(\text{kgm}^2),$

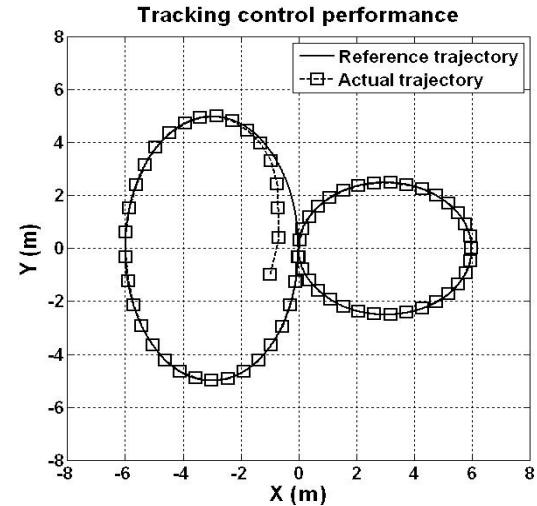


그림 3. 이동 로봇의 궤적 추종 결과.
Fig. 3. Trajectory tracking result of a mobile robot.

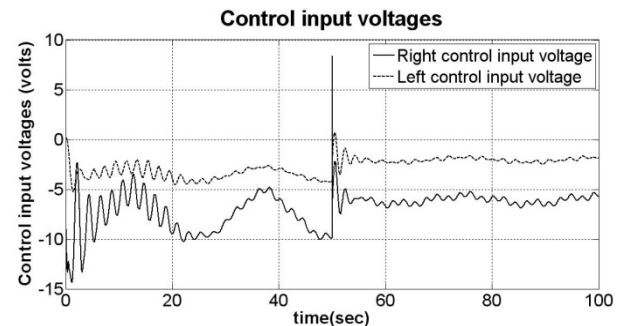


그림 4. 제어 입력 전압 (U).
Fig. 4. Control input voltages (U).

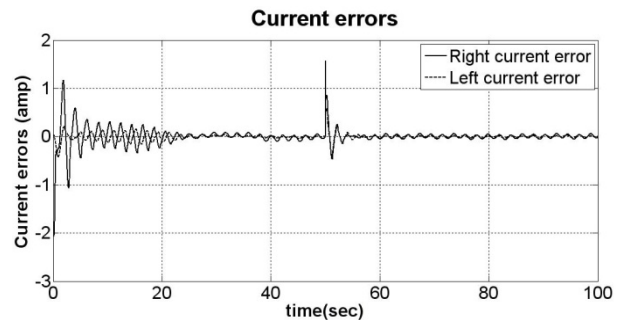


그림 5. 전류 오차 (e_i).
Fig. 5. Current errors (e_i).

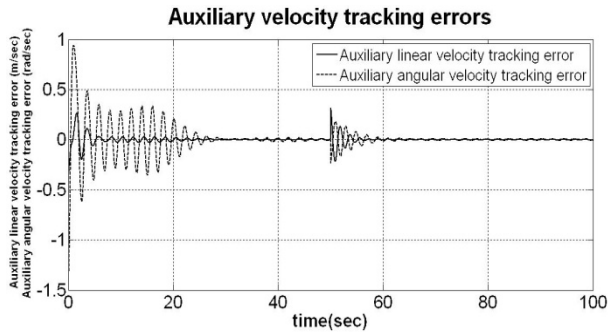


그림 6. 보조 속도 추종 오차 (e_v).

Fig. 6. Auxiliary velocity tracking errors (e_v).

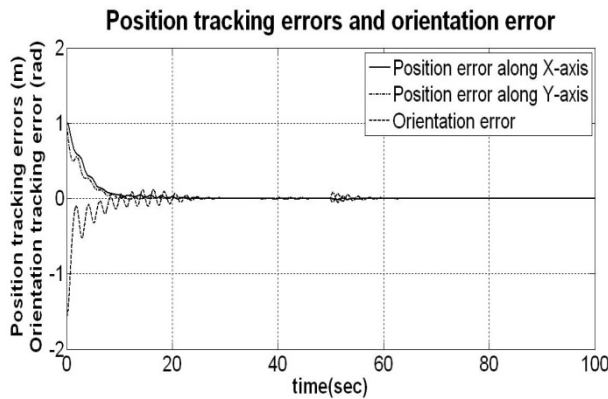


그림 7. 위치 추종 오차와 방향 추종 오차 (E_q).

Fig. 7. Position tracking errors and orientation tracking error (E_q).

제시한 FBFN에서 각각의 입력 변수에 대하여 3개의 퍼지 기저 함수 ($N_1 = N_2 = 3$)를 사용하였으며 식 (27)과 (39)에서 가우시안 소속 함수 $\mu_{A_{j_1}^i}(x_{j_1})$ 와 $\mu_{A_{j_2}^i}(x_{j_2})$ 에서의 파라미터들은 모든 i, j_1, j_2 에 대해 $a_{j_1}^i = a_{j_2}^i = 1.0$, $\bar{x}_{j_1}^i = \bar{x}_{j_2}^i = (-1, 0, 1)$, $\sigma_{j_1}^i = \sigma_{j_2}^i = 0.8$ 이다.

기구학적 제어기 (17)의 제어 이득인 k_1, k_2, k_3 은 목표 기준 궤적에 의해 정해지는 기준 선속도 v_r 과 기준 각속도 w_r 의 값에 따라 변동하는 이득을 계속 자동적으로 계산하여 제어 시스템에서 이용하였다[12]. 다른 제어 이득은 $P_v = 2I_2$, $K_v = 3I_2$, $K_f = 3I_2$, $\varepsilon_v = 0.015$, $\varepsilon_f = 0.015$ 이며, 적응 이득은 $\Gamma_{w_{r1}} = \Gamma_{w_{r2}} = 15I_3$, $\Gamma_{w_{f1}} = \Gamma_{w_{f2}} = 15I_3$, $\Gamma_{\theta_v} = \gamma_v = 0.001I_6$, $\Gamma_{\theta_f} = \gamma_f = 0.001I_5$ 과 같이 선택되었다. 이 때 I_n 은 $n \times n$ 단위 행렬이다.

그림 3에서 이동 로봇의 실제 궤적이 목표 기준 타원 궤적을 매우 잘 추종하는 것을 보여주고 있다. 그림 4에서는 오른쪽과 왼쪽 구동기에 입력되는 제어 입력 전압(U)을 나타내며, 그림 5에서 전류 오차($e_i = I_d - I_a$)를 보여준다. 그림 6에서는 보조 속도 추종 오차(e_v)를 보였다. 또한, 그림 7은 이동 로봇의 x 축 방향과 y 축 방향에서의 위치 추종 오차($x_r - x$, $y_r - y$)와 방향 추종 오차($\theta_r - \theta$)를 보였다. 그림 3에서 보듯이, 2개의 기준 타원 궤적을 연속적으로 회전하여

기준 선속도와 기준 각속도가 고정되지 않고 계속 변동할 때도 만족스러운 성능을 볼 수 있다. 그림 3, 그림 4와 그림 7에서 보는 것처럼 파라미터 불확실성과 동적 파라미터의 변동 그리고 외란에도 안정하고 강인한 궤적 추종을 하며 제어 입력의 떨림 현상이 완화될 수 있음을 볼 수 있다.

시뮬레이션 결과로부터, 제안된 제어기는 구동기 파라미터의 불확실성, 로봇 기구적 및 동적 파라미터의 불확실성, 로봇의 동적 파라미터의 변동, 마찰력, 전압 외란, 토크 외란을 극복하며 로봇의 위치와 방향 궤적이 강인하고 만족스럽게 목표 기준 궤적을 잘 추종하는 것을 알 수 있다.

VII. 결론

본 논문에서는 전기 구동 논홀로노믹 이동 로봇의 궤적 추종을 위한 강인 적응 퍼지 백스테핑 제어 기법을 제시하였다. 제안된 제어기는 로봇의 위치와 방향의 궤적 추종을 위한 기구학적 제어기, 비선형 로봇 동적 함수를 근사화하기 위한 2개의 FBFN과 백스테핑 제어를 위한 강인 적응 퍼지 속도 추종 제어기로 이루어져 있다. 제안된 제어기는 이동 로봇의 기구학, 구동기 동역학과 이동 로봇 몸체의 동역학을 모두 포함한 완전한 전기 구동 이동 로봇의 동역학 모델을 기반으로 설계되었다. 구동기 동역학은 구동기의 전기적 특성만이 아니라 동적 특성을 나타내는 관성 모멘트와 감쇠 계수도 포함하여 고려하였다. 제안된 제어 기법에서는 구동기 파라미터, 로봇의 기구적 및 동적 파라미터의 모든 정확한 파라미터 값들이 미리 필요하지 않다. 리아푸노프 안정도 이론을 이용하여 페루프 제어 시스템의 안정도가 보장되었다.

파라미터 불확실성과 변동 그리고 외란이 존재하는 이동 로봇에 대한 시뮬레이션을 통해 제안된 제어 기법의 궤적 추종의 유효성과 강인성이 검증되었다.

참고문헌

- [1] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot," *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, USA, vol. 1, pp. 384-389, 13-18 May 1990.
- [2] D. H. Kim and J. H. Oh, "Tracking control of a two-wheeled mobile robot using input-output linearization," *Control Engineering Practice*, vol. 7, no. 3, pp. 369-373, Mar. 1999.
- [3] Y. Hu and S. X. Yang, "A fuzzy neural dynamics based tracking controller for a nonholonomic mobile robot," *Proc. of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, vol. 1, pp. 205-210, Jul. 2003.
- [4] R. Fierro and F. L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics," *Proc. of the IEEE International Conference on Decision and Control*, USA, vol. 4, pp. 3805-3810, Dec. 1995.
- [5] M. S. Kim, J.-H. Shin, S. G. Hong, and J. J. Lee, "Designing a robust adaptive dynamic controller for nonholonomic mobile robots under modeling uncertainty and disturbances," *Mechatronics*, vol. 13, no. 5, pp. 507-519, Jun. 2003.
- [6] R. Fierro and F. L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 9, no. 4, pp. 589-600, Jul. 1998.
- [7] T. Fukao, H. Nakagawa, and N. Adachi, "Adaptive tracking

control of a nonholonomic mobile robots," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 16, no. 5, pp. 609-615, Oct. 2000.

[8] S. Kim, K. Seo, and Y. Cho, "A trajectory tracking control of wheeled mobile robot using a model reference adaptive fuzzy controller," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 7, pp. 711-719, Jul. 2009.

[9] N. A. Martins, D. W. Bertol, D. R. De Pieri, and E. B. Castelan, "Neural dynamic control of a nonholonomic mobile robot incorporating the actuator dynamics," *Proc. of the International Conference on Computational Intelligence for Modelling Control & Automation*, pp. 563-568, Dec. 2008.

[10] T. Das and I. N. Kar, "Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots," *IEEE Trans. on Control System Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 501-510, May 2006.

[11] N. H. Giap, J.-H. Shin, and W.-H. Kim, "Adaptive robust fuzzy control for path tracking of a wheeled mobile robot," *Artificial Life and Robotics*, vol. 13, no. 1, pp. 134-138, Dec. 2008.

[12] J.-H. Shin, W.-H. Kim, and M.-N. Lee, "Robust adaptive fuzzy tracking control using a FBFN for a mobile robot with actuator dynamics," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 4, pp. 319-328, Apr. 2010.

[13] Z.-G. Hou, A.-M. Zou, L. Cheng, and M. Tan, "Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach," *IEEE Trans. on Control System Technology*, vol. 17, no. 4, pp. 803-815, Jul. 2009.

[14] B. S. Park, S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi, "A simple adaptive control approach for trajectory tracking of electrically driven nonholonomic mobile robots," *IEEE Trans. on Control System Technology*, vol. 18, no. 5, pp. 1199-1206, Sep. 2010.

[15] B. S. Park, S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Adaptive output-feedback control for trajectory tracking of electrically driven non-holonomic mobile robots," *IET Control Theory and Applications*, vol. 5, no. 6, pp. 830-838, Apr. 2011.

[16] K. Shojaei and A. M. Shahri, "Output feedback tracking control of uncertain non-holonomic wheeled mobile robots: A dynamic surface control approach," *IET Control Theory and Applications*, vol. 6, no. 2, pp. 216-228, Jan. 2012.

[17] L. -X. Wang and J. M. Mendel, "Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, Sep. 1992.

[18] L. -X. Wang, "Fuzzy systems are universal approximators," *Proc. of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, USA, pp. 1163-1170, Mar. 1992.



신진호

1991년 한양대학교 전자공학과(공학사).
 1993년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1999년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 2002년~현재 동의대학교 메카트로닉스공학과 교수. 관심분야는 강인 적응 제어, 로봇

틱스, 로봇 제어, 지능 로봇, 경로 계획, 자율 주행, 퍼지 뉴럴 네트워크, 모션 제어, 임베디드 시스템 등.