

## IF 조합 측정치를 사용하는 단독 정밀 측위 오차해석

# An Error Analysis of Precise Point Positioning using Ionosphere Free Combination Measurements

박 슬 기, 조 득 재, 신 영 철, 박 찬 식\*

(Sul Gee Park<sup>1</sup>, Deuk Jae Cho<sup>1</sup>, Young Cheol Shin<sup>2</sup>, and Chansik Park<sup>2</sup>)

<sup>1</sup>Maritime Safety Research Division, Korea Institute of Ocean Science and Technology

<sup>2</sup>Dept. of Control and Robotics, Research Institute of Computer, Information and Communication, Chungbuk National University

**Abstract:** An error analysis of PPP (Precise Point Positioning) using IF (Ionosphere Free) combination is given in this paper. It is shown that the performance of the ordinary model with positions, clock bias, integer ambiguities and ionosphere delay as unknowns is equivalent to that of an ionosphere difference combination where ionosphere delay is cancelled out. Furthermore, it is shown that IF combination is an ionosphere difference combination but not unique. It is also proved that all difference models show same performances. The error analysis evaluated with a hardware simulator and real measurements show that the ionosphere delay is effectively eliminated by IF combination or equivalently by the ionosphere difference combination. However, if bias errors such as troposphere, clock bias or multipath are included in the measurements, the performance of the IF combination is degraded because the bias errors are amplified by the ionosphere difference operation.

**Keywords:** error analysis, PPP, ionosphere free combination, ionosphere difference

### I. 서론

단독 정밀 측위(PPP: Precise Point Positioning)는 기준국이 필요한 RTK (Real Time Kinematic)과는 달리 단독 수신기로 cm급의 정확도를 얻는 측위 방법이다[1]. 측위 정확도의 향상을 위하여 코드뿐 아니라 반송파 위상 측정치도 사용하고, 향상된 오차모델과 IGS (International GPS Service)의 정밀 궤도력을 이용하여 의사거리 측정치를 향상시킨다. IGS는 측지, 측량 연구를 지원하기 위하여 측지용 이중주파수 GPS (Global Positioning System) 수신기 망을 운영한다. IGS는 GPS 정밀 궤도력, 위성시계 보정치와 전역 전리층 맵(global ionosphere map)을 제공하여 우주부분에서의 오차를 충분히 제거할 수 있도록 한다. 따라서 기준국 측정치와 차분 없이 단독 수신기만으로 정확한 위치를 구할 수 있으며 특히 반송파 위상 측정치를 사용함으로써 cm급의 정확도를 얻을 수 있다[1]. 이외에도 JPL (Jet Propulsion Lab)에서는 GDGPS (Global Differential GPS)의 구현으로 IGDG (Internet-based Differential GPS)를 구축하였으며 이를 이용하여 수평면에서 8cm RMS 오차를 얻을 수 있음을 보였다[2]. 캐나다에서도 GPS 망을 이용하여 실시간 위성 궤도력을 생성하고 이를 인터넷과 MSAT 통신위성으로 전송하고 있다[3]. 앞의 연구 망 이외에 NAVCOM의 StarFire와 Omnistar-HP 시스템이 상용 서비스를 제공하고 있다[4]. PPP는 기준국이 없어도 동작하는 장점으로 많은 부분에서 응용되고 있으나 아직 수렴이 시간이 느린 단

점이 있다.

PPP 성능은 오차제거 기법에 영향을 받으며, 차분을 하지 못하므로 모든 오차를 고려하여야 한다. 오차 제거기법에는 모델링, 추정, 측정치의 조합 등이 있다. 대류권 지연, 전리층 지연, 수신기 시계오차를 제외한 대부분의 PPP 오차는 모델링으로 오차의 영향을 제거한다. 전리층 지연과 수신기 시계 오차는 추정기법을 이용하고, 전리층 지연은 측정치의 조합으로 제거할 수 있다[5].

일반적으로 PPP에서 전리층 지연을 제거하기 위하여 사용되는 대표적인 측정치 조합 기법인 IF (Ionosphere Free) 조합을 사용하여 위치 해를 구한다. 그러나 아직 IF 조합으로 구해진 해와 일반적으로 구한 위치 해와의 관계는 알려져 있지 않으며, 특히 오차해석은 전혀 알려지지 않았다. 본 논문에서는 IF 조합을 사용하여 구한 해의 오차를 해석하고 일반적인 방법으로 해와 비교한다. 오차해석은 공분산 해석을 통하여 잡음에 대한 영향을 분석하고, 전리층 지연에 의한 바이어스가 존재하는 경우 그 영향을 분석한다. 유도된 오차해석의 타당성은 실제 측정치를 이용하여 검증한다.

### II. 단독 정밀 측위에서 GNSS 측정치 모델 및 처리기법

$m$ 개의 위성에 대한 GPS L1 반송파 위상 측정치는 (1)로 나타낼 수 있다. 여기서  $d^i$ 은 위성  $i$ 와의 거리,  $\delta I^i$ 는 전리층 지연,  $cB$ 는 수신기 시계오차,  $N^i$ 은 미지정수,  $\lambda$ 은 L1 주파수의 파장,  $w^i$ 는 측정잡음을 나타낸다. 일반적으로 공분산 해석에서는 측정잡음  $w^i$ 은 평균 0, 분산  $\sigma_w^2$ 인 AWGN이다. GPS 측정치에는 이외에도 전리층 지연, 다중경로, 위성 궤도 오차 등이 포함되지만 본 논문에서는 이들의 영향은 모두 측정잡음  $w^i$ 에 포함된다고 가정하고 전리층 지연의 영향만 중점적으로 분석하였다.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 5. 22., 수정: 2012. 8. 1., 채택확정: 2012. 8. 6.

박슬기, 조득재: 한국해양과학기술원 해양안전기술연구부

(parksg@kiost.ac/djcho@kiost.ac)

신영철, 박찬식: 충북대학교 제어로봇공학과, 컴퓨터정보통신연구소

(sinduc@naver.com/chansp@cnu.ac.kr)

※ 이 논문은 2011년도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

$$\begin{bmatrix} \Phi^1 \\ \vdots \\ \Phi^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^1 \\ \vdots \\ d^m \end{bmatrix} + cB \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda_1 \begin{bmatrix} N^1 \\ \vdots \\ N^m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta I^1 \\ \vdots \\ \delta I^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w^1 \\ \vdots \\ w^m \end{bmatrix} \quad (1)$$

지금부터는 (1)을 (2)의 Vector-matrix 형태로 나타낸다. 여기서 수신기 채널 별로 특성은 같으므로 측정치의 공분산은 (3)이 된다.

$$\Phi_1 = \mathbf{d} + cB\mathbf{r} + \lambda_1 N_1 - \delta \mathbf{I} + \mathbf{w}_1 \quad (2)$$

$$\mathbf{Q}_{\Phi_1} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Phi_1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Phi_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Phi_1}^2 \end{bmatrix} = \sigma_{\Phi_1}^2 \mathbf{I} \quad (3)$$

같은 방법으로 L1 코드 측정치, L2의 코드와 반송과 위상 측정치를 나타내면 (4)가 되고 공분산은 (5)로 나타낸다. 여기서  $\alpha = (f_1/f_2)^2$ 이며, 전리층 지연은 반송과 주파수의 제곱에 반비례하고, 코드와 반송과 위상에 서로 부호가 다른 영향을 미친다.

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} + cB\mathbf{r} + \lambda_1 N_1 \\ \mathbf{d} + cB\mathbf{r} + \lambda_2 N_2 \\ \mathbf{d} + cB\mathbf{r} \\ \mathbf{d} + cB\mathbf{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\delta \mathbf{I} \\ -\alpha \delta \mathbf{I} \\ \delta \mathbf{I} \\ \alpha \delta \mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\Phi_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\Phi_2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\Psi_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\Psi_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Phi_1}^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_{\Phi_2}^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_{\Psi_1}^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_{\Psi_2}^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5)$$

본 논문에서는 (4)의 측정치를 이용하여 위치를 구하는 방법으로 i) 전리층 지연이 없는 이상적인 모델, ii) 전리층 지연을 추가의 미지수로 둔 모델, iii) 전리층 지연 차분 모델, iv) IF 조합 모델의 4가지를 고려하였다. 각 모델에 대하여 최소자승법을 적용하여 해와 그 공분산을 구하고 그 값들을 비교하여 성능을 평가하였다.

### 1. 전리층 지연이 없는 모델

외부의 기준국 등의 도움으로 전리층 지연을 완전히 제거할 수 있다면 (4)에서 전리층 지연이 제거된 (6)을 이용할 수 있다. 실제에서 전리층 지연을 완전히 제거하기에는 어려움이 있지만 여기서는 최상 경우에 대한 성능 기준으로 사용하기 위하여 전리층 지연이 없는 경우를 고려하였다.

(6)의 측정치를 선형화 하면 (7)을 얻는다. 여기서  $\mathbf{d}_0$ 은 선형화 기준점에서 계산된 위성  $i$ 와의 거리,  $\mathbf{H}$ 는 기준점과 위성 사이의 시선벡터로 이루어진 행렬,  $\delta \mathbf{x}$ 는 위치오차를 나타낸다.

$$\mathbf{z}^* = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} + cB\mathbf{r} + \lambda_1 N_1 \\ \mathbf{d} + cB\mathbf{r} + \lambda_2 N_2 \\ \mathbf{d} + cB\mathbf{r} \\ \mathbf{d} + cB\mathbf{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\delta \mathbf{z}^* = \mathbf{z}^* - \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0 \\ \mathbf{d}_0 \\ \mathbf{d}_0 \\ \mathbf{d}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{r} & \lambda_1 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \lambda_2 \mathbf{I} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ cB \\ N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \equiv \mathbf{G} \delta \mathbf{u}^* + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

(7)에 가중 최소자승법을 적용하면 (8)의 해와 (9)의 공분산을 얻는다.

$$\delta \mathbf{u}^* = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \delta \mathbf{z}^* \quad (8)$$

$$\text{cov}(\delta \mathbf{u}^*) = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \quad (9)$$

참고로 전리층 지연이 제거되지 않은 상태에서 해를 구하는 것은 다음과 같이 해석할 수 있다. 전리층 지연과 측정잡음을 고려한 측정 오차는 (10)으로 나타낼 수 있다. 여기서는 모든 측정치에 포함된 전리층 지연의 평균 값, 즉  $[-\delta \mathbf{I} \quad -\alpha \delta \mathbf{I} \quad \delta \mathbf{I} \quad \alpha \delta \mathbf{I}]^T$ 의 모든 항에 대한 평균 값을 나타낸다. 이  $m_{\delta I}$  항은 수신기 시계오차인  $cB$ 와 구분할 수 없으며, 이에 따라 선형화된 측정치는 (11)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\delta \mathbf{I} \\ -(f_1/f_2)^2 \delta \mathbf{I} \\ \delta \mathbf{I} \\ (f_1/f_2)^2 \delta \mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{\delta I} \mathbf{r} \\ m_{\delta I} \mathbf{r} \\ m_{\delta I} \mathbf{r} \\ m_{\delta I} \mathbf{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_{\delta I} \mathbf{r} - \delta \mathbf{I} + \mathbf{w}_1 \\ -m_{\delta I} \mathbf{r} - \alpha \delta \mathbf{I} + \mathbf{w}_2 \\ -m_{\delta I} \mathbf{r} + \delta \mathbf{I} + \mathbf{v}_1 \\ -m_{\delta I} \mathbf{r} + \alpha \delta \mathbf{I} + \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \equiv m_{\delta I} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\delta I} \quad (10)$$

$$\delta \mathbf{z}_{\delta I} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{r} & \lambda_1 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \lambda_2 \mathbf{I} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ cB + m_{\delta I} \\ N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_{\delta I} \mathbf{r} - \delta \mathbf{I} + \mathbf{w}_1 \\ -m_{\delta I} \mathbf{r} - \alpha \delta \mathbf{I} + \mathbf{w}_2 \\ -m_{\delta I} \mathbf{r} + \delta \mathbf{I} + \mathbf{v}_1 \\ -m_{\delta I} \mathbf{r} + \alpha \delta \mathbf{I} + \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \equiv \mathbf{G} \delta \mathbf{u}_{\delta I} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\delta I} \quad (11)$$

여기서 측정잡음  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\delta I}$ 에 포함된 이온층 지연 오차의 영향으로 오차의 특성을 정확히 해석하는 것은 어렵다. 본 논문에는 해석의 편의를 위하여 측정잡음을 평균 0, 공분산  $\mathbf{Q}_{\delta I}$ 인 AWGN으로 가정하였다. 이때  $\mathbf{Q}_{\delta I} > \mathbf{Q}$ , 즉 전리층 지연으로 인하여 측정치의 공분산이 증가한다. (11)을 이용하여 구한 해와 공분산은 다음과 같다.

$$\delta \mathbf{u}_{\delta I} = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_{\delta I}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_{\delta I}^{-1} \delta \mathbf{z}_{\delta I} \quad (12)$$

$$\text{cov}(\delta \mathbf{u}_{\delta I}) = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_{\delta I}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \quad (13)$$

### 2. 전리층 지연을 추가의 미지수로 둔 모델

전리층 지연이 포함된 (4)의 측정치를 선형화 하면 (14)를 얻는다.

$$\delta \mathbf{z}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{r} & \lambda_1 \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \lambda_2 \mathbf{I} & -\alpha \mathbf{I} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{H} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \alpha \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ cB \\ N_1 \\ N_2 \\ \delta \mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\equiv [\mathbf{G} \quad \mathbf{J}] \delta \mathbf{u}_a + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{G}_a \delta \mathbf{u}_a + \boldsymbol{\varepsilon}$$

가중 최소자승법을 적용하면 다음의 해와 공분산을 얻는다.

$$\delta \mathbf{u}_a = (\mathbf{G}_a^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a^T \mathbf{Q}^{-1} \delta \mathbf{z}_a \quad (15)$$

$$\text{cov}(\delta \mathbf{u}_a) = (\mathbf{G}_a^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \quad (16)$$

(16)을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{cov}(\delta \mathbf{u}_a) &= \left( \begin{bmatrix} \mathbf{G}^T \\ \mathbf{J}^T \end{bmatrix} \mathbf{Q}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{J} \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G} & \mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{J} \\ \mathbf{J}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G} & \mathbf{J}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{J} \end{bmatrix}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{a11} & \mathbf{Q}_{a12} \\ \mathbf{Q}_{a21} & \mathbf{Q}_{a22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서

$$\mathbf{Q}_{a22} = [(\mathbf{J}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{J}) - (\mathbf{J}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G})(\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G})^{-1}(\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{J})]^{-1} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{a11} &= (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \\ &+ (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G})^{-1} (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{J}) \mathbf{Q}_{a22}^{-1} (\mathbf{J}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}) (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

(19)와 (9)를 비교하면 전리층 지연이 미지수로 추가됨에 따라 공분산이 증가함을 볼 수 있다. 즉 4m개의 이중주파수 코드와 반송파 측정치에 대하여 4 + m개의 미지수(위치 3개, 수신기 시계오차 및 미지정수 m개)를 구하는 것은 m개 전리층 지연이 추가되어 4 + 2m개의 미지수를 구하는 것에 비하여 불리함을 나타낸다. 식(19)는 그 불리한 정도를 정량적으로 나타낸다.

### 3. 전리층 지연 차분 모델

(20)의 차분 연산자를 (14)의 양변에 곱하면 전리층 지연이 제거된 (21)의 모델을 얻을 수 있다. 이는 정밀 측위에서 사용되는 단일차분과 비슷한 개념[6]이지만 L1 코드, L1 반송파 위상, L2 코드, L2 반송파 위상 측정치를 전체로 두고 차분을 취한다는 점에서 차이가 있다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\frac{1}{\alpha} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{1}{\alpha} \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{z}_c = \mathbf{Cz} = \mathbf{CG}\delta \mathbf{u}_c + \mathbf{C}\varepsilon = \mathbf{G}_c \delta \mathbf{u}_c + \varepsilon_c \quad (21)$$

(21)의 차분 조합은 전리층 지연을 효과적으로 제거한다. 즉 측정치간 차분에 의하여 측정치에 바이어스 성분의 오차인 전리층 지연은 사라지고 측정잡음만 남는다. (22)의 측정치 공분산 행렬을 이용하여 가중 최소자승법을 적용하면 (23)의 해와 (24)의 공분산을 얻는다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_c &\equiv \text{cov}(\mathbf{z}_c) = \mathbf{CQC}^T \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\phi_1} + \frac{1}{\alpha^2} \mathbf{Q}_{\phi_2} & \mathbf{Q}_{\phi_1} & \mathbf{Q}_{\phi_1} \\ \mathbf{Q}_{\phi_1} & \mathbf{Q}_{\phi_1} + \mathbf{Q}_{\psi_1} & \mathbf{Q}_{\phi_1} \\ \mathbf{Q}_{\phi_1} & \mathbf{Q}_{\phi_1} & \mathbf{Q}_{\phi_1} + \frac{1}{\alpha^2} \mathbf{Q}_{\psi_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\delta \hat{\mathbf{u}}_c = (\mathbf{G}_c^T \mathbf{Q}_c^{-1} \mathbf{G}_c)^{-1} \mathbf{G}_c^T \mathbf{Q}_c^{-1} \delta \mathbf{z}_c \quad (23)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{\mathbf{u}}_c) = (\mathbf{G}_c^T \mathbf{Q}_c^{-1} \mathbf{G}_c)^{-1} \quad (24)$$

[7]과 [8]에서와 같이 차분된 측정치와 원래 측정치로 구한

해와 그 공분산이 같으므로 (19)와 (24)는 같다. 이는 즉 4m개의 측정치에 대하여 4 + 2m개의 미지수를 구하는 것은 차분된 3m개의 측정치를 이용하여 4 + m개의 미지수를 구하는 것과 같음을 나타낸다.

### 4. IF 조합 모델

PPP에서 전리층 지연이 제거된 측정치를 만들기 위해 사용되는 IF 조합은 (4)의 측정치를 이용하여  $(\Phi_1 + \Psi_1)/2$ ,  $(\Phi_2 + \Psi_2)/2$ ,  $(f_1^2 \Phi_1 - f_2^2 \Phi_2)/(f_1^2 - f_2^2)$  조합을 만들어 사용하며 다음 (25)와 같이 만들 수 있다. 여기서  $\alpha_1 = f_1^2/(f_1^2 - f_2^2)$ ,  $\alpha_2 = -f_2^2/(f_1^2 - f_2^2)$  이고  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$  이 성립한다.

$$\mathbf{z}_{IF} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Phi_1 + \Psi_1}{2} \\ \frac{\Phi_2 + \Psi_2}{2} \\ \alpha_1 \Phi_1 + \alpha_2 \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \frac{1}{2} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{2} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \frac{1}{2} \mathbf{I} \\ \alpha_1 \mathbf{I} & \alpha_2 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} \equiv \mathbf{L}_{IF} \mathbf{z} \quad (25)$$

IF 조합도 측정치에 포함된 전리층 지연을 효과적으로 제거한다. 선형화된 IF 조합 모델은 (26), 공분산 행렬은 (27)로 나타낸다.

$$\mathbf{z}_{IF} = \mathbf{L} \mathbf{G} \delta \mathbf{u}_{IF} + \mathbf{L} \varepsilon = \mathbf{G}_{IF} \delta \mathbf{u}_{IF} + \varepsilon_{IF} \quad (26)$$

$$\mathbf{Q}_{IF} \equiv \text{cov}(\mathbf{z}_{IF}) = \mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L}^T$$

$$\mathbf{Q}_{IF} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(\mathbf{Q}_{\phi_1} + \mathbf{Q}_{\psi_1}) & \mathbf{0} & \frac{\alpha_1}{2} \mathbf{Q}_{\phi_1} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{4}(\mathbf{Q}_{\phi_2} + \mathbf{Q}_{\psi_2}) & \frac{\alpha_2}{2} \mathbf{Q}_{\phi_2} \\ \frac{\alpha_1}{2} \mathbf{Q}_{\phi_1} & \frac{\alpha_2}{2} \mathbf{Q}_{\phi_2} & \alpha_1^2 \mathbf{Q}_{\phi_1} + \alpha_2^2 \mathbf{Q}_{\phi_2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

가중 최소자승법을 적용하면 (28)의 해와, (29)의 공분산을 얻는다.

$$\delta \hat{\mathbf{u}}_{IF} = (\mathbf{G}_{IF}^T \mathbf{Q}_{IF}^{-1} \mathbf{G}_{IF})^{-1} \mathbf{G}_{IF}^T \mathbf{Q}_{IF}^{-1} \delta \mathbf{z}_{IF} \quad (28)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{\mathbf{u}}_{IF}) = (\mathbf{G}_{IF}^T \mathbf{Q}_{IF}^{-1} \mathbf{G}_{IF})^{-1} \quad (29)$$

여기서 차분 연산자 C와 IF 조합을 위한 연산자 L이 (30)의 관계가 있으며, S의 역행렬이 존재하므로 (31), (32)를 얻는다. 즉 IF도 전리층 지연을 제거하는 차분의 한 방법이며, 차분의 방법에 무관하게 같은 해와 공분산을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \frac{1}{2} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\frac{\alpha}{2} \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\frac{\alpha}{2} \mathbf{I} \\ \alpha_1 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{C} \equiv \mathbf{S} \mathbf{C} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(\delta \hat{\mathbf{u}}_{IF}) &= (\mathbf{G}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L}^T)^{-1} \mathbf{L} \mathbf{G})^{-1} \\ &= (\mathbf{G}^T \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{Q} \mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{C} \mathbf{G})^{-1} = \text{cov}(\delta \hat{\mathbf{u}}_c) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \delta \hat{\mathbf{u}}_{IF} &= (\mathbf{G}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L}^T)^{-1} \mathbf{L} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L}^T)^{-1} \mathbf{L} \delta \mathbf{z} \\ &= (\mathbf{G}^T \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{Q} \mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{C} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{Q} \mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{C} \delta \mathbf{z} = \delta \hat{\mathbf{u}}_c \end{aligned} \quad (32)$$

(21)의 전리층 지연 차분과 IF 조합 모두 조합에 의하여 미지정수가 정수의 성질을 유지하지 못하는 점에서는 같으나, (33)과 (34)에서 보는 바와 같이 IF 조합에서는 측정치가 거

리와 수신기 시계오차가 원래 측정치에서와 같은 형태로 포함되는 장점이 있다.

$$z_{IF} = \begin{bmatrix} \frac{\Phi_1 + \Psi_1}{2} \\ \frac{\Phi_2 + \Psi_2}{2} \\ \alpha_1 \Phi_1 - \alpha_2 \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} + cBr + \frac{\lambda_1}{2} \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{d} + cBr + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{N}_2 \\ \mathbf{d} + cBr + \alpha_1 \lambda_1 \mathbf{N}_1 + \alpha_2 \lambda_2 \mathbf{N}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{w}_1 + \mathbf{v}_1}{2} \\ \frac{\mathbf{w}_2 + \mathbf{v}_2}{2} \\ \alpha_1 \mathbf{w}_1 + \alpha_2 \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$z_c = \begin{bmatrix} \Phi_1 - \frac{\Phi_2}{\alpha} \\ \Phi_1 + \Psi_1 \\ \Phi_1 + \frac{\Psi_2}{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - \frac{1}{\alpha})\mathbf{d} + (1 - \frac{1}{\alpha})cBr + \lambda_1 \mathbf{N}_1 - \frac{\lambda_2}{\alpha} \mathbf{N}_2 \\ 2\mathbf{d} + 2cBr + \lambda_1 \mathbf{N}_1 \\ (1 + \frac{1}{\alpha})\mathbf{d} + (1 + \frac{1}{\alpha})cBr + \lambda_1 \mathbf{N}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 - \frac{1}{\alpha} \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{w}_1 + \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{w}_1 + \frac{1}{\alpha} \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

### III. 실험 및 검증

#### 1. 수치예제

소프트웨어 시뮬레이터에서 생성한 측정치를 이용하여 본문에서 유도한 결과를 확인하였다. 8개의 위성에 대한 행렬  $\mathbf{H}$ 에 대하여 (15), (16)의 전리층 지연을 포함한 모델을 이용한 결과와 (23), (24)의 전리층 지연 차분 모델과 (28), (29)의 IF 조합을 이용한 결과가 모두 같음을 확인할 수 있다. 여기서서는 지연을 줄이기 위하여 미지정수는 제외하고 위치와 시계오차에 대한 결과만 나타내었다.

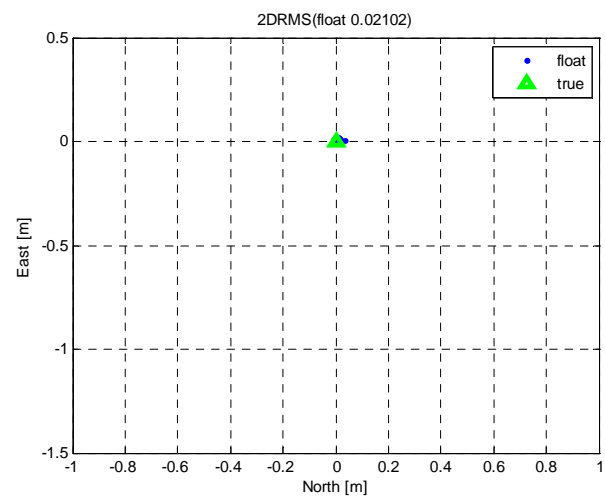
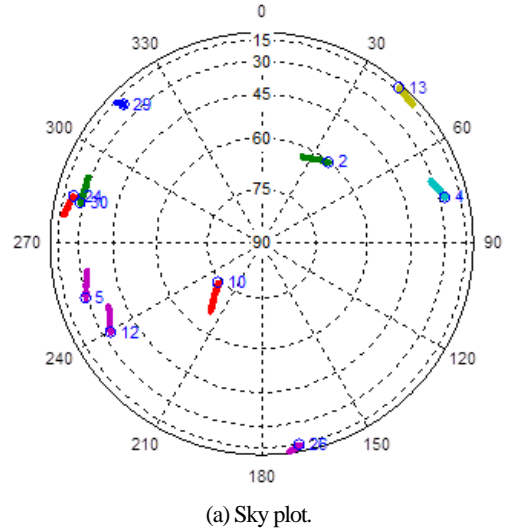
$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -0.5670 & -0.5875 & -0.5774 \\ 0.8580 & 0.5131 & 0.0256 \\ 0.5519 & 0.1401 & -0.8221 \\ 0.7329 & -0.5901 & 0.3386 \\ 0.9433 & -0.2632 & -0.2022 \\ 0.0608 & -0.8259 & 0.5605 \\ -0.0915 & -0.6490 & -0.7552 \\ 0.4739 & -0.7715 & -0.4246 \end{bmatrix}, \quad \delta \hat{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} -1.8738 \\ 5.3440 \\ 4.0261 \\ 18.5629 \end{bmatrix}$$

$$\text{cov}(\delta \hat{\mathbf{u}}) = \begin{bmatrix} 3.8458 & -2.5083 & -1.5206 & -2.7282 \\ -2.5083 & 4.3626 & 1.3840 & 2.9045 \\ -1.5206 & 1.3840 & 3.0161 & 1.7880 \\ -2.7282 & 2.9045 & 1.7880 & 3.0571 \end{bmatrix}$$

#### 2. 하드웨어 시뮬레이터와 수신기를 이용한 실험

전리층 지연만을 고려하기 위하여 Spirent simulator GSS 8800[9]와 NovAtel OEM-V3[10] 수신기를 이용하여 실험을 수행하였다. 1Hz 주기로 총 1,000초 동안의 측정치를 수집하였으며, 그림 1(a)와 같은 배치로 10개의 위성이 관측되었다.

먼저 이상적인 경우를 가정하고 전리층 지연과 대류권 지



(b) Computed position using (8) (without iono. and tropo. delay).

그림 1. 위성배치 및 수평오차(이상적인 경우).  
Fig. 1. Sky Plot and horizontal errors (ideal case).

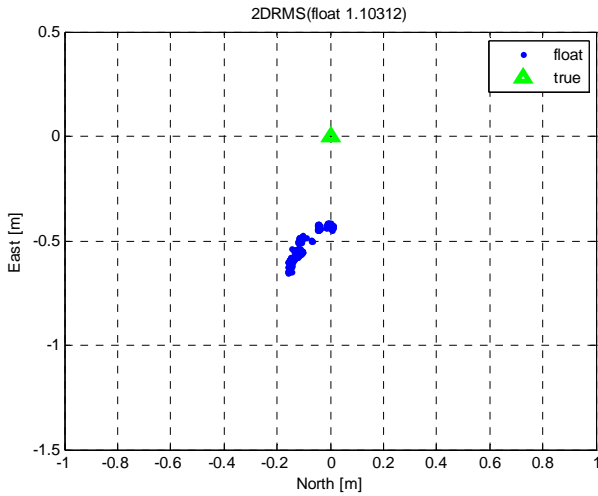
연이 없는 측정치를 생성하여 (6)의 모델을 구성하고 (8)로 구한 위치를 그림 1(b)에 나타내었다. 그림에서 수평면 오차는 0.02m(2dRMS)로 바이어스 없는 결과를 얻을 수 있다. 이는 전리층 지연을 완전히 제거한 경우 얻을 수 있는 최상의 값으로 볼 수 있다.

앞의 측정치에 전리층 지연만을 추가한 측정치를 생성하여 (14)의 모델을 구성하고 (15), (23), (28)로 구한 위치를 그림 2(b)에 나타내었다. 그림에서 세가지 방법이 모두 같은 크기의 수평오차 0.21m(2dRMS)를 나타내며, 이는 그림 2(a)의 전리층 지연을 고려하지 않고 (12)로 구한 1.10m(2dRMS)에 비하여 6배 정도의 성능 향상을 얻을 수 있음을 확인할 수 있다. 즉 전리층 지연을 무시한 (12)를 사용하면 (11)에서 예측한 것과 같이 모든 전리층 평균에 해당하는 바이어스가 발생하며 공분산도 커짐을 확인할 수 있다.

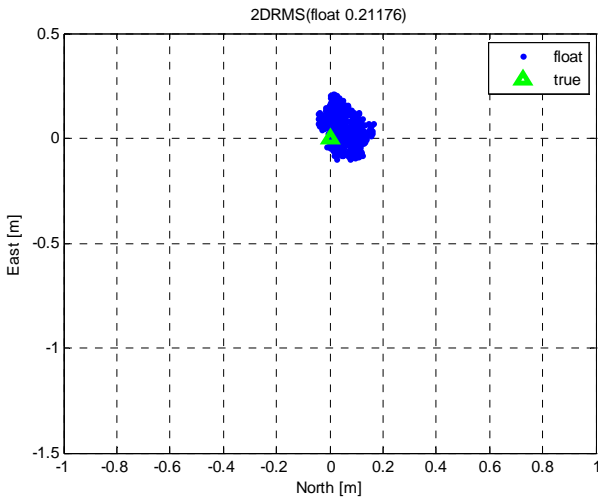
#### 3. 실제 측정치를 이용한 실험

NovAtel 수신기를 이용하여 실제 측정치를 수집하여 전리층 차분 기법이 다른 오차에 미치는 영향을 분석하였다. 2012년 2월 27일 1Hz 주기로 총 500초 동안의 측정치를 수집하

였다. 10개의 위성이 관측되었으며 그림 3에 위성배치를 나타내었다.



(a) Computed position using (12).



(b) Computed position using (15), (23) and (28).

그림 2. 수평오차(전리층 지연이 있는 경우).  
Fig. 2. Horizontal errors (with ionospheric delay).

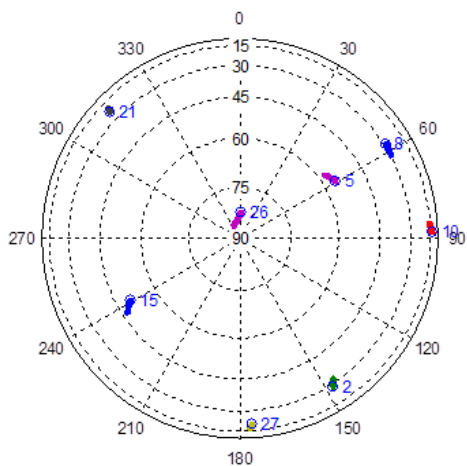
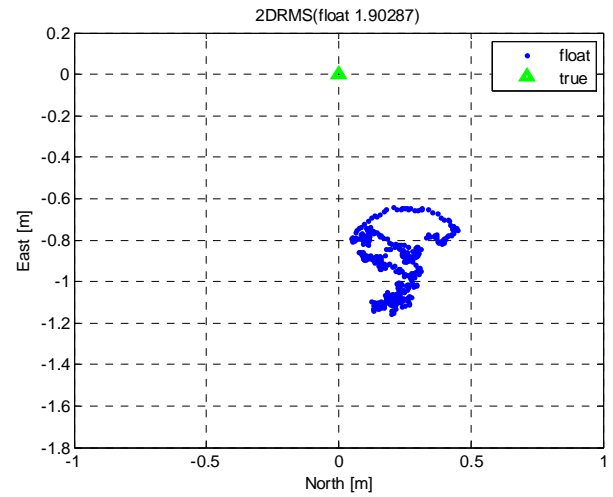


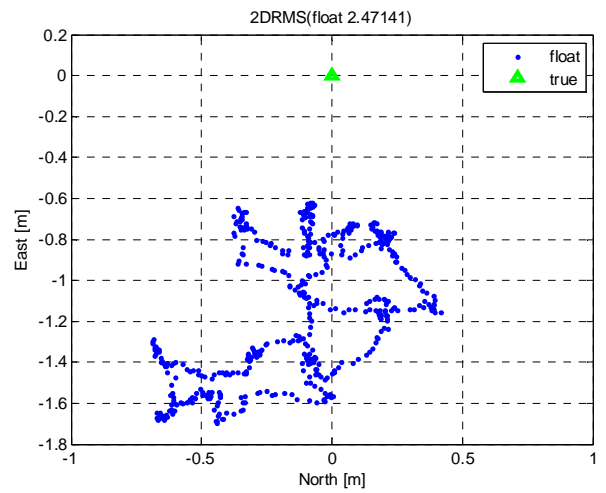
그림 3. 위성 배치.  
Fig. 3. Sky Plot (real measurement).

실제 측정치를 이용하여 구한 수평위치 오차를 그림 4에 나타내었다. 그림에서 실제 측정치를 이용하는 경우 IF 조합을 사용하는 것이 전리층 지연을 무시한 것보다 수평 오차가 크게 나타난다. 이는 실제 측정치에 포함된 제거되지 않은 대류층 지연, 다중 경로, 시계 오차 등의 영향으로 IF 조합을 구성하는 과정에서 전리층 지연은 제거되지만 나머지 오차가 증폭되는 현상으로 판단된다. 즉 다른 오차를 효과적으로 제거하지 못하면 IF 조합을 이용하는 것이 성능향상에 도움을 주지 못함을 확인할 수 있다.

실제 측정치에 포함 오차 성분 중 어떤 성분의 오차가 영향을 주는 지를 확인하기 위하여 사용되는 8개의 위성(PRN 2, 5, 8, 10, 15, 21, 26, 27)의 코드와 반송파 위상 측정치에 0.5m에서 0.5m씩 증가하여 최종 위성에서는 4m의 바이어스가 포함되는 경우 구해진 위치를 그림 5에 나타내었다. 그림에서 IF 조합에 의하여 바이어스 오차가 더 많이 증폭되고 그 영향이 오차로 나타남을 볼 수 있다. 따라서 IF 조합을 이용하는 경우 다른 오차를 효과적으로 제거할 수 있는 기법이 동시에 사용되어야 좋은 성능을 기대할 수 있다.

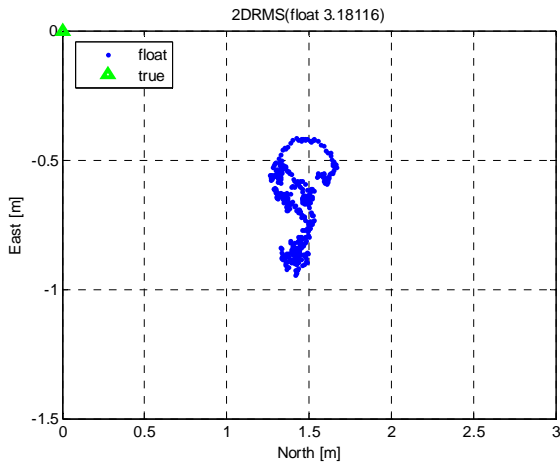


(a) Computed position using (12).

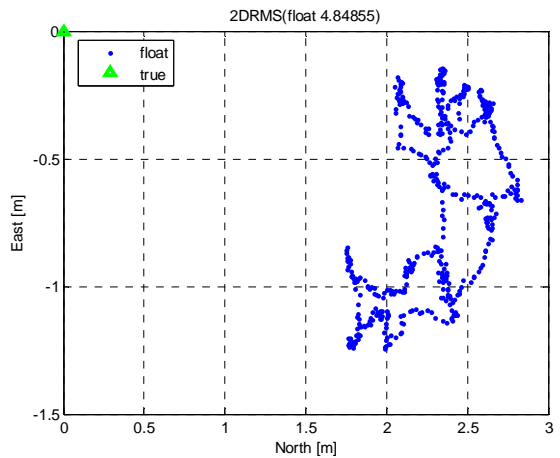


(b) Computed position using (15), (23) and (28).

그림 4. 수평오차(실제 측정치 사용).  
Fig. 4. Horizontal error (real measurements).



(a) Computed position using (12).



(b) Computed position using (15), (23) and (28).

그림 5. 수평오차(전리층 지연과 바이어스 오차가 있는 경우).  
Fig. 5. Horizontal error (with ionospheric delay and bias error).

IV. 결론

본 논문에서는 단독 정밀 측위에서 일반적으로 사용되는 IF 조합 측정치를 이용하는 경우에 대한 공분산 해석과 바이어스 해석을 나타내었다. 먼저 이중주파수 코드와 반송파 위상측정치에 대하여 구해야 할 미지수를 위치, 수신기 시계오차, 미지정수 및 전리층 지연으로 둔 일반 측정치 모델과 전리층 지연을 제거하는 차분 모델을 이용하는 것이 수학적으로 동치임을 보였다. 또한 IF 조합이 전리층 지연을 제거하는 차분 모델의 한 종류임을 보였고, 모든 전리층 지연 제거 모델의 성능을 같음을 보였다. 즉 다른 전리층 지연 제거 모델에 비하여 IF 조합을 사용하여 얻는 이득은 차분된 측정치에 위성과의 거리, 수신기 시계오차가 공통적으로 포함되어 물리적 의미를 갖는다는 이점이 있지만 성능 면에서는 차이가 없음을 보였다. 시뮬레이터를 이용한 실험에서 IF 조합, 차분모델 및 전리층 지연을 미지수로 두는 3가지 방법이 같은 결과를 나타냄을 확인하였다. 실제측정치들을 이용한 시험에서는 전리층 지연의 제거보다는 다른 바이어스 오차가 IF 조합에 의하여 증폭되는 효과가 크게 나타날 수 있으므로 다른 오차를 효과적인 제거 기법이 동시에 사용되어야 함을 알 수 있었다. 이 결과는 IF 조합을 사용하는 단독 정밀 측위에

서의 오차 해석뿐 아니라 성능 향상을 위한 다른 측정치 조합을 선정하고 오차를 예측하는데 유용하게 사용될 수 있다.

참고문헌

- [1] C. Cai, "Precise point positioning using dual-frequency GPS and GLONASS measurements," UCGE Report #20291, University of Calgary, Aug. 2009.
- [2] R. J. Muellerschoen, Y. E. Bar-Sever, W. I. Bertiger, and D. A. Stowers, "NASA's global DGPS for high-precision users," *GPS World*, Jan. 2001.
- [3] Mohamed Abdel-tawwab Abdel-salam, "Precise point positioning using Un-differenced code and carrier phase observations," UCGE Report #20229, University of Calgary, Sep. 2005.
- [4] M. Wang and Y. Gao, "GPS Un-differenced ambiguity resolution and validation," *Proc. of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, Fort Worth, TX, pp. 292-300, Sep. 2006.
- [5] K. Chen and Y. Gao, "Real-time precise point positioning using single frequency data," *Proc. of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005)*, Long Beach, CA, pp. 1514-1523, Sep. 2005.
- [6] C. Park, D. H. Hwang, and S. J. Lee, "Error analysis of GNSS attitude determination system," *Journal of Control, Automation and System Engineering (in Korean)*, vol. 12, no. 3, pp. 300-306, Mar. 2006.
- [7] D. H. Shin and T. K. Sung, "Comparisons of position error characteristics and DOP between TOA and TDOA technique," *Journal of Control, Automation and System Engineering (in Korean)*, vol. 6, no. 10, pp. 923-927, Oct. 2000.
- [8] H. K. Lee, H. S. Kim, J. Y. Shim, and M. B. Heo, "Analytic equivalence of iterated TOA and TDOA techniques under structured measurement characteristics," *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 22, pp. 361-377, 2011.
- [9] Spirent simulator GSS8800, <http://www.spirent.com/Solutions-Directory/GSS8000>
- [10] Novatel OEM-V3, <http://www.novatel.com/assets/Documents/Papers/OEMV3.pdf>

박 슬 기



2008년 충남대학교 전자전파정보통신 전공 졸업. 2010년 충남대학교 대학원 석사 졸업. 2010년~현재 한국해양과학기술원. 관심분야는 기저거리 비종속 정밀측위, GPS/INS 통합 항법 시스템, DR/Vision 통합 항법 시스템.

조 득 재



1999년 충남대학교 전자공학과(공학사). 2001년 동 대학원 전자공학과(공학석사). 2005년 동 대학원 전자공학과(공학박사). 2005년~현재 한국해양과학기술원 선임연구원. 관심분야는 GNSS, 정밀측위 알고리즘, 무결성 감시.

**신 영 철**

2011년 충북대학교 전자공학과(공학사).  
충북대학교 제어로봇공학과 대학원 재  
학중. 관심분야는 GNSS, 자동차용 모터  
정밀 위치제어, 항법 알고리즘.

**박 찬 식**

1984년 서울대학교 제어계측공학과 졸  
업. 1986년 동 대학원 석사. 1984년~1997  
년 삼성전자 연구원. 1997년 서울대학교  
박사. 1997년~현재 충북대학교 교수. 관  
심분야는 GNSS, 미지 정수 결정 알고  
리즘, 자세결정, 오차해석, AJ, SDR.