

## 수송공정을 고려한 다분기 공정-저장조 망구조의 최적설계

# Optimal Design of Multiperiod Process-Inventory Network Considering Transportation Processes

서근학, 이경범\*  
(Kuen-Hack Suh<sup>1</sup> and Gyeongbeom Yi<sup>1</sup>)  
<sup>1</sup>Pukyong National University

**Abstract:** The optimal design of batch-storage network by using periodic square wave model provides analytical lot sizing equations for a complex supply chain network characterized as multi-supplier, multi-product, multi-stage, non-serial, multi-customer, cyclic system including recycling and/or remanufacturing. The network structure includes multiple currency flows as well as material flows. The processes are represented by multiple feedstock/product materials with fixed composition which are very suitable for production processes. In this study, transportation processes that carry multiple materials with unknown composition are added and the time frame is changed from single period into multiple periods in order to represent nonperiodic parameter variations. The objective function of the optimization involves minimizing the opportunity costs of annualized capital investments and currency/material inventories minus the benefit to stockholders in the numeraire currency. The expressions for the Kuhn-Tucker conditions of the optimization problem are reduced to a multiperiod subproblem for average flow rates and analytical lot-sizing equations. The multiperiod lot sizing equations are different from single period ones. The effects of corporate income taxes, interest rates and exchange rates are incorporated.

**Keywords:** optimal lot size, process-inventory network, transportation processes, multinational corporation

### I. 서론

공정-저장조 망구조는 원료구매, 생산, 수송과 완제품 수요와 같은 공급 사슬망 구성요소를 잘 표현할 수 있다. 주기적 사각파 모형은 병렬 시스템의 공정과 저장조의 최적크기[1]를 시작으로 순차적인 다단계 공정-저장조 망구조[2], 재순환 흐름을 포함하는 비순차적인 공정-저장조 망구조, 재무적 처리와 현금흐름을 지원하는 공정-저장조 망구조[3], 다작업 반연속 공정을 포함하는 공정-저장조 망구조[4]와 불확실성과 폐기물 흐름을 포함하는 공정-저장조 망구조[5,6]에 대해서 해석적인 공정과 저장조의 최적용량을 계산하는데 효과적으로 적용되었다. 공정-저장조 망구조의 최적설계에 있어서 본 연구가 기여하는 바는 크게 2 가지이다; i) 주기적 사각파 모형의 기본적인 가정은 모든 공정의 운전이 주기적이라는 것이다. 그러나 그림 1에서 보여준 것처럼 석유화학제품의 연간 수요량은 보통 서서히 증가하고 있어서 장기적인 관점에서 운전의 주기성을 보장할 수 없다. 이 문제에 대한 한가지 처방은 주기적 사각파 모형에 multiperiod 개념을 도입하는 것이다. Multiperiod 개념은 참고문헌 [5]에서 재무적 처리와 현금흐름을 고려하지 않는 경우 이미 주기적 사각파 모형에 도입된 바가 있으며, 유도된 최적 생산용량 수식이 single period 모형의 경우와 일치하였다. 본 연구에서는 multiperiod 개념을 재무적 처리와 현금흐름을 고려한 주기적 사각파 모형에 도입할 것이며, 이 경우 유도된 최적 해가 single period

모형의 경우와 다름을 보여줄 것이다. ii) 지금까지 공정-저장조 망구조에서 공정을 표현하는 방법은 생산공정과 단일제품을 수송하는 수송공정을 나타내는데 적합하였다. 수송공정도 여러 제품을 한꺼번에 수송하는 경우가 많고 수송비용과 같은 입력자료들을 제품별로 세분화하기가 불가능하다. 본 연구에서는 다수의 제품을 운반하는 수송공정을 공정-저장조 망구조에 첨가할 것이다.

본 연구는 다음과 같이 진행된다. 먼저 생산 또는 수송 공정과 물질 저장조 사이의 회분식 물질흐름의 상한값/하한값과 평균값을 누적 그림표를 이용하여 구한다. 통화 저장조 사이의 batch 식 통화흐름에 대해서도 같은 방법으로 상한값/하한값과 평균값을 구한다. 이러한 batch 식 물질 또는 통화흐름의 상한값/하한값과 평균값은 이어지는 최적화 모형에서 제약식이나 목적함수의 항으로 이용된다. 최적화 모형의 목적함수는 연간 자본투자비용과 물질/통화 재고의 기회비용 빼기 주주이익을 기준통화로 환산한 값을 최소화하는 것이다. 최적화 모형의 Kuhn-Tucker 조건들에 대한 해는 최적용량을 결정하는 해석적인 해와 부등호 제약식에 nonconvex nonlinear 항을 포함하는 multiperiod 계획모형으로 구성된다.

### II. 변수와 매개변수의 정의

본 연구는 국제적으로 널리 퍼져있는 다국적 기업의 생산 공장 및 물류시설을 공정-저장조 망구조로 표현한다. 전체 고려대상 시간을  $\tau=0$  부터  $\tau=T-1$  까지 간격이  $\nabla t^{\tau}$  인  $T$  개의 time period 로 구분한다. 시간간격  $\nabla t^{\tau}$  는 time period  $\tau$  에 대하여 길이가 같을 필요가 없다. 여러 가지 물리화학적 처리과정과 수송공정을 거쳐서 원료물질들을 최적제품으로 변환하여 고객에게 배달하는 공급 사슬 체계는 그림 1에

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 1. 2., 수정: 2012. 7. 9., 채택확정: 2012. 7. 20.

서근학, 이경범: 부경대학교 화학공학파

(khsuh@pknu.ac.kr/gbyi@pknu.ac.kr)

※ 이 논문은 2011 학년도 부경대학교의 지원을 받아 수행된 연구임 (C-D-2011-0197).

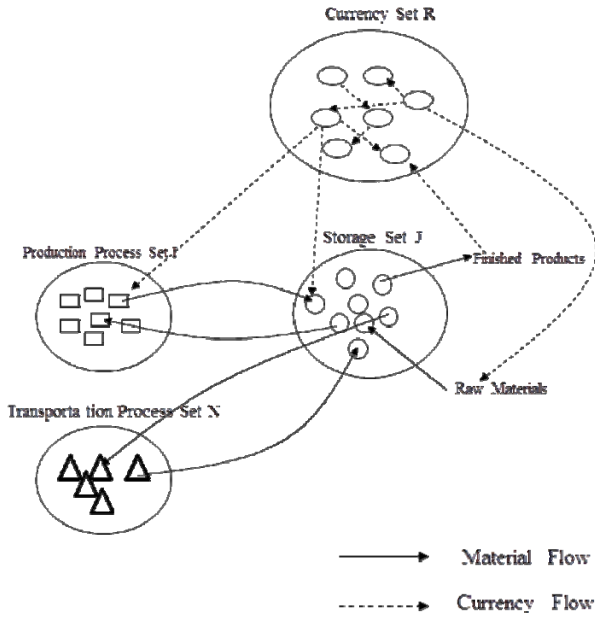


그림 1. 공정-저장조 망구조의 구조.  
Fig. 1. Structure of batch-storage network.

서 보여진 것처럼 통화 저장조 집합 R(타원), 물질 저장조 집합 J(원), 회분식 공정 집합 I(사각형)와 수송공정 집합 N으로 구성되어 있다. 좀더 복잡한 과정을 거치면 회분식 공정 대신 반연속 공정을 포함할 수 있다[4]. 국가는 다수의 자회사를, 한 자회사는 다수의 공장을 가질 수 있다.

한 공장은 자신의 생산공정들과 물질 저장조들을 가질 수 있는데, 생산능력이 없고 distribution 시설일 경우 물질 저장조들만 가진다. 통화 저장조들과 수송공정들은 공장이 아니라 자회사에 소속된다. 예를 들어 미국에서의 달러화와 한국에서의 달러화는 통화집합의 다른 원소로서 집합 R의 정확한 의미는 자회사에서 사용되는 통화이다. 한 자회사에서 다수의 통화가 사용될 수 있으므로 통화집합 R의 원소의 최대 갯수는 통화의 갯수 곱하기 자회사의 갯수이다. 물론 많은 국가는 단지 한 개의 통화만을 사용하고 있으므로 상첨자  $r \in R$  은 통화를 구분할 뿐만 아니라 국가를 구분하는 기호이기도 하다. 각 생산공정은 그림 2(a)에서 보인 것처럼, 고정된 조성 ( $f_i^{j(r)}$ ) 인 다수의 원료물질을 필요로 하고, 고정된 수율 ( $g_i^{j(r)}$ )의 다수의 제품을 생산한다. 만약 어떤 저장조와 생산공정 사이에 물질흐름이 없다면, 해당하는 원료조성이나 제품수율은 0 이다. 각 수송공정은 그림 2(b)에서 보인 것처럼 그 조성이 결정되지 않은 다수의 물질들을 출발공장의 저장조로부터 도착공장의 저장조로 이송한다. Time period  $\tau$  에서 수송공정  $n \in N$  을 통하여 같은 물질을 저장하는 저장조  $j \in J$  에서 저장조  $j' \in J$  로 이송하는 평균 물질유속을  $D_n^{j(j')(\tau)}$  라고 정의한다. 각 저장조는 한 개의 물질만 저장할 수 있지만 같은 물질은 다른 공장에 있는 여러 개의 저장조에 보관될 수 있다. 각 저장조는 6 가지 유형의 물질흐름: 원료공급자 ( $k \in K(j)$ )로 부터 구매, 고객 ( $m \in M(j)$ )에게 출하, 생산공정으로 원료주입, 생산공정으로부터 제품배출, 수송공정으로 적재와 수송공정으로부터 하역과 연관되어 있다.

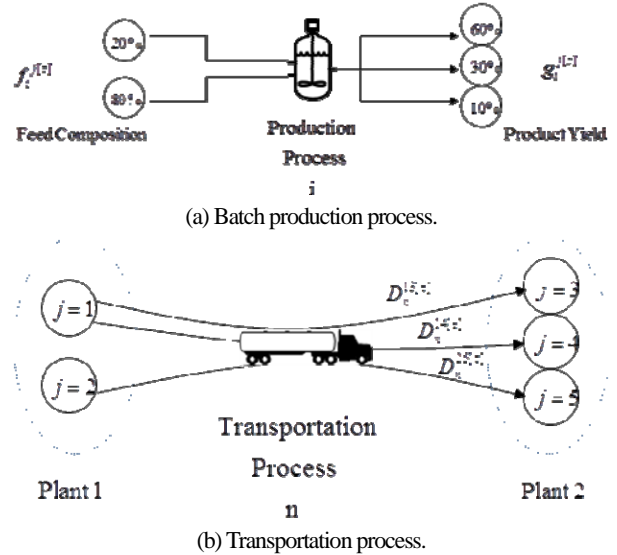


그림 2. 생산과 수송공정.  
Fig. 2. Production and transportation processes.

원료 공급자 집합  $K(j)$  과 고객의 집합  $M(j)$ 은 저장조에 따라 다르다. 공정으로부터 저장조 또는 저장조로부터 공정으로의 물질흐름은 주기적인 사각파모형으로 나타내어질 수 있다. 사각파모형에서 물질흐름은 4개의 변수, 즉 공정크기  $B_i^{j(r)}$ , 운전주기  $\omega_i^{j(r)}$ , 저장조 운전시간분율 (SOTF)  $\chi_i^{j(r)}$  (or  $x_i^{j(r)}$ ) 과 가동시작시간  $\gamma_i^{j(r)}$  (or  $t_i^{j(r)}$ ) 로 나타내어진다. 저장조 운전 시간분율  $\chi_i^{j(r)}$  (or  $x_i^{j(r)}$ ) 은 공정으로 또는 공정으로부터 물질이동에 필요한 시간을 운전주기로 나눈 것이다. 가동시작시간  $\gamma_i^{j(r)}$  (or  $t_i^{j(r)}$ ) 은 첫번째 원료물질이 공정으로 주입되거나 첫번째 생산물질이 공정으로부터 배출되기 시작하는 시간이다. 원료물질을 생산공정에 주입하거나 제품을 생산공정으로부터 배출하는 작업은 동시에 일어난다고 가정하며, 각각에 대한 저장조 운전시간분율은 동일하다. 즉  $\chi_i^{j(r)}$  (or  $x_i^{j(r)}$ ) 와  $\gamma_i^{j(r)}$  (or  $t_i^{j(r)}$ ) 에서 저장조를 구분하는 상첨자  $j$  는 필요하지 않다. 위와 같은 정의는 수송공정  $n$  에 대해서도 성립하며, 해당되는 부호는  $B_n^{j(j')(\tau)}$ ,  $\omega_n^{j(j')(\tau)}$ ,  $\chi_n^{j(j')(\tau)}$  (or  $x_n^{j(j')(\tau)}$ ) 와  $\gamma_n^{j(j')(\tau)}$  (or  $t_n^{j(j')(\tau)}$ ) 이다. 원료물질의 구매에 관한 물질흐름은 주문크기  $B_k^{j(r)}$ , 주문주기  $\omega_k^{j(r)}$ , 저장조 운전시간분율  $x_k^{j(r)}$  과 가동시작시간  $t_k^{j(r)}$  로 나타내어진다. 본 연구에서 모든 저장조 운전시간분율은 매개변수로 취급되고, 다른 변수들은 설계변수로 고려될 것이다. 완제품 판매에 관한 물질흐름은 같은 방법으로  $B_m^{j(r)}$ ,  $\omega_m^{j(r)}$ ,  $x_m^{j(r)}$  와  $t_m^{j(r)}$  에 의해 나타내어진다. 완제품의 수요예측은 임의의 주기함수로 나타내어진다고 가정하고,  $B_m^{j(r)}$ ,  $\omega_m^{j(r)}$ ,  $x_m^{j(r)}$  와  $t_m^{j(r)}$  를 매개변수로 갖는 주기적인 사각파함수의 합으로 나타내어진다. 사각파함수의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$PSW(t; D, \omega, t', x) = D\omega \left[ \text{int} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] + \min \left\{ 1, \frac{1}{x} \text{res} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] \right\} \right] \quad (1)$$

또는

$$PSW'(t; B, \omega, t', x) = B \left[ \text{int} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] + \min \left\{ 1, \frac{1}{x} \text{res} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] \right\} \right] \quad (2)$$

여기서  $D$ 는 평균유속,  $B$ 는 공정크기,  $\omega$ 는 운전주기,  $t'$ 는 가동시작시간,  $x$ 는 저장조 운전시간분율,  $t$ 는 시간,  $\text{int}[z]$ 는  $z$ 보다 같거나 작은 가장 큰 정수이며,  $\text{res}[z] = z - \text{int}[z]$ . 또한  $D = \frac{B}{\omega}$  이고,  $PSW'(t; g_i^{j(\tau)} B_i^{(\tau)}, \omega_i^{(\tau)}, t_i^{(\tau)}, x_i^{(\tau)}) = \int_0^t F_i^{(\tau)}(t) dt$  인데, 여기서  $F_i^{(\tau)}(t)$ 는 [3]에 나타나 있다. (1)은 사각파함수의 일차유형, (2)는 사각파함수의 이차유형으로 불릴 것이다. 일차유형에서는 평균유속이 사용되었고, 이차유형에서는 공정크기가 사용되었다. 사각파함수의 두가지 유형은 각기 다른 상한값, 하한값과 편미분을 가진다. 사각파함수의 일차와 이차유형에 대한 상한값, 하한값과 평균값을 수식으로 나타내 고[10], 여기서  $\underline{PSW} \leq PSW \leq \overline{PSW}$ ,  $\underline{PSW}' \leq PSW' \leq \overline{PSW}'$ ,  $\overline{PSW} = 0.5(\overline{PSW} + \underline{PSW})$  와  $\overline{PSW}' = 0.5(\overline{PSW}' + \underline{PSW}')$  이다.

생산공정  $i$  거치는 평균물질유속을  $D_i^{(\tau)}$  라고 할 때 이것은 공정크기  $B_i^{(\tau)}$  를 운전주기  $\omega_i^{(\tau)}$  로 나눈 값이다. 수송공정, 원료구매와 제품출하의 평균물질유속들은 각각  $D_n^{(\tau)} \left( \equiv \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{j'=1}^{|I|} D_n^{jj'(\tau)} \right)$ ,  $D_k^{j(\tau)}$  와  $D_m^{j(\tau)}$  로 표기되는데, 여기서  $D_n^{(\tau)} = \frac{B_n^{(\tau)}}{\omega_n^{(\tau)}}$ ,  $D_k^{j(\tau)} = \frac{B_k^{j(\tau)}}{\omega_k^{j(\tau)}}$  와  $D_m^{j(\tau)} = \frac{B_m^{j(\tau)}}{\omega_m^{j(\tau)}}$  이다.

통화  $r$  로 지불되는 원료물질  $j$  의 구매를 위한 setup cost 는  $A_k^{j(\tau)}$  (currency/order), 통화  $r$  로 지불되는 생산공정  $i$  의 setup cost 는  $A_i^{(\tau)}$  (currency/batch) 그리고 통화  $r$  로 지불되는 수송공정  $n$  의 setup cost 는  $A_n^{(\tau)}$  (currency/batch) 로 나타낸다. 통화  $r$  로 지불되는 물질저장조  $j$  의 재고유지비용은  $H^{j(\tau)}$  (currency/L/year) 으로 나타낸다. 모든 물질흐름은 편의상 부피로 측정된다. 물질의 재고유지비용은 재고운전비용 ( $h^{j(\tau)}$ ) 과 물질재고의 기회비용 ( $\gamma^{j(\tau)}$ ) 으로 세분된다. 즉  $H^{j(\tau)} = h^{j(\tau)} + \gamma^{j(\tau)}$ . 해석적인 해를 유도하기 위하여 자본투자비용은 공정의 용량에 비례한다고 가정한다. 통화  $r$  로 지불되는 원료물질  $j$  의 구매장비의 단위용량당 연간 자본투자비용을  $a_k^{j(\tau)}$  (currency/L/year), 통화  $r$  로 지불되는 생산공정  $i$  에 대한 단위용량당 연간 자본투자비용을  $a_i^{(\tau)}$  (currency/L/year), 통화  $r$  로 지불되는 수송공정  $n$  의 단위용량당 연간 자본투자비용을  $a_n^{(\tau)}$  (currency/L/year) 그리고 통화  $r$  로 지불되는 물질저장조  $j$  의 단위용량당 연간 자본투자비용을  $b^{j(\tau)}$  (currency/L/year) 로 표기한다. 원료물질의 가격은 양에 비례하며, 공급자  $k$  로부터 구매되는 원료물질  $j$  의 통화  $r$  로 지불되는 가격은  $P_k^{j(\tau)}$  (currency/L) 이다. 고객  $m$  에게 판매되는 완제품  $j$  의 통화  $r$  로 표시된 가격은  $P_m^{j(\tau)}$  (currency/L) 이다.

생산공정에서 한 운전주기는 원료주입시간 ( $\chi_i^{(\tau)} \omega_i^{(\tau)}$ ), 처리 시간  $((1 - \chi_i^{(\tau)} - x_i^{(\tau)}) \omega_i^{(\tau)})$  그리고 제품배출시간 ( $x_i^{(\tau)} \omega_i^{(\tau)}$ )

으로 구성되어 있는데, 원료주입 시작시간과 제품배출 시작 시간은 다음 관계식이 성립한다.

$$t_i^{(\tau)} = \chi_i^{(\tau)} + \Delta t_i^{(\tau)} \quad \forall i, \tau \quad (3)$$

여기서  $\Delta t_i^{(\tau)}$ 는 운전주기, 공정크기와 저장조 운전시간분율의 임의의 함수인데 예를 들어  $\omega_i^{(\tau)}(1 - x_i^{(\tau)})$  로서 보통 운전주기보다 작다. 비슷한 방정식이 수송공정에 대해서도 성립한다.

$$t_n^{(\tau)} = \chi_n^{(\tau)} + \Delta t_n^{(\tau)} \quad \forall n, \tau \quad (4)$$

여기서  $\Delta t_n^{(\tau)}$ 는 보통 상수로서 운전주기보다 길다. 물질저장조에 대한 전반적인 물질수지식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{v}^{j(\tau)} &= \sum_{i=1}^{|I|} g_i^{j(\tau)} D_i^{(\tau)} + \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^{j(\tau)} - \sum_{i=1}^{|I|} f_i^{j(\tau)} D_i^{(\tau)} \\ &\quad - \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^{j(\tau)} + \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j}^{|I|} D_n^{jj'(\tau)} - \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j}^{|I|} D_n^{jj'(\tau)} \quad (5) \\ v^{j(\tau+1)} &= v^{j(\tau)} + \dot{v}^{j(\tau)} \nabla t^{(\tau)}, \quad v^{j(0)} = v_0^j \quad \forall j, \tau \end{aligned}$$

여기서  $\dot{v}^{j(\tau)}$ 는 time period  $\tau$  에서 물질의 불균형 유속이고,  $v^{j(\tau)} \geq 0$  는 time period  $\tau$  에서 multiperiod 물질재고량이다. multiperiod 물질재고량은 time period 시점에서 계산되며 여러 가지 공정의 실제 운전상황을 고려하지 않는다. time period  $\tau$  에서 물질저장조  $j$  의 초기 물질재고량은  $V^{j(\tau)}(0)$  로 표기되며, time period  $\tau$  에서 물질저장조  $j$  의 시간  $t$  에서의 재고량은  $V^{j(\tau)}(t)$  로 표기되는데, 여기서  $0 \leq t \leq \nabla t^{(\tau)}$ . 물질저장조는 원료공급자와 여러 가지 공정들로부터 들어오는 물질흐름과 고객과 여러 가지 공정들로 나가는 물질흐름들과 연결되어 있다. 따라서 물질저장조의 재고량은 다음 식에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} V^{j(\tau)}(t) &= v^{j(\tau)} + \nabla v^{j(\tau)} \\ &\quad + \sum_{k=1}^{|K(j)|} PSW(t; D_k^{j(\tau)}, \omega_k^{j(\tau)}, t_k^{j(\tau)}, x_k^{j(\tau)}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{|I|} PSW(t; g_i^{j(\tau)} D_i^{(\tau)}, \omega_i^{(\tau)}, t_i^{(\tau)}, x_i^{(\tau)}) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{|I|} PSW(t; f_i^{j(\tau)} D_i^{(\tau)}, \omega_i^{(\tau)}, \chi_i^{(\tau)}, \chi_i^{(\tau)}) \quad (6) \\ &\quad - \sum_{m=1}^{|M(j)|} PSW(t; D_m^{j(\tau)}, \omega_m^{j(\tau)}, t_m^{j(\tau)}, x_m^{j(\tau)}) \\ &\quad - \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j}^{|I|} PSW(t; D_n^{jj'(\tau)}, \omega_n^{j(\tau)}, \chi_n^{j(\tau)}, \chi_n^{j(\tau)}) \\ &\quad + \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j}^{|I|} PSW(t; D_n^{jj'(\tau)}, \omega_n^{j(\tau)}, t_n^{j(\tau)}, x_n^{j(\tau)}) \quad \forall j, \tau \end{aligned}$$

여기서  $\nabla v^{j(\tau)}$ , 초기 물질재고량과 multiperiod 물질재고량의 차이는  $\nabla v^{j(\tau+1)} + v^{j(\tau+1)} = V^{j(\tau)}(\nabla t^{(\tau)}) = V^{j(\tau+1)}(0)$  에 의해 계산된다.

재고량의 상한값, 하한값과 평균값은 [10]에 있는 사각파함수의 성질을 이용하여 계산된다.

$$\begin{aligned} \overline{\overline{V}}^{j|\tau} &= v^{j|\tau} + \max\{0, \dot{v}^{j|\tau} \nabla t^{|\tau}\} + \nabla v^{j|\tau} \\ &+ \sum_{k=1}^{|K(j)|} (1 - x_k^{j|\tau}) D_k^{j|\tau} \omega_k^{j|\tau} - \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^{j|\tau} t_k^{j|\tau} \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} (1 - x_i^{|\tau}) g_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} \omega_i^{|\tau} - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} t_i^{|\tau} \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} f_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} t_i^{|\tau} + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^{j|\tau} t_m^{j|\tau} \\ &+ \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j} (1 - x_n^{|\tau}) D_n^{j'|\tau} \omega_n^{|\tau} \\ &- \sum_{n=1}^{|N|} D_n^{j'|\tau} t_n^{|\tau} + \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j} D_n^{j'|\tau} t_n^{|\tau} \quad \forall j, \tau \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{V}}^{j|\tau} &= v^{j|\tau} + \min\{0, \dot{v}^{j|\tau} \nabla t^{|\tau}\} + \nabla v^{j|\tau} \\ &- \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^{j|\tau} t_k^{j|\tau} - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} t_i^{|\tau} \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} (1 - x_i^{|\tau}) f_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} \omega_i^{|\tau} + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} t_i^{|\tau} \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 - x_m^{j|\tau}) D_m^{j|\tau} \omega_m^{j|\tau} \\ &+ \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^{j|\tau} t_m^{j|\tau} - \sum_{n=1}^{|N|} D_n^{j'|\tau} t_n^{|\tau} \\ &- \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j} (1 - x_n^{|\tau}) D_n^{j'|\tau} \omega_n^{|\tau} + \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j} D_n^{j'|\tau} t_n^{|\tau} \quad \forall j, \tau \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \overline{V}^{j|\tau} &= v^{j|\tau} + 0.5 \dot{v}^{j|\tau} \nabla t^{|\tau} + \nabla v^{j|\tau} \\ &+ \sum_{k=1}^{|K(j)|} \frac{(1 - x_k^{j|\tau})}{2} D_k^{j|\tau} \omega_k^{j|\tau} - \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^{j|\tau} t_k^{j|\tau} \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1 - x_i^{|\tau})}{2} g_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} \omega_i^{|\tau} - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} t_i^{|\tau} \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1 - x_i^{|\tau})}{2} f_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} \omega_i^{|\tau} + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^{j|\tau} D_i^{|\tau} t_i^{|\tau} \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} \frac{(1 - x_m^{j|\tau})}{2} D_m^{j|\tau} \omega_m^{j|\tau} + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^{j|\tau} t_m^{j|\tau} \\ &+ \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j} \frac{(1 - x_n^{|\tau})}{2} D_n^{j'|\tau} \omega_n^{|\tau} - \sum_{n=1}^{|N|} D_n^{j'|\tau} t_n^{|\tau} \\ &- \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j} \frac{(1 - x_n^{|\tau})}{2} D_n^{j'|\tau} \omega_n^{|\tau} + \sum_{n=1}^{|N|} \sum_{j' \neq j} D_n^{j'|\tau} t_n^{|\tau} \quad \forall j, \tau \end{aligned} \tag{9}$$

(7)은 물질저장조 크기를 예측하는데 사용되고, (8)은 재고량은 음수가 될 수 없다는 제약식을 구성하는데 사용되며, (9)는 재고유지비용을 계산하는데 사용된다.

그림 1에 나타난 batch 식 공정 집합  $I$ , 수송공정 집합  $J$ 와 물질저장조 집합  $J$ 로 구성된 공급사슬망을 통제하는 재무적 처리를 담당하는 통화저장조가 [4]에 보여진 것처럼 존재한다. 주주의 집합을 하첨자  $o$ 를 원소로 갖는 집합  $O$ 로 나타낸다. 법인세는 보통 총수익에 비례하므로 가상의 주주  $\bar{o} \in O$ 에게 지불되는 것으로 간주해도 무방하다. 논의의 편의를 위해 단기자본투자, 은행대부, 부가가치세와 노무비를 고려대상에서 제외한다. 통화저장조에 유입되는 통화흐름은 다음과 같다.

CF1) 고객  $m$  으로부터 완제품 판매대금 회수 유예기간  $\Delta t_m^{j|\tau}$  (year) 이후 외상매출금의 회수

CF2) 환율이  $\chi^{r'|\tau}$  (currency/currency) 인 통화저장조  $r'$  로부터  $r$  로 통화이동.

통화저장조에서 유출되는 통화흐름은 다음과 같다.

CF3) 고급자  $k$  로부터 원료구매 대금에 대한 지급유예 기간  $\Delta t_k^{j|\tau}$  (year) 후 외상매출금의 지급.

CF4) 환율  $\chi^{r'|\tau}$  인 통화저장조  $r$  에서  $r'$  로 통화이동

CF5) 원료구매 setup cost  $A_k^{j|\tau}$  (currency/transaction) 지급.

CF6) 공정 setup cost  $A_i^{|\tau}$  (currency/transaction) 지급.

CF7) 수송공정 setup cost  $A_n^{|\tau}$  (currency/transaction) 지급.

CF8) 통화이동 setup cost  $A^{r'|\tau}$  (currency/transaction) 지급.

CF9) 재고유지비용  $h^{j|\tau}$  (currency/L/year) 지급.

CF10) 주주배당금 지급. 통화  $r$  로 세무서에 지급되는 세율  $\zeta^r$  (currency/currency) 인 법인세 포함.

CF11) 물질저장조  $j'$  로부터 물질저장조  $j$  로 수송공정  $n$  을 통해 이송되는 물질에 대한 통화  $r$  로 지불되는 세율  $\pi_n^{j'|\tau}$  (currency/L) 인 관세.

CF12) 생산공정  $i$  에 대한 변동비  $\pi_i^{r|\tau}$  (currency/L)

CF13) 용량에 비례하는 구매장비의 연간 자본투자비용  $a_k^{j|\tau}$  (currency/L)

CF14) 용량에 비례하는 생산장비의 연간 자본투자비용  $a_i^{r|\tau}$  (currency/L)

CF15) 용량에 비례하는 수송장비의 연간 자본투자비용  $a_n^{r|\tau}$  (currency/L)

CF16) 용량에 비례하는 물질저장조의 연간 자본투자비용  $b^{j|\tau}$  (currency/L)

통화는 통화저장조 사이에 이동한다 (CF2, CF4 and CF8). 환율이  $\chi^{r'|\tau}$  인 통화저장조  $r'$  로부터 통화저장조  $r$  로의 통화이동에 대해 평균통화유속  $E^{r'|\tau}$  (currency/year), 통화이동 주기  $\omega^{r'|\tau}$ , 통화이동 시작시간  $t^{r'|\tau}$  를 정의한다. 통화흐름에 대한 저장조 운전시간분율은 0 으로 둔다. 통화이동 setup cost  $A^{r'|\tau}$  (currency/transaction) 는 보내는 통화저장조  $r'$  에서 지불된다. 본 연구에서는 자회사간의 물질이동에 따른 통화 이동만을 고려할 것이다. 평균유속이  $\sum_{n=1}^{|M|} D_n^{j'|\tau}$  인 물질저장조  $j' \in J(r')$  로부터 다른 물질저장조  $j \in J(r)$  로의 물질이동에 대하여 transfer price  $P_{jj'}^{r'|\tau}$  로 계산된 통화가 통화저장조  $r \in R(j)$  로부터 다른 통화저장조  $r' \in R(j')$  로 이동한다. 여기서  $J(r)$  은 통화  $r$  과 관련된 물질저장조의 부분집합이고,  $R(j)$  는 물질저장조  $j$  와 관련된 통화저장조의 부분집합이다. 자회사간의 최대 통화유속은

$$\overline{\overline{E}}^{r'|\tau} = \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{j' \neq j}^{|I|} \sum_{n=1}^{|M|} P_{jj'}^{r'|\tau} D_n^{j'|\tau} \tag{10}$$

자회사간에 반대방향의 물질이동도 있기 때문에 실제 통화유속은 (10) 보다 작다. 즉 어떤 정해진 기간, 예를 들어 한 분기  $\nabla t^{r\tau}$ , 동안 자회사간에 쌍방향으로 이동한 같은 금액의 물량에 대해서는 서로 화폐를 교환할 필요가 없기 때문에 실제 화폐유속은 다음과 같이 계산된다.

$$E^{r\tau} = \max \left\{ 0, \chi^{r\tau} \overline{E^{r\tau}} - \chi^{r'\tau} \overline{E^{r'\tau}} \right\} \chi^{r\tau} \quad (11)$$

만약  $r=r'$  또는  $j=j'$  또는  $j \notin J(r)$  또는  $j' \notin J(r')$  또는  $r \notin R(j)$  또는  $r' \notin R(j')$  이면  $P_{jj}^{r\tau} = 0$  이다. 본 연구에서는 transfer price는 주어진 매개변수이다.

CF5~CF8에서 표현된 setup cost와 CF9에서 표현된 재고유지비의 처리는 물질 또는 화폐의 처리와 비례한다고 가정한다. 즉, setup cost의 흐름과 해당되는 작업의 물질이나 화폐의 흐름은 작업용량만 다를 뿐 같은 작업주기, 가동 시작시간과 저장조 운전 시간분율을 가진다. 재고유지비의 흐름은 재고수준에 비례한다. 각 통화의 흐름은 물질흐름과 마찬가지로 사각과 함수로 표현된다.

물질저장조  $j'$  로부터 다른 물질저장조  $j$  로 수송공정  $n$  을 통해 이송되는 물질에 대해 통화  $r$  을 사용하는 국가에 지불되는 관세는  $\pi_n^{jj'r\tau} D_n^{jj'r\tau}$  인데 여기서  $\pi_n^{jj'r\tau}$  (currency/L)는 세율이다. 생산공정에서 발생하는 변동비도 관세와 같은 방법으로 계산된다. 연간 자본투자비용 CF14 ~ CF16는 이전 연구에서는 실제 통화흐름이 없고 목적함수에만 고려되었지만 [4,5,10] 본 연구에서는 실제 통화흐름이 존재하며 결과에는 차이가 없다. 각 통화흐름은 물질흐름과 마찬가지로 적절한 상하첨자와 함께 통화이송량 (또는 평균유속), 이송주기, 통화이송 시작시간과 저장조 운전시간분율을 매개변수나 변수로 하는 주기적 사각과 모형으로 표현된다.

Multiperiod 모형에서 가장 중요한 가정은 상한값과 하한값에 대한 수식들이 성립하기 위하여  $\nabla t^{r\tau}$  의 값이 모든 시간에 대한 매개변수나 변수들 보다 충분히 크야 한다. 즉  $\nabla t^{r\tau} \gg \omega_k^{j\tau}, \omega_i^{r\tau}, \omega_n^{r\tau}, \omega_m^{j\tau}, \omega^{r\tau}, t_k^{j\tau} + \Delta t_k^{j\tau}, t_i^{r\tau} + \Delta t_i^{r\tau}, t_n^{r\tau} + \Delta t_n^{r\tau}, t_m^{j\tau} + \Delta t_m^{j\tau}$  를 만족하면서 가장 작은 값을 가져야 한다. 그런데  $\Delta t_k^{j\tau}, \Delta t_n^{r\tau}$  와  $\Delta t_m^{j\tau}$  는 최대 한달이 될 수 있다. 따라서  $\nabla t^{r\tau}$  는 일년 정도의 크기를 가질 것이다. 이러한 사실은 본 연구에서 제시하는 multiperiod 모형의 용도가 증장기용으로 한정됨을 의미한다.

**III. 비선형 최적화 모형**

해석적인 해를 얻기 위하여 주주배당과 법인세는 동시에 지불된다고 가정한다.

$$t_o^{r\tau} = 0 \quad \forall o \in O, r \in R, \tau \quad (12)$$

이 가정은 최적화 모형의 Kuhn-Tucker 조건들을 푸는 과정에서 Lagrange 승수값을 간단히 한다. [10]에는 정의된 매개변수, 변수, (1) 과 (2) 를 이용하여 통화흐름 CF1 ~ CF16 의 함수값을 구한 것이 있다.  $C^{r\tau}(0)$  를 초기 통화재고량이라 정의하고,  $C^{r\tau}(t)$  를 구간  $0 \leq t \leq \nabla t^{r\tau}$  일 때 시간  $t$  에서의

통화재고량이라 정의한다. 시간  $t$  에서의 통화재고량은 초기 통화재고량에다 유입되는 통화흐름 (CF1 ~ CF2)을 더하고 유출되는 통화흐름 (CF3 ~ CF16)을 빼면 계산된다.

$$\begin{aligned} C^{r\tau}(t) = & c^{r\tau} + \nabla c^{r\tau} \\ & + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr\tau} PSW(t; D_m^{j\tau}, \omega_m^{j\tau}, t_m^{j\tau} + \Delta t_m^{j\tau}, x_m^{j\tau}) \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr\tau} PSW(t; D_k^{j\tau}, \omega_k^{j\tau}, t_k^{j\tau} + \Delta t_k^{j\tau}, x_k^{j\tau}) \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^{j\tau}\}^+}^{|K(j)|} PSW'(t; A_k^{jr\tau}, \omega_k^{j\tau}, t_k^{j\tau}, x_k^{j\tau}) \\ & - \sum_{i \in \{D_i^{r\tau}\}^+}^{|I|} PSW'(t; A_i^{r\tau}, \omega_i^{r\tau}, t_i^{r\tau}, x_i^{r\tau}) \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} h^{jr\tau} \int_0^t V^{j\tau}(t) dt - \sum_{o=1}^{|O|} E_o^{r\tau} t \\ & + \sum_{r' \neq r}^{|R|} \chi^{r'r} PSW(t; E^{r'r}, \omega^{r'r}, t^{r'r}, 0) \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} PSW(t; \pi_i^{r\tau} D_i^{r\tau}, \omega_i^{r\tau}, t_i^{r\tau}, x_i^{r\tau}) \\ & - \sum_{r' \neq r}^{|R|} PSW(t; E^{r'r\tau}, \omega^{r'r\tau}, t^{r'r\tau}, 0) \\ & - \sum_{r' \in \{E^{r'r\tau}\}^+}^{|R|} PSW'(t; A^{r'r\tau}, \omega^{r'r\tau}, t^{r'r\tau}, 0) \\ & - \sum_{n \in \{D_n^{r\tau}\}^+}^{|N|} PSW'(t; A_n^{r\tau}, \omega_n^{r\tau}, t_n^{r\tau}, x_n^{r\tau}) \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} \sum_{n=1}^{|N|} PSW(t; \pi_n^{jj'r\tau} D_n^{jj'r\tau}, \omega_n^{r\tau}, t_n^{r\tau}, x_n^{r\tau}) \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} a_k^{jr\tau} D_k^{j\tau} \omega_k^{j\tau} - \sum_{i=1}^{|I|} a_i^{r\tau} D_i^{r\tau} \omega_i^{r\tau} \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} a_n^{r\tau} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} D_n^{jj'r\tau} \omega_n^{r\tau} - \sum_{j=1}^{|J|} b^{jr\tau} \overline{V^{j\tau}} \quad \forall r, \tau \quad (13) \end{aligned}$$

여기서  $\{D_k^{j\tau}\}^+ \equiv \{k | D_k^{j\tau} > 0\}$ ,  $\{D_i^{r\tau}\}^+ \equiv \{i | D_i^{r\tau} > 0\}$ ,  $\{D_n^{r\tau}\}^+ \equiv \{n | D_n^{r\tau} > 0\}$  와  $\{E^{r'r\tau}\}^+ \equiv \{r \neq r' | E^{r'r\tau} > 0\}$ . 주주배당의 통화흐름은 연속적이라 가정하며, 따라서 주주배당 통화흐름의 저장조 운전시간분율은 1 이다. 통화재고량의 평균값 ( $\overline{C^{r\tau}}$ ) 과 하한값 ( $\underline{C^{r\tau}}$ ) 은 [10]에 있는 식들을 이용하여 쉽게 계산된다.

각 통화저장조에 대한 장기적인 통화유입과 유출은 균형을 이룬다고 가정한다. 즉 통화유입과 유출의 평균유속은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \dot{c}^{r\tau} + \sum_{o=1}^{|O|} E_o^{r\tau} = & \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{jr\tau} D_m^{j\tau} \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{jr\tau} D_k^{j\tau} - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^{j\tau}\}^+}^{|K(j)|} \frac{A_k^{jr\tau}}{\omega_k^{j\tau}} \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} a_k^{jr\tau} D_k^{j\tau} \omega_k^{j\tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{i \in \{D_i^{r(\tau)}\}^+} \frac{A_i^{r(\tau)}}{\omega_i^{r(\tau)}} - \sum_{i=1}^{|I|} a_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \omega_i^{r(\tau)} - \sum_{i=1}^{|I|} \pi_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \\
& - \sum_{r' \in \{E^{r'(\tau)}\}^+} \frac{A^{r'(\tau)}}{\omega^{r'(\tau)}} + \sum_{r' \neq r}^{|R|} \chi^{r'(\tau)} E^{r'(\tau)} - \sum_{r' \neq r}^{|R|} E^{r'(\tau)} \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} h^{j(\tau)} \overline{V}^{j(\tau)} - \sum_{j=1}^{|J|} b^{j(\tau)} \overline{V}^{j(\tau)} - \sum_{n \in \{D_n^{r(\tau)}\}^+} \frac{A_n^{r(\tau)}}{\omega_n^{r(\tau)}} \\
& - \sum_{n=1}^{|N|} a_n^{r(\tau)} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} D_n^{j'(\tau)} \omega_n^{r(\tau)} - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} \sum_{n=1}^{|N|} \pi_n^{j'(\tau)} D_n^{j'(\tau)} \\
c^{r(\tau+1)} &= c^{r(\tau)} + \dot{c}^{r(\tau)} \nabla t^{r(\tau)}, \quad c^{r(0)} = c_0^r \quad \forall r, \tau \quad (14)
\end{aligned}$$

여기서  $\dot{c}^{r(\tau)}$  는 time period  $\tau$  에서 통화 불균형 유속이고,  $c^{r(\tau)} \geq 0$  time period  $\tau$  에서 multiperiod 통화재고량이고,  $\nabla c^{r(\tau)}$  는 초기 통화재고량과 multiperiod 통화재고량과의 차이로서  $c^{r(\tau+1)} + \nabla c^{r(\tau+1)} = C^{r(\tau)}(\nabla t^{r(\tau)}) = C^{r(\tau+1)}(0)$  에 의해 계산된다.

법인세는 총이익에서 자본투자비용 (또는 감가상각) 을 차감한 값에 일정비율을 곱하여 계산된다.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\xi^{r(\tau)}} (E_\sigma^{r(\tau)}) &= \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{j(\tau)} D_m^j - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{j(\tau)} D_k^{j(\tau)} \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^{j(\tau)}\}^+} \frac{A_k^{j(\tau)}}{\omega_k^{j(\tau)}} - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} a_k^{j(\tau)} D_k^{j(\tau)} \omega_k^{j(\tau)} \\
& - \sum_{i \in \{D_i^{r(\tau)}\}^+} \frac{A_i^{r(\tau)}}{\omega_i^{r(\tau)}} - \sum_{i=1}^{|I|} a_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \omega_i^{r(\tau)} - \sum_{i=1}^{|I|} \pi_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \\
& - \sum_{r' \in \{E^{r'(\tau)}\}^+} \frac{A^{r'(\tau)}}{\omega^{r'(\tau)}} + \sum_{r' \neq r}^{|R|} \chi^{r'(\tau)} E^{r'(\tau)} - \sum_{r' \neq r}^{|R|} E^{r'(\tau)} \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} h^{j(\tau)} \overline{V}^{j(\tau)} - \sum_{j=1}^{|J|} b^{j(\tau)} \overline{V}^{j(\tau)} - \sum_{n \in \{D_n^{r(\tau)}\}^+} \frac{A_n^{r(\tau)}}{\omega_n^{r(\tau)}} \\
& - \sum_{n=1}^{|N|} a_n^{r(\tau)} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} D_n^{j'(\tau)} \omega_n^{r(\tau)} - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} \sum_{n=1}^{|N|} \pi_n^{j'(\tau)} D_n^{j'(\tau)} \quad \forall r, \tau \quad (15)
\end{aligned}$$

여기서  $E_\sigma^{r(\tau)}$  는 통화  $r$  로 지불되는 세율  $\xi^{r(\tau)}$  인 법인세의 평균유속이다. 이익이 나지 않은 자회사는 법인세를 내지 않으므로 만약  $\sum_{r \in R(s)} E_\sigma^{r(\tau)} \leq 0$  이면  $r \in R(s)$  에 대하여  $\xi^{r(\tau)} = 0$

이다. 여기서  $R(s)$  는 자회사  $s$  가 소유하는 통화저장조의 부분집합이다. 어떤 국가에 소속된 다국적 기업의 자회사는 그 국가의 세법에 따라 법인세를 지불한다. 세금부과의 기초가 되는 자회사에 들어오고 나가는 모든 물질들의 가치는 적절히 계산되어야 한다. (15) 의 우변은 (10) 에 의해 계산된 두 개의 가장적인 항  $\sum_{r' \neq r}^{|R|} \chi^{r'(\tau)} E^{r'(\tau)} - \sum_{r' \neq r}^{|R|} E^{r'(\tau)}$  을 가지고 있다.

$\sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} a_k^{j(\tau)} D_k^{j(\tau)} \omega_k^{j(\tau)}$ ,  $\sum_{i=1}^{|I|} a_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \omega_i^{r(\tau)}$ ,  $\sum_{n=1}^{|N|} a_n^{r(\tau)} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} D_n^{j'(\tau)} \omega_n^{r(\tau)}$  와  $\sum_{j=1}^{|J|} b^{j(\tau)} \overline{V}^{j(\tau)}$  는 공정과 저장조에 대한 연간 자본투자비용

또는 감가상각비용이다.

통화저장조의 상한값과 하한값은 (15) 을 이용하여 다음과 같이 간단해진다:

$$\begin{aligned}
\overline{C}^{r(\tau)} &= c^{r(\tau)} + 0.5 \dot{c}^{r(\tau)} \nabla t^{r(\tau)} + \nabla c^{r(\tau)} \\
& + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{j(\tau)} \left[ 0.5(1 - x_m^j) D_m^{j(\tau)} \omega_m^{j(\tau)} - D_m^{j(\tau)} (t_m^{j(\tau)} + \Delta t_m^{j(\tau)}) \right] \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{j(\tau)} \left[ 0.5(1 - x_k^{j(\tau)}) D_k^{j(\tau)} \omega_k^{j(\tau)} - D_k^{j(\tau)} (t_k^{j(\tau)} + \Delta t_k^{j(\tau)}) \right] \\
& - \sum_{i \in \{D_i^{r(\tau)}\}^+} A_i^{r(\tau)} \left[ 0.5(1 - \chi_i^{r(\tau)}) - \frac{\chi_i^{r(\tau)}}{\omega_i^{r(\tau)}} \right] \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^{j(\tau)}\}^+} A_k^{j(\tau)} \left[ 0.5(1 - x_k^{j(\tau)}) - \frac{t_k^{j(\tau)}}{\omega_k^{j(\tau)}} \right] \\
& + \sum_{r' \neq r}^{|R|} \chi^{r'(\tau)} \left[ 0.5 E^{r'(\tau)} \omega^{r'(\tau)} - E^{r'(\tau)} t^{r'(\tau)} \right] \\
& - \sum_{r' \neq r}^{|R|} \left[ 0.5 E^{r'(\tau)} \omega^{r'(\tau)} - E^{r'(\tau)} t^{r'(\tau)} \right] \\
& - \sum_{r' \in \{E^{r'(\tau)}\}^+} A^{r'(\tau)} \left[ 0.5 - \frac{t^{r'(\tau)}}{\omega^{r'(\tau)}} \right] \\
& - \sum_{i=1}^{|I|} \pi_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \left[ 0.5(1 - \chi_i^{r(\tau)}) \omega_i^{r(\tau)} - \chi_i^{r(\tau)} \right] \\
& - \sum_{n \in \{D_n^{r(\tau)}\}^+} A_n^{r(\tau)} \left[ 0.5(1 - \chi_n^{r(\tau)}) - \frac{\chi_n^{r(\tau)}}{\omega_n^{r(\tau)}} \right] \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} \sum_{n=1}^{|N|} \pi_n^{j'(\tau)} D_n^{j'(\tau)} \left[ 0.5(1 - x_n^{r(\tau)}) \omega_n^{r(\tau)} - t_n^{r(\tau)} \right] \quad \forall r, \tau \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\underline{C}^{r(\tau)} = c^{r(\tau)} + \min\{0, \dot{c}^{r(\tau)} \nabla t^{r(\tau)}\} + \nabla c^{r(\tau)}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} P_m^{j(\tau)} \left[ D_m^{j(\tau)} (t_m^{j(\tau)} + \Delta t_m^{j(\tau)}) \right] \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^{j(\tau)} \left[ (1 - x_k^{j(\tau)}) D_k^{j(\tau)} \omega_k^{j(\tau)} - D_k^{j(\tau)} (t_k^{j(\tau)} + \Delta t_k^{j(\tau)}) \right] \\
& - \sum_{i \in \{D_i^{r(\tau)}\}^+} A_i^{r(\tau)} \left[ (1 - \chi_i^{r(\tau)}) - \frac{\chi_i^{r(\tau)}}{\omega_i^{r(\tau)}} \right] \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k \in \{D_k^{j(\tau)}\}^+} A_k^{j(\tau)} \left[ (1 - x_k^{j(\tau)}) - \frac{t_k^{j(\tau)}}{\omega_k^{j(\tau)}} \right] \\
& - \sum_{j=1}^{|J|} h^{j(\tau)} \left[ \overline{V}^{j(\tau)} - \underline{V}^{j(\tau)} \right] \nabla t^{r(\tau)} \\
& - \sum_{r' \neq r}^{|R|} \chi^{r'(\tau)} E^{r'(\tau)} t^{r'(\tau)} - \sum_{r' \neq r}^{|R|} \left[ E^{r'(\tau)} \omega^{r'(\tau)} - E^{r'(\tau)} t^{r'(\tau)} \right] \\
& - \sum_{r' \in \{E^{r'(\tau)}\}^+} A^{r'(\tau)} \left( 1 - \frac{t^{r'(\tau)}}{\omega^{r'(\tau)}} \right) \\
& - \sum_{i=1}^{|I|} \pi_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \left[ (1 - \chi_i^{r(\tau)}) \omega_i^{r(\tau)} - \chi_i^{r(\tau)} \right] \\
& - \sum_{n \in \{D_n^{r(\tau)}\}^+} A_n^{r(\tau)} \left[ (1 - \chi_n^{r(\tau)}) - \frac{\chi_n^{r(\tau)}}{\omega_n^{r(\tau)}} \right]
\end{aligned}$$

$$-\sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} \sum_{n=1}^{|N|} \pi_n^{jj'r(\tau)} D_n^{jj'r(\tau)} \left[ (1 - x_n^{r(\tau)}) \omega_n^{r(\tau)} - t_n^{r(\tau)} \right] \quad \forall r, \tau \quad (17)$$

(16)은 통화재고량의 기회비용을 계산하는데 사용되고, 통화의 부족은 과도한 금융비용 또는 파산의 위험을 초래하므로 (17)는 통화재고량이 바닥나지 않도록 제약식을 가하는데 사용된다. 즉

$$\underline{V}^{j(\tau)} \geq \min\{v^{j(\tau)}, v^{j(\tau+1)}\} \geq 0 \quad (18)$$

와

$$\underline{C}^{r(\tau)} \geq \min\{c^{r(\tau)}, c^{r(\tau+1)}\} \geq 0 \quad (19)$$

는 최적화의 제약식을 구성한다. 여기서  $\min\{v^{j(\tau)}, v^{j(\tau+1)}\} = v^{j(\tau)} + \min\{0, \dot{v}^{j(\tau)} \nabla t^{r(\tau)}\}$  and  $\min\{c^{r(\tau)}, c^{r(\tau+1)}\} = c^{r(\tau)} + \min\{0, \dot{c}^{r(\tau)} \nabla t^{r(\tau)}\}$  이다.

$\eta^{r(\tau)}$  (currency/currency/year) 는 통화재고의 기회비용의 비율이고,  $\rho^{r(\tau)}$  (currency/currency) 는 순현재값을 계산하기 위한 time period  $\tau$ 에서의 할인율이며,  $\gamma^{jr(\tau)}$  (currency/L) 는 마지막 time period  $T$ 에서 물질  $j$ 의 파산가치이다. 최적화의 목적함수는 공정과 저장조의 자본투자와 통화와 물질 재고량에 대한 연간 기회비용에서 주주배당을 뺀 값을 기준통화 ( $r=1$ )로 계산하여 최소화하는 것이다.

$$\text{Minimize } TC = \sum_{\tau=0}^{T-1} ATC^{(\tau)} \nabla t^{r(\tau)} - \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \gamma^{jr(\tau)} v^{j(\tau)} \quad (20)$$

여기서

$$ATC^{(\tau)} = \sum_{r=1}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \eta^{r(\tau)} \overline{C}^{r(\tau)} + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \gamma^{jr(\tau)} \overline{V}^{j(\tau)} - \sum_{r=1}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \left( \dot{c}^{r(\tau)} + \sum_{o \neq \tau} |O| E_o^{r(\tau)} \right) \quad (21)$$

여기서  $\tilde{\chi}^{r(\tau)} \equiv \frac{\chi^{r(\tau)}}{(1 + \rho^{r(\tau)})^{|\tau|}}$ .  $\left( \dot{c}^{r(\tau)} + \sum_{o \neq \tau} |O| E_o^{r(\tau)} \right)$ 는 (14)와 (15)

에 의해 더욱 전개된다. (21)을 다시 쓰면

$$ATC^{(\tau)} = \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \left[ (1 - \xi^{r(\tau)}) \frac{A_k^{jr(\tau)}}{\omega_k^{j(\tau)}} + (1 - \xi^{r(\tau)}) a_k^{jr(\tau)} D_k^{j(\tau)} \omega_k^{j(\tau)} + (1 - \xi^{r(\tau)}) P_k^{jr(\tau)} D_k^{j(\tau)} \right] + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{i=1}^{|I|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \left[ (1 - \xi^{r(\tau)}) \frac{A_i^{r(\tau)}}{\omega_i^{r(\tau)}} + (1 - \xi^{r(\tau)}) a_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \omega_i^{r(\tau)} + (1 - \xi^{r(\tau)}) \pi_i^{r(\tau)} D_i^{r(\tau)} \right] + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{r' \neq r}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} (1 - \xi^{r(\tau)}) \frac{A^{rr'(\tau)}}{\omega^{rr'(\tau)}} - \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} (1 - \xi^{r(\tau)}) P_m^{r(\tau)} D_m^{j(\tau)}$$

$$+ \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{j=1}^{|J|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \left[ \left( (1 - \xi^{r(\tau)}) h^{jr(\tau)} + \gamma^{jr(\tau)} \right) \overline{V}^{j(\tau)} + (1 - \xi^{r(\tau)}) b^{jr(\tau)} \overline{V}^{j(\tau)} \right] + \sum_{r=1}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \eta^{r(\tau)} \overline{C}^{r(\tau)} + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{r' \neq r}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} E^{rr'(\tau)} - \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{r' \neq r}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \chi^{rr'(\tau)} E^{rr'(\tau)} - \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{r' \neq r}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \xi^{rr'(\tau)} \overline{E}^{rr'(\tau)} + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{r' \neq r}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \chi^{rr'(\tau)} \xi^{rr'(\tau)} \overline{E}^{rr'(\tau)} + \sum_{r=1}^{|R|} \sum_{n=1}^{|N|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \left[ (1 - \xi^{r(\tau)}) \frac{A_n^{r(\tau)}}{\omega_n^{r(\tau)}} + (1 - \xi^{r(\tau)}) a_n^{r(\tau)} \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} D_n^{jj'r(\tau)} \omega_n^{r(\tau)} + (1 - \xi^{r(\tau)}) \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{j' \neq j}^{|J|} \pi_n^{jj'r(\tau)} D_n^{jj'r(\tau)} \right] \quad \forall \tau \quad (22)$$

최적화의 설계변수는 운전주기 ( $\omega_k^{j(\tau)}$ ,  $\omega_i^{r(\tau)}$ ,  $\omega_n^{r(\tau)}$ 와  $\omega^{rr'(\tau)}$ ), 가동시작시간 ( $t_k^{j(\tau)}$ ,  $\chi_i^{r(\tau)}$ ,  $\chi_n^{r(\tau)}$ 와  $t^{rr'(\tau)}$ ) 그리고 물질과 통화의 평균유속 ( $D_k^{j(\tau)}$ ,  $D_i^{r(\tau)}$ ,  $D_n^{jj'r(\tau)}$ 와  $E^{rr'(\tau)}$ ) 이다. 가동시작시간  $t_i^{r(\tau)}$ 와  $t_n^{r(\tau)}$ 는 (3)과 (4)에 의해  $\chi_i^{r(\tau)}$ 와  $\chi_n^{r(\tau)}$ 로 바뀐다.

만약  $D_k^{j(\tau)}$ ,  $D_i^{r(\tau)}$ ,  $D_n^{jj'r(\tau)}$ 와  $E^{rr'(\tau)}$ 가 매개변수이면,  $\omega_k^{j(\tau)}$ ,  $\omega_i^{r(\tau)}$ ,  $\omega_n^{r(\tau)}$ ,  $\omega^{rr'(\tau)}$ ,  $t_k^{j(\tau)}$ ,  $\chi_i^{r(\tau)}$ ,  $\chi_n^{r(\tau)}$ 와  $t^{rr'(\tau)}$ 에 대하여 (21)에 있는 목적함수는 볼록함수이고, (18)과 (19)에 있는 제약식은 선형이다. 그러나  $D_k^{j(\tau)}$ ,  $D_i^{r(\tau)}$ ,  $D_n^{jj'r(\tau)}$ 와  $E^{rr'(\tau)}$ 에 대한 볼록성은 명확하지 않다. 먼저  $D_k^{j(\tau)}$ ,  $D_i^{r(\tau)}$ ,  $D_n^{jj'r(\tau)}$ 와  $E^{rr'(\tau)}$ 가 매개변수 일 때  $\omega_k^{j(\tau)}$ ,  $\omega_i^{r(\tau)}$ ,  $\omega_n^{r(\tau)}$ ,  $\omega^{rr'(\tau)}$ ,  $t_k^{j(\tau)}$ ,  $\chi_i^{r(\tau)}$ ,  $\chi_n^{r(\tau)}$ 와  $t^{rr'(\tau)}$ 에 대한 Kuhn-Tucker 조건의 해를 구하고, 다음단계로  $D_k^{j(\tau)}$ ,  $D_i^{r(\tau)}$ ,  $D_n^{jj'r(\tau)}$ 와  $E^{rr'(\tau)}$ 에 대한 해를 구해나간다. 비록 원래 문제가 이단계 매개변수 최적화 문제로 분리되었지만, 원래 문제와 이단계 문제의 Kuhn-Tucker 조건은 제약식이 등식이 되면 동일해진다. 다시 말하면 일단계 문제의 Kuhn-Tucker 조건에 대한 해석적인 해가 가능하고, 이들을 이용하여 일단계 문제에서 설계변수를 소거하면 원래 문제는 이단계 문제로 변환된다[10]. 일단계 문제는 선형 부등식 제약식과 볼록 목적함수를 갖추고 있고, 이단계 문제는 비선형 등식 제약식과 비볼록 목적함수를 갖추고 있다. 매개변수를 이용한 이단계 분리적 접근법은 이단계 문제가 전범위 최적점에 수렴할수록 전범위 최적점에 수렴한다.

#### IV. KUHN-TUCKER 조건의 해

일단계 최적화 문제는 고정된 값의  $D_k^{j(\tau)}$ ,  $D_i^{r(\tau)}$ ,  $D_n^{jj'r(\tau)}$ 와  $E^{rr'(\tau)}$ 에 대하여 제약식 (18)과 (19)와 함께 목적함수 (21)를 최소화 하는 것인데 그 Kuhn-Tucker 조건의 해석적인 해는 <http://myweb.pknu.ac.kr/gbyi/>에 있는 부록 A에 요약된 방법에 의해 구해진다. 최적 운전주기는

$$* \omega_k^{j(\tau)} = \sqrt{\frac{\left( \sum_{r=1}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \mu^{r(\tau)} A_k^{jr(\tau)} \right)}{D_k^{j(\tau)} \left( \sum_{r=1}^{|R|} \tilde{\chi}^{r(\tau)} \Psi_k^{jr(\tau)} \right)}} \quad \forall j, k, \tau \quad (23)$$

$${}^* \omega_i^{l[\tau]} = \frac{\sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} A_i^{r[\tau]} \right)}}{\sqrt{D_i^{r[\tau]} \left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \Psi_i^{r[\tau]} \right)}} \quad \forall i, \tau \quad (24)$$

$${}^* \omega_n^{r[\tau]} = \frac{\sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} A_n^{r[\tau]} \right)}}{\sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{j' \neq j}^{|\mathcal{J}|} \Psi_n^{jj'r[\tau]} D_n^{jj'r[\tau]} \right)}} \quad \forall n, \tau \quad (25)$$

$${}^* \omega^{r'r[\tau]} = \sqrt{\frac{\mu^{r[\tau]} A^{r'r[\tau]}}{E^{r'r[\tau]} \Psi^{r'r[\tau]}}} \quad \forall r, r', \tau \quad (26)$$

여기서

$$\mu^{r[\tau]} \equiv 1 - \xi^{r[\tau]} - 0.5\eta^{r[\tau]} \nabla t^{[\tau]} \quad \forall r, \tau \quad (27)$$

$$\theta^{jr[\tau]} \equiv \frac{(\mu^{r[\tau]} + \eta^{r[\tau]} \nabla t^{[\tau]}) h^{jr[\tau]} + \gamma^{jr[\tau]}}{2} + \mu^{r[\tau]} b^{jr[\tau]} \quad \forall j, r, \tau \quad (28)$$

$$\Psi_k^{jr[\tau]} = \mu^{r[\tau]} a_k^{jr[\tau]} + \left[ \frac{\eta^{r[\tau]} P_k^{jr[\tau]}}{2} + \theta^{jr[\tau]} \right] (1 - x_k^{j[\tau]}) \quad \forall j, k, r, \tau \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Psi_i^{r[\tau]} &= \mu^{r[\tau]} a_i^{r[\tau]} + (1 - \chi_i^{r[\tau]}) \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \theta^{jr[\tau]} f_i^{j[\tau]} \\ &+ (1 - x_i^{r[\tau]}) \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \theta^{jr[\tau]} g_i^{j[\tau]} + (1 - \chi_i^{r[\tau]}) \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \frac{\eta^{r[\tau]} \pi_i^{r[\tau]}}{2} \quad \forall i, r, \tau \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \Psi_n^{jj'r[\tau]} &= \mu^{r[\tau]} a_n^{r[\tau]} + (1 - \chi_n^{r[\tau]}) \theta^{jr[\tau]} \\ &+ (1 - x_n^{r[\tau]}) \theta^{j'r[\tau]} + (1 - x_n^{r[\tau]}) \frac{\eta^{r[\tau]} \pi_n^{jj'r[\tau]}}{2} \quad \forall n, r, j, j', \tau \end{aligned} \quad (31)$$

$$\Psi^{r'r[\tau]} = 0.5 \left( \left( \frac{\chi^{r[\tau]}}{\chi^{r'[\tau]}} \right) \eta^{r[\tau]} \chi^{r'r[\tau]} + \eta^{r'[\tau]} \right) \quad \forall r, r', \tau \quad (32)$$

$$\mu^{r[\tau]} \geq 0 \text{ 이므로 } \nabla t^{[\tau]} < \frac{1 - \xi^{r[\tau]}}{0.5\eta^{r[\tau]}} \approx \frac{1 - 0.35}{0.5 * 0.1} = 13 \text{ years 이다.}$$

Lagrange 승수의 값이 양수이므로 (A12)에 의해  $\underline{v}^{j[\tau]} - \min\{v^{j[\tau]}, v^{j[\tau+1]}\} = 0$  and  $\underline{c}^{r[\tau]} - \min\{c^{r[\tau]}, c^{r[\tau+1]}\} = 0$  가 성립한다. (23)~(32) 로부터 목적함수의 최적값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^* ATC^{l[\tau]}(D_k^{j[\tau]}, D_i^{r[\tau]}, D_n^{jj'r[\tau]}, E^{r'r[\tau]}, v^{j[\tau]}, c^{j[\tau]}) &= \\ &+ 2 \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{k=1}^{|\mathcal{K}(j)|} \sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} A_k^{jr[\tau]} \right) \left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \Psi_k^{jr[\tau]} \right)} D_k^{j[\tau]} \\ &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{k=1}^{|\mathcal{K}(j)|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} P_k^{jr[\tau]} D_k^{j[\tau]} \\ &+ 2 \sum_{i=1}^{|\mathcal{I}|} \sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} A_i^{r[\tau]} \right) \left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \Psi_i^{r[\tau]} \right)} D_i^{r[\tau]} \\ &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{i=1}^{|\mathcal{I}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} \pi_i^{r[\tau]} D_i^{r[\tau]} \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{|\mathcal{N}|} \sqrt{\left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} A_n^{r[\tau]} \right) \left( \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{j' \neq j}^{|\mathcal{J}|} \Psi_n^{jj'r[\tau]} D_n^{jj'r[\tau]} \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{j' \neq j}^{|\mathcal{J}|} \sum_{n=1}^{|\mathcal{N}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} \pi_n^{jj'r[\tau]} D_n^{jj'r[\tau]} \\ &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{r' \neq r}^{|\mathcal{R}|} \left( \tilde{\chi}^{r'[\tau]} \chi^{r'r[\tau]} \xi^{r'[\tau]} - \tilde{\chi}^{r[\tau]} \xi^{r'[\tau]} \right) \overline{E^{r'r[\tau]}} \\ &+ 2 \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{r' \neq r}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r'[\tau]} \sqrt{\mu^{r[\tau]} A^{r'r[\tau]} \Psi^{r'r[\tau]} E^{r'r[\tau]}} \\ &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{r' \neq r}^{|\mathcal{R}|} \left\{ \tilde{\chi}^{r'[\tau]} (1 - 0.5\eta^{r'[\tau]} \nabla t^{[\tau]}) \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\chi}^{r'[\tau]} \chi^{r'r[\tau]} (1 - 0.5\eta^{r'[\tau]} \nabla t^{[\tau]}) \right\} E^{r'r[\tau]} \\ &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \left( \mu^{r[\tau]} h^{jr[\tau]} + \gamma^{jr[\tau]} \right) \left( v^{j[\tau]} + 0.5v^{j[\tau]} \nabla t^{[\tau]} \right) \\ &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} b^{jr[\tau]} \left( v^{j[\tau]} + \max\{0, v^{j[\tau]} \nabla t^{[\tau]}\} \right) \\ &+ 0.5 \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \eta^{r[\tau]} h^{jr[\tau]} |v^{j[\tau]}| \left( \nabla t^{[\tau]} \right)^2 \\ &+ 0.5 \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \eta^{r[\tau]} \sum_{i \in \{D_i^{r[\tau]}\}^+} (1 - \chi_i^{r[\tau]}) A_i^{r[\tau]} \\ &+ 0.5 \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \eta^{r[\tau]} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{k \in \{D_k^{j[\tau]}\}^+} (1 - x_k^{j[\tau]}) A_k^{jr[\tau]} \\ &+ 0.5 \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \eta^{r[\tau]} \sum_{n \in \{D_n^{r[\tau]}\}^+} (1 - \chi_n^{r[\tau]}) A_n^{r[\tau]} \\ &+ 0.5 \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \eta^{r[\tau]} \sum_{r' \in \{E^{r'r[\tau]}\}^+} A^{r'r[\tau]} + \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \eta^{r[\tau]} c^{r[\tau]} \\ &+ \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{m=1}^{|\mathcal{M}(j)|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \left( \frac{\eta^{r[\tau]} P_m^{jr[\tau]}}{2} + \theta^{jr[\tau]} \right) (1 - x_m^{j[\tau]}) D_m^{j[\tau]} \omega_m^{j[\tau]} \\ &- \sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \sum_{j=1}^{|\mathcal{J}|} \sum_{m=1}^{|\mathcal{M}(j)|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \mu^{r[\tau]} P_m^{jr[\tau]} D_m^{j[\tau]} \quad \forall \tau \end{aligned} \quad (33)$$

이단계 최적화 문제는 설계변수  $D_k^{j[\tau]}, D_i^{r[\tau]}, D_n^{jj'r[\tau]}$  와  $E^{r'r[\tau]}$  에 대하여 제약식은 (5)와 (14)이고 목적함수 (20)와 (33)를 최소화하는 것이다. 이단계 최적화 문제를 먼저 풀어서 통화와 물질흐름의 최적 평균값을 구한 다음 (23)~(32)에 의해 최적 운전주기와 공정용량을 계산할 수 있다. single period 모형 [5,10]과 multiperiod 모형의 최적해의 가장 큰 차이점은 (27)과 (28)에  $\nabla t^{[\tau]}$  를 포함하는 항이 존재한다는 점이다.  $\nabla t^{[\tau]}$  를 포함하는 항들은 (22)에서 통화재고량의 기회비용 항  $\sum_{r=1}^{|\mathcal{R}|} \tilde{\chi}^{r[\tau]} \eta^{r[\tau]} \overline{C^{r[\tau]}}$  로부터 유래하였다.  $\nabla t^{[\tau]}$  는 시스템의 특성을 나타내는 매개변수가 아니라 모형화 과정에 도입된 매개변수이다. 그림 3에서 나타난 것처럼 비록 그 변화량은 작지만  $\nabla t^{[\tau]}$  가 증가할수록 최적용량은 감소하고 최적비용은 증가한다. single period 모형의 해는  $\nabla t^{[\tau]} = 0$  에 해당한다. 이러한 사실은 모형 개발자가 시스템을 보는 관점에 따라 최적해가 달라질 수 있음을 의미한다



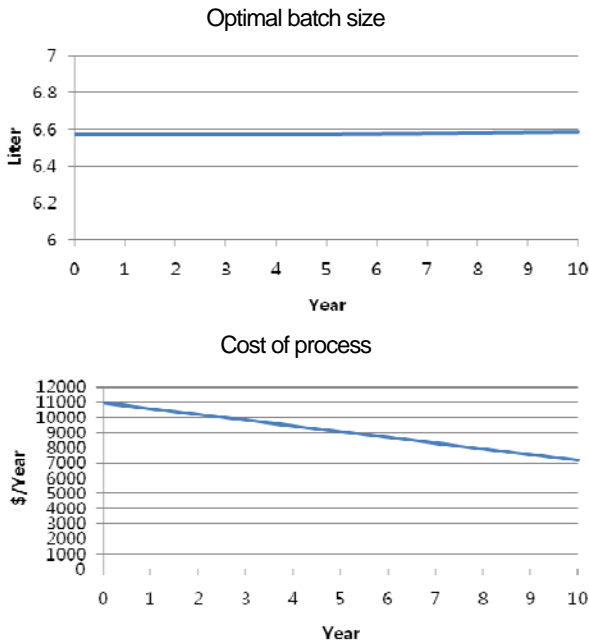


그림 3. 시간분기 간격의 효과.  
Fig. 3. Effect of time period interval.

**V. 결론**

공정-저장조 망구조에 기반을 둔 multiperiod 최적설계모형이 개발되었으며, 다수의 제품을 동시에 수송하는 수송공정을 도입하였다. multiproduct 수송공정은 각 제품별로 구분할 수 없는 비용자료를 가지고 있는데 이러한 자료들은 특별한 처리가 요구된다. 공정-저장조 망구조 이론의 가장 큰 장점은 해석적인 최적해를 구할 수 있다는 점이다. multiperiod 모형에서 유도된 최적 lot size 식은 time period의 길이가 식에 포함된다는 점에서 single period 모형의 식과 달랐다.

time period의 길이는 시스템의 매개변수의 변화가 무시될 수 있는 범위 내에서 선택되어진다. time period의 길이는 설계자가 주관적인 관점에서 선택할 수 있는 모형화 매개변수이다. 모형화 매개변수가 최적설계공식에 포함된다는 사실은 모형설계자의 개인적인 자질이 최적성능을 얻는데 영향을 미침을 의미한다.

**참고문헌**

[1] G. Yi and G. V. Reklaitis, Optimal design of multiple batch units with feedstock/product storages. *Chem. Eng. Comm.* vol. 181, no. 1, pp. 79-106, 2000.  
[2] G. Yi and G. V. Reklaitis, Optimal design of batch-storage network using periodic square model. *AIChE J.* vol. 48, no. 8, pp. 1737-1753, 2002.

[3] G. Yi and G. V. Reklaitis, Optimal design of batch-storage network with recycle streams. *AIChE J.* vol. 49, no. 12, pp. 3084-3094, 2003.  
[4] G. Yi and G. V. Reklaitis, Optimal design of batch-storage network with financial transactions and cash flows. *AIChE J.* vol. 50, no. 11, pp. 2849-2865, 2004.  
[5] G. Yi and G. V. Reklaitis, Erratum. *AIChE J.* vol. 55, no. 7, pp. 1914-1916, 2009.  
[6] G. Yi and G. V. Reklaitis, Optimal design of batch-storage network with multitasking semi-continuous processes. *AIChE J.* vol. 52, no. 1, pp. 269-281, 2006.  
[7] G. Yi and G. V. Reklaitis, Optimal design of batch-storage network with uncertainty and waste treatments. *AIChE J.* vol. 52, no. 10, pp. 3473-3490, 2006.  
[8] K. Suh and G. Yi, "Optimal design of process-inventory network under cycle time and batch quantity uncertainties," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems* vol. 16, no. 3, pp. 305-312, 2010.  
[9] G. Yi, Y. Kim, and E. Lee, Optimal design of multisite batch-storage network under scenario-based demand uncertainty. *Chem. Eng. Comm.* vol. 194, no. 10, pp. 1297-1327, 2007.  
[10] G. Yi and G. V. Reklaitis, Optimal design of batch-storage network considering exchange rates and taxes. *AIChE J.* vol. 53, no. 5, pp. 1211-1231, 2007.  
[11] K. Suh and G. Yi, "Optimal design of process-inventory network considering late delivery costs," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems* vol. 16, no. 5, pp. 476-480, 2010.



**서근학**

1974년 부산대학교 화학공학과 학사. 1978년 부산대학교 석사학위. 1986년 부산대학교 화학공학과 박사학위. 1974년~1983년 한국비료 근무. 1983년 이후 부경대학교 근무. 현재 화학공학과 교수 재직중. 관심분야는 화학 장치 및 공정 분야.



**이경범**

1983년 서울대학교 화학공학과 학사. 1985년 KAIST 화학공학과 석사학위. 1992년 PURDUE 대학 화학공학과 박사학위. 1985년~1988년 쌍용정유에서 공정기사. 1992년~1996년 호남정유 기술연구소 연구원. 1996년~현재 부경대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등.