

FEM 모델의 형상과 감쇠계수의 추정을 통한 평판진동해석의 개선에 대한 연구

박석주[†] · 오창근¹

(원고접수일 : 2012년 7월 18일, 원고수정일 : 2012년 9월 11일, 심사완료일 : 2012년 9월 19일)

A Study on the Improvement of FEM model in Plate Vibration by Modification of Young's Modulus and Shape

Sok-Chu Park[†] · Chang-Guen Oh¹

요 약 : 유한요소법은 구조물의 정적해석과 동적해석의 강력한 도구로 이용되고 있다. 정적인 해석에 있어서는 상당히 정확도가 높지만 진동해석에서는 여전히 정확성이 떨어진다. 주파수응답함수(FRF)는 저주파 영역에서는 비교적 쉽게 맞출 수 있으나 고주파 영역으로 가면 실제 구조물이 나타내는 현상과는 차이가 커지고, 감쇠의 해석적 발견의 어려움으로 인하여 진동 진폭을 예측하기 어렵다. 따라서 구조물의 형상에 따라 유한요소법을 적절히 수정하여서 적용할 필요가 있다. 여기에서는 평판에 대하여 유한요소 해석을 하고, 실험을 통하여 결과를 비교하고, 차이를 보정하는 방법을 제시하고자 한다. 전혀 가공하지 않은 평판의 데이터를 그대로 이용할 경우 같은 구조물의 해석 결과인지 의심스러운 정도이지만, 영계수만의 조정으로도 상당히 근접한 해석 결과를 보인다. 그러나 이 역시 한계가 있어서 유전알고리즘을 이용한 모델의 치수의 조정과 감쇠계수의 추정을 통하여 거의 완벽한 모델을 제안할 수 있었다.

주제어 : 유한요소법, 주파수응답함수, 비례감쇠, 유전알고리즘, 목적함수

Abstract: Finite Element Method is a strong tool to analyse static and dynamic problem of a structure. FEM is a good method for static problem, but for dynamic problem there are some differences between real phenomena and analyzed phenomena. Therefore some modifications are needed to identify two results. In this paper authors propose a genetic algorithm method 1) to adjust dimensions of plate for identifying natural frequencies, 2) to fit amplitude of FEM Frequency Response Function(FRF) onto it of real FRF. Analysis by raw FEM data gave questions if the results were for the same object. By only adjusting Young's modulus much better accordances were obtained, but limitation existed still. Very good agreements were achieved by shape modification and damping coefficient identification.

Key words: Finite Element Method, Frequency Response Function, Proportional Damping, Genetic Algorithm, Objective Function

기호 설명

M : 질량행렬

C : 감쇠행렬

K : 강성행렬

f : 외력 벡터(= $F e^{j\omega t}$)

z : 변위 벡터(= $Z e^{j\omega t}$)

H : 주파수응답함수

σ^2 : 실험 시도에 따른 주파수응답함수의 분산

Ω_r : r차 고유진동수

ϕ_r : r차 고유진동형

[†] 교신저자(한국대학교 조선해양시스템공학부, E-mail: poseidon@hhu.ac.kr, Tel: 051-410-4305)

¹ 두산모트롤, E-mail: changeun.oh@doosan.com, Tel: 055-278-6114

σ_r : r차 모드감쇠율

S : 목적함수

1. 서 론

구조물의 동적 거동을 예측하기 위하여 유한요소법은 거의 필수적인 해석 도구가 되었다. 설계 단계에서는 물론이고 문제 해결에도 반드시 이용하는 도구로 유한요소법이 그 자리를 확고히 하고 있다. 그럼에도 여전히 유한요소법의 한계는 존재한다.

유한요소법에 의한 정적 구조해석은 상당히 근접한 결과를 내주지만, 진동해석 등 동적인 문제가 되면 주파수가 높아질수록 해석의 정확도가 떨어지게 된다. 이는 현존하는 유한요소법의 수학 모델이 완벽하지 못하다는 것을 말해준다.

실험과 해석 FRF의 차이는 크게 두 가지이다. 하나는 고유진동수가 정확히 일치하지 않는다는 것이고, 다른 하나는 감쇠의 영향을 제대로 고려하지 못하기 때문에 진동진폭이 크게 차이가 난다는 것이다. 바꾸어 말하면 FRF 오차의 가로축 원인과 세로축 원인이 다르다는 것이다.

1차 고유진동수의 경우는 영계수의 조절로 완벽하게 맞출 수 있다. 그러나 차수가 높아지면 유한요소법에 의한 고유진동수가 실제 구조물의 고유진동수와 동떨어지는 경우가 많다. 고유진동수는 비슷하더라도 고유진동형이 다른 경우도 허다하다. 고유진동형이 일치하지 않으면 비록 고유진동수가 같더라도 실제로는 전혀 다른 진동을 나타낸다. 이 경우는 굽힘 진동과 비틀림 진동이 뒤바뀌어 나타나는 등, (m,n) 형태의 진동에서 진동형의 순서가 바뀌기 때문이다.

이러한 문제를 해결하기 위하여서는 더욱 정확한 수학 모델이 요구되지만 어떠한 경우에도 한계가 존재하게 된다. 따라서 실험과 해석을 병행하면서 모델의 수정을 통하여 그 차이를 좁힐 수밖에 없다.

그래서 실험데이터로부터 거꾸로 특성행렬을 추출하는 여러 시도들이 있었다[1-7]. 저자도 실험데이터로부터 유전알고리즘을 이용하여 강봉의

강성행렬과 질량행렬을 거꾸로 구하는 방법을 제안하여 보다 정확한 강성행렬과 질량행렬을 구한 바 있고[8], 유전알고리즘을 이용하여 감쇠행렬의 추정을 제안하여 보다 실제 구조물의 현상을 잘 나타내기 위한 노력을 한 바 있다[9].

이 연구에서는 평판에 대하여 실험과 유한요소 해석법으로 진동해석을 하여 결과를 비교하고, 차이가 생기면 유전알고리즘을 이용하여 차수를 조정함으로써 더욱 정확한 해석을 하는 법을 제안한다. 차수의 최적 조정을 위하여 유전알고리즘을 사용한다.

나아가서 감쇠행렬까지 유전알고리즘으로 구함으로써 고유진동수는 물론이고, 응답의 크기까지 맞추고자 한다.

2. 진동해석

2.1 주파수응답함수

감쇠진동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = f \quad (1)$$

여기에서 조화가진력이 작용한다고 하면 주파수 응답함수 H 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f = Fe^{j\omega t} \quad (2)$$

$$z = Ze^{j\omega t} \quad (3)$$

$$(-\omega^2 M + j\omega C + K)Z e^{j\omega t} = F e^{j\omega t} \quad (4)$$

$$Z = (-\omega^2 M + j\omega C + K)^{-1} F \\ = HF \quad (5)$$

여기에서

$$H = (-\omega^2 M + j\omega C + K)^{-1} \quad (6)$$

주파수응답함수를 구할 때 식 (6)을 쓰면 각 주파수마다에 대하여 역행렬 계산을 해야 하고, 또 결과적으로 (자유도×자유도)×관심주파수갯수만큼의 모든 주파수응답함수를 구하여야 하기 때문에 계산량이 대단히 많아진다. 그래서 실제적으로는

다음과 같이 모드좌표로 변환하면 관심 주파수마다 식 (6)의 역행렬을 구하지 않고 한번 구해놓은 고유진동수와 고유진동형을 이용하기 때문에 주파수응답함수를 계산하는데 걸리는 시간을 현저하게 줄일 수 있다[10].

$$H(\omega)_{ik} = \sum_{r=1}^N \left(\frac{\phi_{ri}\phi_{rk}}{j\omega - j\Omega_r + \sigma_r} + \frac{\bar{\phi}_{ri}\bar{\phi}_{rk}}{j\omega + j\Omega_r + \sigma_r} \right) \quad (7)$$

여기에서 i 는 응답점의 절점 번호를 나타내고, k 는 가진점의 절점 번호를 나타내고, N 은 자유도를 나타낸다. 이 식은 한 번의 고유치 해석으로 구한 고유진동수와 고유진동모드를 이용하여 원하는 위치의 전달함수를 구할 수 있음을 보여준다.

감쇠행렬은 비례감쇠로 가정하여 다음과 두기로 한다.

$$C_i = \alpha_i M_i + \beta_i K_i \quad (8)$$

여기에서 아래첨자 i 는 요소의 번호를 나타낸다.

2.2 평판의 유한요소 모델

Figure 1과 같이 가로 580.0mm, 세로 480.0mm, 두께 5.5mm인 광판을 해석에 사용하였다. 밀도는 7860kg/m³, 영계수는 2.5x10⁸Pa, 뽀와송비는 0.3을 사용하였다.

5	19	20	21	22	23	24
4	13	14	15	16	17	18
3	7	8	9	10	11	12
2	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6

Figure 1: The rectangular plate used in analysis

2.3 진동해석과 실험

Figure 1에서와 같이 가로를 6등분하고 세로를 4등분하여 유한요소법을 적용하였다.

실험은 PCB의 086C03 충격망치로 가진한 가진력과 PCB의 353B15 가속도계로 철판의 가속도를 B&K의 PULSE로 측정하였다. 주파수응답함수는 충격망치의 충격력을 입력으로 하고 가속도계의 가속도를 응답으로 하여 0.5Hz 간격으로 200Hz까지 구하였다. 경계조건은 네 변을 전부 자유 상태로 하였다. 실험에서 네 변 자유 경계조건을 구현하기가 어렵기 때문에 실제로는 고무공 9개를 바닥에 깔고 그 위에 철판을 올리고 실험하였다. 이 고무공으로 인하여 10Hz 부근에서 강제 모드가 나타났기 때문에 40Hz 이하의 전달함수는 제외하였다.

Figure 2는 절점 (1,1)을 충격망치로 가진하여 얻은 그 점에 대한 FEM 해석 주파수응답함수와 실험 주파수응답함수를 비교한 그림이고, Figure 3은 1차부터 5차까지의 고유진동형을 나타낸다.

2차 고유진동수 부근의 FRF만 비슷하고 나머지 부분의 FRF는 전혀 다르게 보인다. 실험 결과와 FEM 해석의 고유진동수가 같은 비율로 높아지거나 낮아지면 구조물의 물성 값 등으로 조절할 수 있지만 1차의 경우는 실험값이 FEM 해석값보다 낮고, 2차는 비슷하고, 3차 4차 5차는 낮아지는 등 일관성마저도 찾아볼 수 없다. 여기에 나타내지 않은 나머지 FRF도 거의 다 같은 경향을 보인다.

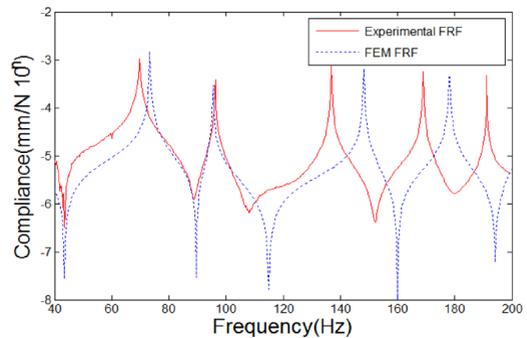
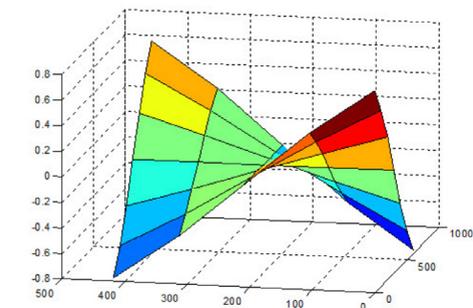
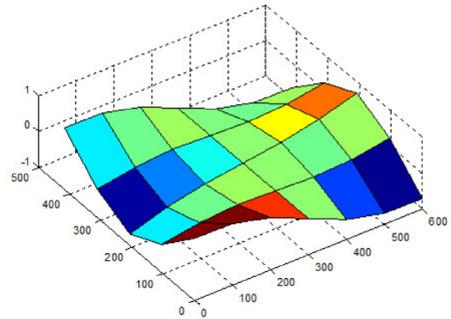


Figure 2: FRF of nod(1,1) by exciting nod(1,1)

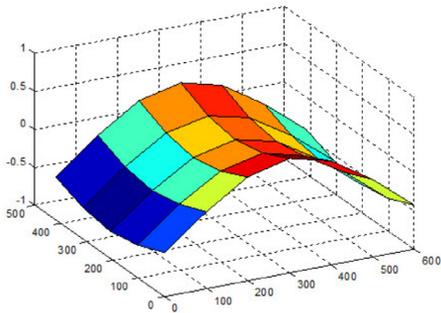


(a) 1st natural mode

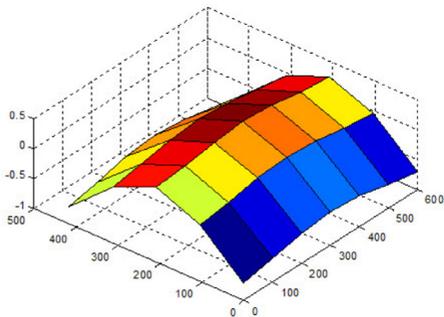


(e) 5th natural mode

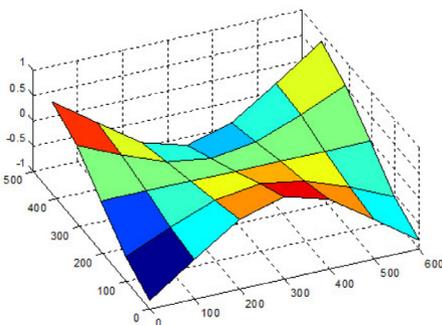
Figure 3: 1st to 5th natural modes of the plate



(b) 2nd natural mode



(c) 3rd natural mode



(d) 4th natural mode

우선 영계수의 조절만으로 어느 정도 해결할 수 있는가를 알아보기로 한다. 해석 결과 영계수가 $2.1757 \times 10^8 \text{Pa}$ 로 나왔고, 이를 이용한 FEM 해석 결과를 Figure 4에 보인다. Figure 2나 Figure 3에 비교하면 훨씬 더 좋은 결과를 보여줄 수 있다. 1차 고유진동수, 4차 고유진동수, 5차 고유진동수 부근에서는 잘 일치하고 있다. 그러나 2차와 3차 고유진동수 부근에서는 여전히 그 차이가 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 강성이나 밀도 등 구조물의 물성 값의 조절만으로는 유한요소법의 해석 정확도를 높이기 어렵다. 여기에서는 유전알고리즘을 이용하여 구조물의 물성 값은 물론이고, 나아가서 구조물의 치수를 조정하여 실제 구조물의 진동특성을 그대로 나타내는 방법에 대하여 논의한다.

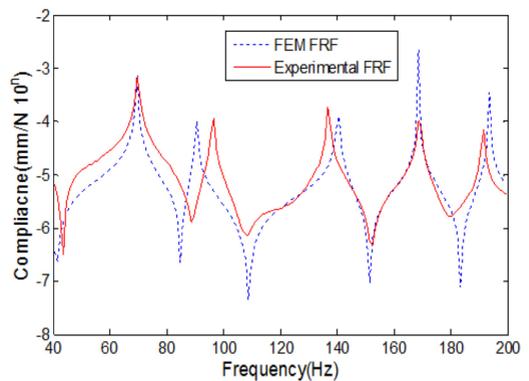


Figure 4: FRF of nod(1,1) excited by nod(1,1) using modified Young's modulus

자세히 그림을 살펴보면 2차 고유진동수는 유한요소해석이 낮아졌고, 3차는 오히려 높아졌다. 이것은 2차를 높이고 3차를 낮추는 유한요소 모델의 수정을 가하지 않으면 안 된다는 것을 말하고 있다. 고유진동수가 잘 일치하고 있는 1차, 4차, 5차는 비틀림 진동을 나타내고, 오차가 큰 2차와 3차는 굽힘 진동을 나타내고 있는 것을 알 수 있다.

3. 유전알고리즘

목표는 실험 결과와 가장 잘 맞는 유한요소 모델을 찾는 데 있다. 관점은 크게 두 가지이다. FRF에서 고유진동수를 맞출 수 있는가가 첫 번째이고, FRF의 높이를 맞출 수 있는가가 두 번째이다. 고유진동수를 맞추는 문제는 요소의 치수 조절과 영계수의 조절로 하고, 높이를 맞추는 문제는 감쇠계수를 추정하는 문제로 해결하기로 한다.

3.1 목적함수

해석의 목적은 실험 FRF와 유한요소법에 의한 FRF의 차이를 최소로 하는 것이다. 따라서 목적함수는 FRF의 관점에서 보아야 하므로 다음과 같이 둔다.

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{[\log|H_{i_i}(\omega_k)_{exact}| - \log|H_{i_i}(\omega_k)_{trial}|]^2}{\sigma_{ik}^2} \tag{9}$$

여기에서 H_{i_i} 는 i 점 가진에 대한 1점의 주파수 응답함수이고, exact는 실험을, trial은 유전알고리즘을 적용한 시도를 나타낸다. 또 k 는 응답점의 관심 주파수의 순번을 나타낸다. 따라서 이 식은 1번을 가진하여 n 개 절점에 대한 응답을 재고, 각 점마다 m 개의 주파수응답을 구하여 오차의 제곱을 두 배의 분산 값으로 나누어 이것을 전부 합한 것을 목적함수로 한다는 뜻이다. 여기에서 분산은 실험 재현 신뢰도를 나타내는 코히어런스 γ^2 로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\sigma_k^2 = \frac{1 - \gamma_k^2}{\gamma_k^2} H_k^2 \tag{10}$$

목적함수의 선택은 최적화수법에서 가장 중요한 과제 중의 하나이다. 여기에서 목적함수로 FRF의 절대치에 로그를 취한 것은 우선 우리가 통상 FRF를 볼 때 전달함수에 로그를 취한다는 데 근거를 두었다. 일치도를 이야기할 때 우리는 통상 지수 그래프 상에서 논의를 한다.

또 실제 주파수응답함수가 고유진동수 근방에서 아주 커지므로 - 비감쇠진동의 경우에는 무한대가 되므로 - FRF의 값을 그대로 사용하면 고유진동수 근방의 피크 부근에서의 오차 값에 의하여 목적함수의 크기가 결정되고, 따라서 피크 부근의 값만 맞추는 단점이 있다.

저자는 이전 연구[9]에서 주파수응답함수의 역수의 절대값을 가중함수로 사용하는 등 다양한 시도 후 주파수응답함수의 진폭(위상각은 무시한 진폭)의 로그를 취한 값의 차의 제곱의 합을 목적함수로 사용하는 것이 가장 수렴성이 좋다는 결론을 얻은 바 있다.

3.2 변수의 설정과 조상 생성

변수는 영계수, 평판의 가로 길이, 세로 길이, 각 요소의 감쇠계수를 결정하는 식 (8)의 α_i 와 β_i 등 51개이다.

각 변수별로 랜덤함수를 이용하여 변수의 값을 설정하고, 이 값을 이용하여 FRF를 구하고, 구한 FRF와 실험 FRF와의 관계로부터 식 (9)의 목적함수를 구한다. 이 과정을 2의 n 승 회 실시하는데 이렇게 얻어진 2의 n 승 조의 변수들을 2의 n 승 명의 조상이라 부르기로 한다. 또 각 변수는 p 비트를 사용한다. 따라서 개개인의 조상은 51개의 변수를 가지고 있고, 각 변수는 p 쌍의 0이나 1의 유전자를 가지게 된다. 예를 들어 β_i 를 구하는 법에 대하여 설명하면 다음과 같다.

$$ancestor(i,k) = rand^* 2^p; \tag{11}$$

$$i = 1 : 24, k = 1 : 2^n$$

$$\beta(i,k) = const * ancestor(i,k) / 10000 \tag{12}$$

이 식에서 i 는 요소의 번호를 나타내고, p 는 하나의 감쇠요소의 값을 저장할 비트의 수를 나타낸

다. 즉 식 (11)은 각 요소에 대하여 0에서 1사이의 난수를 발생시킨 다음 2^p 을 곱하여 조상(ancestor)을 생성한다는 것을 의미한다. 연구에서는 p 를 10비트로 하여 발생시킨 난수에 1024를 곱한 다음 소수점 이하의 수를 버리고 0에서 1023 사이의 정수로 조상을 생성하였고, 여기에 적당한 상수값 $const$ 를 곱하고 다시 10000으로 나누어 이를 β_i 로 하였다. 이 $const$ 의 값은 1자유도계에서의 임계감쇠계수의 개념을 도입하였다. 예를 들어 이 $const$ 의 값을 요소행렬의 k_{11} 과 m_{11} 로부터 임계감쇠를 구하여 이를 $const$ 로 사용한다면 이를 10000으로 나누었기 때문에 감쇠계수를 임계감쇠계수의 0배에서 0.1023배 사이의 임의의 값을 채택한 셈이 된다. 몇 번의 시행착오를 거치면 목적함수의 값이 작게 되는 적절한 $const$ 의 값을 채택할 수 있다. 계산기의 능력이 뛰어나다면 식 (11)에서의 n 과 p 값을 키워서 더 다양한 조상을 만들 수도 있다.

다음으로 이렇게 구한 평판의 크기와 영계수, 감쇠계수로부터 고유치 해석을 하고, 식 (7)에 의하여 주파수응답함수를 구한다. 한편 가진 실험에 의하여 구한 주파수응답함수를 이용하여 식 (9)에 의하여 목적함수를 구한 후 이들을 목적함수의 작은 크기의 순으로 정렬한다.

3.3 교배와 돌연변이

정렬된 조상 중 형질이 나쁜 조상의 반은 도태시키고, 형질이 우수한 반은 서로 교배시켜 조상의 수의 반만큼 자식을 생산하여 형질이 우수한 조상과 섞어 새로운 보다 더 개량된 2^n 명의 부모를 탄생시킨다. 여기에서 교배시킨다 함은 p 비트를 서로 교환하는 비트 연산을 의미한다. 다음 다시 우수한 순서대로 정렬하고, 열성의 반은 도태시키고 우수한 형질을 가진 인자들끼리 교배시키고 또 정렬하는 작업을 계속한다. 생산된 자식의 5% 정도는 난수를 발생시켜 특정 비트를 반전시키는 돌연변이를 일으키도록 한다.

정렬 과정에서 유전인자의 다양성을 확보하기 위하여 중복 유전자는 제외시킨다.

3. 유전알고리즘의 적용

3.1 실험 주파수응답함수에의 적용

Figure 1의 평판 모델에 대하여 적용한다. 절점 (1,1)에 가속도계를 고정시키고 모든 절점을 충격망치로 가진하여 B&K의 Pulse로 수집한 주파수응답함수에 제안한 유전알고리즘을 적용하였다. 저주파 영역에서는 주파수응답함수의 코히어런스가 나빠서 적용 주파수 범위를 40Hz에서 200Hz 사이의 데이터만을 사용하여 계산하였다.

여기에서는 51개의 변수를 동시에 사용하지 아니하고, 두 단계로 나누어서 유전알고리즘을 적용하였다. 먼저 가로축 즉 고유진동수의 위치를 맞추기 위하여 영계수와 평판의 가로, 세로 크기만을 변수로 하였고, 다음으로 감쇠계수를 추정하는 방법을 선택하였다.

Figure 5는 영계수와 평판의 치수를 유전알고리즘으로 구하여 해석한 절점 (1,1)의 가진점 주파수응답함수를 보인다. 평판의 가로는 580mm에서 581mm로 거의 변화가 없었으나 세로는 477mm에서 504mm로 상당히 넓어졌다.

고유진동형과 관련지어 FRF 그래프를 다시 살펴보기로 한다. 2차 고유진동형은 가로 방향의 1차 굽힘 진동을 나타내는데 주파수를 높이는 방향 즉 1차 굽힘진동이 잘 일어나지 않는 방향으로 모델을 수정하여야 하고, 3차 고유진동수는 세로 방향의 1차 굽힘 진동을 나타내는데 고유진동수를 낮추는 방향으로 모델을 수정하여야 한다는 것을 의미한다. 즉 세로 방향의 폭을 증가시켜야 한다는 것을 의미하여 해석 결과를 잘 설명하여 주고 있다.

Figure 4와 Figure 5를 비교하여 보면 확연히 거의 모든 주파수 영역에서 FRF가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그림에서는 보이지 않지만 계산 범위를 벗어난 구간에서도 폭넓게 FRF가 일치하고 있음을 보여주었다. 감쇠를 고려하지 않았기 때문에 고유진동수 부근에서의 피크가 아주 날카롭게 나타난다. 계산 주파수 간격을 더욱 조밀하게 하면 고유진동수에서는 무한대가 될 것이다.

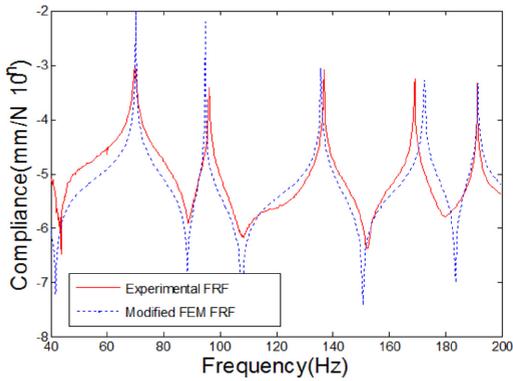


Figure 5: FRF of nod(1,1) excited by nod(1,1) using modified Young modulus and modified dimension without considering damping

위에서 구한 영계수와 치수를 가지고 다음에는 감쇠계수를 추정하여 본다.

Table 1: Fitted damping coefficients α_i and β_i

elm	α	β	elm	α	β
1	6.91E-03	7.31E-06	13	6.21E-03	5.89E-06
2	5.76E-03	7.11E-06	14	5.76E-03	5.96E-06
3	6.66E-03	7.51E-06	15	6.91E-03	6.90E-06
4	6.34E-03	7.24E-06	16	5.44E-03	6.97E-06
5	6.27E-03	7.51E-06	17	6.85E-03	7.38E-06
6	6.08E-03	6.16E-06	18	7.30E-03	7.51E-06
7	6.40E-03	6.70E-06	19	5.82E-03	7.38E-06
8	6.08E-03	5.69E-06	20	7.04E-03	7.24E-06
9	6.08E-03	7.58E-06	21	6.02E-03	6.30E-06
10	6.08E-03	7.24E-06	22	7.36E-03	7.45E-06
11	5.63E-03	6.57E-06	23	6.34E-03	6.50E-06
12	5.82E-03	6.97E-06	24	6.27E-03	7.65E-06

Table 1에는 본 알고리즘으로 산출한 각 요소들의 α_i 와 β_i 를 보인다. 이들을 이용하여 FRF를 구한 결과를 Figure 6과 Figure 7에 보인다.

Figure 6은 절점 (1,1)을 가진하여 자신의 응답에 대한 FRF이고, Figure 7은 절점 (7,1)을 가진하여 절점 (1,1)의 응답에 대한 FRF이다. Figure 5에 비하여 현저하게 FRF가 개선되었음을 알 수 있다.

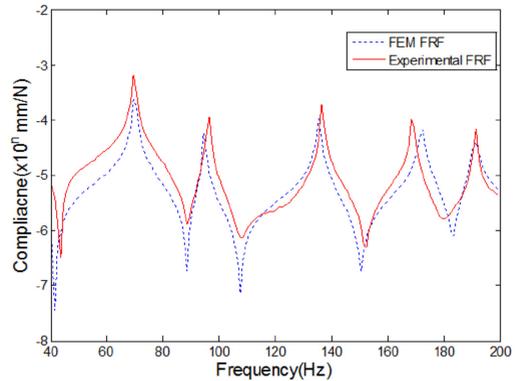


Figure 6: FRF of nod(1,1) excited by nod(1,1) using modified Young modulus and modified dimension

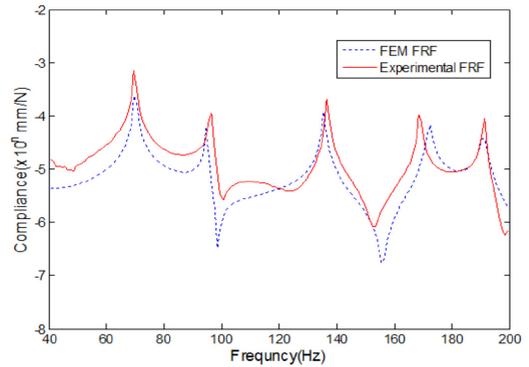


Figure 7: FRF of nod(7,1) excited by nod(1,1) using modified Young modulus and modified dimension

3. 결 론

본 연구에서는 유전알고리즘을 이용한 평판의 FEM 모델의 개선에 대하여 연구하여 다음의 결론을 얻었다.

첫째, 유전알고리즘을 이용하여 평판의 영계수와 치수를 수정함으로써 관심 주파수 영역에서 모든 고유진동수를 잘 맞출 수 있었다.

둘째, 비틀림 진동에 비하여 굽힘 진동은 판의 너비에 크게 영향을 받는다. 평판의 너비를 적절히 조정함으로써 전 영역의 FRF를 잘 맞출 수 있었다.

셋째, 유전알고리즘을 이용하여 감쇠를 추정하

여 진동 진폭을 거의 완벽하게 맞출 수 있었다.

향후에는 다양한 가로 세로 비의 평판에 대하여 적용하여 일정한 규칙을 찾아내고, 일반 구조물에 적용하여 FEM 모델의 개선법을 제시하고자 한다.

참고문헌

- [1] J., Beliveau, "Identification of viscous damping structures from modal information," American Society of Engineers Applied Mechanics, vol. 43, p. 335, 1976
- [2] S. Burak and Y. M. Rsm, "The construction of physical parameters from modal data," Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 15, no. 1, p. 3, 2001.
- [3] C. P. Fritzen, "Identification of mass, damping, and stiffness matrices of mechanical system," American Society of Mechanical Engineers Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, vol. 108, p. 9, 1986.
- [4] J. H. Wang, "Mechanical parameters identification with special consideration of noise effects," Journal of Sound and Vibration, vol. 125, no. 1, p. 151, 1988.
- [5] W. B. Jeong, M. Okuma and A. Nagamatsu, "Experimental identification of mechanical Structure with characteristic matrices," JSME International Journal Series 3, vol. 32, no.1, p. 30, 1989.
- [6] W. B. Jeong and A. Nagamatsu, "A new approach for identification of physical matrices by modal testing," Proc. of the 10th IMAC, p. 256, 1992.
- [7] K. S. Kim and Y. J. Kang, "Identification of structural parameters from frequency response functions," Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Conference Korea, p. 863, 2007 (in Korean).
- [8] S. C. Park, Y. B. Park, K. I. Park, H. K. Je and G. J. Yi, "Identification of damping matrix for a steel bar by the genetic algorithm," Proceedings of the Korean Society of Marine Engineering, vol. 35, no. 2 pp. 271-277 (in Korean).
- [9] S. C. Park, H. K. Je, G. J. Yi, Y. B. Park and K. I. Park, "Identification of structural characteristic matrices of steel Bar by genetic algorithm," Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Conference Korea, vol. 20, no. 10, p. 946, 2010 (in Korean).
- [10] A. Nagamatsu, "Modal analysis," Baifukan, p. 81, 1985 (in Korean).