

2단 인장 실험을 통한 이방성 경화 모델의 평가

하진진¹ · 이명규[#] · Frédéric Barlat¹

Evaluation of Anisotropic Hardening Models using Two-Step Tension Tests

J. Ha, M. G. Lee, F. Barlat

(Received July 2, 2012 / Revised August 6, 2012 / Accepted August 10, 2012)

Abstract

In this study, the plastic flow behaviors of extra deep drawing quality (EDDQ) steel subjected to non-proportional strain paths were investigated. Two-step uniaxial tension tests, in which the first step was performed in the rolling direction (RD) and the subsequent test in different directions in 15° increments from the RD, were conducted. The experiments clearly showed that stress overshooting and strain hardening stagnation were the dominant features, which were captured reasonably well using a recently proposed distortional hardening model.

Key words : Plastic Deformation, Non-proportional Deformation, Constitutive Model, Anisotropic Hardening

1. 서 론

철강 재료는 자동차, 전자 부품 등 다양한 산업 분야에 응용 되어 왔으며 가격 경쟁력과 우수한 기계적 성질로 인해 그 사용이 꾸준히 증가하고 있다. 일반적인 판재 성형 공정에서의 변형은 단순 인장에서 벗어난 복잡한 변형 경로를 포함하고 있어 기존의 단순 변형을 고려한 구성 방정식 모델로는 정확한 성형 결과를 예측하기 어렵다. 그러므로 정확한 비 선형 하중 경로(non-proportional loading path)에 따른 재료의 소성 변형에 대한 실험적 이해가 필요 하다. 또한, 이를 바탕으로 유한 요소 전산 모사(FEM)에 사용된 구성 방정식이 재료의 다양한 기계적 거동을 적절히 표현할 수 있어야 한다. 본 연구에서는 EDDQ 철강 재료의 비 선형 하중에 대한 소성

변형의 실험적 특성 및 구성 방정식 측면에 대해 고찰하였다. 비 선형 하중은 2단 인장, 즉 압연 방향(Rolling direction)으로 선 소성 변형 후 압연 방향(RD)에 대해 각각 45°와 90°방향으로 2차 인장 변형 하는 실험을 통해 모사되었다. 유한 요소 전산 모사에 사용된 구성 방정식 모델은 기존의 Chaboche에 의해 제안된 비 선형 동적 경화 모델(Chaboche type non-linear kinematic hardening model)[1]과 최근 개발된 항복 함수의 찌그러짐에 기반한 경화 모델(Distortional non-linear hardening model)[2]을 사용하였으며, 수학적 최적화 방법을 통하여 두 구성 방정식의 계수를 결정 하였다. 또한 실험 결과를 유한 요소 전산 모사 결과와 비교하여 구성 방정식을 검증해 보도록 한다. 본 논문에서 제시된 실험 결과와 해석은 최근 제출된 논문의 일부본임을 참고 밝힌다.

1. 포항공대 철강대학원

교신저자: 포항공대 철강대학원,

E-mail: mglee@postech.ac.kr

2. 구성 방정식

2.1 항복 함수

EDDQ 강 of 큰 이방성을 표현 하기 위하여 비 이차 이방성 항복 함수인 Yld2000-2d[3] 모델을 사용하였다.

$$\phi = |X_1' - X_2'|^a + |2X_2'' + X_1''|^a + |2X_1'' + X_2''|^a = 2\bar{\sigma}^a \quad (1)$$

여기서 $\bar{\sigma}$ 는 유효 응력(effective stress)를 나타내며 a 는 재료의 결정 구조와 관련된 상수이다. \mathbf{X}' 과 \mathbf{X}'' 은 대칭 응력(symmetric stress)의 주 응력(principle stress) 값으로 다음과 같은 관계식에 의해서 코시 응력(Cauchy stress) 으로 부터 선형 변형 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \mathbf{C}' \cdot \mathbf{s} = \mathbf{C}' \cdot \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}' \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{X}'' &= \mathbf{C}'' \cdot \mathbf{s} = \mathbf{C}'' \cdot \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}'' \cdot \boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \quad (2)$$

\mathbf{L}' 과 \mathbf{L}'' 텐서에 포함된 8개의 이방성 계수로 비등방 항복 궤적을 나타낼 수 있다. EDDQ 강 of Yld2000-2d 상수는 다음과 같다.

Table 1 Coefficients of Yld2000-2d for EDDQ

α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
1.014	1.118	0.931	0.892	0.904	0.811	1.029	0.918

2.2 경화 모델

본 연구에서는 Chaboche에 의해서 제안된 비 선형 동적 경화 모델(이하 Chaboche 모델)[1]과 Barlat et al. 에 의해 제안된 찌그러짐에 의한 비 선형 경화 모델[2]을 사용 하였다. Chaboche 모델에 대한 연구는 이미 많은 연구자에 의해서 응용 되어 왔으므로 구체적인 내용 설명은 본 논문에서는 생략하도록 하였다.

2.2.1 HAH 모델의 배경

본 논문의 저자들에 의해서 최근 발표된 HAH 모델 (Homogeneous yield function based Anisotropic Hardening model)은 항복 함수의 찌그러짐에 의한 비선형 경화 모델이다. Chaboche 모델과 마찬가지로 경로 변화에 따른 재료 거동을 표현 할 수 있다. 초기 HAH 모델[2]은 스프링백 해석을 주요 목적으로 하여 하중-역하중에 집중하여 개발 되었으나 다만 성형과 같은 실제 성형 공정에서 폭넓

게 사용할 수 있는 구성 방정식의 필요성이 대두됨에 따라, 다양한 성형 경로에서 재료 거동을 표현 가능하도록 교차 하중 효과(cross loading effect)를 고려한 모델로 확장 하였다. 이후 Lee et al.[4]에 의해 유한 요소 전산 모사를 위한 모델 정식화 작업이 시행 되었으며 이를 이용하여 U-드로우벤딩 (U-draw bending) 성형해석에 본 모델이 적용 되었다.

2.2.2 HAH 모델의 수학적 구성

HAH 모델의 수학적 구성은 일반적인 항복 함수 부분 (ϕ^q)과 찌그러짐에 관련된 부분 (ϕ_n^q)으로 이루어져 있으며, 아래와 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{s}) &= \left[\phi^q + \phi_n^q \right]^{\frac{1}{q}} \\ &= \left[\phi^q + f_1^q \left| \hat{\mathbf{h}}^s : \mathbf{s} - \left| \hat{\mathbf{h}}^s : \mathbf{s} \right| \right|^q + f_2^q \left| \hat{\mathbf{h}}^s : \mathbf{s} + \left| \hat{\mathbf{h}}^s : \mathbf{s} \right| \right|^q \right]^{\frac{1}{q}} \end{aligned} \quad (3)$$

위의 식에서 q 는 재료 상수, \mathbf{s} 는 코시 응력 (Cauchy stress) 의 구면 응력 (deviatoric stress), f_k 변형 방향에 따른 경화 거동을 조절하는 조성 상태 변수 그리고 $\hat{\mathbf{h}}^s$ 는 변형 이력과 연관된 변수이다. 각각의 상태 변수 전개 법칙은 구면 응력 \mathbf{s} (deviatoric stress) 와 변형 이력 $\hat{\mathbf{h}}^s$ 의 내적 부호에 따라 아래와 같이 정의 되었다.

$$\begin{aligned} \mathbf{s} : \hat{\mathbf{h}}^s &\geq 0 \\ \frac{dg_1}{d\bar{\epsilon}} &= k_2 \left(k_3 \frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}} - g_1 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{dg_2}{d\bar{\epsilon}} = k_1 \frac{g_3 - g_2}{g_2}$$

$$\frac{dg_4}{d\bar{\epsilon}} = k_5 (k_4 - g_4)$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{h}}^s}{d\bar{\epsilon}} = k \left[\hat{\mathbf{s}} - \frac{8}{3} \hat{\mathbf{h}}^s (\hat{\mathbf{s}} : \hat{\mathbf{h}}^s) \right]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s} : \hat{\mathbf{h}}^s &< 0 \\ \frac{dg_1}{d\bar{\epsilon}} &= k_1 \frac{g_4 - g_1}{g_1} \\ \frac{dg_2}{d\bar{\epsilon}} &= k_2 \left(k_3 \frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}} - g_2 \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{dg_3}{d\bar{\epsilon}} = k_5 (k_4 - g_3)$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{h}}^s}{d\bar{\epsilon}} = k \left[-\hat{\mathbf{s}} + \frac{8}{3} \hat{\mathbf{h}}^s (\hat{\mathbf{s}} : \hat{\mathbf{h}}^s) \right]$$

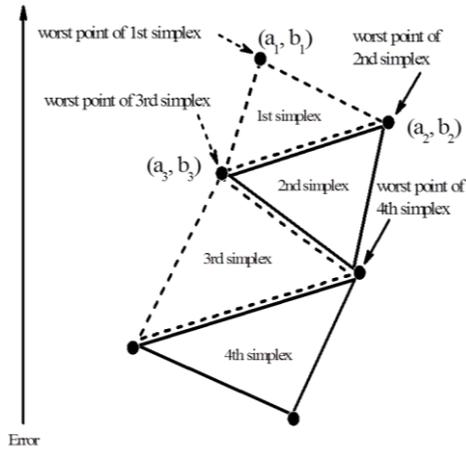


Fig. 3 The schematic illustration of the operation of Nelder-Mead simplex optimization method for N=2

4. 구성 방정식 계수의 결정

이방성 항복 함수 Yld2000-2d 모델은 α_1 부터 α_8 까지 총 8개의 계수를 포함 하고 있으며 각 방향에 따른 항복 응력 $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$ 과 Lankford 소성 변형의 비(r-값) r_0, r_{45}, r_{90}, r_b 값으로부터 비선형 연립 방정식을 수치적으로 구할 수 있다. 반면 이등방 경화 모델의 계수들은 경화 곡선에 대하여 구하므로 항복 함수의 계수 보다 계수 결정이 어렵다. 따라서 본 연구에서는 Nelder-Mead Simplex[5] 최적화 방법을 사용하여 이등방 경화 모델의 계수를 결정 하였다. 이 방법은 목표 함수의 미분 정보를 사용하지 않아서 사용이 비교적 간단 함에도 불구하고 최적화 결과가 우수한 것으로 알려져 있다. 미분 정보 대신에 3개의 작동 함수에 따라 새로운 후보 계수들이 결정이 되고 상응하는 목표 함수의 오차가 주어진 범위 안에 들어 오면 결과 값을 도출한다(Fig. 2). 3개의 작동 함수는 반사(reflection), 축소(contraction), 확장 (expansion) 이며 Fig. 3 에 개략적으로 나타내었다.

본 연구에서는 10% 선 소성변형 후 90°방향으로 2차 일축 인장을 시행한 응력-변형을 곡선을 이용하여 구성 방정식 계수의 최적화를 시행 하였으며 그 결과는 Table 2 와 Table 3 에 나타내었다. 또한 같은 계수를 사용 하여 연구에서는 4% 선 소성 변형 후 45°방향으로 2차 일축 인장실험 결과를 예측하였다.

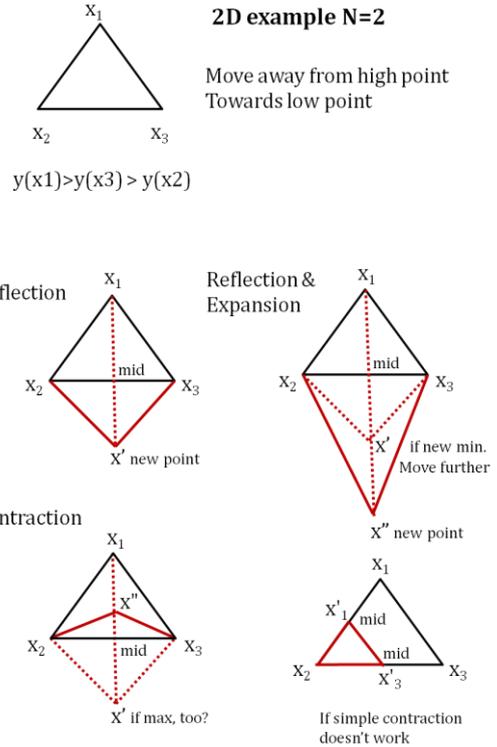


Fig. 4 The schematic illustration of the operation of three functions for (a) reflection, (b) expansion and (c) contraction for N=2

Table 2 Coefficients of Chaboche type non-linear kinematic hardening model

K	ϵ_0	n	h_1	h_2
502	$0.5 \cdot 10^{-2}$	0.275	4530	160

Table 3 Coefficients of HAH model

k	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_L	L
18.7	880	63	0.64	1.0	0.0	383.8	1.65

5. 구성 방정식의 검증

재료의 이등방 경화 거동을 표현 하기 위하여 2장에서 설명된 Chaboche 모델과 HAH 모델이 사용되었다. 예측된 45° 방향의 2차 일축 인장 응력-

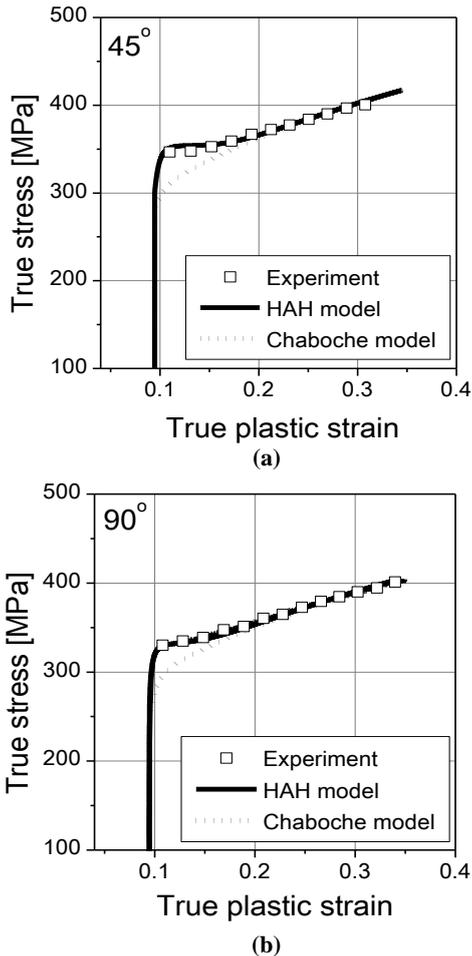


Fig. 5 Predictions of Chaboche kinematic hardening model and HAH model for 10% prestrain in the RD followed by uniaxial tension in the (a) 45° and (b) 90° from the RD, respectively

변형을 곡선은 실험값과 비교하였다.

Fig. 4 는 각 모델과 실험에 의한 응력-변형을 곡선을 비교한 것으로 HAH 모델의 경우 응력 넘어섬 (stress overshooting) 과 변형 경화 정체 (strain hardening stagnation) 를 잘 예측 할 수 있었으며 특히 45°방향의 재료 거동 또한 매우 만족스럽게 예측함을 알 수 있다. 반면 Chaboche 모델의 경우는 2차 인장 초기의 두 가지 거동 모두를 표현 할 수 없었다. 이는 Chaboche 모델이 기본적으로 exponential 함수 형태의 이동 응력 (back stress) 만 표시할 수 있고 순수 등방 경화에 의한 유동 응력 곡선을 넘어 설 수 없기 때문이다.

6. 결 론

본 연구에서는 2 단계의 일축 인장 실험 조건 하에서 EDDQ의 이방성 경화 거동에 대한 실험을 실행하였으며 그 결과를 최근 새롭게 소개된 구성 방정식을 이용하여 예측하였다. 이러한 일련의 연구 결과는 다음과 같은 요약될 수 있다.

(1) 실험 결과 응력 넘어섬 (stress overshooting) 과 일시적인 변형 경화 정체가 관찰 되었으나 일반적인 고강도강에서 관찰되는 Bauschinger 효과는 상대적으로 현저히 미약했다.

(2) 최근 개발된 HAH 모델은 응력 넘어섬 (stress overshooting)과 변형 경화 정체거동 (strain hardening stagnation)을 잘 표현 할 수 있었으며 특히 45°방향 실험 결과 매우 성공적으로 예측 가능 하였다.

(3) Chaboche 모델은 내재된 한계로 인하여 두 가지 거동 모두를 표현 할 수 없었으므로 45°방향으로의 실험 결과 예측 또한 성공적이지 못하였다.

(4) 본 연구에서는 2차 인장 실험 시 45°방향과 90°방향에 대해서만 실험 및 해석 결과를 나타내었지만, 다른 방향 및 고강도 강에 대한 실험 데이터와 해석 결과는 향후 제출될 논문을 참고 할 수 있다.

후 기

본 연구는 지식경제부 산업원천기술개발사업 (#10040078) 및 한국연구재단 신진연구지원사업 (#2011-0009801)의 지원을 받아 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- [1] J. L. Chaboche, 1986, Time-independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity, Int. J. Plast., Vol. 2, No. 2, pp. 149~188.
- [2] F. Barlat, J. J. Gracio, M. G. Lee, E. F. Rauch, G. Vincze, 2011, An Alternative to Kinematic Hardening in Classical Plasticity, Int. J. Plast., Vol. 27, No. 9, pp. 1309~1327.
- [3] F. Barlat, J. C. Brem, J. W. Yoon, K. Chung, R. E. Dick, D. J. Lege, F. Pourboghra, S. H. Choi, E. Chu, 2003, Plane Stress Yield Function for Aluminum Alloy Sheets - Part 1: Theory, Int. J. Plast., Vol. 19, No. 9, pp. 1297~1319.

[4] J. W. Lee, M. G. Lee, F. Barlat, 2012, Finite Element Modeling using Homogeneous Anisotropic Hardening and Application to Spring-back Prediction, Int. J. Plast., Vol. 29, pp. 13~41.

[5] J. A. Nelder, R. Mead, 1965, A Simplex Method for Function Minimization, Comput. J., Vol. 7, No. 4, pp. 308~313.