

자금제약하에서 동류전용이 허용될 때 수리가능한 동시조달부품의 적정소요량 결정

오근태 · 나윤균[†]

수원대학교 산업정보공학과

Provisioning Quantity Determination of Repairable Concurrent Spare Part under Budget Constraint and Cannibalization Allowed

Geun Tae Oh · Yoon Kyoon Na[†]

Department of Industrial Information Engineering, The University of Suwon

Abstract

In this paper determined is the quantity of repairable concurrent spare parts(CSP) of a new equipment system to maximize the operational availability under budget constraint and cannibalization allowed. When a part fails, the part is replaced and the failed part is repaired for later use while cannibalization is allowed. The failure of a part is assumed to follow a Poisson process and the availability in CSP is defined. The solution procedure consists of two parts. Firstly, a mathematical model is developed under the assumption that the failure rate is constant during the CSP period and cannibalization is not allowed. Secondly, proposed is a simulation search procedure which improves the heuristic solution to the near optimal solution in a reasonable amount of time under the assumption that the cannibalization is allowed.

Keywords : CSP, cannibalization, repairable part

[†] 교신저자 ykna@suwon.ac.kr

논문접수일 : 2012년 06월 20일 논문수정일 : 2012년 08월 30일 게재확정일 : 2012년 09월 15일

1. 서론

장비를 구성하고 있는 부품들은 특성에 따라 고장이 발생하면 폐기하고 재고에서 새 부품으로 교체를 하는 소모성부품(consumable part)과 고장 발생시 우선 재고로부터 정상적인 부품으로 교체를 하는 소모성부품(consumable part)과 고장 발생시 우선 재고로부터 정상적인 부품을 공급받아 교체하고 고장난 부품은 수리 후 다시 재고로 저장하여 재활용하는 수리순환부품(repairable part)으로 구분할 수 있다. 작동가능한 부품의 재고가 없다면 소모성부품이나 수리순환부품에 관계없이 그 부품을 포함하는 장비는 가동이 정지된다. 따라서 장비들을 일정기간 동안 부품의 재보급없이 가동하기 위해 적정량의 부품들을 재고로 확보해야 한다. 대표적인 예로 일정기간 부품을 구매하지 않는 동시조달부품(Concurrent Spare Part : CSP) 구매를 들 수 있다. CSP란 신규장비체계 배치시 주장비와 함께 보급되는 수리 및 예비부속품으로서 이는 주장비 배치 후 초기 일정기간 동안 재보급 없이 장비체계에 주어진 운영 임무를 수행하기 위하여 사용되는 지원부품이다. CSP소요산정은 장비자체가 일정기간 동안 사용현장에 A/S용 부품을 지원받을 수 없는 경우에 장비체계의 효과적이고 경제적인 지원을 보장하기 위하여 필요하다. 그러나 CSP는 소요를 과다하게 책정하여 운용기간이 끝난 후에도 상당히 많은 수량의 재고가 사용되지 않고 남게 되어 경제적인 손실을 초래하거나, 반대로 소요부품이 CSP로 책정되지 않았거나 보급량이 부족하여 신규장비의 운용에 지장을 초래하는 경우가 빈번하게 발생하여 문제가 된다(김재원(1987)).

부품의 구매시 고려해야 할 점들은 구매자금 최소화과 장비 운용가용도의 최대화 등을 고려할 수 있다. 그러나 이는 서로 상충되기 때문에 대부분 하나는 목적함수, 다른 하나는 제약조건으로 하여 소요량을 결정하는 방법으로 많은 연구가 되어 있다. CSP의 경우 보급체계내의 계단(echelon)과 단계(indenture)를 다중(multiple)으로 보지 않고 단일(single)로 보는 모형 중에서 가장 기본이 되는 Russel과 McMaster(1983)의 Wholesale Provisioning Models는 미 해군에서 개발한 모형으로서 재고부족량모형, 시간가중재고부족량모형, 가용도모형 등으로 구성되었다. 이 세 가지 모형들은 각 예비부속의 고장형태나 정비의 수리능력 등을 고려하지 않고 모든 부품들을 소모성부품으로 간주했다. 시기는 틀려도 이와 유사하게 Daeschner(1975), Everett Hugh(1963)와 김재원(1987)은 모두 구매자금이 제한되어있을 때 운용가용도를 최대로 하는 모형들을 다루었다. 반면에 박삼준(1994)은 정비계단, 정비단계, RAM(Reliability, Availability, Maintainability) 데이터, 수리능력, 단가, 부품별 중요도 등이 제공되었을 때 사용할 수 있는 모형을 다루었다. 운용가용도에 제약이 주어져 있는 경우에 대해서 오근태와 김명수(1998)는 소모성부품의 CSP 소요량을 구하는 문제를 다루었으며, 오근태와 김명수(2000)는 소모성부품과 수리순환부품을 혼재하여 구매하는 경우의 CSP 소요량을 구하는 절차를 개발하였다.

한편 실제 사용현장에서는 한 장비의 특정부품이 고장났을 때 그 부품의 재고가 없을 경우 이미 다른 부품의 재고 부족으로 정지되어 있는 동일종류 타장비에서 정상상태로 있는 특정부품을 탈거하여 장비에 장착하여 정상가동시키는 동류전용(同類轉用 : cannibalization)을 하는 것이 일반적이다. 동류전용이 가능한 경우 소모성부품에 대해 오근태와 나운균(2005)은 부품구매자금의 상한이 있을 때, 오근태 외(2010)는 운용가용도 하한이 있을 때 CSP 소요량

을 구하는 절차를 개발하였다. 두 경우 모두 임의 시점에서의 부품재고수준의 확률을 해석적으로 정확하게 표현하기 어렵기 때문에 먼저 추가가정을 하여 해석적인 방법을 이용해서 최적해를 구한 후 이를 초기해로 시뮬레이션에 적용하여 현실에 맞는 근사해를 찾는 탐색적 절차(heuristic algorithm)를 개발하였다.

CSP의 경우라도 유사장비 사용경험이 있는 경우는 대상 부품들에 대한 수리능력을 갖고 있는 경우가 일반적이다. 본 논문은 CSP기간 동안 고장난 부품은 수리해서 재사용할 수 있으면서 동류전용이 가능한 경우에 제한된 구매자금하에서 CSP 운용기간 동안 가용도를 최대화할 수 있는 소요량을 결정하는 문제를 다룬다.

이 경우 고장난 부품들을 수리하여 재활용하므로 구매주기 동안 부품의 재고가 수시로 증감하며, 타장비와 부품 동류전용이 가능하기 때문에 임의의 시점에 고장상태에 있는 장비수의 확률을 개념적으로는 표현할 수는 있지만 구체적인 수식으로 표현하기가 어렵다. 그 결과 각 부품별 고장발생수를 정확히 예측하여 최소소요량을 구하는 것은 거의 불가능하다. 결국 이런 문제를 극복하기 위해서는 처음부터 시뮬레이션을 이용하여 최종 소요량을 찾아야겠지만 모든 가능한 경우를 탐색해야 되기 때문에 수많은 부품들로 구성된 장비를 대상으로 한다면 최적구입량을 도출하기 위해서 적지 않은 노력이 필요하게 된다. 따라서 본 논문에서는 먼저 구매주기 동안 고장률이 일정하고 동류전용이 없다는 전제하에서 적정구입량을 결정할 수 있는 최적해 탐색 알고리즘을 개발하고, 그 결과를 시뮬레이션의 초기해로 설정한 후 빠른 시간내에 현실적으로 최적해에 근사한 해를 찾는 탐색절차를 개발하였다.

2. 가용도(Availablility)의 정의

수리순환부품을 대상으로 하기 때문에 부품의 재보급이 허용되지 않는 CSP기간 동안은 부품고장 발생시 수리하여 재고로 재사용하거나 동류전용을 하여 장비를 가동시킨다. 작동 중이던 한 장비의 부품이 고장났을 때 예비재고는 물론 동류전용할 수 있는 재고도 없을 경우에는 그 장비의 가동이 중지된다. 일단 재고결손이 발생하면 사용가능한 상태의 부품이 보충될 때까지 해당 장비가동이 중지되며, 어떤 경우는 수리가 늦어져 CSP기간 끝까지 가동이 멈출 수도 있다. 따라서 CSP기간 동안 가동상태에 있는 장비의 수는 증가 및 감소를 반복한다. 이런 상태를 반영하여 장비의 가동률을 “CSP기간동안 어느 순간에 정상상태에 있는 장비의 비율”로 볼 수 있다.

이를 반영하여 본 논문에서는 CSP기간 동안 임의의 시점에서의 “평균가동률”인

$$\frac{E[\text{CSP기간동안 가동상태에 있는 장비}\cdot\text{시간}]}{\text{총장비수}\cdot\text{CSP기간}}$$

를 가용도로 정의한다.

3. 기호 및 기본 가정

3.1 수식기호

본 논문에서는 모형의 정의 및 소요량 산출을 위한 해법절차를 개발하기 위해 필요한 기호들을 다음과 같이 정의하였다.

- N : 장비의 총 수.
- J : 부품종류의 총 수.
- R_j : 부품 j 의 소요량.
- (R_1, \dots, R_j) : 전체 소요량.
- d_j : 부품 j 의 단가
- T : CSP기간.
- t : $(0, T]$ 기간 동안 고장이 발생하는 시점.
- $D_j(t)$: t 시점까지 발생한 부품 j 의 총고장발생수.
- λ_j : 부품 j 의 연간고장률
- $P_j(t)$: t 시점까지 고장 후 수리된 부품 j 의 총수.
- $1/\mu_j$: 부품 j 의 평균수리시간.
- B : 구매자금 ($B \geq \min\{d_j\}$)

3.2 기본가정

본 논문에서 기본적으로 전제하고 있는 가정은 다음과 같다.

- CSP기간 시작시점에서 장비 N 대가 가동되고 각 부품별로 R_j 개의 재고를 갖는다.
- CSP기간 동안은 부품을 보급받을 수 없다. 따라서 고장난 부품의 교체용 재고가 없으면 동류전용을 하고, 이마저 불가능하면 장비는 가동이 중지된다.
- 고장난 부품이 수리가 완료되면 재고로 보관되거나 필요한 장비에 즉시 장착된다. CSP기간 중 고갈된 부품은 운용기간이 종료되는 시점에서 모두 보충된다.
- 대상 부품들은 1개 이상의 소요가 예상되기 때문에 반드시 1개 이상은 구매한다.
- 부품 고장의 발생은 Poisson 과정, 수리시간은 일반분포를 따른다.
- 고장의 발생은 부품 상호간에 독립적으로 발생하며, 부품의 교체시간은 무시한다.
- 장비의 가동중지는 단 하나의 부품결손으로 발생한다.
- 하나의 장비에 같은 종류의 부품이 둘 이상 장착되지 않는다.

4. 가용도의 유도

CSP기간 동안 동류전용이 허용되었을 때 최초의 장비수 N 이 3, 부품 종류의 수 J 는 3, 부품별 소요량은 R_1 이 3, R_2 가 2, R_3 이 1인 경우에 가동 중인 장비수와 부품의 고장이 어떤 관계를 갖고 있는지를 <표 1>에 묘사하였다. <표 1>로부터 임의의 t 시점에 가동 중인 장비수는

$$\min\{N, N + R_1 - D_1(t) + P_1(t), \dots, N + R_j - D_j(t) + P_j(t)\}$$

가 된다.

<표 1> 부품고장과 정상가동 중인 장비수의 관계

고장 및 수리 발생순서	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	...		
고장난 부품 /해당 장비	① /I	① /II	③ /I	① /I	③ /III	① /I	③ /II	② /II	③ /III	-	① /II	-	-	-	② /II	① /III	-	-	② /II	-	② /III	...		
누적고장수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10	10	10	10	11	12	12	12	13	13	14	...		
수리 부품 /해당 장비	-	-	-	-	-	-	-	-	-	① /I	-	③ /I	① /II	③ /II	-	-	③ /III	① /I	-	③ /III	-	-		
누적수리수	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	3	4	4	4	5	6	6	7	7	-		
재고 위치	부품	재고 수준																						
창고	①	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	
	②	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	...	
	③	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	...	
고장 장비/ 정상 부품	-	-	-	-	-	I/②③	I/②	I/②	I/②	I/② + III/①②	I/①②	I/②	I/②	I/②	I/②	I/②	III/②③	III/②③	III/②③	II/①③	II/①③	II/①③ + III/①③	...	
재고 항목	부품	재고 수준																						
총괄 재고	①	5	4	4	3	3	2	2	2	2	3	2	2	3	3	3	2	2	3	3	3	3	...	
	②	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2	1	...
	③	4	4	4	4	3	3	2	2	1	1	1	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	...	
가동 장비수	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	2	2	3	3	2	2	3	2	2	1	...		

이를 이용하여 “CSP기간 동안 실제 장비를 사용한 장비 · 시간”의 기대치, $Y(T)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
Y(T) &= E[\text{CSP 기간 중 실제 장비를 사용한 장비·시간}] \\
&= \sum_{k=0}^N k \{ (0, T] \text{ 동안 } k \text{ 개의 장비가 가동 중인 상태에 있을 시간의 기대치} \}
\end{aligned}$$

임의의 시점 t 에 k 대의 장비가 가동 중인 확률을 $\phi_k(t)$ 라 하면

1) $k = N$ 일 때

$$\begin{aligned}
\phi_N(t) &= P[\min\{N, N+R_1-D_1(t)+P_1(t), \dots, N+R_J-D_J(t)+P_J(t)\} = N] \\
&= P[N+R_1-D_1(t)+P_1(t) \geq N] \cdots P[N+R_J-D_J(t)+P_J(t) \geq N] \\
&= \prod_{j=1}^J P[D_j(t)-P_j(t) \leq R_j].
\end{aligned}$$

2) $k \leq N-1$ 일 때

$$\begin{aligned}
\phi_k(t) &= P[\min\{N, N+R_1-D_1(t)+P_1(t), \dots, N+R_J-D_J(t)+P_J(t)\} = k] \\
&= P[N+R_1-D_1(t)+P_1(t) \geq k] \cdots P[N+R_J-D_J(t)+P_J(t) \geq k] \\
&\quad - P[N+R_1-D_1(t)+P_1(t) \geq k+1] \cdots P[N+R_J-D_J(t)+P_J(t) \geq k+1] \\
&= \prod_{j=1}^J P[D_j(t)-P_j(t) \leq N+R_j-k] - \prod_{j=1}^J P[D_j(t)-P_j(t) \leq N+R_j-k-1].
\end{aligned}$$

따라서

$$Y(T) = \sum_{k=0}^N k \int_0^T \phi_k(t) dt .$$

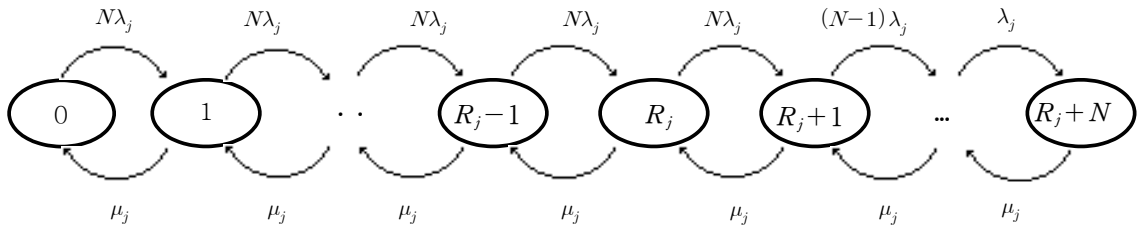
이고, 가용도는

$$\frac{Y(T)}{NT} \quad (1)$$

가 된다.

그러나 가동되고 있는 장비들의 수가 T 동안 N 과 0 사이에서 확률적으로 변하기 때문에 부품별 고장률도 $N\lambda_j$ 에서 0 사이에서 확률적인 변동을 하게 된다. 그 결과 부품의 고장발생은 Poisson 과정을 따르지만 시점 t 까지의 누적고장건수 $D_j(t)$ 와 부품고장발생으로 생성되는 시점 t 까지의 누적수리건수 $P_j(t)$ 의 분포를 도출하기가 매우 어렵기 때문에 $\phi_k(t)$ 의 정확한 분포함수를 구할 수 없다.

한편 동류전용이 허용되지 않는다고 가정하면 이 문제는 부품별로 볼 때 Machine Repair Type 대기행렬모형으로 해석할 수 있다. 즉, 임의의 부품 j 의 고장, 교체, 수리 과정은 R_j 개 예비부품과 N 대의 장비에 부착되어 가동 중인 N 개의 수리순환부품 중 R_j 개 이상이 수리중이면 (수리중인 부품- R_j) 만큼의 장비가 가동을 정지하는 대기행렬모형이 된다. 이 모형을 전이율다이아그램(rate-flow diagram)으로 표현하면 다음 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 수리순환부품에 대한 전이율다이아그램

수리순환부품 j 에 대해 $q_n(R_j)$ 를 총 R_j 개의 예비품을 갖고 있을 때 수리상태에 있는 부품 j 의 수가 n 일 확률이라고 정의하면

$$q_0(R_j) = \frac{1}{\sum_{m=1}^{R_j+1} (N\lambda_j/\mu_j)^m + \sum_{m=R_j+2}^{R_j+N} \left\{ (N\lambda_j)^{R_j+1} \prod_{i=1}^{n-R_j-1} (N-i)\lambda_j \right\} / \mu_j^m}$$

$$q_n(R_j) = \begin{cases} \frac{(N\lambda_j)^n}{\mu_j^n} q_0(R_j), & n = 1, \dots, R_j+1, \\ \left[(N\lambda_j)^{R_j+1} \prod_{i=1}^{n-R_j-1} (N-i)\lambda_j \right] q_0(R_j) / \mu_j^n, & n = R_j+2, \dots, R_j+N, \end{cases}$$

이 되므로, 부품 j 에 의하여 평균적으로 가동정지된 장비의 수는 $\sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j)q_n(R_j)$ 가 된다.

기간 T 동안 단위시간당 부품 고장 때문에 비가동중인 장비수의 기대치를 $R(T)$ 라 할 때 J 개의 부품으로 구성되어 있는 N 대의 장비들 전체를 대상으로 가용도가 구해져야 한다. 그런데 예를 들어 <그림 1>에서 부품 j 의 (R_j-1) 노드로부터 (R_j) 노드로의 전이율은 $N\lambda_j$ 이지만 장비는 다수의 부품으로 구성되어 있기 때문에 부품 j 의 고장 이외에도 다른 부품의 고장으로 인해 가동이 정지되는 장비의 수가 증가하게 되면 전이율은 $N\lambda_j$ 보다 작을 것이다. 이를 수식으로 표현하기가 어렵기 때문에 임의의 부품 j 의 전이율이 <그림 1>과 같다고 가정하면 $R(T)$ 를 다음과 같이 개략적으로 표현할 수 있다.

$$R(T) \approx \sum_{j=1}^J \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j) \tag{2}$$

식 (2)를 적용해서 구한 $R(T)$ 는 실제보다 부품고장률을 더 크게 감안하여 구한 값이 된다. 이 경우 가용도 식 (1)에 식 (2)를 적용하면

$$\frac{Y(T)}{NT} = \frac{Y(T)/T}{N} = \frac{N - \text{정지상태에 있는 장비의 수}}{N} = \frac{N - \sum_{j=1}^J \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n - R_j) q_n(R_j)}{N} \quad (3)$$

5. CSP 소요모델

5.1 CSP 소요모델 정식화 및 해법

CSP 소요량 구매자금이 최대 B 로 제한된 상황에서 가용도를 최대화하는 CSP 소요량을 산출하는 문제이므로 다음과 같이 정식화될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad \frac{Y(T)}{NT} \\ & \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^J d_j R_j \leq B. \quad \text{단, } R_j \text{는 자연수.} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 목적함수의 분모인 NT 는 주어진 값이기 때문에 $Y(T)$ 를 최대화시키는 것이 목적이 된다. $Y(T)$ 를 해석적인 방법으로 구하기가 거의 불가능함은 4장에서 설명이 되었다. 이러한 문제 때문에 본 논문에서는 먼저 고장난 부품들을 수리하여 재활용하되 동류전용은 허용되지 않는다고 가정하여 최적 소모량을 결정할 수 있는 발견적 탐색절차(heuristic algorithm)을 개발하고, 그 결과를 동류전용이 허용되는 실제상황을 반영한 시뮬레이션의 초기해로 적용한 후 빠른 시간내에 현실적으로 최적해에 근사한 해를 찾는 탐색절차를 개발하였다.

5.2 초기해 발견적 탐색절차

동류전용을 무시하면 본 논문에서 가정한 수리순환부품 모형은 식 (4)를 적용하면 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad \frac{N - \sum_{j=1}^J \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n - R_j) q_n(R_j)}{N} \\ & \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^J d_j R_j \leq B. \quad \text{단, } R_j \text{는 자연수.} \end{aligned}$$

이는 다시

$$\text{minimize } \sum_{j=1}^J \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j)q_n(R_j) \quad (5)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^J d_j R_j \leq B. \quad \text{단, } R_j \text{는 자연수.}$$

로 변형시킬 수 있다. (5)를 라그랑주 승수 기법(Lagrange multipliers method)으로 표현하면

$$\begin{aligned} \text{minimize } D(R; \theta) \\ &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j)q_n(R_j) - \theta \left[B - \sum_{j=1}^J d_j R_j \right] \\ &= \sum_{j=1}^J \left[\sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j)q_n(R_j) + \theta d_j R_j \right] - \theta B \end{aligned}$$

가 된다. 여기서 R 은 (R_1, R_2, \dots, R_N) 을 의미한다.

윗 식은

$$D_j(R_j; \theta) = \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j)q_n(R_j) + \theta d_j R_j$$

라 하면

$$\text{minimise } D(R; \theta) = \sum_{j=1}^J D_j(R_j; \theta) - \theta B$$

로 다시 표현할 수 있다. 그러므로 $D(R; \theta)$ 의 최적 R 은 각 $D_j(R_j; \theta)$ 를 최소화시키는 R_j 의 집합으로 이루어진다.

$\Delta D_j(R_j; \theta)$ 를 $D_j(R_j+1; \theta) - D_j(R_j; \theta)$ 라고 하면

$$\Delta D_j(R_j; \theta) = \left\{ \sum_{n=R_j+2}^{R_j+1+N} (n-R_j-1)q_n(R_j+1) - \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j)q_n(R_j) \right\} + \theta d_j \quad (6)$$

이므로

$$\Delta D_j(R_j+1; \theta) - \Delta D_j(R_j; \theta) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &= \left\{ \sum_{n=R_j+3}^{R_j+2+N} (n-R_j-2)q_n(R_j+2) - \sum_{n=R_j+2}^{R_j+1+N} (n-R_j-1)q_n(R_j+1) \right\} \\ &\quad - \left\{ \sum_{n=R_j+2}^{R_j+1+N} (n-R_j-1)q_n(R_j+1) - \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j)q_n(R_j) \right\} \end{aligned}$$

가 된다. 식 (6)의 오른쪽 항의 $\{ \}$ 부분은 예비용 j 부품을 R_j+1 개 확보했을 경우에 예상되는 가동정지된 장비수의 기대치와 R_j 개 확보했을 경우에 예상되는 가동정지된 장비수의 기대치와의 차이로 그 값은 당연히 0보다 작으며, R_j 값이 커질수록 그 차이는 작아지기 때문에 식 (7)의 값은 0보다 크다. 따라서 임의의 θ 가 주어졌을 때 $D_j(R_j; \theta)$ 는 R_j 에 대해 볼록 (convex)이며, 최적 R_j 는 다음 두개의 식을 동시에 만족하는 최소의 R_j 값이다.

$$\begin{cases} \Delta D_j(R_j-1; \theta) \leq 0, \\ \Delta D_j(R_j; \theta) \geq 0, \end{cases} \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^K d_j R_j \leq B \quad (9)$$

$\Delta D_j(R_j; \theta)$ 는 다시 $\sum_{n=1}^N n \{q_{R_j+n+1}(R_j+1) - q_{R_j+n}(R_j)\} + \theta d_j$ 로 표현할 수 있으며, 여기서 $Q_j(R_j)$ 를 $\sum_{n=1}^N n \{q_{R_j+n}(R_j) - q_{R_j+n+1}(R_j+1)\}$ 라고 하면 $Q_j(R_j) = -\Delta D_j(R_j; \theta) + \theta d_j$ 이고, $Q_j(R_j+1) - Q_j(R_j) = -\{\Delta D_j(R_j+1; \theta) - \Delta D_j(R_j; \theta)\} \leq 0$ 가 되어 $Q_j(R_j)$ 는 R_j 에 대해 단조감소함수가 되며, 최대값으로

$$\begin{aligned} Q_j(0) &= -\Delta D_j(0; \theta) + \theta d_j \\ &= \sum_{n=1}^N n \{q_n(0) - q_{n+1}(1)\} \end{aligned}$$

를 갖는다.

$Q_j(R_j)$ 를 이용하여 (8)을 다시 표현하면

$$\begin{cases} Q_j(R_j-1) \geq \theta, \\ Q_j(R_j) \leq \theta. \end{cases} \quad (10)$$

식 (10)의 조건을 만족하는 최적 R_j 를 R_j^* 라 할 때, R_j^* 와 θ 와의 관계를 표현하면

$$Q_j(R_j^*) \leq \theta \leq Q_j(R_j^*-1)$$

이 되므로, 식 (9)에 주어진 조건을 무시하면 부품 j 에 대해

$$\begin{cases} \text{i) } \max\{Q_i(0)\} \leq \theta \text{ 일 때 } R_j^* = 0, \\ \text{ii) } 0 \leq \theta < \max\{Q_i(0)\} \text{ 일 때 } R_j^* \geq 0. \end{cases} \quad (11)$$

그러나 (11)의 i)은 $B \geq \min\{d_j\}$ 이기 때문에 무시될 수 있다.

$V(R)$ 와 $V_j(R_j)$ 를 각각 $\sum_{j=1}^J d_j R_j$ 와 $d_j R_j$ 라고 하면

$$V(R) = \sum_{j=1}^J V_j(R_j)$$

가 된다. 따라서 $V_j(R_j)$ 의 특성과 식 (11)로부터 임의의 θ 에 대한 최적 R_j 를 R_j^* 라 할 때 $V(R)$ 을 크게 하기 위해서는 각 R_j^* 를 크게 하고, 각 R_j^* 를 크게 하기 위해서는 θ 를 작게 하여야 함을 알 수 있다.

6. 해 탐색절차

동류전용을 적용하지 않고 5장의 방법으로 $R(T)$ 를 유도했을 때는 모형 (5)를 이용하여 최적 R_j 를 해석적인 방법으로 구할 수 있다. 그러나 동류전용이 허용되고 타부품의 고장으로 장비가 가동중지가 되는 실제 상황을 고려하면 $q_n(R_j)$ 를 이용하여 도출된 식 (3)은 실제 가용도와 많은 차이가 있게 된다. 따라서 이와 같은 차이를 감안하여 해석적 방법을 이용해 도출한 결과를 실제 상황을 고려한 시뮬레이션의 초기해로 투입하여 “현실적으로 최적해에 근사한 해”를 도출할 수 있는 근사적인 최적해 탐색절차를 다음과 같이 제시한다.

단계 1: $\theta_M = \min\{Q_i(0)\}$ 로 둔다.

단계 2: $\theta = \theta_M$ 으로 하여 식 (9)를 만족하는 최소의 $R_j (j = 1, 2, \dots, J)$ 를 구한다.

단계 3: $\sum_{j=1}^J V_j(R_j) \leq B$ 이면 단계 4로 가고, 그렇지 않으면 단계 10으로 간다.

단계 4: θ 의 초기 하한(θ_L)과 상한(θ_U)을 다음과 같이 적용한다.

$$\theta_L = 0, \quad \theta_U = \min\{Q_i(0)\}.$$

단계 5: $k = 1$ 로 둔다.

단계 6: $\theta_k = \frac{\theta_L + \theta_U}{2}$ 로 하여 식 (9)를 만족하는 최소의 $R_j (j = 1, 2, \dots, J)$ 를 구한다.

단계 7: 현재의 θ_k 에 대한 $V(R)$ 을 $\hat{V}(\theta_k)$ 라 할 때, $\hat{V}(\theta_k) - B < \min\{d_j\}$ 이면 반복계산을 중지하고 이때의 R_j 가 최적 R_j 가 된다. 그렇지 않으면 단계 8을 수행한다.

단계 8: $\hat{V}(\theta_k) < B$ 이면 $\theta_U = \theta_k$ 로 놓고, $\hat{V}(\theta_k) > B$ 이면 $\theta_L = \theta_k$ 로 놓는다.

단계 9: $k = k + 1$ 로 하고 단계 6을 수행한다.

단계 10 : θ 의 초기 하한(θ_L)과 상한(θ_U)을 다음과 같이 적용하고 단계 5로 간다.

$$\theta_L = \min\{Q_i(0)\}, \quad \theta_U = \max\{Q_i(0)\}.$$

단계 11 : 단계 10에서 최종적으로 도출된 $R_j (j = 1, 2, \dots, J)$ 를 각각 R_j^0 으로 정의한다.

단계 12 : $j=1$ 로 둔다. $R_j = R_j^0 - 1$ 로 변경하고, $R_i^0 \pm \Delta$ 범위에서 $V(R) \leq B$ 조건을 만족하는 $R_i (1 \leq i \leq J, i \neq j)$ 를 구한 후 각 경우에 대해 시뮬레이션을 수행하여 가용도를 구한다. 이때 단계 11에서 도출된 해석적인 해가 근사적으로 최적해에 근접하기 때문에 Δ 값은 2~3 정도의 정수값을 준다.

단계 13 : $j=j+1$ 로 둔다. $R_j = R_j^0 - 1$ 로 변경하고, $R_i^0 \pm \Delta$ 범위에서 $V(R) \leq B$ 조건을 만족하는 $R_i (1 \leq i \leq J, i \neq j)$ 를 구한 후 각 경우에 대해 시뮬레이션을 수행하여 가용도를 구한다.

단계 14 : $j=J+1$ 이면 탐색절차를 종료하며 이때까지 구한 해 중에서 가용도 값이 가장 큰 해가 최종해가 된다.

7. 수치예

CSP 기간이 10,000시간이고, 구성 부품의 수가 10인 장비를 8대 도입하는 경우 고장, 수리 및 단가의 자료가 다음 <표 2>와 같이 주어졌을 때 구매자금이 530인 경우의 근사최적해를 구하는 과정을 <표 3>에 제시하였다. <표 2>에 주어진 고장수와 수리수는 10,000시간당 발생건수이다.

동류전용과 후반 고장률 저하를 고려하지 않고 해석적으로 도출한 최적해는 구입량이 (3, 3, 2, 3, 2, 3, 5, 4, 2, 2)에 총비용은 530이었고, 가동률은 0.7685으로 추정되었다. 이를 동류전용을 고려한 시뮬레이션을 해보니 0.8578로 추정되었다. 계속적으로 시뮬레이션을 적용한 결과는 구입량 (3, 3, 2, 3, 1, 3, 7, 3, 2, 2)에서 가동률 0.8816로 최대값을 보였다. 이 해가 현실적으로는 최적해에 근사한 값으로 볼 수 있다.

<표 2> 부품별 고장수, 수리수, 단가

부품번호 자료	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
고장수	8.0	8.8	7.2	12.4	10.0	7.6	15.2	9.2	6.4	10.8
수리수	3.0	2.7	3.1	3.3	2.9	2.8	1.9	4.3	3.9	3.5
단가	10	20	15	25	30	15	20	15	10	30

<표 3> 구매자금이 530일 때 부품구입량 근사최적해 ($\Delta=2$)

시물 레이션 횟수	부 품										구매 자금	해석적 가동률	시물레이션 가동률	비 고
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}				
0	3	3	2	3	2	3	5	4	2	2	530	0.7685	0.8578	해석적 방법에 의한 최적해 (R_j^0)
1	2	5	1	3	2	2	5	4	2	2	530		0.8527	
2	2	5	1	3	2	3	5	3	2	2	530		0.8536	
.	
.	
76	3	3	2	3	1	3	7	4	1	2	520		0.8767	
77	3	3	2	3	1	3	7	3	2	2	525		0.8816	근사 최적해
78	3	3	2	3	1	3	7	2	3	2	530		0.8721	
.	
.	
117	3	3	2	3	1	3	5	5	2	1	530		0.8374	

8. 결 론

본 논문에서는 특정 운용기간이 주어진다든 CSP운용 특성을 반영하여 가용도를 “CSP기간 동안에 정상상태에 있는 장비 · 시간 / CSP기간 동안 정상상태에 있어야 하는 장비 · 시간”으로 정의하고, CSP 운용기간이라도 부품의 동류전용이 허용되고 수리가 가능한 경우에 가용도를 구할 수 있는 계산식을 유도하였다.

CSP기간의 초반이 지나면 부품이 고장나기 시작하며 동류전용과 수리순환이 발생하여 운용 가능한 장비의 수가 증감하기 때문에 임의의 t 시점까지 부품의 소모량을 예측할 수 없을 뿐만 고장과 관련되어 발생하는 수리시간과 고장발생의 결합분포(joint distribution)를 파악할 수 없어서 시점 t 에 k 대의 장비가 가동 중일 확률 $\phi_k(t)$ 를 도출할 수 없고 그 결과 실제 상황을 완벽하게 반영하여 각 부품별 소모량을 구할 수 있는 해석적인 방법을 개발하기는 매우 어렵다.

따라서 본 논문에서는 각 부품별 고장발생률이 시간에 관계없이 일정하며 동류전용이 없다는 전제하에서 최적 소모량을 구하는 알고리즘을 개발한 후 이 결과를 시물레이션의 초기해로 사용하여 현실적으로 최적해에 근접하는 해 탐색절차를 제시하였다. 이와 같은 해석적인

방법과 시뮬레이션의 결합없이 처음부터 시뮬레이션으로만 최적해를 찾으려고 한다면 많은 시간을 필요로 하게 되지만 제시한 방법을 이용하면 단시간내에 최적해에 근접할 수 있음을 보였다. 추후 CSP가 아닌 주어진 수명주기 동안 일반적인 주기적 보급이 이루어지는 경우에 매 보급시 확보해야될 부품소모량을 구하는 문제로 확장할 수 있을 것으로 보인다.

참고문헌

- [1] 김재원(1987), SYMD-515-87228, 국방과학연구소.
- [2] 박삼준(1994), 동시조달수리부속(CSP) 소요산출 모델연구, 국방과학연구소.
- [3] 오근태, 김명수(1998), 운용가용도 제약하에서의 소모성 동시조달부품의 최적소요량 결정, 한국공업경영학회지, 21(48), 113-122.
- [4] 오근태, 김명수(2000), 운용가용도 제약하에서의 소모성 부품과 수리순환부품이 혼재된 동시조달부품의 최적소요량 결정, 한국공업경영학회지, 23(59), 53-67.
- [5] 오근태, 나운균(2005), 부품재활용이 허용될 때 소모성 동시조달부품의 적정소요량 결정, 한국산업경영시스템학회지, 28(1), 97-104.
- [6] 오근태, 나운균, 김명수(2010), 운용가용도 제약하에서 동류전용이 허용될 때 소모성 동시조달부품의 적정구매량 결정, 한국산업경영시스템학회지, 33(3), 199-207.
- [7] Daeschner, William E. Jr.(1975), Models for Multi-item Inventory Systems with Constraints, Doctoral Dissertation, Naval Postgraduate School.
- [8] Everett Hugh(1963), Generalized Lagrange Multiplier for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources, Operations Research, Vol. 11, 399-417.
- [9] Russell, F. R., and McMaster, A. W.(1983), Wholesales Provisioning Models : Model Development, NPS 55-83-026, Naval Postgraduate School.