

sudden death 시험에 대한 고찰

서순근

동아대학교 산업경영공학과

A Note on Sudden Death Tests

Seo, Sun-Keun

Dept. of Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University

Abstract

Successive and simultaneous sudden death tests are compared with the complete and Type II censored samples in terms of expected test duration and Total Time on Test(TTT) subject to the same number of failures in order to maintain the equal statistical precision under Weibull lifetime distribution with known shape parameter. Also, two sudden death tests under a proposed cost model are discussed and a numerical example is provided to illustrate the use of the proposed cost model.

Keywords : cost model, expected test duration, sudden death tests, Total Time on Test(TTT), Weibull distribution

1. 서론

수명시험을 실시할 때 시험시간을 단축하기 위해 여러 가지 형태의 관측중단(censoring)이 적용될 수 있으며, 그 중에서 정해진 시간까지 시험하는 제 1종 관측중단(Type I or time censoring)과 정해진 고장개수까지 관측하는 제 2종 관측중단(Type II or failure censoring)으로 대별될 수 있다.

한편 다중 관측중단 형태를 취하면서 시험시간을 줄일 수 있다고 알려져 있는 sudden death 시험이 전술된 단일 관측중단 시험에 대한 하나의 대안으로 자주 채택되고 있다. sudden death 시험은 최초로 1964년 Johnson에 의해 구름 베어링에 대한 수명시험 시 시험시간 측면에서 모든 시험단위가 고장이 날 때까지 관측하는 완전표본(complete sample) 등의 전통적 시험방법보다 효율적이라고 소개되었다. 이 시험에서는 전체 시험단위 n 를 동일한 표본크기 m 을 가지는 g 조(group)로 구분하여 각 조별로 시험단위를 동시에 시험하여 최초 고장이 발생되면 나머지 단위를 관측중단을 시키는 시험방식이다. 특히 시험장치가 한정되어 있고 시험 제품이 비교적 저렴할 경우에 유용하다고 알려져 있다(Wu et al.(2001)). 또한 이 시험법은 시험 데이터의 분석법으로 확률지를 이용할 수 있는 등의 분석 용이성 측면에서 장점을 가지고 있다. sudden death 시험에 의한 데이터 분석법은 Kececioglu(2002), Abernethy(2006), Bertsche(2008)의 전문서적을 참조하면 된다.

한편 sudden death 시험이 시험시간을 단축시킨다는 점에 대해 견해가 다양하다. 예를 들면 와이블 분포를 따를 경우에, Kay(1975)는 형상모수가 1.6이하일 때만 전 고장시험(완전표본)보다 기대 총 시험시간을 감소시킨다는 다소 부정적 견해를, Johnson(1964)은 수명분포의 제 1분위수가 제 3분위수의 1/2보다 꽤 작을 경우에 sudden death 시험이 완전표본보다 시험시간 측면에서 상당히 시험을 감소시킨다고 주장하거나, McCool(2009)은 대응되는 제 2종 관측중단보다 시험시간이 감소되는 경우를 소개하고 있다. 또한 Kececioglu(2002)는 동일 표본 크기를 가지는 sudden death 시험과 완전표본에 대해 기대 시험 종료시간을 비교하여 이 경우에 당연한 sudden death 시험의 장점을 부각시키고 있다. 즉, sudden death 시험방식과 완전표본과 관측중단하의 전통적 시험방식의 시험시간에 대한 비교 시에 동등한 조건 하에서 어떤 시험시간 기준으로 비교할 것인가가 매우 중요하다. 더불어 시험시간을 비교 시 추정 정밀도도 추가적으로 고려할 것인가, 시험시간보다는 비용모형을 채택할 것인가에 따라 비교결과가 달라질 수 있으므로 본 소고에서는 언급된 이런 요소들을 고려하여 심층적 분석을 하고자 한다.

이런 sudden death 시험에 관한 연구는 주로 와이블 분포가 대상이 되며, 이 중에서 Kay(1975)는 sudden death 시험을 완전표본일 경우(표본크기= g)와 시험시간, 통계적 정밀도, 비용측면에서 비교하였으며, Suzuki et al.(1992)은 sudden death 시험에서 조에 대해 2종 관측중단을 적용할 경우(즉, 고장 단위가 관측된 조의 수 $\leq g$)에 통계적 정밀도와 시험시간을 비교하였고, Pascual and Meeker(1999)는 각 조의 고장개수(r)를 하나에서 다수 개($r \geq 1$)로 확장한 수정 sudden death 시험과 이에 관한 시험계획의 효율을 제고한 시험방식을 제안하였다. Wu et al.(2001)은 $r=1$ 일 때 동시 시험 시 시험장치가 조의 수보다 작을

경우 기대 시험시간을 줄일 수 있는 방식과 신뢰구간을 연구하였으며, Motyka(2007)는 sudden death 시험의 시험종결시간과 제 1종 관측중단 시간을 일치시킨 조건에서 두 시험 방식에 대한 통계적 정밀도와 시험시간을 비교하였고, McCool(2009)은 sudden death 시험과 제 2종 관측중단일 경우의 시험시간 등을 고찰하였다. 한편 sudden death 시험을 채택한 신뢰성 샘플링 검사에 관한 연구로는 Jun et al.(2006)과 Arizono et al.(2008) 등이 있다. 본 논문에서는 sudden death 시험 중에서 가장 전형적이고 기본적인 조의 수가 $g \geq 2$ 이고 $r = 1$ 인 경우를 대상으로 삼는다.

2. sudden death 시험방식

sudden death 시험방식을 두 가지로 대별하고, 비교대상인 전통적인 시험 방식(완전표본 및 제 2종 관측중단)의 기대 시험시간 등에 대해 간략하게 기술한다.

2.1 연속적(successive) 시험방식

전형적인 sudden test 시험방식으로 시험장치가 한정되어 있을 경우 각 조별 시험을 실시하여 그 중 하나의 고장이 발생하면 그 조의 시험을 종결시키고, 연이어 다음 조의 시험을 진행시키는 경우이다. 이를 대상으로 하는 연구에는 Kay(1975), Pascual and Meeker(1999) 등이 있다.

여기서 조의 수가 g , 조에 속하는 시험단위의 수가 m 이며 총 시험단위의 수 n 는 mg 가 된다. 또한 수명 T 는 형상모수가 β 이고 척도모수가 η 인 와이블 분포(Weibull(β, η))를 따르면 각 조의 첫 번째 순서통계량 $T_{1:m}$ 은 Weibull($\beta, \eta m^{-1/\beta}$)을 따른다. 더불어 $T_{1:m}$ 은 기대값은 식 (1)과 같이 주어진다(Kececioglu(2002)).

$$E[T_{1:m}] = \eta m^{(-1/\beta)} \Gamma(1 + \frac{1}{\beta}) \quad (1)$$

연속적 시험방식이 적용될 경우의 기대 시험 종료시간을 $D_{SD}^{(1)}$ 으로, 총 시험시간(Total Time on Test)을 $TTT_{SD}^{(1)}$ 으로 정의하면 이들의 기대값은 식 (2)와 (3)으로 주어진다.

$$E[D_{SD}^{(1)}] = g \eta m^{(-1/\beta)} \Gamma(1 + \frac{1}{\beta}) \quad (2)$$

$$E[TTT_{SD}^{(1)}] = m E[D_{SD}^{(1)}] \quad (3)$$

2.2 동시 시험방식

이 시험방식은 시험장치가 충분할 경우 g 조의 n 개를 동시에 시험하여 고장이 발생할 때마다 그 조의 나머지 시험단위를 관측중단 시키면서 g 개의 고장이 발생할 때까지 시험을 수행하는 방식이다. 이의 적용 사례로 Johnson(1964)의 구름 베어링과 Murray et al.(1988)의 병렬-직렬 시스템 형태로 실시하는 VLSI의 텅스텐과 알루미늄의 접속부의 이주(migration)에 관한 시험법 등이 있으며, Suzuki et al.(1991), Motyka(2007), Arizono et al.(2008)가 이 경우를 다루고 있고 Wu et al.(2001)과 McCool(2009)은 동시 및 연속적의 두 경우를 모두 고려하고 있다. 또한 이 시험방식은 제 2종 점진적 관측중단(progressively censoring)에서 고장이 발생할 때마다 동일 개수를 관측중단을 시키는 특수한 경우로 볼 수 있다.

동시 시험방식이 적용될 경우의 시험 종료시간을 $D_{SD}^{(2)}$ 으로, 총 시험시간을 $TTT_{SD}^{(2)}$ 으로 정의하면 이들의 기대값은 식 (4)와 (5)와 같이 된다(Wu et al.(2001)).

$$E[D_{SD}^{(2)}] = g \binom{g-1}{k-1} \eta m^{-1/\beta} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \sum_{i=0}^{g-1} \frac{(-1)^i \binom{g-1}{i}}{(i+1)^{1+\frac{1}{\beta}}} \quad (4)$$

$$E[TTT_{SD}^{(2)}] = m \left(\sum_{j=1}^g E[T_{j:m}] \right) = E[TTT_{SD}^{(1)}] \quad (5)$$

여기서 각 조의 j 번째 순서 통계량 $T_{j:m}$, $j=1, \dots, m$ 의 기대값은 식 (6)과 같다(Pascual and Meeker(1998)).

$$E[T_{j:m}] = g \binom{g-1}{j-1} \eta m^{-1/\beta} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \sum_{i=0}^{j-1} \frac{(-1)^i \binom{j-1}{i}}{(g-j+i+1)^{1+\frac{1}{\beta}}} \quad (6)$$

2.3 전통적 시험방식

2.3.1 제 2종 관측중단 경우

sudden death 시험과 동일한 시험단위와 고장 수를 가지는 제 2종 관측중단일 표본일 경우, 즉, $n = mg$ 개를 동시에 시험을 실시하여 g 개가 고장날 때까지 관측할 경우의 시험 종료시간을 D_{FC} 로, 총 시험시간을 TTT_{FC} 으로 정의하면 이들의 기대값은 식 (6)으로부터 식 (7)과 (8)로 주어진다.

$$E[D_{FC}] = g \binom{n}{g} \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \sum_{i=0}^{g-1} \frac{(-1)^i \binom{g-1}{i}}{(n-g+i+1)^{1+\frac{1}{\beta}}} \quad (7)$$

$$E[TTT_{FC}] = \sum_{j=1}^g E[T_{j:n}] + (n-g)E[T_{g:n}] \quad (8)$$

단, $E[T_{j:n}]$ 은 식 (6)에서 구함.

2.3.2 완전표본일 경우

sudden death 시험과 동일한 고장 수를 가지는 완전표본일 경우, 즉, g 개가 모두 고장이 날 때까지 관측할 경우의 시험 종료시간을 D_{CS} 로, 총 시험시간을 TTT_{CS} 로 정의하면 이들의 기대값은 식 (7)으로부터 식 (9)와 (10)과 같이 주어진다.

$$E[D_{CS}] = g \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \sum_{i=0}^{g-1} \frac{(-1)^i \binom{g-1}{i}}{(i+1)^{1+\frac{1}{\beta}}} \quad (9)$$

$$E[TTT_{CS}] = \sum_{j=1}^g E[T_{j:g}] \quad (10)$$

단, $E[T_{j:g}]$ 은 식 (6)에서 구함.

3. 기대 시험시간 측면의 분석

3.1 시험 종료시간의 비교

시험시간을 비교하려면 추정의 정밀도를 고려해야 한다. Kay(1975)에 의하면 sudden death 시험(연속과 동시)과 g 개의 고장을 관측하는 완전표본일 경우에 추정 정밀도의 척도인 β 와 η 의 추정량에 대한 분산은 동일하다. n 개를 시험하여 g 번째 고장에 관측하는 제2종 관측중단일 경우에 sudden death 시험과 완전표본과 비교하면 n 에 따라 추정 정밀도의 우위가 달라지므로 이를 완전히 일치시키는 조건을 설정하기는 힘들다. 다만 신뢰성 실증시험(reliability demonstration test) 등에 주로 쓰이는 와이블 분포의 형상모수가 특정 값 또는 구간범위(이 때 형상모수는 보통 실증시험의 성격을 고려하여 시험시간이 길게 설정되는 구간 경계값으로 정함)로 알려져 있을 경우는 지수분포를 적용할 수 있으므로(Abernethy(2006), 권영일(2011)), 이 경우의 추정 정밀도는 고장개수에 의존한다. 따라서 본 논문에서는 개략적으로 추정 정밀도를 일치시키기 위해 2절의 4종의 시험방식의 고장개수를 동일하게 한 조건 하에서 먼저 시험 종료시간의 기대값으로서 비교하고자 한다.

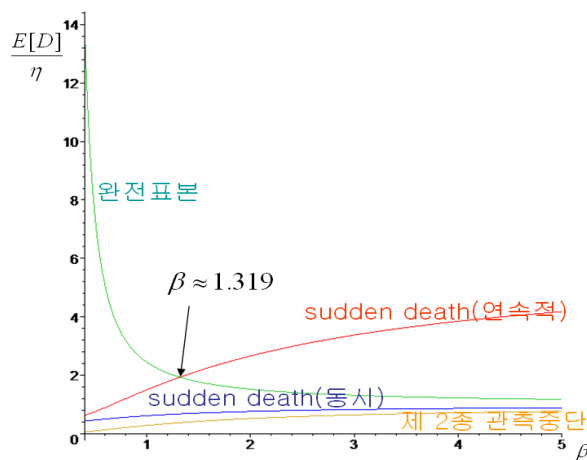
먼저 동시 sudden death 시험의 기대 시험 종료시간은 연속적 경우보다, 제 2종 관측중단일 경우는 완전표본일 경우보다 작음은 sudden death 시험이 의미가 있는 m 과 g 가 2이상일 경우에는 자명하다. 더불어 제 2종 관측중단일 경우가 동시 sudden death 시험보다 작음을 쉽게 알 수 있다.

따라서 동시 sudden death 시험과 완전표본의 기대 시험 종료시간을 비교하면, $m \geq 2$ 일 때,

$$E[D_{SD}^{(2)}] - E[D_{CS}] = g\eta\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)(m^{-1/\beta} - 1) \sum_{i=0}^{g-1} \frac{(-1)^i \binom{g-1}{i}}{(i+1)^{1+\frac{1}{\beta}}} < 0$$

이므로 sudden death 시험의 완전표본에 대한 우월여부는 연속적 시험일 경우에만 두 시험법의 기대 시험 종료시간을 비교하면 판명된다. Kececicglu(2002)는 n 는 최소 9이상, 되도록이면 15이상, g 는 3조 이상, 가능하면 5조이상인 sudden death 시험을 추천하고 있다. 이런 경우 중에서 $n = 24, g = 6, m = 4$ 일 때 4종의 시험방식에 대한 β 에 따른 기대 종료시간이 <그림 1>에 도시되어 있다.

한편 Kay(1975)는 m 이 g 인 특정 경우를 고려하면서 $\beta < 1.6$ 일 때만 연속적 sudden death 시험이 완전표본보다 기대 종료시간 측면에서 우수하다고 주장하고 있다. 척도모수 η 로 나누어 표준화한 값($E[D]/\eta$)를 도시한 <그림 1>을 보면 $E[D_{CS}]$ 는 β 가 클수록 감소하며, $E[D_{SD}^{(1)}]$ 는 β 가 클수록 증가하므로 두 값이 일치되는 β 값(β_1)이 존재하고 그 값이 1.319가 된다(<표 1>참고). Maple 15(2011)를 이용하여 구한 $E[D_{SD}^{(1)}] - E[D_{CS}] = 0$ 이 되는 β_1 이 g 와 n 의 조합에 대해 <표 1>에 정리되어 있다. 이를 보면 g 가 작고 m 이 클수록 연속적 sudden death 시험이 완전표본보다 우월한 β 가 범위가 넓어짐을 알 수 있으며, Kay의 주장은 그리 정확하지 않다고 볼 수 있다. 따라서 시험 종료시간이 중요할 경우에 4가지 시험방식의 우월성을 이런 절차로 검토할 수 있다.

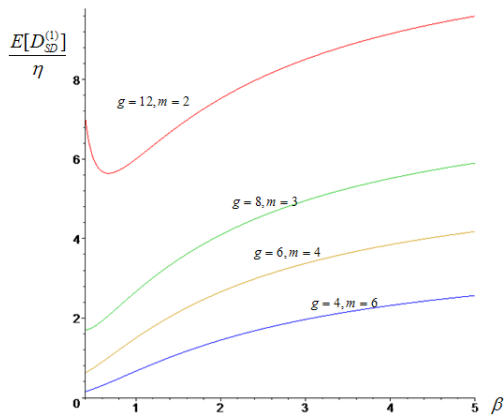


<그림 1> 4가지 시험방식의 기대 종료시간: $n = 24, g = 6, m = 4$

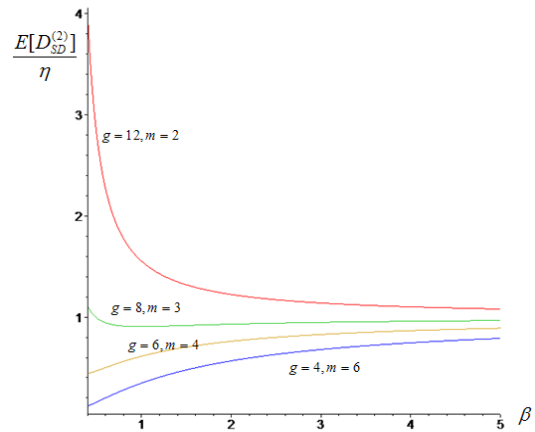
<표 1> $E[D_{SD}^{(1)}] = E[D_{CS}]$ 인 β 값

$n \backslash g$	2	3	4	5	6	8	10
12	3.416	1.941	1.382	-	0.860	-	-
18	4.023	2.339	-	-	1.134	-	-
24	4.450	2.617	1.935	-	1.319	1.011	-
30	4.780	2.831	-	1.714	1.458	1.293	0.934
40	5.204	-	2.330	1.908	-	-	1.080
60	5.800	3.487	2.638	2.177	1.880	-	1.279

그리고 n 가 고정될 경우 g 와 m 의 조합에 대해 조사해 보자. $n=24$ 일 때 4가지 조합에 대해 β 에 따른 기대 종료시간이 연속적일 경우는 <그림 2>에, 동시일 경우는 <그림 3>에 주어져 있다. 연속적 시험일 경우는 $m=2$ 일 때의 특정 일부구간을 제외하고는 β 가 증가함에 기대 종료시간이 증가하고 있다. 동시 시험일 경우는 $m=2, 3$ 일 때 β 가 증가함에 따라 기대 종료시간이 감소하거나 일정 구간 후 미세하게 증가하는 형태이며, m 가 4이상일 때는 반대로 증가하고 있다. 따라서 m 가 3이상일 경우 연속적 및 동시 sudden test 시험은 시험 종료시간을 추정 시 β 에 관한 정보가 구간으로 주어질 때 β 의 상한으로 추측하는 것이 대체적으로 안전하다고 볼 수 있다.



<그림 2> (m, g) 조합에 따른 연속적 sudden death 시험의 기대 종료시간: $n = 24$



<그림 3> (m, g) 조합에 따른 동시 sudden death 시험의 기대 종료시간: $n = 24$

3.2 총 시험시간의 비교

전 소절과 같이 추정의 정밀도를 고려한 조건하에서 4가지 시험방식의 총 시험시간을 비교하고자 한다. 두 종의 sudden death 시험의 총 시험시간(TTT)은 동일하므로, 먼저 sudden death 시험과 완전표본의 TTT를 비교하자. 지수분포를 따를 때($\beta = 1$)

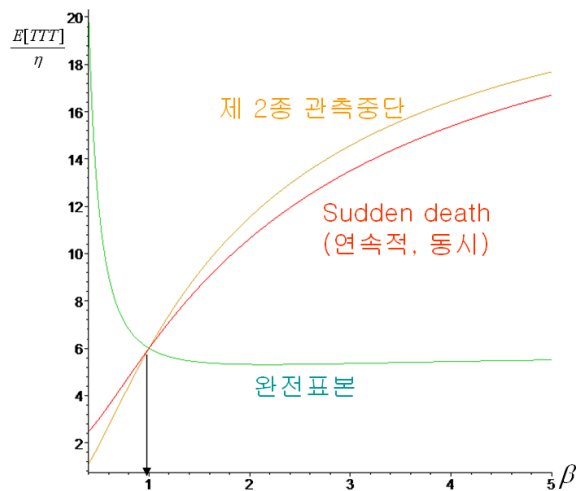
$E[TTT_{CS}] = \sum_{j=1}^g E[T_{j:g}] = g\eta$ 가 되므로, 식 (2)의 $E[TTT_{SD}^{(1)})$ 와 같아진다. 즉, 두 기대 TTT가 같아지는 β 값(β_2)이 1이 된다.

<그림 4>에는 $n = 24, g = 6, m = 4$ 일 때 4종의 시험방식에 대한 β 에 따른 기대 TTT가 도시되어 있다. 즉, β 가 클수록 다른 세 방식에 비해 n 가 상당히 작은 완전표본의 우수성이 확연해진다.

한편 지수분포를 따를 때 McCool(2009)은 다음을 이용하여 $E[TTT_{SD}^{(1)})$ 가 $E[TTT_{FC}]$ 가 됨을 증명하고 있다.

$$E[T_{j:n}] = \eta \sum_{i=1}^j \frac{1}{n-i+1}, \quad j = 1, \dots, n$$

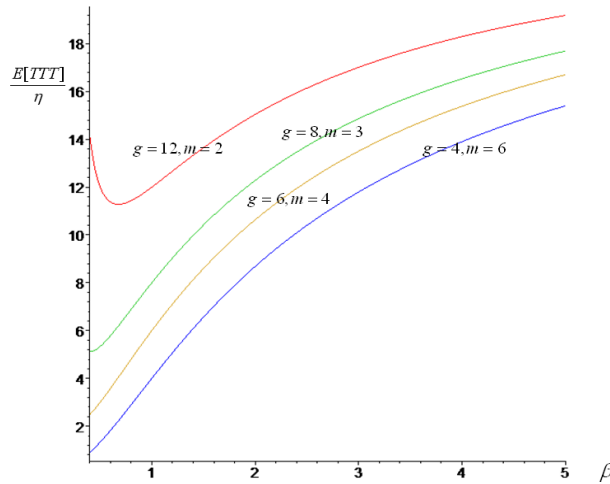
따라서 $E[TTT_{FC}]$ 와 $E[TTT_{SD}^{(1)})$ 과 일치하는 β 값(β_3)도 1이 된다. 다양한 수치실험을 통해 확인하였지만 그 중의 하나의 case인 <그림 4>을 보면 β 가 1보다 클 때 sudden death 시험이 제2종 관측중단 시험보다 TTT측면에서 우수하다.



<그림 4> 4가지 시험방식의 기대 총 시험시간: $n = 24, g = 6, m = 4$

전소절과 마찬가지로 총 시험시간이 중요할 경우 sudden death 시험의 타당성을 이런 과정으로 검토할 수 있다.

그리고 n 가 고정될 경우 g 와 m 의 조합에 대해 조사해 보자. $n = 24$ 일 때 4가지 조합에 대해 β 에 따른 기대 TTT가 <그림 5>에 주어져 있다. 이를 보면 $m = 2$ 일 때 특정 일부 구간을 제외하고는 두 종의 sudden death 시험은 모두 β 가 증가함에 따라 기대 TTT가 증가하는 형태이다. 따라서 m 가 3이상일 경우 총 시험시간을 추정 시 β 에 관한 정보가 구간으로 주어질 때 β 의 상한으로 추측하는 것이 안전하다.



<그림 5> (m, g) 조합에 따른 연속적/동시 sudden test 시험의 기대 총 시험시간: $n = 24$

4. 비용측면의 분석

4.1 비용모형

수명시험 계획을 설정 시 통계적 효율성과 기대 시험시간뿐만 아니라 비용을 고려한 기준으로 비교하는 것도 중요하다. 시험에 투입되는 비용요소에 따라 4가지 시험방식의 비교와 더불어 sudden death 시험에서 g 와 m 에 따른 변화양태를 조사하는 것도 유용하다.

Kay(1975)와 권영일(2011)이 제시한 비용모형을 고려하여 수명시험을 실시할 때 투입되는 비용요소들을 다음과 같이 고려한다.

- c_0 : 고정비
- c_{1f} : 고장 발생 단위당 시험제품 비용
- c_{1s} : 관측중단된 단위당 시험제품 비용
- c_2 : 시험에 투입된 단위시간당 직접비
- c_3 : 경과된 시험시간에 따른 단위시간당 비용

여기서 c_0 는 시험 단위 수나 시험시간과는 무관한 준비비 등의 고정비이며, c_{1f} 는 고장난 시험단위의 비용으로 고장 수에 비례하며, c_{1s} 는 관측중단 개수에 비례하는 항목으로 고장이 나지 않을 경우에 할인 판매나 일정 수익을 받고 처리 가능하므로 보통 $c_{1s} \leq c_{1f}$ 이다. c_2 는 투입된 TTT에 비례하는 비용으로 시험단위 수와 시험시간에 의존하며, 시험장치의 작동에 소요되는 비용 등이 속한다. 마지막으로 c_3 는 시험 종료시간에 비례하는 비용요소로 시험기사의 노무비와 시험시간과 관련된 간접비 등이 포함된다.

따라서 이들 비용요소를 고려한 기대 비용함수는 다음과 같이 설정된다.

$$C_i(g, m) = c_0 + c_{1f}r_i + c_{1s}(n_i - r_i) + c_2E[TTT_i] + c_3E[D_i] \quad (11)$$

단, $i = 1$ 이면 $SD^{(1)}$, $i = 2$ 이면 $SD^{(2)}$

$i = 3$ 이면 FC , $i = 4$ 이면 CS

r_i 는 i 시험방식의 고장개수

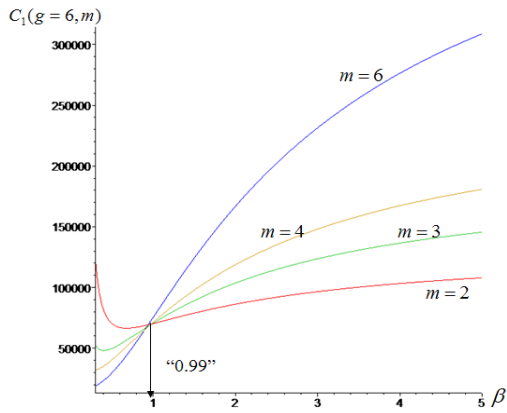
n_i 는 i 시험방식의 총 시험단위 수

식 (11)의 비용함수를 보면 3절의 두 가지 기대 시험시간을 모두 반영하고 있다.

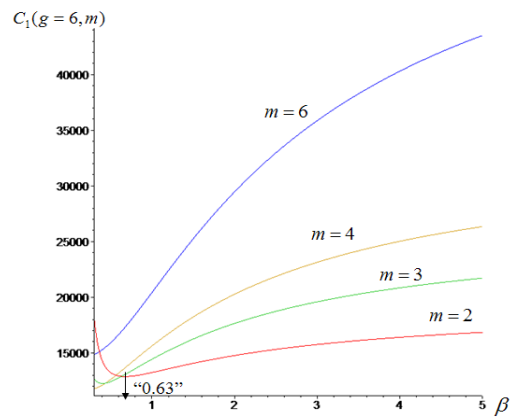
4.2 적용 예제

수명이 η 가 1,000시간인 와이블 분포를 따를 때 sudden death 시험을 먼저 고려하자. 동시 시험이 연속적 sudden death 시험보다 발생 기대비용이 작음을 미리 알 수 있고 비용함수의 형상 차이가 유사하므로, 연속적 sudden death 시험만 다룬다. sudden death 시험 중에서 어떤 (g, m) 조합이 경제적인가를 조사하기 위해서는 g 를 고정시키고 m 과 n 을 변화시키는 것이 의미가 있다. 즉, 본 예제에서는 전절과 같이 통계적 정밀도를 동등하게 설정하기 위해 $g = 6$ 으로 고정하고 $m = 2, 3, 4, 6$ 인 경우를 고려하자.

여기서 c_{1f} 는 1000, c_{1s} 는 200, c_2 는 1/시간, c_3 는 10/시간이며, 고정비 c_0 는 시험방식의 비교 시 영향을 미치지 않으므로 고려하지 않는다. <그림 6>은 m 과 형상모수 β 에 따른 연속적 sudden death 시험의 기대비용을 도시한 것으로 β 가 0.99 근방보다 클 경우는 $m = 2$ 일 경우가 가장 비용이 적으며, β 가 0.99 근방보다 작을 경우는 $m = 6$ 인 경우가 가장 비용이 적음을 알 수 있다. 그리고 그 영역 근방에서는 4가지 m 에 따른 비용이 비슷한 값을 가진다. 또한 c_2 는 0.01/시간, c_3 는 1/시간으로 두 비용요소만 상대적으로 작아질 때의 기대비용이 <그림 7>에 도시되어 있다. 전술된 경우보다 4가지 m 에 관한 기대비용이 같아지는 β 가 작아짐을 파악할 수 있다.

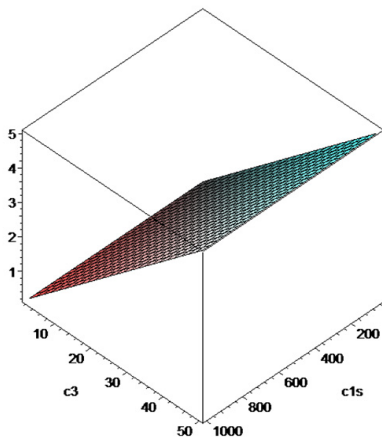


<그림 6> sudden death 시험의 비용:
 $g = 6, c_2 = 1, c_3 = 10$

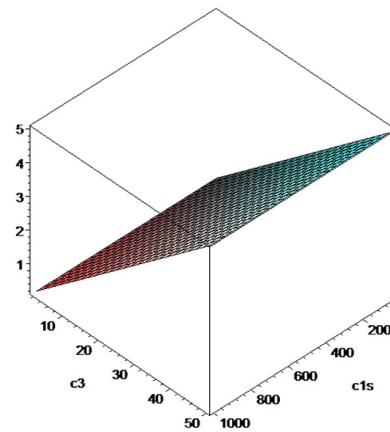


<그림 7> sudden death 시험의 비용:
 $g = 6, c_2 = 0.01, c_3 = 0.1$

또한 비용요소에 따른 민감도분석(sensitivity analysis)을 수행하여 sudden death 시험의 비용 변화 양상을 조사하였다. 비용요소 중 c_{1f}, c_2 를 고정시킨 조건에서 현 비교조건 하의 sudden death 시험에 보다 영향이 클 것으로 예상되는 비용요소인 c_{1s}, c_3 를 1/5 ~ 5배 변화시킬 경우의 기대비용에 대한 기본 비용요소하의 기대비용($c_{1s} = 200, c_3 = 10$ 일 때)의 비를 $\beta = 2, 0.8$ 일 때 <그림 8>과 <그림 9>에 도시하였다. 두 그림은 β 에 관련 없이 매우 유사한 형태를 따르고 있으며 c_3 이 c_{1s} 보다 영향이 크을 알 수 있다.



<그림 8> $C_1(g = 6, m = 4)$ 의 비: $\beta = 2$

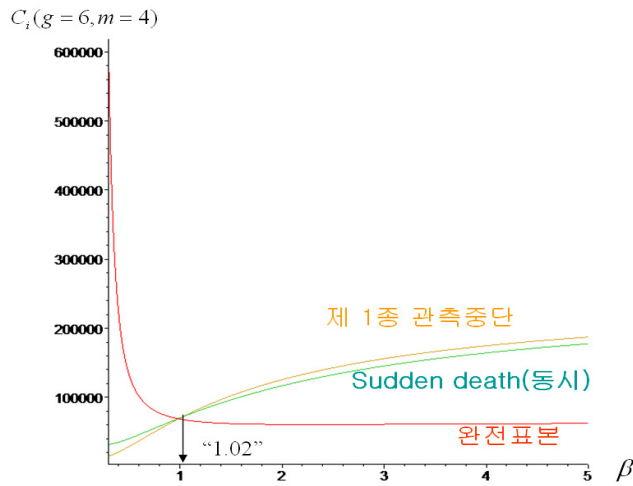


<그림 9> $C_1(g = 6, m = 4)$ 의 비: $\beta = 0.8$

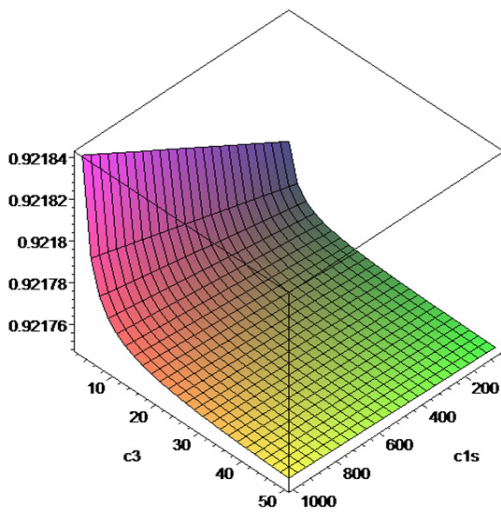
4가지 시험방식 중 sudden death 시험일 경우에 비용이 적을 것으로 예기되는 동시에 sudden death 시험과 제2종 관측중단, 완전표본 시험에 대한 기대비용을 $g = 6, m = 4$ 일 때 형상모수 β 에 따라 도시한 것을 <그림 10>에서 볼 수 있다. β 가 1.02보다 클 경우는 완전 표본, sudden death 시험, 제 2종 관측중단 시험 순으로, β 가 1.02 근방보다 작을 경우는 역순이 됨을 알 수 있다. 따라서 동시 sudden death 시험은 두 종의 전통적 시험법의 중간이 됨을

파악할 수 있으며, 특히 제품 수명분포에서 보다 일반적인 고장률 증가 영역($\beta > 1$)에서 제 2종 관측중단 시험에 비해 유용성이 있음을 확인할 수 있다.

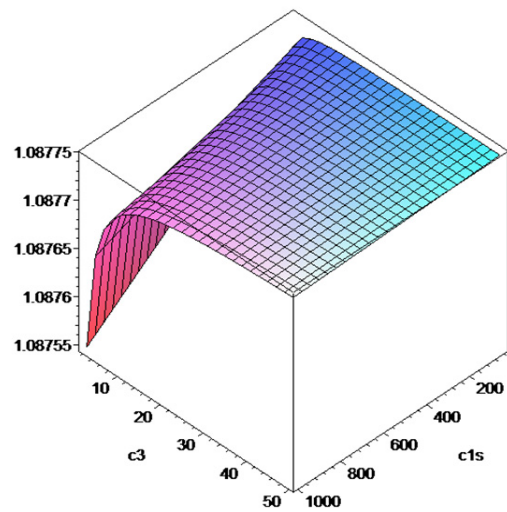
또한 비용요소에 따른 민감도분석(sensitivity analysis)을 수행하여 3가지 시험방식의 기대비용의 변화양상을 조사하였다. 비용요소 중 전술된 예제의 비용요소 중에서 c_0, c_{1f} 는 시험방식과 관련 없이 일정하므로 제외하고 c_2 를 고정시킨 조건하에서 sudden death 시험에 유리한 비용요소인 c_3 와 더불어 c_{1s} 를 1/5 ~ 5배 변화시킬 경우에 $C_2(g=6, m=4)/C_3(g=6, m=4)$ 가 $\beta=2, 0.8$ 일 때 <그림 11>과 <그림 12>에 도시되어 있다. 두 그림을 보면 비용요소 c_3 가 c_{1s} 보다 기대비용을 비교 시 영향이 큼을 알 수 있으며, β 에 따라 두 그림의 형상이 완전히 바뀌고 있다. 특히 고장률 증가 영역($\beta > 1$)에서 c_3 가 증가될 때 동시 sudden test 시험이 제 2종 관측중단 시험보다 유리해짐을 알 수 있다.



<그림 10> 3가지 시험방식의 비용: $g=6, m=4$



<그림 11> $C_2/C_3(g=6, m=4): \beta=2$



<그림 12> $C_2/C_4(g=6, m=4): \beta=0.8$

5. 결 론

본 논문은 시험시간을 절감시킨다는 sudden death 시험에 대한 기존 문헌의 주장을 기대 시험종료시간과 기대 총 시험시간 측면에서 조사하였다. sudden death 시험을 연속적과 동시로 구분하고 통계적 정밀도를 고려하여 고장개수를 일치시킨 완전표본과 제 2종관측중단일 경우와 비교하였다. 즉, 기대 종료시간 측면에서는 제 2종 관측중단, 동시 sudden death 순으로 다른 두 시험방식보다 우월하며, 와이블 분포의 형상모수가 특정 값보다 작을 경우는 연속적 sudden death 시험이 완전표본보다 우수하고, 형상모수가 특정 값보다 클 경우는 그 반대가 된다. 그리고 기대 총 시험시간 측면에서는 형상모수가 1보다 클 경우에 완전표본, sudden death(연속적 및 동시), 제2종 관측중단 순으로 유리하며, 형상모수가 1보다 작을 경우에는 역순이 된다.

또한 두 시험시간 기준을 수용하면서 4가지 시험방식을 비교할 수 있는 포괄적인 비용모형을 제안하고, 이를 예시하기 위해 수치예제를 통해 다양한 시험조건과 비용요소에 대해 4가지 시험방식을 비용측면에서 비교하고 민감도 분석을 수행하였다. 이런 비용모형과 예시된 절차를 현업에 적용하여 sudden death 시험이 전통적 시험방식보다 유리한지, 유리하다면 조의 수와 조에 속하는 시험단위의 수를 설정하는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] 권영일(2011), "경제적인 무고장 신뢰성 인증시험 설계," 품질경영학회지, 39권, 71-77.
- [2] Abernethy, R. B.(2006), The New Weibull Handbook, 5th ed., Gulf Publishing Co., Houston(USA).
- [3] Arizono, I. Kawamura, Y., and Takemoto, Y.(2008), "Reliability Tests for Weibull Distribution with Variational Shape Parameter Based on Sudden Death Lifetime Data," European Journal of Operational Research, Vol. 189, 570-574.
- [4] Bertsche, B.(2008), Reliability in Automotive and Mechanical Engineering, Springer-Verlag, Berlin(Germany).
- [5] Johnson, L. G.(1964), The Statistical Treatment of Fatigue Experiments, Elsevier Publishing Co., Amsterdam(Netherlands).
- [6] Jun C. H., Balamurali, S. and Lee, S. H.(2006), "Variables Sampling Plans for Weibull Distributed Lifetimes Under Sudden Death Testing," IEEE Transactions on Reliability, Vol. 55, 53-58.
- [7] Kay, E.(1975), "On 'Sudden Death' Testing," International Journal of Production Research, Vol. 13, 359-266.

- [8] Kececioglu, D.(2002), Reliability and Life Testing Handbook, Vol. 2, DEStech Publications Inc., Lancaster(USA).
- [9] Maplesoft(2011), MapleTM 15, Maplesoft, Waterloo(Canada).
- [10] McCool, J. I., (2009), "Design of Sudden Death Tests for Estimation of a Weibull Percentile," Journal of Testing and Evaluation, Vol. 37, 311-315.
- [11] Motyka, R.(2007), "Sudden Death Testing versus Traditional Censored Life Testing: A Monte-Carlo Study," Control and Cybernetics, Vol. 36, 241-250,
- [12] Murray, L. P., Rathbun, L. C. and Wolf, E. D.(1988), "New Technique and Analysis of Accelerated Electromigration Life Testing in Multilevel Metallizations," Applied Physics Letters, Vol. 53, 1414-1416.
- [13] Pascual G. and Meeker, W. Q.(1998), "The Modified Sudden Death Test: Planning Life Tests with a Limited Number of Test Positions," Journal of Testing and Evaluation, Vol. 26, 187-190.
- [14] Suzuki, K., Ohtsuka, K., and Ashutate, M.(1992), "On a Comparison Between Sudden Death Life Testing and Type II Number Fixed Life Testing-The Precision and the Testing Times Using the Maximum Likelihood Estimators(Japanese)," Journal of the Japanese Society for Quality Control, Vol. 22, 5-12.
- [15] Wu, J. W., Tsai, T. R. and Ouyang, L. Y.(2001), "Limited Failure-Censored Life Test for the Weibull Distribution," IEEE Transactions on Reliability, Vol. 50, 107-111.