한국학교수학회논문집 제 15 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 15, Number 3, 511-533, September 2012

관계적 이해와 창의적 수학 문제발견능력과의 상관관계 분석

김은진[1] · 권혁진[2]

본 연구는 관계적 이해와 창의적 수학 문제발견능력이 유의한 상관관계가 있는지를 알아보기 위하여 중학교 2학년 학생 186명을 대상으로 관계적 이해 검사와 문제발견능력 검사를 실시하였다. 이를 위해 문제발견능력을 수학화 능력, 수학적 개념 결합능력, 수학적 사실 확장능력의 세 가지 하위요소로 분류하여 관계적 이해와의 상관관계를 분석하였다. 연구 결과에 따르면, 관계적 이해는 문제발견능력의 수학화 능력과 수학적 개념 결합능력의 창의성과는 매우 유의미한 정적 상관관계가 있음을 알 수 있었다. 또한 비록 관계적 이해와 수학적 사실 확장능력과는 통계적으로 유의미한 상관관계를 얻지는 못했으나, 학생들의 검사에 따른 응답율과 점수를 분석한 결과 관계적 이해수준이 높은 학생들의 유추능력과 귀납추리능력에서 높은 응답율과 점수를 얻었다. 따라서 본 연구를 통하여 수학에 대한 관계적 이해가 창의적 수학 문제발견능력에 긍정적인 영향을 미치는 것을 알 수 있었다.

주요용어 : 창의적 수학 문제해결력, 문제발견능력, 관계적 이해

Ⅰ. 서론

21세기 지식 기반 사회에 적합한 인재는 숙련된 단순 기능인보다는 자기 주도적으로 지적 가치를 창조할 수 있는 자율적이고 창의적인 인간이라고 할 수 있다(교과부, 2007). 즉, 현대 사회는 비슷한 생각을 단순히 빨리 하는 사람이 아니라, 보통 사람들이 생각하지 못하는 것을 생각해 내는 사람들이 필요하며(전병일・김판수, 2002), 이러한 능력을 갖추기 위해서는 습득한 지식을 체계적으로 재정리하여 보다 독창적인 문제해결방법을 생각해내고, 이를 실행하는 창의적 문제해결력을 갖춘 인재를 요구하고 있다(이혜주, 2007).

최근 수학교육에서도 창의적 문제해결력 신장을 중요한 교육목표로 강조하고 있으며, 창의적 문제해결력은 주로 문제해결 과정에서 발휘되므로 수학적 창의성과 거의 동일시되어 사용하는 경향이 있다(조석희・황동주, 2007). 남승인(2007)은 수학적 창의성을 '당면한 문제해결을 위해 고정된 관념에서 탈피하여 참신하면서도 유용한 아이디어나 산출물을 생산해 내는 능력'이라고 정의했다. 고정된 관념을 탈피한다는 것은 고정된 개념에서 벗어나 그 주변의 개념들을 유기적으로 연결하여 새로운 생각에 다다를 수 있는 것을 의미한다. 이처럼

1) 고려대학교 대학원 (petitange001@korea.ac.kr)
2) 고려대학교 (kwean@korea.ac.kr)

여러 개념들을 유기적으로 연결하기 위해서는 그냥 단순히 지식을 받아들이는 것이 아니라 그러한 지식들의 체계적인 구조에 대한 이해가 필요하다. 즉, 수학적 창의성이 발휘되기 위해서는 얼마나 많은 지식을 가지고 있느냐보다는 지식을 어떠한 구조로 가지고 있느냐가 중요하다(황우형 · 최계현 · 김경미 · 이명희, 2006). 그러므로 학교수학에서 수학적 창의성이 발휘되기 위해서는 수학적 개념에 대한 이해가 매우 중요한데 Skemp(1987)는 이러한 수학적 개념의 이해를 도구적 이해와 관계적 이해 두 가지로 설명하였다. 관계적 이해는 수학적 관계로부터 특별한 규칙 또는 절차를 이끌어 내는 능력으로 방법과 이유를 아는 상태, 즉 보다 일반적인 수학적 관계로부터 특정한 규칙이나 알고리즘을 연역할 수 있는 상태를 의미하며, 도구적 이해는 주어진 규칙을 적용하여 정답을 찾아낼 수 있지만 이유 또는 원리는 알지 못한 채 문제에 적용하는 상태이다. 물론 Skemp(1987)는 의미 있는 수학 학습과 창의적인 학습을 위해서는 도구적 이해보다 관계적 이해를 통한 학습이 이루어져야 한다고 하였다. 수학에 있어서 창의적 사고는 올바른 개념의 구조를 바탕으로 이루어지는데 개념과 개념의 구조는 관계적 이해를 통하여 형성되기 때문에 관계적 이해는 창의적 사고에 매우 중요한 요소가 된다(황우형 · 최계현 · 김경미 · 이명희, 2006).

우리나라에서 창의성 교육에 대한 관심은 제 3차 교육과정에서 처음 언급된 이래 지금까지도 꾸준히 강조되어 왔으며(남승인, 2007), 이와 관련하여 많은 연구들이 있었다. 수학적 창의성의 개념에 대한 연구(유윤재, 2004; 황우형 · 최계현 · 김경미 · 이명희, 2006; 이종희 · 김기연, 2007; Ervynck, 1991; Haylock, 1987; Krutetskii, 1976), 수학적 창의성에 대한 평가방법 소개(남승인, 2007; 조석희 · 황동주, 2007; 김부윤 · 이지성, 2009)와 영재와 일반학생의 수학적 창의성 비교(서종진 · 황동주, 2004; 이강섭 · 황동주, 2007)하는 연구들이 대표적이고, 관계적 이해에 관한 연구로는 관계적 이해와 도구적 이해에 따른 교과서 분석(정혜경, 2008; 최인숙, 2010)과 스키마 중심의 연구(라병소, 1999; 김성숙 · 이상덕 · 김화수, 2002), 학생들의 성취도에 따른 이해(관계적 이해와 도구적 이해)분석(이윤, 2004; 최준호, 2005; 박선아, 2008) 등이 주를 이루었다. 특히 이러한 연구들 가운데에서 학교현장에 수학적 창의성을 도입하는 방법에 대한 연구(Krulik & Rudnick, 1999; 박만구, 2009;2010)들은 영재아를 대상으로 한 연구들이 많았으며, 개념의 유기적인 구조가 수학적인 창의성의 바탕이 될 거라는 연구(황우형 · 최계현 · 김경미 · 이명희, 2006; 김부윤 · 이지성, 2005; 齋藤昇, 1998)가 있었다. 김준호(2011)는 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 관계적 이해학습이 수학적 창의력에 미치는 효과를 연구하였으며 그 결과 관계적 이해학습이 도구적 이해학습보다 수학적 창의력에 더 영향을 미쳤다고 하였고 후속연구로 인지발달과정을 고려하여 중학생에게서도 관계적 이해학습이 수학적 창의력에 효과가 있는지에 대한 연구를 제안하였다. 따라서 본 연구에서는 그 대상을 중학교 2학년으로 하여 단순히 수학적 창의력에 대한 영향이 아니라 창의적 문제해결력을 좀 더 세분화하여 문제발견능력과 관계적 이해와의 상관관계를 알아보고자 하였으며 단기간 관계적 이해학습을 통한 창의력의 향상정도를 보는 것이 아니라 평소 수학에 대한 관계적 이해 수준이 높은 학생들이 창의적 문제해결력의 문제발견능력수준과는 어떠한 관계가 있는지를 알아보고자 하였다.

즉, 본 연구에서는 관계적 이해가 학생들의 문제발견능력을 세분화한 하위요소들의 창의성(유창성, 융통성, 독창성)과 어떤 상관관계를 가지고 있는지를 분석하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 창의적 수학 문제해결력과 문제발견능력

창의성에 대한 통합적 접근(Sternberg & Lubart, 1999)은 여러 요인들이 복합적으로 작용하여 창의성에 영향을 준다는 관점을 말하는데, 조연순(2001)은 이 같은 요인들을 개체가 이미 가지고 태어날 수 있는 ‘성격(personality)’과 ‘지능(intelligence)′, 가정과 사회로부터 영향을 받을 수 있는 ‘동기(motivation)’와 ‘환경(environment)’, ‘사고유형(thinking styles)’, 형식적 교육에서 길러질 수 있는 ‘지적 능력(intellectual abilities)’과 ‘지식(knowledge)’으로 구분하였다. 특히, 조연순은 ‘지적 능력(intellectual abilities)’과 ‘지식(knowledge)’ 요인에 주목하였는데, 이러한 지적능력은 문제를 해결하는 과정에서 매우 중요한 요소로 작용하기(Nickerson, 1999; Sternberg, 1985) 때문에 창의성과 문제해결의 관계를 동일한 정신현상으로 여기고(Guilford, 1967; Newell, Shaw & Simon, 1962) 창의적 사고를 문제해결의 한 가지 형태로 간주하는 경향이 나타났다(Mumford et al., 1991). 특히 Feldhusen과 Treffinger(1986)는 “융통성과 유창성, 독창성과 같은 창의적 능력은 실제적이고 복잡한 문제해결 행동과 분리할 수 없다”는 주장을 하면서 창의성과 문제해결을 하나의 복합적인 개념으로 보았다. 창의성과 문제해결에 관한 이 같은 관점은 학교 교육에서의 수학적 창의성을 창의적 수학 문제해결력과 동일시하면서 창의성이 문제해결 과정에서 나타나게 된다는 최근의 수학적 창의성에 대한 연구 결과들에 의해서 더욱 강조되고 있다(Isakesen, Triffinger, & Dorval, 2000; Uran, 1995; 김부윤・이지성, 2007)).

수학적 창의성과 마찬가지로 창의적 수학 문제해결력도 학자들마다 다양하게 정의하고 있는데 “창의적 과정과 일반적인 문제해결 과정이 다른 것이 아니라 문제해결과정에 창의적인 요소가 포함되어 있으며, 창의적 과정에 문제 해결의 단계가 포함되어 있는 관계(Weisberg, 1986;, Hadamard, 1945)”, 또는 “일반적인 영역의 지식과 기능 기반, 동기요인, 특정 영역의 지식과 기능 기반을 토대로 확산적 사고와 논리적 사고가 역동적으로 상호작용 하여 새로운 산출물 또는 해결책을 만들어 내는 사고과정(김경자・김아영・조석희, 1997; 권오남・김정효, 2000)”등으로 정의하고 있다. 또한 박병기(2000)는 “새롭고 적절하게 문제를 구성하여 해결하면서 바람직한 인간성을 실현해 가는 과정”으로 정의함으로써, 창의적 문제해결의 궁극적 목표가 문제해결 자체에 있기보다는 문제해결 과정을 통하여 바람직한 인간성을 실현하는 것에 있으며, 박만구(2009)는 “문제해결의 상황에서 다양하고 독창적인 해결방안을 사용하여 새로운 해결 방안이나 산출물을 만들어 내는 종합적인 과정에 대한 속성”이라고 정의하고 있다. 이러한 의견들을 종합하여 본 연구에서는 창의적 수학 문제해결력을 “어떤 문제 상황이 주어졌을 때, 적절하게 문제를 발견하고 구성하여, 다양하고 독창적인 방법으로 문제를 해결해 나가는 능력” 이라고 정의하였다. 이는 산출물 중심이 아니라 문제를 해결해 나가는 과정에 기반을 둔 것이라 할 수 있다. 이 같은 관점은 유윤재(2004)가 창의적 수학 문제해결력을 크게 문제발견능력단계와 문제해결능력단계로 구분하여 살펴본 것과 같은 맥락이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 학생들의 창의적 수학 문제해결력 중에서 문제발견능력에 초점을 맞추어 연구하였다. 문제발견이란 문제를 해결하기 위해서 도달해야 할 목표와 현재 상태와의 불일치를 발견하고 목표 상태에 도달하기 위해 여러 가지 조작을 해야 하는데, 도달해야 할 목

표와 현재 상태와의 불일치를 발견하는 것을 의미한다. 다시 말해, '문제발견'은 문제를 찾아내거나 형성하고 창조하기 위한 행동, 태도, 사고과정을 일컬으며, 문제표현(problem expression), 문제구성(problem construction), 문제제기(problem posing), 문제형성(problem formulation), 문제확인(problem identification), 창의적 문제발견(creative problem discovery), 문제정의(problem definition) 등의 용어로 표현되는 다양한 행동과 기술, 경향성의 복합체라고 할 수 있다(조연순 · 성진숙 · 이혜주, 2008). 따라서 문제발견(문제를 정의하고, 선택하고, 구조화 하거나 혹은 문제에 도전하는 것)은 문제해결(문제를 다루거나 해결하기 위해 하나 혹은 그 이상의 아이디어를 만들어 내고 선택하는 것) 만큼이나 중요하기 때문에 아동들에게 문제를 스스로 발견하거나 재정의 할 수 있는 기회를 수시로 제공할 필요가 있다(전병일 · 김판수, 2002).

이와 같은 학생들의 문제발견능력의 중요성에 관하여 김정섭(2002)은 학교교육에서 오랫동안 강조되어 온 문제해결능력은 지식 기반 사회에서 지식을 창출하는데 충분하지 않고, 문제발견능력이 문제해결능력보다 더 중요한 역할을 한다고 주장하였으며, 임문규는 학생들이 문제를 발견하는 활동에 흥미와 관심을 나타내고 이와 같은 문제발견학습을 통하여 학생들의 발산적 생산에 의한 창조적 사고력의 육성이 가능함을 주장하였다(전병일 · 김판수, 2002, 재인용). 또한 Kilpatrick(1987)은 학생들 스스로 수학 문제를 발견하고 만들어 보는 경험이 모든 학생을 위한 교육의 일부분이 되어야 한다고 말하고 있고, Sheffield(1994)는 다른 사람이 제시한 문제를 단지 해결할 수 있는 능력보다 더 뛰어난 능력의 소유자가 되기 위해서는 자신이 직접 문제를 만들고 정의하고 제시할 수 있어야 한다고 주장했다(서종진 · 황동주, 2004).

한편 유윤재(2004)는 수학 창의적 문제발견능력을 "주어진 현상으로부터 수학적 문제를 발견할 수 있는 능력"으로 정의하면서 문제발견능력을 현실세계에서 나타나는 여러 현상으로부터 수학적 성질을 추출하는 것과 기성수학으로부터 새로운 수학적 성질을 발견하는 것으로 구분하였다. 그리고 창의적 문제발견능력의 하위요소로서 수학화 능력, 수학적 개념 결합능력, 수학적 사실 확장능력을 제시하였으며 각각 하위요소에 대한 세부내용은 다음 제시된 <표 Ⅱ-1>과 같다.

<표 Ⅱ-1> 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력의 하위요소에 대한 세부내용

문제 발견 능력	수학화 능력	여러 가지 수학적 현상, 예를 들면 주어진 도형이나 그림 또는 사회현상이나 자연현상으로부터 수학적 문제를 발견할 수 있는 능력을 검사한다.
	수학적 개념 결합능력	일련의 수학적 개념 및 정보를 열거한 것으로부터 적당한 개념을 추출하여 유의미한 수학적 문제를 만드는 능력을 검사한다.
	수학적 사실 확장능력	기존의 수학적 명제를 확장하거나 일반화할 수 있는 능력을 검사하며 유추능력과 귀납추리능력이 여기에 해당된다.

수학화 능력과 수학적 개념 결합능력의 창의성을 평가하기 위하여 평가요소를 유창성, 융통성, 독창성으로 구성하고 수학적 사실 확장능력의 평가요소는 유윤재(2004)가 제시한 유추능력과 귀납추리능력으로 하고자 한다.

2. 창의적 수학 문제발견능력과 Skemp의 관계적 이해

유윤재(2004)가 제시한 수학 창의적 문제발견 능력의 하위요소들의 특징을 살펴보면 문제발견능력이 발현되는 원동력은 수학적 개념에 대한 깊이 있는 이해와 현 상황을 예전에는 생각지 못했던 방법으로 확장시키고, 새로운 아이디어를 만들어 내는 것은 물론 더 나아가 기존의 아이디어를 새로운 방법으로 결합시킬 수 있는 능력에 있음을 알 수 있다(송상헌, 2006). 이를 위해서 학생들은 단순히 기존 개념을 사용하는데 그치는 것이 아니라 통찰력을 기초로 기존 개념과의 관계를 밝히며 새로운 지식을 만들어 낼 수 있는 능력을 갖추어야 한다(전병일・김판수, 2002). 또한 齋藤昇(1998)는 수학 창의적 문제해결능력이 발현되기 위해서 가장 기본이 되는 것은 지식의 획득이고 그것들을 정리하고 조직하여 확장・재구성하는 과정이 중요하다고 주장하였다.

결국 수학 창의적 문제발견능력은 수학적인 지식의 획득과 그것들을 정리하고 조직하여 확장・재구성하고, 기존 개념들을 유기적으로 관계를 맺어 새로운 아이디어를 창출할 뿐만 아니라 기존의 아이디어로부터 새로운 방법으로 결합시킬 수 있는 능력이라고 할 수 있다. 학생들에게 이런 능력을 심어주기 위해서는 수학적 개념에 대한 올바른 이해와 기존의 개념들을 통합하고 새로운 학습을 위한 도구로 활용할 수 있도록 지도해야 한다. 따라서 학교수학에서 창의적 문제해결력에서 문제발견능력의 가장 기본이 되는 것은 지식의 올바른 이해라고 할 수 있다(황우형・최계현・김경미・이명희, 2006).

Skemp(1987)는 어떤 것을 이해한다는 것은 그것을 적당한 스키마와 동화시키는 것이라고 하였는데 여기서 스키마란 여러 개념들 간의 개념 구조를 의미한다. 이러한 스키마식 학습은 각각의 개념의 성질을 분리하고, 기존의 지식을 통합하며, 새로운 학습을 위한 도구가 되고 이해를 가능하게 하기 때문에(황우형 역, 2000) 창의적인 문제발견능력을 신장하는데 적절하다. Skemp는 이해를 관계적 이해와 도구적 이해로 구분하였는데, 여기서 관계적 이해(relational understanding)란 무엇을 해야 할지 어떤 규칙이 왜 그렇게 적용되는지를 알고 문제해결에 적용하는 상태, 특정한 법칙이나 알고리즘을 연역할 수 있는 상태라고 설명하였다. 이러한 관계적 수학 학습은 학습자가 자신이 가지고 있는 스키마 안에 있는 임의의 출발점에서 임의의 도착점까지 갈수 있도록 무한히 많은 길을 만들어 낼 수 있는 스키마를 구축할 수 있게 도와준다(황우형 역, 2000).

이와 같은 수학적 개념에 대한 관계적 이해의 주요 장점을 살펴보면 다음과 같다. 첫째, 개념들이 유기적으로 연결되어 있어 하나의 수학적 개념을 바탕으로 연달아 다른 수학적 개념을 관계 지을 수 있고 이러한 수학적 개념과 내용을 바탕으로 많은 아이디어를 떠올릴 수 있다. 둘째, 이러한 개념들의 유기적 구조는 거대한 지식망을 형성하여 수학적 개념과 내용들이 체계적이고 구조적으로 학생들의 인지에 자리하게 된다. 따라서 관계적 이해는 다양한 범주의 내용들을 기억하기가 용이해지며 그것들을 계속하여 결합하면서 지식망을 확장해 나갈 수 있다. 셋째, 이전지식을 적절하게 사용하여 개념들을 결합하여 확장해가면 새로운 과제에 잘 적용할 수 있으며 나아가 수학을 새롭게 만들어낼 수 있다. 이렇게 관계적 이해를 통하여 수학적 지식을 이해하게 되면 그들 사이의 관련성과 논리를 이해함으로써 학생들은 수학에 더 관심을 가지게 된다.

한편 Coney, Davis, Henderson은 학교 수학에서 가르치는 수학적 지식의 유형을 개념(concept), 원리(generalization), 절차(procedure), 기본셈(number facts)으로 분류하였다.

Davis는 이러한 수학적 지식의 유형에 따라 이해의 의미는 다르며 수학적 개념의 이해, 수학적 원리의 이해, 수학적 절차의 이해를 각 수준별로 나누어 설명하였다. 수학적 개념이란 덧셈, 닮은 도형, 방정식 등과 같이 한 단어나 문구로 나타내어지는 것으로서 수학적 개념의 이해에 대하여 다음 <표 II-2>와 같이 설명하였다(이종희, 1994).

<표 II-2> Davis가 제시한 수학적 개념의 이해 수준

수준구분	수학적 개념의 이해
<수준1> 개념의 예인 것과 아닌 것	1. 개념의 예가 되는 것을 주거나 확인한다. 2. 개념의 예로 선택한 것을 정당화 한다. 3. 개념의 예가 아닌 것을 주거나 확인한다. 4. 예가 되지 않는 것의 선택을 정당화한다.
<수준2> 개념의 특성	5. 개념의 여러 가지 예에 대해서 반드시 참인 것을 확인한다. 6. 그 개념의 예가 되기에 충분한 여러 가지 성질을 결정한다. 7. 한 개념이 다른 개념과 어떻게 같고 어떻게 다른지 말한다. 8. 그 개념을 정의한다. 9. 그 개념을 사용하는 방법을 말한다.

또한 수학적 절차에 대한 이해에 대하여는 다음 <표 II-3>과 같이 설명하였다.

<표 II-3> Davis가 제시한 수학적 절차의 이해 수준

수준구분	수학적 절차의 이해
<수준1> 그 절차가 쓰이는 방법을 이해한다.	1. 절차를 정확히 수행한다. 2. 다른 학생에게 그 절차를 어떻게 진행하는 가를 보여준다. 3. 절차를 한 단계씩 알기 쉽게 만든다. 4. 그 절차를 쓸 수 있을 때를 말한다. 5. 절차를 빨리 그리고 정확히 수행한다. 6. 필요한 사전 지식을 이해한다. 7. 수행 중 오류를 발견한다.
<수준2> 절차가 수행되는 이유를 안다.	8. 절차의 결과로 얻어진 답이 합리적임을 보인다. 9. 그 절차를 정당화 하는 개연적 논증이나 증명을 한다. 10. 그 절차를 새로운 문맥에 적용한다.

따라서 본 연구에서는 관계적 이해를 수학적 개념을 정확히 알고 그 개념에 대한 예를 들어 설명할 수 있으며, 무엇을 해야 할지 어떤 규칙이 왜 그렇게 적용되는지를 알고 문제해결에 적용하는 상태, 특정한 법칙이나 알고리즘을 연역할 수 있는 상태로 정의하였다.

Ⅲ. 연구방법

1. 연구가설

관계적 이해와 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력에 대한 각 하위요소와의 상관관계를 알아보기 위해 설정한 연구가설은 다음과 같다.

[가설1] 관계적 이해는 문제발견능력의 하위요소인 수학화 능력의 창의성(유창성, 융통성, 독창성)과 상관관계가 있을 것이다.
1-1. 관계적 이해는 수학화 능력의 평가요소인 유창성과 정적인 상관관계가 있을 것이다.
1-2. 관계적 이해는 수학화 능력의 평가요소인 융통성과 정적인 상관관계가 있을 것이다.
1-3. 관계적 이해는 수학화 능력의 평가요소인 독창성과 정적인 상관관계가 있을 것이다.

[가설2] 관계적 이해는 문제발견능력의 하위요소인 수학적 개념결합능력의 창의성(유창성, 융통성, 독창성)과 상관관계가 있을 것이다.
2-1. 관계적 이해는 수학적 개념결합능력의 평가요소인 유창성과 정적인 상관관계가 있을 것이다.
2-2. 관계적 이해는 수학적 개념결합능력의 평가요소인 융통성과 정적인 상관관계가 있을 것이다.
2-3. 관계적 이해는 수학적 개념결합능력의 평가요소인 독창성과 정적인 상관관계가 있을 것이다.

[가설3] 관계적 이해는 문제발견능력의 하위요소인 수학적 사실 확장능력(유추능력, 귀납추리능력)과 상관관계가 있을 것이다.
3-1. 관계적 이해는 수학적 사실 확장능력의 평가요소인 유추능력과 정적인 상관관계가 있을 것이다.
3-2. 관계적 이해는 수학적 사실 확장능력의 평가요소인 귀납추리능력과 정적인 상관관계가 있을 것이다.

2. 연구대상

본 연구에서는 인천에 소재한 ㅇ중학교 2학년 5개반 학생 186명을 대상으로 하였으며, 이 학교는 인천 소재 30여개 중학교에서 학업성취도 평가를 기준으로 15～16등 정도의 중간 수준 학교이다.

3. 연구도구

1) 관계적 이해 검사

본 연구에서는 Davis가 제시한 수학적 지식의 유형에 따른 이해를 바탕으로 이종희(1994)와 최준호(2005)의 연구를 참고하여 관계적 이해 문제를 자체 제작하였으며, 검사지는 다양한 수학적 개념에 대한 학생들의 관계적 이해 정도를 알아보기 위하여 1, 2학년 각 단원에서 기본적인 내용 문제와 응용문제를 포함하여 수학 개념에 관한 이해 4문제, 수학 절차에 관한 이해 5문제, 수학 개념과 절차에 관련된 문제 5문제를 포함하여 총 14문제로 구성하였다. 문제를 구성하고 난 뒤 관계적 이해에 대한 지식을 갖춘 수학교육 전문가 2명과 대학원 석사를 마친 현직교사 3명의 검토를 거쳐 예비연구를 실시하였고 이를 토대로 문제를 다시 수정하여 45분간의 검사시간 동안 진행되었다. 각 영역에 해당하는 문제는 <표 Ⅲ-1>과 같다.

<표 Ⅲ-1> 관계적 이해 검사지의 세부내용

번호	해당 단원 및 내용	검사요소
1	자연수와 유리수	개념에 대한 이해
2	동류항의 개념	개념에 대한 이해
3	지수법칙	절차에 관한 이해
4	이항의 개념	개념에 대한 이해
5	일차방정식	개념과 절차에 관한 이해
6	연립방정식	개념과 절차에 관한 이해
7	함수의 개념	개념에 대한 이해
8	일차함수 식	개념과 절차에 관한 이해
9	경우의 수	절차에 대한 이해
10	사다리꼴의 넓이	절차에 관한 이해
11	삼각형의 내심	절차에 관한 이해
12	정사각형의 성질	개념과 절차에 관한 이해
13	삼각형의 닮음	절차에 관한 이해
14	닮은 직사각형의 넓이비	절차에 관한 이해

2) 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력 검사

본 연구에서는 유윤재(2004)가 제시한 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력에 대한 검사도구와 검사 요소를 바탕으로 문제발견능력 검사지를 자체 제작하였다. 문제를 구성하고 관계적 이해에 대한 지식을 갖춘 수학교육 전문가 2명과 대학원 석사를 마친 현직교사 3명의 검토를 거쳐 예비연구를 실시하고, 문제를 다시 수정하였다. 검사 요소에 따른 문제 구성과 문제 자료에 대한 출처는 <표 Ⅲ-2>와 같으며 검사 소요시간은 총 45분이다.

<표 Ⅲ-2> 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력 검사지의 세부내용

<table>
<tr><th colspan="2">문 항</th><th>하위요소</th><th>문제세부내용</th><th colspan="2">평가요소</th><th>문제 구성의 출처 및 참고내용</th></tr>
<tr><td rowspan="7">1</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="7">수학화 능력</td><td rowspan="3">주어진 그림에서 도형을 찾고 그 도형의 정의 또는 성질 쓰기</td><td colspan="2">유창성</td><td rowspan="7">그림 출처 인터넷 사이트 www.pcwpaper.com</td></tr>
<tr><td colspan="2">융통성</td></tr>
<tr><td colspan="2">독창성</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td rowspan="4">주어진 그림에서의 상황을 이용하여 문제 만들기</td><td colspan="2">유창성</td></tr>
<tr><td rowspan="2">융통성</td><td>영역융통성</td></tr>
<tr><td>내용융통성</td></tr>
<tr><td colspan="2">독창성</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="3">2</td><td rowspan="3">수학적 개념 결합 능력</td><td rowspan="3">주어진 정보를 이용하거나 추가하여 문제 만들기</td><td colspan="2">유창성</td><td rowspan="3">수학 중2 유희찬외 7, (주) 미래엔컬처그룹, 대한교과서(주) p.125 문제 변형</td></tr>
<tr><td colspan="2">융통성</td></tr>
<tr><td colspan="2">독창성</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">3</td><td rowspan="2">수학적 사실 확장 능력</td><td rowspan="2">주어진 도형을 보고 명제를 만들고 그 명제가 참임을 보이는 증명과정을 주어진 <보기>에서 번호 고르기</td><td colspan="2">유추능력</td><td rowspan="2">자체 제작</td></tr>
<tr><td colspan="2">귀납추리 능력</td></tr>
</table>

4. 연구절차

1) 예비연구

2010년 12월 15일에 서울에 소재한 ㄱ중학교 2학년 학생 20명을 대상으로 예비연구를 실시하였다. 이를 통하여 시간에 따른 문제의 난이도와 문제의 수를 조절하고 학생들이 문제의 뜻이나 문제에서 구하라고 하는 것을 정확하게 이해하지 못해서 문제를 풀지 못하는 경우를 방지하기 위하여 명제의 예시와 증명과정에 대한 예를 제시하여 학생들이 참고할 수 있도록 하였다. 문제를 수정한 뒤 다시 관계적 이해에 대한 지식을 갖춘 수학교육 전문가 2명과 대학원 석사를 마친 현직교사 3명의 검토를 거쳐 본 연구를 실시하였다.

2) 본 연구

2010년 12월 23일부터 29일까지 약 1주일에 걸쳐 본 연구를 실시하였다. 본 검사는 수학 수업시간에 이루어졌으며 검사를 감독한 사람은 대상 학생들을 1년 동안 가르친 경력 5년차의 수학교사로 현재 대학원에 다니고 있으며 평소 본 연구의 주제에 관심을 가지고 있어 연

구문제와 검사의 내용을 설명하고 검사를 부탁하는데 어려움이 없었다. 관계적 이해 검사를 먼저 실시한 후 다른 날 문제발견능력검사를 실시하였다. 이는 학생들이 한꺼번에 많은 시간동안 문제를 풀 경우 집중력이 낮아지고 충분한 실력발휘를 하지 못할 것을 고려한 것이다.

5. 연구 분석 방법

1) 관계적 이해 검사지 채점 방법 및 검사 결과

관계적 이해에 대한 검사지의 채점방법은 연구자가 직접 각 문제에 대하여 단계별로 채점척도를 정하였으며 문항마다 서로 다른 배점을 부여하였는데 이는 다음 <표Ⅲ-3>과 같이 단계별로 문항을 채점하였을 때 그 나눠지는 단계가 문항별로 다 다르기 때문이다. 예를 들어, 문제 2번의 경우 <표Ⅲ-3> 과 같이 채점하였다.

<표 Ⅲ-3> 관계적 이해에 대한 검사지 채점 기준 예시

<table>
<tr><td>문항</td><td>검사요소</td><td>문제</td><td colspan="2">답</td></tr>
<tr><td rowspan="7">2</td><td>개념에 대한 이해</td><td>'동류항'이란 무엇이며, 3가지 이상 예를 들어 보시오.</td><td colspan="2">동류항 : 문자와 차수가 같은 항
예) $2x$와 $-3x$, $5x^2$과 $-9x^2$, a와 $4a$...</td></tr>
<tr><td colspan="2">채점기준</td><td>점수</td><td>이해수준</td></tr>
<tr><td colspan="2">아무것도 쓰지 않았다</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">올바른 예를 들었다</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">개념을 완전히 정확하게 표현하지 못했다(예:문자가 같은 항, 차수가 같은 항, 종류가 같은 항등등)</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">예를 들지 않고 개념만 정확히 설명하였다. 문자와 차수가 같은 항</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">개념과 예를 정확히 썼다</td><td>3</td><td>관계적 이해</td></tr>
</table>

2번 문항은 동류항의 개념과 그 예를 묻는 문항이었는데 동류항의 개념을 정확히 알고 그 예도 정확히 썼을 때 관계적 이해 수준에 도달하였다고 판단하였다. 또한 문제 11번의 경우는 다음 <표Ⅲ-4>와 같이 채점하였다.

<표 Ⅲ-4> 관계적 이해에 대한 검사지 채점 기준 예시

문항	검사요소	문제	답
11	절차에 대한 이해	점 I는 △ABC 의 내심이다. $\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$ 임을 설명하시오.	삼각형의 내심은 세 각의 이등분선의 교점이다. 따라서 $\angle A=2\angle x$,$\angle B=2\angle y$ $\angle C=2\angle z$이다. 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

<table>
<tr><td rowspan="6"></td><td></td><td></td><td colspan="2">$\angle A+\angle B+\angle C=2\angle x+2\angle y+2\angle z=180^{\circ}$
따라서 $\angle x+\angle y+\angle z=90^{\circ}$ 이다.</td></tr>
<tr><td colspan="3">채점기준</td><td>점수</td><td>이해수준</td></tr>
<tr><td colspan="3">아무것도 쓰지 않았다</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">문제와 상관없는 부적절한 개념(예 : 외심 등) 의 정의를 잘못 이용하여 문제를 풀었다.</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">내심의 정의가 세 각의 이등분선의 교점임을 알고 문제를 풀려고 하였다.</td><td>2</td><td>관계적 이해</td></tr>
<tr><td colspan="3">내심의 정의를 이용하여 공식을 유도하였다.</td><td>3</td><td>관계적 이해</td></tr>
</table>

11번 문항은 삼각형의 내심이 세 내각의 이등분선의 교점임을 알고 공식을 유도하는 문제이다. 따라서 내심의 정의를 정확히 알고 문제를 풀 때에 공식을 유도할 수 있다고 판단되어 삼각형에서 세 내각의 이등분선의 교점이 내심의 정의임을 알고 문제에 이용하는 단계부터 관계적 이해 수준으로 평가하였다.

이처럼 각 문제를 해결하는 과정에서 개념을 활용하거나, 개념에 대한 정확한 예시를 통한 설명을 하고 특정한 규칙과 알고리즘을 연역이 필요한 단계까지를 성공적으로 수행한 경우를 관계적 이해 수준에 도달한 것으로 판단하였다. 관계적 이해 수준에 대한 점수의 배점은 문항마다 다르게 설정하여 관계적 이해에 대한 지식을 갖춘 수학교육 전문가 2명과 대학원 석사를 마친 현직교사 3명의 검토를 거쳤으며, 총 14문항 52점 만점에 관계적 이해 수준에 도달했다고 생각되는 점수를 합산한 33점 이상이면 관계적 이해 수준이 높다고 평가하였다.

관계적 이해 검사 결과 학생들의 점수분포도는 다음 <표 Ⅲ-5>와 같다.

<표 Ⅲ-5> 관계적 이해 채점 결과 학생들의 점수분포도

관계적 이해 점수	학생분포	백분율
40점 이상~	19명	10.22 %
30점 이상~40점 미만	35명	29.03 %
20점 이상~30점 미만	39명	50 %
10점 이상~20점 미만	64명	84.41 %
0점 이상~10점 미만	29명	100 %
	총 186명	

이 중 관계적 이해 수준에 도달했다고 판단되는 학생인 33점 이상의 학생은 46명(24.73%)이었다.

2) 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력의 채점 방법

본 연구에서의 창의적 수학 문제해결력의 문제발견능력에 대한 하위요소별 평가 요소에

대한 정의는 다음<표 Ⅲ-6>과 같다(유윤재, 2004).

<표 Ⅲ-6> 창의적 수학 문제발견능력에 대한 하위요소별 평가요소에 대한 정의

하위요소	평가요소	정의
수학화 능력	유창성	기술된 문장의 개수 또는 기술된 개념의 개수
수학적 개념 결합능력	융통성	기술된 문장의 유목화 또는 기술된 개념의 유목화의 다양성
	독창성	다른 학생이 생각해 내지 않은 유목화의 종류
수학적 사실 확장능력	유추능력	주어진 사각형을 바탕으로 다른 사각형의 성질 또는 그 도형에 해당하는 명제를 찾아냄.
	귀납추리 능력	개개의 증명과정들을 잘 조합하여 명제(일반적이고 보편적인)가 참임을 밝힘.

또한 각각의 평가요소에 대한 평가방법은 이강섭 · 황동주 · 서종진(2003)을 참고하여 다음 <표 Ⅲ-6> 와 같이 평가하였다. 이 검사에서는 총점을 제시하지 않는다. 왜냐하면 문항 당 일정한 배점을 정할 경우 각각의 문제발견능력의 각각 하위요소의 평가요소에 대하여 일정한 배점이 정해지게 되므로 학생들의 능력을 정확하게 변별하지 못하게 되기 때문이다(이강섭 · 황동주 · 서종진, 2003).

<표 Ⅲ-7> 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력에 대한 하위요소별 평가방법

	하위요소		평가요소	평가방법
문제발견능력	수학화 능력	주어진 그림에서 도형 찾기 문제	유창성	주어진 그림에서 학생들이 찾은 도형 개수로 측정한다. 예를 들어 3개의 도형을 찾았다면 유창성 점수 3점을 부여한다. 최대 점수는 10점까지 인정한다.
			융통성	주어진 그림에서 학생들이 찾은 도형을 범주화 한다. 예를 들어 이등변삼각형과 정삼각형을 찾았다면 같은 삼각형 내의 도형을 찾은 것이므로 융통성 점수는 1점을 부여한다. 융통성의 최대 점수는 5점까지 인정한다.
			독창성	독창성 점수는 다른 학생이 생각해내지 않은 도형을 찾는 것으로 우선, 분류된 반응유형의 범주에 몇 명의 학생들이 응답했는지 그 빈도를 계산하여 전체에서 몇 % 이내에 속하게 되는지 측정한다. 그리고 학생의 반응 유형이 속한 %에 따라 3%이상일 경우 0점을, 2%이상～3%이하의 경우 1점을, 1%이상～2%이하의 경우 2점을, 1%이하의 경우 3점을 부여한다.
		주어진 그림을 이용하여	유창성	주어진 그림을 이용하여 학생들이 문제를 만든 개수로 측정한다. 예를 들어 3개의 문제를 만들었다면 유창성 점수는 3점을 부여한다. 유창성 점수는 최대 10

		문제 만들기		점까지 인정한다.
			융통성	학생들이 작성한 도형과 문제를 영역별 내용별로 범주화 한다. 예를 들어 도형 영역에서 삼각형의 외심과 부채꼴 넓이의 2가지 문제를 만들었다면 영역 융통성은 1점, 내용융통성은 2점을 부여한다. 영역융통성과 내용융통성 모두 최대 5점까지 인정한다.
			독창성	독창성 점수는 다른 학생이 생각해내지 않은 새로운 유형의 범주에 해당하는 문제를 만드는 것으로 우선, 분류된 반응유형의 범주에 몇 명의 학생들이 응답했는지 그 빈도를 계산하여 전체에서 몇 % 이내에 속하게 되는지 측정한다. 그리고 학생의 반응 유형이 속한 %에 따라 3%이상일 경우 0점을, 2%이상～3%이하의 경우 1점을, 1%이상～2%이하의 경우 2점을, 1%이하의 경우 3점을 부여한다.
	수학적 개념 결합능력		유창성	학생이 기술한 문제의 개수로 측정한다. 예를 들어 3개의 문제를 만들었으면 유창성 점수 3점을 부여한다. 유창성 점수는 최대 10점까지 인정한다.
			융통성	학생들이 이용한 정보의 개수에 따라 범주화한다. 예를 들어 1가지의 정보만을 이용하여 문제를 2개 만들었다면 이때는 융통성 점수를 1점만 부여한다. 융통성 점수는 최대 5점까지 인정한다.
			독창성	독창성 점수는 새로운 정보를 추가하거나 다른 학생들이 생각하지 않은 범주의 문제를 만드는 것으로 분류된 반응유형의 범주에 몇 명의 학생들이 응답했는지 그 빈도를 계산하여 전체에서 몇 % 이내에 속하게 되는지 측정한다. 그리고 학생의 반응 유형이 속한 %에 따라 3%이상일 경우 0점을, 2%이상～3%이하의 경우 1점을, 1%이상～2%이하의 경우 2점을, 1%이하의 경우 3점을 부여한다.
	수학적 사실 확장능력		유추능력	주어진 사각형을 보고 기술한 명제의 개수로 측정한다. 예를 들어 명제를 2개 기술했다면 유추능력의 점수는 2점을 부여한다. 유추능력의 최대 점수는 3점까지 인정한다.
			귀납추리 능력	명제에 대한 증명과정을 주어진 <보기>에서 찾은 개수로 측정한다. 귀납추리능력의 최대 점수는 30점까지 인정한다.

위 <표 Ⅲ-3>와 <표 Ⅲ-4>, 그리고<표 Ⅲ-7>에 따른 학생들의 평가 결과를 토대로 관계적 이해와 창의적 수학 문제해결력에서 창의적 문제발견능력의 하위요소 별로 상관분석을 하였으며 이를 위하여 SPSS 12.0 프로그램을 사용하였다.

Ⅳ. 연구결과

1. 관계적 이해와 수학화 능력

[가설1] 관계적 이해는 문제발견능력의 하위요소인 수학화 능력의 창의성(유창성, 융통성, 독창성)과 정적인 상관관계가 있을 것이다.

위의 가설을 검증하기 위하여 관계적 이해와 수학화 능력에 대하여 상관분석을 한 결과 '주어진 그림에서 도형 찾기' 문제에서는 다음 <표 Ⅳ-1>과 같이 도형을 많이 찾는 유창성은 r=.339(p<.01)로, 다양한 범주의 도형을 찾는 융통성은 r=.309(p<.01)로 다른 학생이 생각하지 않은 도형을 찾는 독창성은 r=.298(p<.01)로 모두 유의한 정적상관관계를 얻을 수 있었다.

<표 Ⅳ-1> 관계적 이해와 수학화 능력 평가요소 별 상관계수

	수학화 능력		
	주어진 그림에서 도형 찾기		
	유창성	융통성	독창성
관계적 이해	.339**	.309**	.298**

※유의 수준은 양쪽 검정임. N=186 ** p<.01

즉, 관계적 이해와 주어진 그림에서 도형을 찾는 수학화 능력은 유의한 상관관계에 있고 이것은 관계적 이해 수준이 높을수록 수학화 능력도 높다는 것을 의미한다. 특히 관계적 이해는 주어진 상황에서 도형과 연관시킬 수 있는 수학화 능력에서 유창성과는 .339로 가장 큰 상관관계가 있었으나 상대적으로 독창성과는 .298로 상관이 낮았다. '주어진 그림에서 도형 찾기' 문제는 도형에 대한 정확한 이해와 성질에 대한 인지능력이 크게 작용한다. 즉, 주어진 그림에서 도형을 발견하기 위해서는 도형에 대한 정의와 도형과의 관계 등을 정확히 알고 그것을 기억해 내는 능력이 필요한데 도형에 대한 관계적 이해는 하나의 도형을 바탕으로 다른 도형의 개념체계를 단계적으로 발전시켜 나가며 많은 도형들을 잘 기억할 수 있도록 도와줄 수 있음을 알 수 있다.

수학화 능력의 두 번째 문제인 '주어진 그림을 이용하여 문제 만들기' 에서도 <표 Ⅳ-2>에서 보는 바와 같이 문제를 많이 만드는 유창성, 다양한 범주의 문제를 만드는 융통성, 다른 학생이 만들지 않은 범주의 문제를 만드는 독창성 모두 Pearson 상관계수가 .205 이상으로 관계적 이해와 유의수준 .01에서 유의한 정적상관관계가 있는 것으로 나타났다.

<표 Ⅳ-2> 관계적 이해와 수학화 능력 평가요소 별 상관계수

	수학화 능력			
	주어진 그림을 이용하여 문제 만들기			
	유창성	융통성		독창성
		영역융통성	내용융통성	
관계적 이해	.258**	.280**	.303**	.205**

※유의 수준은 양쪽 검정임. N=186 ** p<.01

이 문제에서는 수학에 대한 다양한 내용을 알고 그러한 내용을 아는 데에서만 그치는 것이 아니라 그림을 보면서 수학적 내용과 연결 짓는 능력이 필요하다. 이런 능력은 수학적 개념과 내용들이 체계적이고 구조적으로 학생들의 인지에 자리하고 있어야 하는데 이러한 것을 도와주는 것이 바로 관계적 이해이다. 즉, 관계적 이해 수준이 높은 학생들은 주어진 그림을 보면서 다양하고 많은 문제를 창출해낼 수 있으며 관계적 이해 수준이 높을수록 다양한 범주의 문제를 만드는 것과 정적 상관이 있음을 알 수 있다. 그러나 '주어진 그림에서 도형 찾는 문제'와 마찬가지로 문제를 만드는 독창성과는 상대적으로 낮은 상관을 보였다. 따라서 <표 Ⅳ-1>과 <표 Ⅳ-2>로 미루어 관계적 이해에 대한 수준이 수학화 능력의 창의성 평가요소인 독창성에는 상대적으로 크게 영향을 미치지 않는 것으로 판단할 수 있다.

2. 관계적 이해와 수학적 개념 결합능력

[가설2] 관계적 이해는 문제발견능력의 하위요소인 수학적 개념결합능력의 창의성(유창성, 융통성, 독창성)과 상관관계가 있을 것이다.

위의 가설 검증을 위하여 관계적 이해와 수학적 개념 결합능력에 대하여 상관분석을 한 결과 다음 <표 Ⅳ-3>과 같이 많은 문제를 만드는가에 대한 유창성은 r=.346(p<.01), 몇 가지의 정보를 이용하여 문제를 만드는가에 대한 융통성은 r=.368(p<.01), 다른 학생은 생각하지 않은 독특한 정보를 사용하여 문제를 만드는 독창성은 r=.268(p<.01)로 모두 유의한 정적 상관관계가 있었다.

<표 Ⅳ-3> 관계적 이해와 수학적 개념 결합능력의 각 평가요소 별 상관계수

	수학적 개념 결합능력		
	유창성	융통성	독창성
관계적 이해	.346**	.368**	.268**

※유의 수준은 양쪽 검정임. N=186 ** p<.01

수학적 정보와 개념들을 잘 결합하기 위해서는 그 개념이나 정보에 대한 서로의 관계를 알고 그들을 유기적으로 구조화해 나가는 능력이 필요하다. 이 때 관계적 이해는 하나의 개념을 관계적으로 이해하게 되면 다른 개념도 관계적으로 이해하도록 하므로 여러 가지의 수학적 개념과 정보들을 체계적으로 구조화하여 계속하여 결합해 나갈 수 있도록 도와준다.

여기에서 각각의 정보와 개념을 관계적으로 이해하는 것은 수학적 개념과 정보를 결합하여 많은 수학적 문제를 만드는 유창성에 긍정적 영향을 미쳤다.

또한 <표 Ⅳ-3>에서 제시한 관계적 이해와 수학적 개념 결합능력간의 상관계수에서 융통성과 .368로 가장 높은 상관을 보였다. 즉, 관계적으로 이해한 개념들을 구조적으로 결합해 나가는 능력은 정보를 다양하게 활용하는 융통성 측면에 긍정적 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 그러나 관계적 이해와 수학화 능력간의 상관정도와 마찬가지로 수학적 개념결합능력의 평가요소인 독창성과는 상대적으로 상관이 낮음을 알 수 있다.

3. 관계적 이해와 수학적 사실 확장능력

[가설3] 관계적 이해는 문제발견능력의 하위요소인 수학적 사실 확장능력(유추능력, 귀납추리능력)과 상관관계가 있을 것이다.

위의 가설 검증을 위하여 관계적 이해와 수학적 사실 확장능력을 주어진 여러 가지 도형을 보고 수학적 명제를 기술하는 유추능력과 기술한 명제가 참임을 밝힐 수 있는 귀납추리능력으로 나누어 관계적 이해와 상관관계를 분석하였다. 그 결과 다음 <표 Ⅳ-4>에 제시한 바와 같이 관계적 이해와 유의한 결과를 얻지 못했다.

<표 Ⅳ-4> 관계적 이해와 수학적 사실 확장능력의 각 평가요소 별 상관계수

		유추능력	귀납추리능력
관계적 이해	Pearson 상관계수	.113	.073
	유의확률 (양쪽)	.129	.330
	N	186	186

** p<.01

주어진 사각형 모양의 도형을 보고 관련된 명제를 찾아내고 이를 증명하기 위해서는 사각형에 대한 정확한 이해와 지식을 바탕으로 사각형의 체계에 대한 이해와 각각의 사각형에 대한 관계를 구조적으로 잘 이해하여 그들 사이의 관련성과 논리를 알고 추론해내는 능력이 필요하다. 즉, 각각의 사각형에 대한 개념을 따로따로 아는 것이 아니라 그것들을 하나의 거대한 지식망으로 연결하여 사각형 사이의 확장체계를 알아야 하며 이러한 내용을 숙지하기 위해서는 관계적 이해가 바탕이 되어야 한다. 그러나 <표 Ⅳ-4>에서와 같이 관계적 이해와 수학적 사실 확장 능력 사이에 유의한 결과를 얻지 못했는데 이 같은 결과의 주요인은 다수의 학생들이 앞의 수학화 능력과 수학적 개념결합능력에 관한 문제에 많은 시간을 사용하여 수학적 사실 확장능력에 대한 문제를 제대로 풀지 못하여 통계적으로 유의한 결과를 얻기에 자료가 부족하였다. 하지만 비록 통계적으로는 유의한 결과를 얻지 못하였더라도 응답자들의 검사 결과를 분석하여보니 <표 Ⅳ-5>에서 볼 수 있듯이 관계적 이해수준이 높은 학생들이 그렇지 않은 학생들보다 더 많이 답했음을 알 수 있다.

<표 Ⅳ-5> 관계적 이해 수준에 따른 유추능력과 귀납추리능력에 답한 학생 비율

	관계적 이해 수준이 높은 학생	관계적 이해 수준이 낮은 학생
유추능력	15.6 %	6.8 %
귀납추리능력	29.2 %	11.1 %

뿐만 아니라 관계적 이해 수준이 높은 학생이 관계적 이해 수준이 낮은 학생들보다 월등히 많은 명제를 찾아내고 증명과정을 찾아냈음을 알 수 있었다. 특히 귀납추리능력 검사에서는 관계적 이해 수준이 높은 학생들이 명제를 증명하는데 필요한 증명과정을 평균 6.05개 찾은 반면에 관계적 이해 수준이 낮은 학생들은 평균 0.83개에 불과하여 큰 차이를 보여 주었다.

Ⅴ. 결론

창의적 수학 문제해결력은 미래 사회를 이끌어 가는 힘이며 현대 사회에서 요구하는 필수 요소이다(Bleedorn, 1986). 이러한 능력은 모든 학생들에게서 발현될 수 있고 학생 및 교사의 노력에 따라 계발 가능하다(Yoshihko Hashimoto, 1997; 박만구, 2009). 따라서 학교에서는 학생들의 창의적 수학 문제 해결력 향상을 위한 지속적인 연구와 노력이 필요하다. 이와 관련한 최근의 연구 결과에 따르면 학생들의 창의적 문제해결력에 수학적 개념에 대한 올바른 이해가 중요하며, 올바른 개념 이해를 위해서 관계적 이해를 적용한 학습 방안을 강조하고 있다. 관계적 이해는 수학적 개념과 개념이 유기적으로 결합하여 새로운 개념을 받아들이는데 도움이 되며 본 연구에서는 '관계적 이해를 수학적 개념을 정확히 알고 그 개념에 대한 예를 들어 설명할 수 있으며, 무엇을 해야 할지 어떤 규칙이 왜 그렇게 적용되는지를 알고 문제해결에 적용하는 상태, 특정한 법칙이나 알고리즘을 연역할 수 있는 상태'로 정의하고, 인천에 있는 ㅇ중학교 2학년 5개반 학생 186명을 대상으로 수학에 대한 관계적 이해와 창의적 수학 문제해결력 간의 상관관계를 분석하였다. 창의적 수학 문제해결력은 다시 문제해결능력과 문제발견능력으로 나눌 수 있는데 본 연구에서는 특히 문제발견능력에 초점을 두었으며, 문제발견능력은 크게 수학화 능력, 수학적 개념 결합능력, 수학적 사실 확장능력의 3가지 하위요소로 분류하였다. 본 연구를 통하여 얻을 수 있는 결론은 다음과 같다.

첫째, 관계적 이해는 창의적 수학 문제발견능력의 하위요소인 수학화 능력의 창의성 평가요소와 모두 .205 이상의 유의한 정적 상관관계를 가지고 있다. 수학화 능력이란 주어진 여러 가지 현상에서 수학적으로 문제를 발견하는 능력으로 관계적 이해 수준이 높은 학생들은 많고 다양한 도형을 찾고 문제를 만들었으며, 다른 학생이 생각하지 못한 도형을 찾았고 새로운 영역의 문제를 만들어내었음을 알 수 있다. 즉, 창의적 수학 문제발견능력의 수학화 능력의 창의성을 증대하기 위하여 수학에 대한 관계적 이해가 뒷받침이 되어야 함을 시사한다.

둘째, 관계적 이해는 수학 창의적 문제발견능력의 하위요소인 수학적 개념 결합능력의 창의성 평가요소와 모두 .268 이상의 유의한 정적 상관관계에 있으며 특히 독창성보다는 융통성, 유창성과 상관이 더 높았다. 즉, 관계적 이해 수준이 높은 학생은 주어진 수학적 개념과 정보를 이용하여 많은 문제를 만들고 정보를 다양하게 사용할 줄 아는 것으로 판단된다. 따

라서 수학에 대한 관계적 이해는 수학적 개념과 정보를 잘 조합하여 새로운 문제를 창출해 내는데 도움이 되고 정보를 다양하게 활용하는 능력과 긍정적인 상관이 있음을 알 수 있다.

셋째, 관계적 이해와 수학적 사실 확장능력의 평가요소와는 통계적으로 유의한 상관관계를 얻지는 못하였으나 관계적 이해와 수학적 사실 확장능력의 평가요소였던 유추능력과 귀납추리능력에 대하여 실제 학생들의 답안을 살펴보니 관계적 이해 수준이 높다고 판단된 학생들의 유추능력, 귀납추리능력의 기술한 문장과 해당 증명을 찾은 응답 비율이 더 높았으며 답안을 기술할 때도 관계적 이해 수준이 높은 학생은 더 많은 명제를 찾고 그에 해당하는 증명도 더 완벽히 해냈다.

본 연구에서 살펴본 바와 같이 수학에 대한 관계적 이해는 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력의 하위요소와 긍정적인 관계를 가지고 있으며 창의적 수학 문제발견능력과 관계적 이해가 유의한 정적 상관이 있을 것이라는 가설을 뒷받침한다. 이것은 곧 수학에 대한 높은 수준의 관계적 이해가 바탕이 되면 그만큼 주어진 여러 현상과 상황에서 수학적으로 문제를 발견하고 수학적 개념과 정보를 활용하는 능력을 신장하는데 긍정적인 영향을 준다는 것을 의미한다. 그러므로 학교 현장에서 수업을 담당하는 교사는 학생들에게 수학적 개념에 대한 관계적 이해에 바탕으로 한 수업과 창의적인 문제발견 능력을 강화할 수 있는 다양한 문제들을 제공하여 학생들이 자연스럽게 관계적 이해를 통한 수학적 개념들을 습득할 수 있도록 지속적인 노력해야 한다. 또한 본 연구에서는 창의적 수학 문제해결력에서 문제발견능력에 관한 내용만을 살펴보았으나 문제해결능력에 관한 연구도 필요하다. 따라서 관계적 이해가 창의적 수학 문제해결력의 문제해결능력에 어떤 영향을 미치는지에 대한 후속 연구와 본 연구에서 유의한 상관관계를 얻지 못한 수학적 사실 확장능력을 개선할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

권오남 · 김정효 (2000). 창의적 문제해결력 중심의 수학교육과정 적용 및 효과 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 39(2), 81-99.

교육과학기술부 (2007). 중학교 교육과정 해설 (수학) <7차 개정 교육과정>.

김경자 · 김아영 · 조석희 (1997). 창의적 문제해결 신장을 위한 교육과정 개발의 기초. 교육과정연구, 15(2), 129-153.

김부윤 · 이지성 (2005). 수학적 창의성의 평가방안에 대한 모색. 한국학교수학회논문집, 8(3), 327-341.

김부윤 · 이지성 (2007). 수학적 창의성에 대한 관점 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 46(3), 293-302.

김부윤 · 이지성 (2009). 수학적 창의성 과제에 대한 고찰. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 48(4), 443-454.

김성숙 · 이상덕 · 김화수 (2002). 수학의 관계적 이해를 위한 스키마식 수업 모델 제시. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 14, 61-70.

김정섭 (2002). 창의성 교육을 위한 패러다임의 전환 : 문제 해결에서 문제 찾기로. 대한사고개발학회 학술발표대회 발표논문집, 59-70.

김준호 (2011). 관계적 이해학습이 수학적 창의력에 미치는 효과. 석사학위논문, 고려대학교 교육대학원.

남승인 (2007). 수학 창의성 신장을 위한 평가문항개발. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 21(2), 271-282.

라병소 (1999). 數學학습에서의 關係的 理解를 위한 Schema 構成에 관한 硏究. 박사학위논문, 단국대학교 대학원.

박만구 (2009). 수학교육에서 창의성의 개념 및 신장 방안. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 23(3), 803-822.

박만구 (2010). 초등 수학교과서의 창의성 신장을 위한 발문. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 13(1), 25-35.

박병기 (2000). 창의적 문제해결의 교육적 이해. 교육심리연구, 15(1), 49-81

박선아 (2008). 상위권과 중위권 학생들의 <수학 8-가>의 이해수준 분석 및 비교. 석사학위논문, 고려대학교 교육대학원.

서종진・황동주 (2004). 영재 학생과 일반 학생의 수학 창의성과 수학 자기효능감에 대한 차이에 대한 연구. 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집>, 18(3), 209-226.

송상헌 (2006). 수학 영재의 판별과 선발. 경기도: 한국학술정보(주)

유윤재 (2004). 수학적 창의성의 개념. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 18(3), 81-94.

이강섭・황동주・서종진 (2003). 개방형 문항에 대한 중학교 영재학생과 일반학생의 반응연구. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 17, 181-190.

이강섭・황동주 (2007). 수학 영재학생과 일반학생의 수학 창의성과 문제설정과의 상관 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 46(4), 503-519.

이윤 (2004). 관계적 이해와 도구적 이해를 바탕으로 한 집단간의 성취수준 비교분석. 석사학위논문, 고려대학교 교육대학원.

이종희 (1994). 수학 교육에서 이해와 지식. 대한수학교육학회 논문집 4(1), 169-180.

이종희・김기연 (2007). 창의적 생산력 신장의 교육목표 이해를 위한 수학영재의 수학적 창의성 개념 탐색. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 46(4), 445-464.

이혜주 (2007). 아동의 수학 창의적 문제해결력과 관련이 있는 인지전략 유형 분석. 아동학회지, 28(6), 169-182.

전병일・김판수 (2002). 초등 수학과 영재교육 방안으로서의 창의성과 문제발견. 부산교육대학교 과학교육연구소 <과학교육연구>, 27, 53-69.

정혜경 (2008). Skemp의 관계적 이해와 도구적 이해에 기초한 교과서 분석 - 수학 7-나 사면체 부피 구하는 문제를 중심으로-. 석사학위논문, 한양대학교 교육대학원.

조석희・황동주 (2007), 중학교 수학 영재 판별을 위한 수학 창의적 문제해결력 검사 개발. 영재교육연구, 17(1), 1-26.

조연순 (2001). 교과를 통한 창의적 문제해결력 교육방법 모색 : 문제중심학습. 한국교육, 28(2) 205-227.

조연순・성진숙・이혜주 (2008). 창의성 교육-창의적 문제해결력 계발과 교육방법. 서울: 이화여자대학교 출판부.

최인숙 (2010). Skemp의 관계적 이해와 도구적 이해에 기초한 수학 교과서 분석-제 7차 개정 중학교 1학년 중심으로-. 석사학위논문, 경희대학교 교육대학원.

최준호(2005). 수학 성취도가 높은 학생들의 수학 지식에 대한 이해수준 분석. 석사학위논문, 고려대학교 대학원.

황우형 · 최계현 · 김경미 · 이명희 (2006). 수학교육과 수학적 창의성. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 20(4), 561-574

齋藤昇 (1998). 創造性創出過程のモデルの構築とその實踐. 日本教科教育學會誌, 21(2), 19-27.

Bleedorn, B. (1986). Creativity : Number One Leadership Talent for Global Futures. The Journal of Creative Behavior, 20(4), 276-282.

Ervynck, G.(1991). Mathematical Creativity. Tall, D.(Ed.) Advanced Mathematical Thinking, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 42-53.

Feldhusen, J. F., & Treffinger, D. J. (1986). Creative thinking and problem solving in gifted education. Debuque, IO : Kendall/Hunt.

Guilford, J. P. (1967). The Nature of Human Intelligence. Ny : McGraw-Hill.

Hadamard, J. (1945). An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field, New York : Dover Publication.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school children, Educational Studies in Mathematics, 18, 59-74.

Isaksen, S. G., Treffinger, D. J., & Dorval, K. B. (2000). Creative problem solving : An introduction(3th ed.). Waco, TX : Prufrock Press Inc.

Kilpatrick, J. (1987). Problem fornulating : Where do good problems come from? In A. H. Scheonfeld(Ed), Cognitive science and mathematics education(pp. 123-147). Hillsadale, NJ : Lawrence erlbaum Assocates.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1999). Innovative Tasks to Improve Critical- and Creative-Thinking Skills, In Lee V. Stiff & Frances R. Curcio (Eds.), Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 138-145.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of Mathematical Ablities in School Children, The University of Chicago Press.

Mumford, M. D., Mobley, M. I., Uhlman, C. E., Reiter-Palmon, R., & Doares, L. M. (1991). Process anlaytic models of creative capacities, Creativity Research Journal, 4(2), 91-122.

Newell, A., Shaw, J., & Simon, H. (1962). The processes of creative thinking. In H. Gruber, G. Terrell, & M. Wertheimer(eds.), Contemporary approaches to creative thinking(pp.63-119). NY : Atherton.

Nickerson, R. S. (1999). Enhancing creativity, In R. Sternberg(ed.), Handbook of creativity(pp.392-430). Cambridge : Cambridge University Press.

Richard R. Skemp(1987). Psychology of Learning Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates, Inc. 황우형 옮김(2000) 수학학습심리학 서울.: (주)사이언스.북스.

Sternberg, R. J. (1985). Implicit theories of intelligence, creativity and wisdom. Journal of Personality and Social Psychology, 49, 607-627.

Sternberg, R. J. & Lubart, T. I. (1999). The concept of creativity : Prospects and paradigms. In R. J. Sternberg(ed.), Handbook of creativity(pp.3-15). Cambridge : Cambridge University Press.

Urban, K. K. (1995). Creativity A component approach model. A paper presented at th 11th World Conference on the Education for the Gifted and Talented. Hong Kong: July 31-Aug.4.

Weisberg, R. W. (1986). Creativity: Genius and other myths. New York: Freeman.

Yoshihko Hashimoto(1997). The Methods of Fostering Creativity Through Mathematical Problem Solving. Zentrablatt für Didaktik der Mathematik, 29(3), 86-87.

An Analysis of Correlation between Relational Understanding and Creative Math Problem Finding Ability

Kim, Eun jin[3)] · Kwean, Hyuk jin[4)]

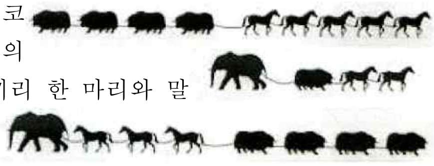
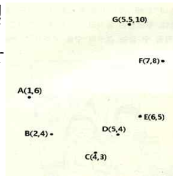
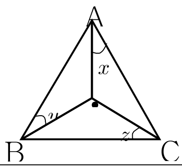
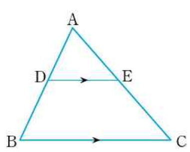
Abstract

In order to determine whether there is a significant correlation between relational understanding and creative math. problem finding ability, this study performed relational understanding and problem finding ability tests on a sample of 186 8th grade middle school students. According to the study results, we found a very significant positive correlation between relational understanding and the creativity of the mathematising ability and the combining ability of mathematical concepts in the problem finding ability. Although there was no statistically significant correlation between relational understanding and the extension ability of mathematical facts, the results from analyzing the students response rate and actual scores in each test showed that students with high relational understanding scores also had high response rate and high scores in analogical reasoning and inductive reasoning. Through this study, therefore, relational understanding is found to have a positive impact on the creative mathematics problem finding ability.

Key Words : Creative Problem Solving Ability in Math, Problem Finding Ability, Relational Understanding

3) The Graduate School of Korea University, (petitange001@korea.ac.kr)
4) Korea University, (kwean@korea.ac.kr)

<부　　록> - 관계적 이해 검사지

<table>
<tr><th>번호</th><th>문　　제</th></tr>
<tr><td>1</td><td>자연수, 정수, 유리수의 뜻을 쓰고, 그 세가지가 어떻게 다른지 예를 들어 설명하시오.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>‘동류항’이란 무엇이며 그것을 예를 들어보시오.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$a^2 \times a^3$의 값은 얼마이며 어떻게 그런 결과가 나왔는지 그 풀이과정을 쓰고 이것을 푸는 과정으로부터 $a^n \times a^m$(n, m은 자연수)의 결과를 유도하시오.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>방정식에서 ‘이항’이란 무엇인지 ‘등식의 성질’을 이용하여 설명하시오.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>소 네 마리의 힘은 말 다섯 마리의 힘과 같다.코끼리 한 마리의 힘은 소 한 마리, 말 두 마리의 힘을 합한 것과 같다. 그렇다면 왼쪽에서는 코끼리 한 마리와 말 세 마리가 끌고 오른쪽에서는 소 네 마리가 끄는 다음과 같은 상황에서는 어느 쪽이 이기겠는지 자세히 설명하시오.
</td></tr>
<tr><td>6</td><td>상수와 민영이는 계단 오르내리기 게임을 하는데, 가위 바위 보를 하여 이기면 3계단씩 올라가고, 진 사람은 1계단씩 내려가기로 했다. 얼마 후 처음 위치에서 상수는 12계단, 민영이는 4계단을 올라갔다. 이 때, 상수와 민영이는 각각 몇 번을 이겼는지 구하시오. (단, 비긴 경우는 없고, 게임의 시작은 계단의 중간 부분에서 시작한다.)</td></tr>
<tr><td>7</td><td>함수란 무엇이며, 주변에서 함수의 예를 2가지 이상 들어보시오.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>다음은 왕관자리의 7개의 별들의 위치를 좌표평면 위에 나타낸 그림이다. 점들을 이어 만들 수 있는 선분 중에 기울기가 가장 큰 선분을 만드는 별 두 개를 찾고, 그 선분의 일차함수의 식을 구하시오

</td></tr>
<tr><td>9</td><td>민지네 가족은 엄마, 아빠, 언니, 오빠, 민지 이렇게 5명이다. 어느 날 민지네 가족이 가족사진을 찍으러 사진관에 갔다. 부모님은 앞자리의 의자에 앉으시고 세 자녀가 뒤에 서서 찍기로 했을 때, 사진을 찍을 수 있는 경우의 수를 자세하게 설명하시오.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>사다리꼴의 넓이를 구하는 공식을 쓰고 어떻게 그런 공식이 나왔는지 설명하시오</td></tr>
<tr><td>11</td><td>점 I는 △ABC 의 내심이다. $\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$임을 설명하시오.

</td></tr>
<tr><td>12</td><td>정사각형에서 각 변의 중점을 연결하여 만들어지는 사각형은 무슨 사각형인지 자세히 설명하시오. (답만 쓰지 말고 풀이과정도 쓰세요. 그림을 활용하여도 좋습니다.)</td></tr>
<tr><td>13</td><td>△ABC의 두 변 AB, AC 위에 각각 점 D,E라 할 때, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이면 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$임을 설명하시오.

</td></tr>
<tr><td>14</td><td>닮음비가 $m : n$인 두 직사각형의 넓이의 비는 얼마이며, 왜 그러한 결과가 나왔는지 풀이과정을 설명하시오.</td></tr>
</table>