

# 미세변동공정관리를 위한 가속수명시험관리도 설계

김 종 곁\* · 엄 상 준\*\*

\*성균관대학교 산업공학과 · \*\*SK 하이닉스

## Design of ALT Control Chart for Small Process Variation

Jong-Gurl Kim\* · Sang-Joon Um\*\*

\*Dept. of Industrial Engineering, Sungkyunkwan University

\*\*SK hynix Inc.

### Abstract

In the manufacturing process the most widely used  $\bar{X}$  chart has been applied to control the process mean. Also, Accelerated Life Test(ALT) is commonly used for efficient assurance of product life in development phases, which can be applied in production reliability acceptance test. When life data has lognormal distribution, through censored ALT design so that censored ALT data has asymptotic normal distribution,  $ALT\bar{X}$  control chart integrating  $\bar{X}$  chart and ALT procedure could be applied to control the mean of process in the manufacturing process. In the situation that process variation is controlled,  $Z_p$  control chart is an effective method for the very small fraction nonconforming of quality characteristic. A simultaneous control scheme with  $ALT\bar{X}$  control chart and  $Z_p$  control chart is designed for the very small fraction nonconforming of product lifetime.

**Keywords :** SPC(Statistical Process Control), ALT(Accelerated life test), Fraction of nonconforming, Production reliability acceptance test

### 1. 서 론

오늘날 제조업에 요구되는 품질이슈 중 가장 중요한 것은 출하단계에서의 합격품질이 아닌, 사용 환경에서의 높은 품질이 일정기간 동안 유지되도록 하는 제품의 고신뢰성(高信賴性, High-reliability) 보증이다.

이러한 고신뢰성 보증을 위한 방법으로 검사의 시간과 비용을 줄이는데 효과적인 ALT(Accelerated Life Test, 가속수명시험)를 신뢰성생산수락시험(Production reliability acceptance test)같은 제조공정보증(Process assurance)이나 로트보증(Lot assurance)에 널리 적용할 수 있다. 제품 수명에 문제가 발생 되었을 때 치명

적인 소비자 손실을 가져오는 품질특성의 경우 제품수명 특성을 최대한 빠른 시간 내에 측정을 통해 알아내는 것이 중요한데 여기에 ALT를 통한 측정시간 단축이 반드시 필요하게 된다. ALT를 통한 고신뢰성 보증 방법으로 Bai, Chun, Kim(1995)은 와이불(Weibull) 분포 하에서 스트레스 수준별 평균시험시간이 같도록 하는 정수관측중단 가속시험과 규준형 샘플링검사방식을 통합한 검사시스템(Failure-censored ALT Acceptance Sampling Plan)을 제시하였고, Bai, Kim, Chun(1993)은 대수정규(Lognormal)과 와이불분포 하에서 정수관측중단 가속시험 샘플링검사방식을 제시한바 있는데, 이로써 ALT를 통한 고신뢰성 로트(Lot)보증이 가능하게 되었다.

† 교신저자: Jong Gurl Kim, Sungkyunkwan University, Industrial Engineering.

Suwon, Gyeonggi-do, Korea, Republic of

M · P: 010-3015-2815, E-mail: jgkim@skku.edu

2012년 7월 20일 접수; 2012년 9월 5일 수정본 접수; 2012년 9월 12일 게재확정

이러한 방법들은 로트단위 검사로서 로트보증에는 효과가 있으나, 고신뢰성 제품들을 제조공정단계에서부터 보증하는 공정보증에는 한계가 있다. 특히, 요구되는 고신뢰성을 만족하지 못하는 제조단계에서 결정되는 고유 신뢰성특성치에 대한 공정불량률이나 공정불합격을 제조공정단계에서부터 관리하는 것은 매우 중요한 문제이다. 이의 대안으로 Kim(2001)은 공정에 대한 합격판정관리도(Acceptance Control Chart)와 ALT를 통합한 공정신뢰성보증시스템(Process Reliability Assurance System)을 개발하여 신뢰성특성치의 불량률을 제조공정에서 관리하는 방안을 제시한 바 있다. 본 논문에서는 이를 기반으로 ALT 절차와  $Z_P$  관리도를 통합한 신뢰성특성치의 극소(極少) 공정불량률 관리 방안을 제시하고자 한다. 2장에서는  $Z_P$  관리도를 소개하며, 3장에서는 ALT모델과  $ALT\bar{X}$ 의 분포특성을 다루고, 4장을 통해 가속수명시험 관리도를 소개한다. 본 논문에서 사용되는 기호들은 다음과 같다.

- $X$  : 제품 특성치
- $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
- $X_1, X_2, \dots, X_n$  : 크기  $n$ 의 iid(independent identically distributed) 시료
- $\Phi$  : 표준정규분포 c.d.f
- $\bar{X}$  : 시료군의 평균값
- $ALT\bar{X}$  : 가속수명을 통해 얻어진  $\bar{X}$
- $\mu$  : 공정평균
- $\hat{\mu}$  : 공정평균의 추정값
- $\mu_{P_0}$  : 합격 공정불량률을 갖는 공정평균
- $\mu_{P_1}$  : 불합격 공정불량률을 갖는 공정평균
- $\sigma$  : 공정의 표준편차
- $\sigma_{Z_P}$  :  $Z_P$ 분포의 표준편차
- $\hat{\sigma}$  : 공정표준편차의 추정값
- USL, LSL : 규격상한, 규격하한
- UCL, LCL : 관리상한, 관리하한
- $L_{\bar{X}}$  :  $\bar{X}$  관리도의 관리한계선(SCL)
- $L_{Z_P}$  :  $Z_P$  관리도의 관리한계선(SCL)
- $L_{ALT\bar{X}}$  :  $ALT\bar{X}$  관리도의 관리한계선(SCL)
- $n$  : 시료수
- $\alpha$  : 제 1종 오류를 범할 확률
- $\beta$  : 제 2종 오류를 범할 확률
- $\delta$  : 공정평균 이동크기
- $ARL_0$  : 관리상태의 평균 런길이
- $ARL_1$  : 비관리상태의 평균 런길이

- $P_0$  : 합격 공정불량률,  $P_0 < P_1$
- $P_1$  : 불합격 공정불량률
- $Z_P$  : 표준정규분포의  $100(1-P)$ 백분위수
- $\hat{Z}_P$  :  $Z_P$ 의 추정값
- $Z_{P_0}$  :  $P_0$  일 때의  $Z_P$   
( $Z_P < Z_{P_1}$ 이면,  $Z_P = Z_{P_0}$ 이다.)
- $Z_{P_1}$  :  $P_1$  일 때의  $Z_P$
- $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$  : ML 추정량  $\hat{\mu}$ 와  $\hat{\sigma}$ 의 점근 공분산행렬
- $\beta_0, \beta_1$  : 스트레스와 수명사이의 모델 모수
- $\xi_0, \xi_1, \xi_2$  : 표준화된 스트레스  
(상용, 저수준, 고수준)
- $\pi$  : 샘플배분비율( $0 < \pi < 1$ )  
( $\pi_1$ :저수준스트레스에 배분되는 비율)  
( $\pi_2$ :고수준스트레스에 배분되는 비율)
- $S_0, S_1, S_2$  : 스트레스 수준  
(상용, 저수준, 고수준)

### 1.1 ALT 가정과 절차

본 논문에서의 ALT 모델은 정시관측중단가속시험(Time-Censored ALT)모델을 기반으로 하였으며, 가정과 절차는 다음과 같다.

#### 가정

1. 제품의 수명시간  $Y$ 는 주어지는 스트레스에 관계없이 대수정규분포를 따른다.
2. Log수명시간분포의 위치모수  $\mu$ 는 스트레스  $\xi$ 의 선형함수  $\mu = \beta_0 + \beta_1 \xi_i$ 가 된다.  
( $\beta_0, \beta_1$ : 미지의 상수, 시험결과로 추정됨)
3. Log수명시간분포의 척도모수  $\sigma$ 는 상수이고, 스트레스와는 독립이다.
4. 제품의 수명들은 통계적으로 독립이다.

#### 절차

1. 수명시험은 저수준( $S_1$ )과 고수준( $S_2$ )의 미리 정해진 두 스트레스 수준을 사용한다.
2. 채취된  $n$ 개 시료 중 무작위로  $n\pi$ 개 시료를  $S_1$ 에서 시험하고, 나머지 시료는  $S_2$ 에서 시험한다. 저수준 스트레스에 주어지는 시료의 배분비율  $\pi$ 는 최적화 조건에 따라 결정된다.
3. 모든 제품은 동시에 시험되고, 각 제품들의 고장시간이 관측된다. 각 스트레스 수준  $S_i$ 에서 관측시간  $\eta$ 까지 고장난 제품수를 관측한다.(여기서,  $i=1,2$ )

### 1.2. $Z_p$ 의 가정

본 논문에서  $Z_p$ 의 가정은 다음과 같다.

1. 제품특성치  $X$ 는 평균 $\mu$ , 분산 $\sigma^2$ 를 갖는 정규분포를 따르고,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 는 iid이다.

2.  $X$ 에 대해 불량률  $P$ 를 갖는  $Z_p$ 의 추정값  $\hat{Z}_p$ 는 평균 $Z_p$ , 분산  $\frac{1}{n} + \frac{Z_p^2}{2n}$ 을 갖는 정규분포를 따르고  $\hat{Z}_{p1}, \hat{Z}_{p2}, \dots, \hat{Z}_{pn}$ 은 iid이다.

## 2. $Z_p$ 관리도의 체계

### 2.1 극소불량률 관리를 위한 유관 연구 동향

공정의 품질특성에 대한 극소불량률 관리방법에 있어 많은 연구가 진행되고 있다. Lucas(1985)는 계수형 데이터의 CUSUM 관리도 적용을 통해 품질특성의 ppm 단위관리방안을 제시하였고, Gan(1994)은 지수 CUSUM관리도를 통한 불량발생률의 미세변화 관리방안을 연구하였다. Nelson(1994)은 극소불량률 관리에 개별관리도를 이용하였고, McCool(1998)은 극소불량률리에 EWMA

(Exponential Weighted Moving Average) 방식을 적용하였으며, Holmes와 Mergen(2000)은 기존의  $\bar{X}$ 관리도 방식의 합격판정관리도를 EWMA 방식으로 전환하여 극소불량률을 관리하고자 하였다. Wu et al.(2001)은 불량률관리에 np관리도와 접합 런 길이 관리도의 합성관리도를 이용하였고, Khoo(2002)는 불량률관리에 이동평균관리도를 적용하여 P관리도에 비해 불량률의 미세변화를 효과적으로 감지할 수 있는 방안을 제시하였다. 본 연구에서 다루는  $Z_p$ 관리도의 유관연구는 Harry(1982)의 계수형자료를 기반한 불량률에 대한 신뢰구간 연구를 통해 진행된 바 있다. 상한규격을 갖는 공정에서 품질특성의 불량률P의 신뢰구간을 구하기 위해

$Z_{P_{Upper}} = Q_U - Z_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Q_U^2}{2n}}$  와  $Z_{P_{Lower}} = Q_U + Z_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Q_U^2}{2n}}$  을 이용하였으며,  $Z_{P_{Upper}}$  를 공정불량률 신뢰상한  $P_{Upper}$  로,  $Z_{P_{Lower}}$  를 공정불량률 신뢰하한  $P_{Lower}$  로 하였다.

(여기서,  $Q_U = \frac{USL - \bar{X}}{S}$  이다.)

### 2.2 $Z_p$ 관리도의 구조

$X$ 에 대해 불량률  $P$ 는 하한규격 일 때 식(1), 상한규격 일 때 식(2)가 된다.

$$\begin{aligned}
 P &= P\{X < LSL\} \\
 &= P\left\{Z < \frac{LSL - \mu}{\sigma}\right\}, \\
 Z_p &= \frac{LSL - \mu}{\sigma} \quad (\text{LSL일 때})
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 P &= P\{X > USL\} \\
 &= P\left\{Z > \frac{USL - \mu}{\sigma}\right\}, \\
 Z_p &= \frac{USL - \mu}{\sigma} \quad (\text{USL일 때})
 \end{aligned} \tag{2}$$

$\hat{Z}_p$ 는 식(3)과 식(4)로 표현되며,

$$\hat{Z}_{pL} = \frac{LSL - \hat{\mu}_p}{\sigma} = \frac{LSL - \bar{X}}{\sigma} \quad (\text{LSL일 때}) \tag{3}$$

$$\hat{Z}_{pU} = \frac{USL - \hat{\mu}_p}{\sigma} = \frac{USL - \bar{X}}{\sigma} \quad (\text{USL일 때}) \tag{4}$$

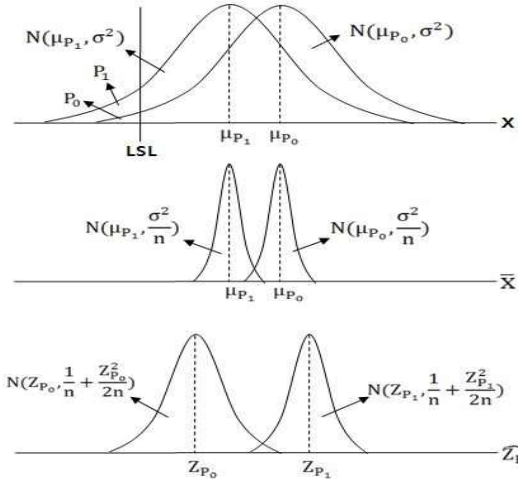
$\hat{Z}_p$ 분포에서 평균은 식(5), 분산은 피셔정보행렬 (Fisher Information Matrix)을 통해 식(6)과 같이 구해진다.

$$E[\hat{Z}_p] = \frac{LSL - \mu_{P_0}}{\sigma} = Z_p \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\Sigma} &= \begin{bmatrix} \text{Var}(\hat{\mu}_{P_0}) & \text{COV}(\hat{\mu}_{P_0}, \hat{\sigma}) \\ \text{COV}(\hat{\mu}_{P_0}, \hat{\sigma}) & \text{Var}(\hat{\sigma}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma^2}{n} & 0 \\ 0 & \frac{\sigma^2}{2n} \end{bmatrix} \\
 \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \mu_{P_0}}\right) &= \frac{1}{\sigma}, \quad \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \sigma}\right) = \frac{-(\mu_{P_0} - LSL)}{\sigma^2} \\
 \text{Var}[\hat{Z}_p] &= \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \mu_{P_0}}\right)^2 \text{Var}(\hat{\mu}_{P_0}) + \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \sigma}\right)^2 \text{Var}(\hat{\sigma}) + \\
 & 2\left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \mu_{P_0}}\right)\left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \sigma}\right) \text{COV}(\hat{\mu}_{P_0}, \hat{\sigma}) = \frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}
 \end{aligned} \tag{6}$$

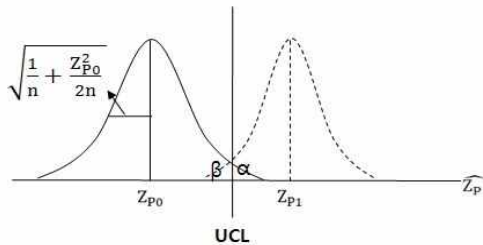
Harry(1984)에서는  $Q_U$ 를 구하기 위해  $\sigma$  추정값으로 S를 사용하였으나, 본 논문은 공정에서 품질특성의  $\sigma$ 가 기지이며, R관리도나 s관리도로 관리상태에 있다고 가정한다.  $Z_p$ 는 <Figure 1>과 같이 불량률 P를 갖는  $Z$ 값을 말하며, 품질특성의 공정평균이동에 따른  $Z_p$ 의 변화를  $\hat{Z}_p$ 를 통해  $Z_p$ 관리도로 감지하여 공정불량률 P를 관리한다. 상한규격일 때  $Z_p$ 값이 작아지거나, 하한규격일 때  $Z_p$ 값이 커짐으로 인해 P가 증가되

는 공정이상상태 발생을 감지하게 된다. 다시 말해, 상한규격일 때  $H_0 : Z_P = Z_{P_0}, H_1 : Z_P = Z_{P_1}$  (여기서  $Z_{P_0} > Z_{P_1}$ ), 하한규격일 때  $H_0 : Z_P = Z_{P_0}, H_1 : Z_P = Z_{P_1}$  (여기서,  $Z_{P_0} < Z_{P_1}$ ) 을 검정하는 것이다.



<Figure 1> The distribution of  $X, \bar{X}$  and  $\hat{Z}_P$ . (LSL)

$Z_P$ 관리도는 공정불량률  $P_0$ 를 관리하기 위해 하한규격의 경우 UCL, 식(7)을 가지며, 상한규격의 경우 LCL, 식(8)을 갖는다.



<Figure 2> Control limit on the  $Z_P$  control chart. (UCL)

$$UCL = Z_{P_0} + L_{Z_P} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}} \quad (7)$$

$$LCL = Z_{P_0} - L_{Z_P} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}} \quad (8)$$

[참조: 본 연구의 선행연구인  $Z_P$ 관리도의 논문이 현재 'Communications in Statistics'에 Acceptance(2012.7.16) 상태에 있음]

### 2.3 $Z_P$ 관리도의 민감도

$Z_P$ 관리도의 민감도는 하한규격을 갖는 경우  $\alpha$ 는 식(9),  $\beta$ 는 식(10)으로 구해지며,

$$\begin{aligned} \alpha &= P\{\hat{Z}_P > UCL | Z_P = Z_{P_0}\} \\ &= P\left\{\hat{Z}_P > Z_{P_0} + L_{Z_P} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}}\right\} \\ &= \Phi(Z > L_{Z_P}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \beta &= P\{\hat{Z}_P \leq UCL | Z_P \geq Z_{P_1}\} \\ &= P\left\{\hat{Z}_P \leq Z_{P_0} + L_{Z_P} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}}\right\} \\ &= \Phi\left(Z \leq \frac{(Z_{P_0} - Z_{P_1})\sqrt{2n} + L_{Z_P}\sqrt{2 + Z_{P_0}^2/n}}{\sqrt{2 + Z_{P_1}^2/n}}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

이를 통해 얻어진  $ARL_0 \geq 371$ 을 만족하는  $Z_P$  관리도의  $ARL_1$ 은 <Table 1>과 같다.

(Lucas, J.M(1982)에서 단측규격 일 때  $ARL_0 \geq 370$  조건으로 적용한바 있다.)

<Table 1> The out-of-control average run lengths for the  $Z_P$  control chart. ( $ARL_0 \geq 371$ )

Parameters				$\delta$									
$Z_P$	$n$	$L_{Z_P}$	$\sigma_{Z_P}$	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
-9	5	2.8	2.88	292.3	206.3	119.2	46.0	7.7	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0
-9	10	2.8	2.04	194.4	89.9	35.9	12.2	3.7	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-9	15	2.8	1.66	165.2	67.3	25.3	9.0	3.3	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0
-9	20	2.8	1.44	150.6	57.7	21.2	7.8	3.1	1.5	1.1	1.0	1.0	1.0
-9	30	2.8	1.18	135.6	48.7	17.7	6.8	2.9	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0
-7	5	2.8	2.26	288.3	198.6	110.0	39.7	6.6	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0
-7	10	2.8	1.60	192.8	88.4	35.0	11.9	3.7	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-7	15	2.8	1.30	164.2	66.6	24.9	8.9	3.3	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0
-7	20	2.8	1.13	149.9	57.2	21.0	7.7	3.1	1.5	1.1	1.0	1.0	1.0
-7	30	2.8	0.92	135.0	48.4	17.6	6.8	2.9	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0
-5	5	2.8	1.64	279.3	182.2	92.4	29.8	5.3	1.3	1.0	1.0	1.0	1.0
-5	10	2.8	1.16	189.3	85.1	33.1	11.2	3.6	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-5	15	2.8	0.95	161.9	64.8	24.1	8.6	3.2	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0
-5	20	2.8	0.82	148.1	56.0	20.5	7.6	3.1	1.5	1.1	1.0	1.0	1.0
-5	30	2.8	0.67	133.8	47.7	17.3	6.7	2.9	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0

### 3. ALT모델과 $ALT\bar{X}$ 의 분포특성

본 논문은 로트보증을 위한 가속시험샘플링검사방식 (ALT Acceptance Sampling Plan)과 공정보증을 위한 가속시험합격판정관리도(ALT Acceptance Control Chart)의 대안을 제시한 [1], [2], [3], [4]의 연구를 기반으로  $ALT\bar{X}$ 관리도와  $Z_P$ 관리도를 이용한 제품 신뢰성특성치의 극소불량률관리 체계를 다루고자 하며, 본 장에서는 공정의 분산은 알고 있다는 가정 하에, 불합격 신뢰성불량률  $Z_{P_1}$ 의 발생감지에 필요한  $ALT\bar{X}$  관리도 설계를 다룬다. ALT로부터 얻어진  $\hat{\mu}$ 는 사용 환경에서의 위치모수  $\mu$ 의 MLE이고, 스트레스 수준 S를 표준화한  $\xi$ 에서 수명 Y의 분포가 대수정규분포를

따른다고 한다면, Y의 확률밀도함수는 식(11)와 같다.

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma y} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(y) - \mu}{\sigma}\right)^2\right], y > 0 \quad (11)$$

위치모수  $\mu$ 는 스트레스  $\xi_i$ 에 대해 식(12)의 단순선형 회귀모형을 따르는데,

$$\begin{aligned} \mu(\xi) &= \mu_0 + \mu_1 \cdot \xi \quad (\text{관리도기호}) \\ &= \beta_0 + \beta_1 \cdot \xi \quad (\text{가속시험기호}) \end{aligned} \quad (12)$$

스트레스가 없는 상용조건에서의 위치모수는  $\mu = \beta_0 = ALT\mu$ 이 되며, 타점통계량(plot statistic)은  $\mu(\hat{\xi}_0) = \hat{\mu} = \hat{\beta}_0 = ALT\bar{X}$ 이 된다. OC곡선상의 두 점을 만족시키면서(규준형 검사방식) 분산을 최소화시키는 부분군의 크기 n과 합격판정계수 k, 최적배분비를  $\pi$ 를 구하기 위해 공정분산  $\sigma^2$ 을 알고 있는 경우 시험 통계량(Plot statistics)  $ALT\bar{X}$ 는 [1],[2],[3],[4]에서 연구된 바와 같이 점근적으로 다음의 모수를 갖는 정규분포를 따르게 된다.

$$E(ALT\bar{X}) = \beta_0 = \mu_0 \quad (13)$$

$$Var(ALT\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} (Q_{11}) / Det[F_1] \quad (14)$$

$$ALT\bar{X} \sim N\left(ALT\mu, \frac{\sigma^2}{n} (Q_{11}) / Det[F_1]\right) \quad (15)$$

여기서  $Q_{11}$  과  $Det[F_1]$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= B_2^2 - A_2 C_2 - (C_1 A_2 + 2B_2^2 - 2A_2 C_2 \\ &\quad - 2B_2 B_1 \xi_1 - A_2 C_2 \xi_1^2) \pi_1 \\ &\quad + C_1 A_2 + B_2^2 - A_2 C_2 - 2B_1 B_2 \xi_1 \\ &\quad + (B_1^2 - A_1 C_1 + A_1 C_2) \xi_1^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Det[F_1] &= -\pi_1(\pi_1 - 1)[-A_1 B_2^2 + A_1 A_2 C_2 \\ &\quad + (A_1 C_1 A_2 - B_1^2 A_2 + A_1 B_2^2 \\ &\quad - A_1 A_2 C_2) \pi_1 \cdot (\xi_1 - 1)^2 \end{aligned}$$

( $Q_{11}, Det[F_1]$ 의  $A_i, B_i, C_i (i=1,2)$ 는 부록참조)

## 4. 가속수명시험 관리도 체계

### 4.1 가속수명시험 관리도 개념

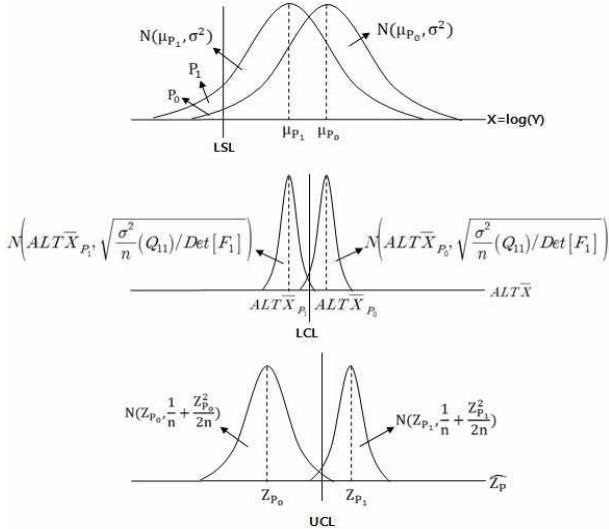
ALT를 통해 얻어진 데이터가 대수정규분포를 따른다고 할 때, 이를 이용하여 현재 공정의 제품 중 요구되는 수명을 만족하지 못하는 신뢰성특성치 불량률이

합격불량률수준  $P_0$ 에서 불합격불량률수준  $P_1$ 으로 증가된 것을 감지하고 관리하기 위해  $ALT\bar{X}$ 관리도와  $Z_P$ 관리도를 통합한 가속수명시험 관리도 체계를 제시하고자 한다.  $ALT\bar{X}$ 관리도의 구조는 <Figure 3>에서 보는바와 같이 Log변환된 신뢰성특성치 X의 분포평균  $\mu$ 가 신뢰성특성치 불량률  $P_0$ 를 갖는  $\mu_{P_0}$ 에서  $P_1$ 를 갖는  $\mu_{P_1}$ 으로 이동되는 것을 타점통계량  $ALT\bar{X}$ 를 통해  $ALT\bar{X}$ 관리도의 LCL로 관리하는 것이다. 가속수명시험 관리도 체계는  $ALT\bar{X}$ 관리도와  $Z_P$ 관리도(<Figure 1>, <Figure 2> 참조)의 통합적 개념적으로 다음의 두 가지 필수적인 내용이 적용된다. 첫째,  $ALT\bar{X}$ 관리도의 적용을 위해서 3장에서 소개한 바와 같이 ALT로 얻어진  $ALT\bar{X}$ 의 분포가 점근적으로 정규분포를 따른다는 것과 둘째, 수명데이터가 대수적으로 타점되는 대수정규 누적분포함수는 대수(log) 변환으로 대응되는 정규분포함수와 일치하며, 대수정규분포와 정규분포 모두에 대해 동일한 분석방법이 적용가능하다는 것이다. 이것은 변수 Y가 log 평균  $\mu$ 와 log 표준편차  $\sigma$ 인 대수정규분포라고 가정할 때,  $X = \log(Y)$ 의 분포는 식(16)이 되고, 최종확률은  $10^x$ 로 계산되는 Y의 누적확률밀도함수로 식(17)이 되어  $X = \log(Y)$ 는 평균  $\mu$ 와 표준편차  $\sigma$ 를 갖는 정규분포가 되기 때문이다.[14] 본 논문에서 적용된 대수변환방식은 선행연구 [14]에서 사용된 방식을 적용하였다.

$$F(x) = P\{V \leq x\} = P\{\log(Y) \leq x\} = P\{Y \leq 10^x\} \quad (16)$$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\log[10^x] - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (17)$$

결국, 신뢰성특성치 극소불량률 통합관리 체계는 <Figure 3>과 같이  $ALT\bar{X}$ 관리도와  $Z_P$ 관리도가 동시에 적용되는 방식으로 구성된다. 신뢰성특성치에 대해  $P_0$ 를 유지하는 제품 평균수명  $\mu_{P_0} (= ALT\bar{X}_{P_0})$ 에서  $P_1$ 이 되는  $\mu_{P_1} (= ALT\bar{X}_{P_1})$ 으로 이동될 때  $ALT\bar{X}$ 관리도 LCL(하한규격일 때)로 이를 감지하고, 제품 평균수명이  $P_0$ 를 유지하는  $Z_{P_0}$ 에서  $P_1$ 로 증가된  $Z_{P_1}$ 의 발생을 식(3)으로 얻어진  $\hat{Z}_P$ 를 통해  $Z_P$ 관리도의 UCL(하한규격일 때)로 감지한다. 이로써 신뢰성특성치의 공정평균과 공정불량률관리가 동시에 가능하게 된다. 여기서,  $Z_P$ 관리도의 민감도는 2.3절과 같고,  $ALT\bar{X}$ 관리도의 민감도는 4.2절에서 다룬다.



<Figure 3> A simultaneous control scheme with  $ALT\bar{X}$  control chart and  $Z_p$  control chart. (LSL)

### 4.2 $ALT\bar{X}$ 관리도 민감도

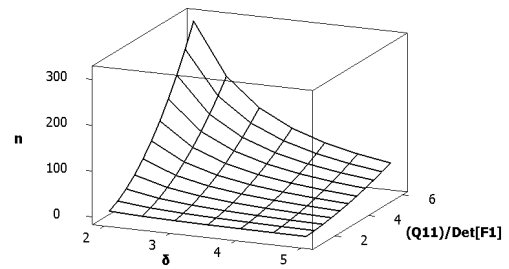
$ALT\bar{X}$  관리도의 민감도는 하한규격을 갖는 경우  $\alpha$  는 식(18),  $\beta$ 는 식(19)을 통해 구해진다.

$$\begin{aligned} \alpha &= P\{ALT\bar{X} < LCL | ALT\mu = ALT\mu_{P_0}\} \\ &= P\left\{ALT\bar{X} < ALT\mu_{P_0} - L_{ALT\bar{X}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} (Q_{11}) / Det[F_1]\right\} \\ &= P\left\{\frac{ALT\bar{X} - ALT\mu_{P_0}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} (Q_{11}) / Det[F_1]} < -L_{ALT\bar{X}}\right\} \\ &= 1 - \Phi(Z < L_{ALT\bar{X}}) \end{aligned} \tag{18}$$

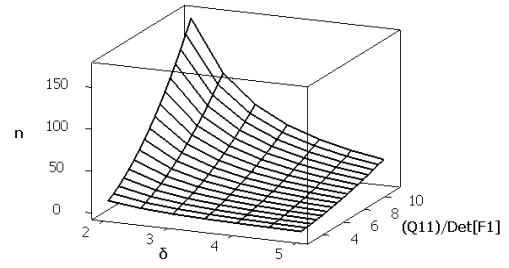
$$\begin{aligned} \beta &= P\{ALT\bar{X} > LCL | ALT\mu = ALT\mu_{P_1}\} \\ &= P\left\{ALT\bar{X} > ALT\mu_{P_0} - L_{ALT\bar{X}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} (Q_{11}) / Det[F_1]\right\} \\ &= P\left\{\frac{ALT\bar{X} - ALT\mu_{P_1}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} (Q_{11}) / Det[F_1]} > \frac{ALT\mu_{P_0} - ALT\mu_{P_1}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} (Q_{11}) / Det[F_1]} - L_{ALT\bar{X}}\right\} \\ &\text{(여기서, } ALT\mu_{P_0} - ALT\mu_{P_1} = \delta\sigma) \\ &= \Phi\left(Z < L_{ALT\bar{X}} - \frac{\delta\sqrt{n}}{(Q_{11}) / Det[F_1]}\right) \end{aligned} \tag{19}$$

식(18)과 식(19)에서 보는 바와 같이  $ALT\bar{X}$  관리도  $ARL_0$ 와  $ARL_1$ 은  $L_{ALT\bar{X}}, \delta, n, (Q_{11}) / Det[F_1]$  에 영향을 받는다. 이 중  $n$ 과  $(Q_{11}) / Det[F_1]$ 은 ALT 최적설계와 연계된 것으로 특히,  $(Q_{11}) / Det[F_1]$ 는 이것을 최소화시키는 최적의  $\pi$ 가 반영되어 얻어진 최소값으로 가정하였다. 본 논문은 관리도의 민감도 측면을

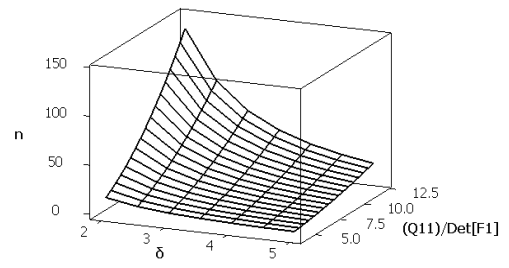
고려한 설계에 중점을 두었으며, 경제성을 고려한  $ALT\bar{X}$  관리도와  $Z_p$  관리도의 통합 설계는 추후 연구 과제로 남겨두고자 한다.  $ALT\bar{X}$  관리도는 단측관리선 LCL을 가지므로,  $Z_p$  관리도에서 소개한 바와 같이  $ARL_0 \geq 370$ 을 만족하는 조건하에서  $ARL_1 = 1, 3, 5, 10$ 을 만족시키기 위한  $ALT\bar{X}$  관리도 설계를 <Figure 4> (a)~(d)를 통해 제시하였다.  $L_{ALT\bar{X}} = 2.8$ (이때  $ARL_0 = 391$ )을 공통으로 사용하였으며,  $x$ 축은  $\delta$ ,  $y$ 축은  $(Q_{11}) / Det[F_1]$ ,  $z$ 축은  $n$ 이다.



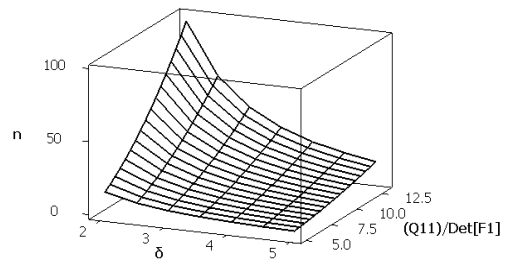
(a)  $ARL_0 = 391, ARL_1 = 1.0$



(b)  $ARL_0 = 391, ARL_1 = 3.0$



(c)  $ARL_0 = 391, ARL_1 = 5.0$



(d)  $ARL_0 = 391, ARL_1 = 10.0$

<Figure 4> The parameters of  $ALT\bar{X}$  control chart. ( $\delta, (Q_{11}) / Det[F_1], n$ )

### 4.3 가속수명시험 관리도 설계절차와 적용사례

ALT 관리도와  $Z_p$  관리도의 통합 설계로 이루어지는 가속수명시험 관리도 설계는 다음의 절차를 따르게 된다.

- 1단계 :  $P_0, P_1, \mu_{P_0}, \mu_{P_1}, \delta$  를 통해 ALT 관리도의  $ARL_0$ 와  $ARL_1$ 을 정하고, 스트레스 수준  $S_1$ 과  $S_2$ 를 결정한다.
- 2단계 : 식(18)와 식(19) 또는 <Figure 4>를 통해  $L_{ALT\bar{X}}, n, (Q_{11})/Det[F_1]$  을 정한다.
- 3단계 :  $Z_{P_0}, Z_{P_1}, \delta_{Z_p}$ 을 구한다.
- 4단계 :  $Z_p$  관리도의  $ARL_0$ 와  $ARL_1$ 을 정하고, 식(9), 식(10) 또는 <Table 1>을 통해  $L_{Z_p}$ 와  $n$ 을 구한다.
- 5단계 : ALT 관리도의  $n$ 과  $Z_p$  관리도의  $n$  중 큰 값을 최종  $n^*$ 으로 정하고,  $n^*$ 과  $L_{ALT\bar{X}}(Q_{11})/Det[F_1]$ 을 통해 ALT 관리도 LCL을 구한다.
- 6단계 :  $n^*$ 과  $L_{Z_p}$ 로  $Z_p$  관리도 UCL을 구한다.
- 7단계 : ALT의  $S_1$ 과  $S_2$ 에 할당되는 시료수는  $n^*$ 과  $(Q_{11})/Det[F_1]$ 을 최소화 시키는 최적의  $\pi$ 가 반영되어 결정된다.

가속수명시험 관리도의 적용을 위해 반도체 조립 공정 중 반도체 Chip을 EMC(Epoxy Molding Compound, 반도체 주요 원자재)로 패키징(Packaging)하는 몰드(Mold)공정을 대상으로 하였다. 몰드공정 이후 형성된 반도체의 EMC부분은 상용 온도에서 크랙(Crack)불량에 대해 고신뢰성이 요구되는 반도체의 핵심부분이다. 이러한 EMC의 고신뢰성을 제조공정 단계에서 관리하고 보증하기 위해 가속수명시험 관리도의 적용이 가능하다. 상용 온도를 30℃로 할 때 1000시간 미만에서 크랙이 발생되면 불량으로 정의하며, 수명분포는 대수정규분포이다. 최적의 가속수명시험 관리도설계는 다음과 같다.

- (1단계)  $P_0 = 0ppm, P_1 = 1000ppm$  으로 하며,  $\sigma = 0.1$  (기지)이다. 이때  $\mu_{P_0} = 3.6, \mu_{P_1} = 3.309,$   $\delta \approx 3.0$ 이 되고,  $ARL_0 = 391, ARL_1 = 3.0$ 으로 관리하고자 한다.  $S_1 = 65^\circ\text{C}, S_2 = 155^\circ\text{C}$  이다.
- (2단계)  $(Q_{11})/Det[F_1] = 6.947$  ( $\pi^* = 0.788,$   $\xi_1 = 0.285$ ),  $\delta \approx 3.0$ 을 고려하여  $n = 30.4$ 가 되고, 최종  $n = 30$ 이 된다. ( $L_{ALT\bar{X}} = 2.8$ )
- (3단계)  $Z_{P_0} = -6.0, Z_{P_1} = -3.091$ 이고,  $n = 20$ 으로 할 때,  $\delta_{Z_p} \approx 3.0$ 이 된다.

(4단계)  $Z_p$  관리도는  $ARL_0 = 391, ARL_1 = 2.0$  으로  $\delta_{Z_p} = 3.0$  감지가 가능하다. ( $L_{Z_p} = 2.8$ )

(5단계) 2단계  $n = 30,$  3단계  $n = 20$  중 큰  $n = 30$ 이 최종  $n^*$ 이 된다. ALT 관리도에서 LCL=3.245가 된다.

(6단계)  $Z_p$  관리도의 UCL=-3.772가 된다.

(7단계)  $n^* = 30$ 에  $\pi^* = 0.788$ 가 반영되어,  $S_1$ 에 23개,  $S_2$ 에 7개가 시료가 결정된다.

ALT를 통해 각 시료들의 고장시간을 측정된 결과 ALT 관리도 LCL=3.245과  $Z_p$  관리도 UCL=-3.772를 벗어나지 않으면  $\mu_{P_0} = 3.6$ 과  $Z_{P_0} = -6.0$  (0ppm)을 유지한다.

### 5. 결론

가속수명시험 관리도는 ALT데이터를 통해 제조공정에서 제품 신뢰성특성치의 공정평균 이동을 관리하고 이를 통해 요구되는 신뢰성특성치의 공정불량률을  $Z_p$  관리도로 관리하는 통합관리 체계이다. 이로써, 제품 신뢰성보증방법으로 이용되어 왔던 로트단위 신뢰성보증과 더불어 제조공정 단계에서부터 제품 신뢰성보증이 가능하게 된다. 결과적으로, 생산자 입장에서는 고신뢰성 제품을 제조단계에서 관리함으로 실패비용을 크게 감소시킬 수 있는 효과가 있고, 고객은 제조 공정에서부터 고신뢰성이 확보된 제품을 공급받을 수 있게 된다. 본 논문은 제조공정에서 제품 신뢰성특성치의 공정평균과 신뢰성특성치 불량률을 통합적으로 관리하기 위한 방법론을 제시한 것으로 추후 응용 및 적용연구가 진행되어야 한다. 또한, 4장에서 언급한 바와 같이 가속수명시험 관리도의 경제적 설계에 대한 연구도 진행되어야 한다.

### 6. 참고 문헌

- [1] Bai, Chun and Kim, "Failure-Censored Accelerated Life Test Sampling Plans for Weibull Distribution under Expected Test Time Constraint," Reliability Engineering and System Safety, Vol.50, pp61-68, 1995
- [2] Bai, Kim and Chun, "Design of Failure-Censored Accelerated Life-Test Sampling Plans for Lognormal and Weibull Distribution," Engineering Optimization, Vol.21, pp197-212, 1993
- [3] F. F. Gan, "Design of Optimal Exponential CUSUM Control Chart," Journal of Quality

Technology, Vol.26(2), pp109-124, 1994

[4] Harry, "Confidence Intervals for the Percent Nonconforming Based on Variables Data," Journal of Quality Technology, Vol.14(4), pp207-210, 1982

[5] D. S. Holmes and A. E. Mergen, "EWMA Acceptance Chart," Quality and Reliability Engineering International, Vol.16(2), pp1-4, 2000

[6] B. C. Khoo, "A Moving Average Control Chart for Monitoring the Fraction Non-conforming," Quality and Reliability Engineering International, Vol.20, pp617-635, 2004

[7] J. G. Kim, Design of Accelerated Life Test Sampling Plans for Lognormal and Weibull Distributions, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 1993

[8] J. G. Kim, "Design of a Process Reliability Assurance System based on Accelerated Tests," The Journal of Reliability Engineering Association of Japan, Vol.23(7), pp257-260, 2001

[9] J. M. Lucas, "Combined Shewhart-CUSUM Quality Control Schemes," Journal of Quality Technology, Vol.14(2), pp51-59, 1982

[10] J. M. Lucas, "Counted Data CUSUMs," Technometrics, Vol.27(3), pp129-144, 1985

[11] J. I. McCool and T. A. Joyner-Motley, "Control Charts Applicable When the Fraction Nonconforming is Small," Journal of Quality Technology, Vol.30(3), pp240-247, 1998

[12] D. C. Montgomery, Introduction to Statistical Quality Control, John Wiley & Sons, NewYork, 2008

[13] L. S. Nelson, "A Control Chart for Parts-per-Million Nonconforming Items," Journal of Quality Technology, Vol.26(3), pp239-240, 1994

[14] Nelson and B. Wayne, Applied life data analysis, John Wiley & Sons, 2003

[15] Z. Wu, S. H. Yeo and T. A. Spedding, "A Synthetic Control Chart for Detecting Fraction Nonconforming Increases," Journal of Quality Technology, Vol.33, pp104-111, 2001

(부록:  $Q_{11}$ ,  $Det[F_1]$ 의  $A_i, B_i, C_i (i = 1, 2)$ )

ALT  $\bar{X}$ 의 분산을 구하기 위하여 피서정보행렬을 이용한다.  $X (= \log(Y))$ 가 스트레스  $\xi_i$ 에서 시험되는 제품의 관측 값이라고 하자. 관측중단시간이  $\eta$ 이라면 관측에 대한 피서정보행렬의 구성요소들은 다음과 같다.

$$E\left\{-\frac{\partial L}{\partial \beta_j \partial \beta_k}\right\} = (\xi_i \xi_k / \sigma^2) \left\{ (\psi(\zeta_i) - \phi(\zeta_i)) \left[ \zeta_i - \frac{\phi(\zeta_i)}{1 - \psi(\zeta_i)} \right] \right\}, j, k = 0, 1$$

$$E\left\{-\frac{\partial L}{\partial \beta_j \partial \sigma}\right\} = (\xi_j / \sigma^2) \left\{ -\phi(\zeta_i) \left[ 1 + \zeta_i \left( \zeta_i - \frac{\phi(\zeta_i)}{1 - \psi(\zeta_i)} \right) \right] \right\}, j = 0, 1$$

$$E\left\{-\frac{\partial L}{\partial \sigma^2}\right\} = (1/\sigma^2) \left\{ 2\psi(\zeta_i) - \zeta_i \phi(\zeta_i) \left[ 1 - \zeta_i^2 - \frac{\zeta_i \phi(\zeta_i)}{1 - \psi(\zeta_i)} \right] \right\} \quad (20)$$

여기서  $\zeta = (\eta - \beta_0 - \beta_1 \xi_1) / \sigma, \xi_1 = \xi_i$ 이다. 저수준스트레스에서  $n\pi_1$ 개 제품, 고수준스트레스에서  $n\pi_2$ 개 제품의 피서정보행렬은 다음과 같다.

$$F(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}) = n\pi_1 \cdot F_{\xi_i = \xi_1}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}) + n\pi_2 \cdot F_{\xi_i = \xi_2}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma})$$

$$= \sum_{i=1}^h \frac{n}{\sigma^2} \cdot \pi_i \begin{bmatrix} A_i & A_i \xi_i & B_i \\ A_i \xi_i & A_i \xi_i^2 & B_i \xi_i \\ B_i & B_i \xi_i & C_i \end{bmatrix} = \frac{n}{\sigma^2} \cdot (F_{jk}), j, k = 1, 2, 3$$

$$= \frac{n}{\sigma^2} \cdot F_1 \text{ 이다.}$$

$Q_{11}$ ,  $Det[F_1]$ 의  $A_i, B_i, C_i$ 는 ALT모수에 따르는 식 (20)의 오른쪽 중괄호에 있는 인자들이고,  $n, \pi_1, \xi_1$ 의 함수이다.

### 저 자 소 개

#### 김 종 결



서울대학교 계산통계학에서 석사, 한국과학기술원 산업공학과에서 박사학위를 취득하였으며, 현재 한국품질보증/PL 연구회 회장으로 활동하고 있으며, 성균관대학교 시스템경영공학과 교수로 재직 중이다.

주소: 경기도 수원시 장안구 천천동 300 시스템경영공학부

#### 엄 상 준



성균관대학교 산업공학과에서 학사와 석사학위를 취득하였으며, 현재 SK 하이닉스에서 품질관리 및 시스템혁신분야에 근무하고 있다. 성균관대학교 산업공학과 박사학위 과정에 재학 중이며, 관심분야는 통계적 품질관리, 품질관리시스템혁신, 제품신뢰성 등 이다

주소: 경기도 수원시 장안구 천천동 300번지 성균관대학교 시스템경영공학과 Q&D연구실 26418B호실