

## 다중센서 환경에서의 잠수함 표적기동분석에 적합한 필터구조 연구

### The Study of a Suitable for TMA Filter Architecture for the Submarine with Multiple Sensors

임 영 택\*

Young-Taek Lim

#### Abstract

In order to detect and track target, submarine gather the target information(bearing, range, frequency and so on) with using multiple sensors. And submarine can estimate target states with target information. In this paper, we suggest the target motion analysis(TMA) filter architecture of submarine and the proposed TMA filter architecture is tested by a series of computer simulation runs and the results are analyzed and verified.

#### 1. 서론

수상환경에서 표적을 탐지하거나 추적하는 것은 활용 가능한 표적정보가 많이 있기 때문에 큰 문제가 되지 않지만, 수중환경에서는 활용 가능한 표적정보가 제한적인 동시에 환경에 의한 불확실성도 매우 크기 때문에 수상환경과 달리 표적을 탐지하고 추적하는 것이 매우 제한적이고 어려운 문제이다.

일반적으로 수중에서 활동하는 잠수함의 경우에는 잠수함 자체의 은밀성을 보장받기 위해서 표적의 방위 정보를 활용하는 수동센서를 주 센서로 활용하고 있지만<sup>[1~3]</sup>, 오늘날에는 표적에 대한 탐지확률 및 탐지능력을 극대화하기 위하여 PRS(Passive Range Sensor)와 같은 거리정보를 활용할 수 있는 센서를 포함한 다양한

센서를 활용하여 다양한 표적정보를 수집, 활용하고 있다. 그러나 이와 같은 서로 다른 특성을 갖는 표적 정보를 표적기동분석에 활용하기 위해서는 그 특성에 맞는 적절한 표적기동분석용 필터가 필요하다. 일반적으로 거리정보와 같은 선형 측정치를 활용할 경우에는 표준칼만필터(SKF : Standard Kalman Filter)<sup>[4]</sup>를 최적필터로 많이 활용하고, 방위정보와 같은 비선형 측정치를 활용할 경우에는 확장칼만필터(EKF : Extended Kalman Filter)<sup>[5]</sup> 혹은 수정이득확장칼만필터(MGEKF : Modified Gain Extended Kalman Filter)<sup>[6]</sup>를 주로 적용해 왔다.

본 논문에서는 선형 측정치와 비선형 측정치가 혼합되어서 획득될 경우에 활용할 수 있는 필터의 경우로 첫 번째로 선형 측정치에서는 SKF를 활용하고 비선형 측정치에서는 MGEKF를 활용하는 경우와 두 번째로는 선형 측정치와 비선형 측정치 모두의 경우에 MGEKF를 적용한 경우이다. 그리고 제시한 두 경우를 기동표적에 대한 TMA에 적용하고 시뮬레이션을 통해

† 2012년 3월 6일 접수~2012년 6월 29일 게재승인

\* 삼성탈레스 해양/시스템연구소

책임저자 : 임영택(youngtaek74.lim@samsung.com)

서 그 성능을 비교해 보고자 한다.

본 논문의 2장에서는 적용된 시스템 모델에 대해서 소개하고, 3장에서는 선형 추정치에 적용하는 SKF와 MGEKF 알고리즘에 대해서 살펴봄, 4장과 5장에서는 각각 시뮬레이션 결과와 그 결과를 토대로 결론은 맺고자 한다.

## 2. 시스템 모델

표적기동분석(TMA : Target Motion Analysis)에서는 2차원 평면에서의 표적추적시스템 동력학 모델이 필요하다<sup>[7]</sup>. 이 시스템의 상태변수로 관측자와 표적간의 상태위치, 상대속도, 표적가속도를 정의하면 시스템 동력학은 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + BA_m \quad (1)$$

$$x = (P, V, A_r)^T = (X, Y, \dot{X}, \dot{Y}, A_{r_x}, A_{r_y})^T \quad (2)$$

여기서, 상태변수  $x$ 는 식 (2)이며 시스템 행렬  $A, B$ 는 각각 다음과 같다.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ -I_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

식 (1)에서 표적가속도  $A_r$ 는 일정하다고 가정했으며,  $A_m$ 은 관측자 즉, 자함(잠수함)의 가속도를 나타낸다.

수중환경에서 자함이 변침을 하면서 받아들이는 각도추정치에는 잡음이 실리게 되고 이러한 잡음 환경하에서의 각도추정치는

$$z(t_i) = \tan^{-1} \frac{X(t_i)}{Y(t_i)} + v(t_i) \quad (4)$$

로 표현되면 이 중에서 잡음이 섞이지 않은 순수한 표적 방위각  $\beta$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\beta(t_i) \equiv \tan^{-1} \frac{X(t_i)}{Y(t_i)} = h(x(t_i)) \quad (5)$$

식 (4)에 나타난 측정잡음  $v(t_i)$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 백색 가우시안으로 가정한다. 식 (2)의 시스템 동력학의 해는 아래와 같다.

$$x(t) = \Phi(t - t_0)x(t_0) + \sum_{i=1}^n \left( \int_{t_{ms_i}}^{t_{me_i}} \Phi(t - \sigma)BA_m(\sigma)d\sigma \right) \quad (6)$$

여기서 상태변수의 천이행렬  $\Phi(t - t_0)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi(t - t_0) = \begin{pmatrix} I_2 & (t - t_0)I_2 & \frac{1}{2}(t - t_0)^2 I_2 \\ 0 & I_2 & (t - t_0)I_2 \\ 0 & 0 & I_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

각도정보만을 이용한 표적추적시스템의 가관측성 해석<sup>[8-10]</sup> 결과로 관측자가 변침을 통해 가속도 성분을 가져야 시스템의 가관측성을 확보할 수 있다는 것을 알 수 있다.

## 3. 선형 추정치를 이용한 표적기동분석

가. 선형 추정치를 이용한 Standard Kalman Filter  
선형 추정치를 활용하고, 2차원으로 표현될 수 있는 공간에서 표적을 추정하는 표적추정문제에 가장 널리 쓰이는 간단한 구조의 Filter로는 Standard Kalman Filter<sup>[4]</sup>를 들 수 있다. SKF에 대한 상세한 설명은 [4]에 있으므로 본 논문에서는 SKF에 대해 수식적 측면에서 간단히 살펴보도록 하겠다.

### ◆ Propagation

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= \Phi \hat{x}_{k-1} \\ \bar{P}_k &= \Phi \hat{P}_{k-1} \Phi^T + Q \end{aligned}$$

### ◆ Measurement Update

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \bar{x}_k + K_k(z_k - H\bar{x}_k) \\ K &= \bar{P}_k H^T (H\bar{P}_k H^T + R)^{-1} \\ \hat{P}_k &= (I - K_k H) \bar{P}_k (I - K_k H)^T + K_k R K_k^T \\ &= (I - K_k H) \bar{P}_k \end{aligned}$$

위 식에서 본 SKF 알고리즘은 선형 시불변 시스템에서 최적필터로 적용될 수 있으며 여기에서는 이러한 SKF 알고리즘을 거리정보를 측정치로 하는 표적기동분석용 필터에 적용하고자 한다. 여기서 사용되는 상태변수는 표적과 관측자간의 상대위치, 상대속도에 해당된다.

나. 선형 측정치를 이용한 Modified Gain Extended Kalman Filter

해양환경에서 각도정보만을 표적 측정치로 활용하는 비선형 추정에 적용하는 MGEKF 알고리즘에 대한 추정성능은 기존의 발표된 논문<sup>[11~13]</sup>에서 그 결과를 이미 확인한 바 있다. 본 논문에서는 거리정보를 활용하는 선형 측정치 문제에 MGEKF 알고리즘을 적용하고자 한다. 순차적 추정자인 MGEKF 알고리즘은 표적기동분석에 사용하기 위해서는 비선형 함수로 표현되는 각도 및 거리 측정치가 ‘Modifiable’이라 규정되는 총체적 선형화가 가능한 특수한 class에 속하는가를 알아보는 것이 선행되어야 한다<sup>[6]</sup>. 각도를 측정치로 하는 경우에 대한 증명은 이미 [11]에서 하였으므로 여기에서는 거리정보를 이용하는 경우에 대해서 ‘modifiable’함을 증명해 보겠다.

정리 I: 어떤 벡터함수  $G(x_i)$  가 다음과 같은 등식이 성립할 때  $G(x_i)$  를 ‘modifiable’함수라 한다.

$$G(x_i) - \bar{G}(x_i) = H(z_i^*, \bar{x})(x_i - \bar{x}_i)$$

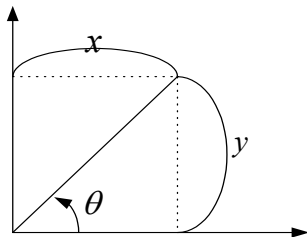


Fig. 1. Geometric relation for verification of ‘modifiable’

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$R - \bar{R} = \sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} \tag{8}$$

각도 측정치에 대한 ‘modifiable’함은 이미 [11]에서

증명된 바 있으므로 여기서는 그것을 이용하기만 한다. 측정치로 얻어진 거리정보는

$$R = \cos \theta x + \sin \theta y$$

$$\bar{R} = \cos \bar{\theta} \bar{x} + \sin \bar{\theta} \bar{y}$$

로 표현할 수 있고 이렇게 표현된 것을 이용해서 식 (8)을 다시 나타내면

$$R - \bar{R} = \cos \theta x + \sin \theta y - (\cos \bar{\theta} \bar{x} + \sin \bar{\theta} \bar{y})$$

$$= \cos \theta (x - \bar{x}) + \frac{\cos \theta - \cos \bar{\theta}}{\theta - \bar{\theta}} \bar{x} (\theta - \bar{\theta})$$

$$+ \sin \theta (y - \bar{y}) + \frac{\sin \theta - \sin \bar{\theta}}{\theta - \bar{\theta}} \bar{y} (\theta - \bar{\theta}) \tag{9}$$

와 같이 구해질 수 있으며, 이렇게 구해진 식 (8), (9)를 [11]의 각도정보를 이용하여 정리해보면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} R - \bar{R} \\ \theta - \bar{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta - \gamma K_1 \sin \theta, \sin \theta - \gamma K_1 \cos \theta, 0, 0, 0, 0 \\ -K_1 \sin \theta, K_1 \cos \theta, 0, 0, 0, 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \\ \dot{x} - \dot{\bar{x}} \\ \dot{y} - \dot{\bar{y}} \\ \ddot{x} - \ddot{\bar{x}} \\ \ddot{y} - \ddot{\bar{y}} \end{pmatrix} \tag{10}$$

식 (10)에 의해 거리정보를 측정치로 가지는 경우에 도 ‘modifiable’함을 알 수 있다. 그리고 여기에서

$$K_1 = \frac{\tan^{-1} \alpha}{\cos \theta \bar{x} - \sin \theta \bar{y}} \text{ 이고}$$

$$\alpha = \frac{1}{\cos \theta \bar{x} + \sin \theta \bar{y}} (\sin \theta \bar{x} - \cos \theta \bar{y})$$

$$\gamma = \frac{\bar{x} (\cos \theta - \cos \bar{\theta}) + \bar{y} (\sin \theta - \sin \bar{\theta})}{\theta - \bar{\theta}}$$

로 정의한다. 위에서 증명한 바에 의해서 거리정보를 측정치로 이용할 경우에 MGEKF 알고리즘을 적용할 수 있음을 알

수 있고, 사용되는 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

◆ Propagation

$$\bar{x}_k = \Phi(t_k - t_{k-1})\hat{x}_{k-1} - (x_{m_{k-1}} - \Phi(t_k - t_{k-1})x_m)$$

$$\bar{P}_k = \Phi \hat{P}_{k-1} \Phi^T + Q$$

◆ Measurement Update

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k(z_k - h(\bar{x}_k))$$

$$K = \bar{P}_k C_k^T (C_k \bar{P}_k C_k^T + \sigma_k^2)^{-1}$$

$$\hat{P}_k = (I - K_k g(z_k)) \bar{P}_k (I - K_k g(z_k))^T + K_k \sigma_k^2 K_k^T$$

이와 같이 MGEKF 알고리즘에서 거리정보를 이용하는 경우대해  $C_k$  는

$$C_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}_k} = \begin{pmatrix} \frac{-Y}{X^2 + Y^2}, & \frac{X}{X^2 + Y^2}, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, & \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, & 0, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

로 구해지고

$$z_k = \begin{pmatrix} \tan^{-1} \frac{Y}{X} \\ \sqrt{X^2 + Y^2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_\theta \\ v_r \end{pmatrix}$$

와 같은 비선형 함수로 표현된다.

4. 시뮬레이션

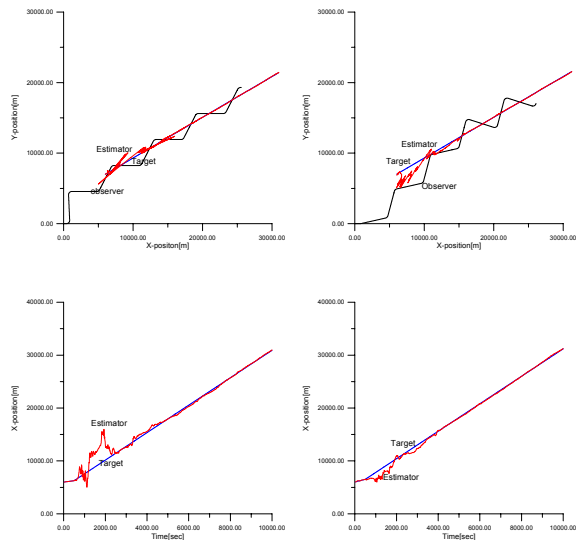
이 장에서는 앞에서 살펴본 필터 알고리즘을 이용하여 기동하는 표적에 대한 TMA의 성능을 시뮬레이션을 통해서 비교, 분석하고자 한다. 각도정보를 이용하는 센서의 경우 기동표적에 대한 TMA를 수행하기 위해서는 표적의 기동형태에 따라서 공정잡음의 공분산 값을 설정해 주어야 하고 이는 실시간으로 동작해야 하는 필터의 기능에 효과적이지 못하다. 또한 가관측성 문제의 해결이 먼저 선행되어야 한다. 거리정보를 활용하는 센서를 기동표적의 TMA에 적용하는 경우 가관측성이 기 확보되기 때문에 이와 같은 각도정

보를 활용하는 경우의 문제점은 해결될 수 있으나, 표적을 추적하기 위해 발생하는 음파에 의해서 적으로부터 자함의 위치를 추적당해 그 생존성 여부의 문제점이 생길 수 있다.

따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 앞서 서론에서 제안한 두가지 형태의 알고리즘을 이용한 기동표적의 TMA를 시뮬레이션을 통해서 그 결과를 알아보고자 한다. 첫 번째로 거리정보를 활용하는 경우에 KSF 알고리즘을, 각도정보를 활용하는 경우에는 MGEKF 알고리즘을 혼합하여 적용한 경우이며, 두 번째로는 각도정보를 활용하는 경우와 거리정보를 활용하는 경우 모두 MGEKF 알고리즘을 적용하는 경우이다. 시뮬레이션 조건으로는 전체 시뮬레이션 시간 10000초 중에서 0~500초 동안에는 거리정보를 이용하고, 그 이후에는 각도정보를 이용하는 형태로 전환하는 경우와 0~500, 2500~3000, 5000~5500 초 동안에는 거리정보를 활용하고 그 외의 시간에는 각도정보를 사용하는 경우로 이에 적용된 공정잡음의 공분산 값은

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 10^{-3} I_2 & 0_2 & 0_2 \\ 0_2 & 10^{-6} I_2 & 0_2 \\ 0_2 & 0_2 & 0_2 \end{pmatrix}, Q_2 = \begin{pmatrix} 10^{-1} I_2 & 0_2 & 0_2 \\ 0_2 & 3 * 10^{-3} I_2 & 0_2 \\ 0_2 & 0_2 & 0_2 \end{pmatrix}$$

으로 한다. 제안한 두 필터구조를 적용한 TMA의 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.



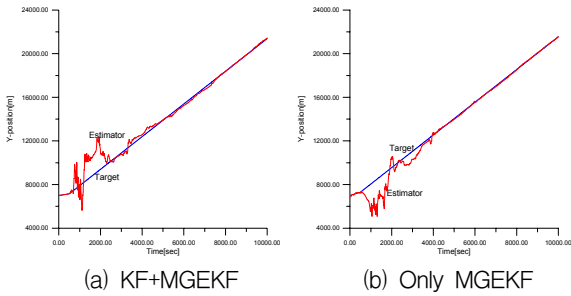


Fig. 2. The TMA results of Non-maneuvering target ( $Q_1$ , range and Bearing measurements were changed just once)

다음은 표적이 45°로 두 번 변침하면서 거리정보와 각도정보를 활용한 필터를 세 번 전환하는 경우이다.

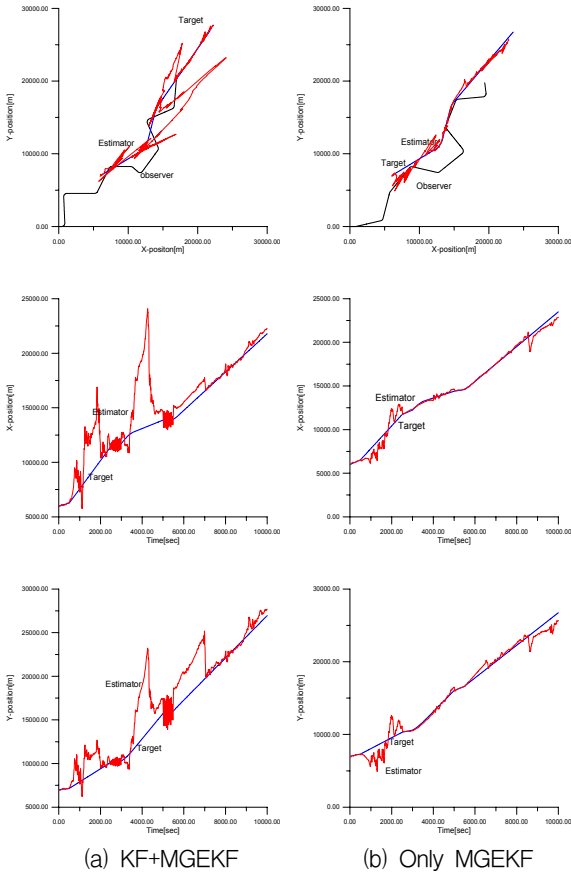


Fig. 3. The TMA results of target maneuvering two times ( $Q_2$ , range and Bearing measurements were changed three times)

## 5. 결론

본 논문에서 제안한 두 가지의 필터구조에 대한 시뮬레이션 결과를 살펴보면 표적이 직선기동하고 필터가 한번 전환되는 경우에는 두 제안한 필터의 기동표적에 대한 TMA 성능이 매우 유사하나 위치에 대한 추정결과를 통해서 두 번째로 제안한 공히 MGEKF 알고리즘을 적용한 경우가 성능이 다소 우수함을 알 수 있다. 그러나 표적이 두 번 변침하고 필터가 구조적으로 세 번 전환되는 경우에 제안한 두 가지 알고리즘 결과는 두 경우 모두 표적의 기동을 추적하기는 하나, 첫 번째 제안한 필터구조의 결과에서는 표적상태변수의 추정치에 Fluctuation 현상이 나타나 필터구조의 불안정현상을 나타내 보였고, 전반적인 표적추적성능 역시 좋지 못하였다. 반면에 두 번째 필터구조는 이와 같은 표적상태변수 추정치의 Fluctuation 현상 없이 기동표적의 위치를 추정함을 알 수 있고 전반적인 표적추적성능 역시 첫 번째 필터구조에 비해 뛰어난을 알 수 있었다.

이러한 결과는 각도정보와 거리정보를 모두 활용하는 다중센서 환경에서는 공히 MGEKF 알고리즘을 적용한 필터구조의 경우가 더 안정적인 추정성능을 확보할 수 있음을 의미하며, 이는 다중센서를 활용하여 표적을 추적하는 잠수함 표적기동분석용 필터구조로 더 적합함을 의미한다.

## References

- [1] 한태곤, 송택렬, “수동센서를 이용한 자동 표적기동분석”, 제13차 한국자동제어학술대회 논문집 제 1권, pp. 573~576, 10. 1998.
- [2] 김기현, 송택렬, “IMM을 이용한 수동소나체계의 표적기동분석”, 제14차 한국자동제어학술대회 논문집, 제D권, pp. 150~153, 10. 1999.
- [3] 임영택, 송택렬, “TASS를 위한 기동표적분석 성능 향상 연구”, 2000년도 수중음향특화센터 학술대회 논문집, pp. 91~95, 12. 2000.
- [4] ELI BROOKNER, “Tracking and Kalman Filtering Made Easy”, Formally Published by JOHN WILEY & SON, INC, 1998.
- [5] Yaakow Bar-shalom, Xiao-rong Li, “Estimation and Tracking Principle, Techniques, and Software”,

- Published by Artech House, Boston. London, 1993.
- [6] T. L. Song, and J. L. Speyer, "A Stochastic Analysis of a Modifiedgain Extended Kalman Filter with Applications to Estimation with Bearings Only Measurements", IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 30, No. 10, pp. 940~949, Oct. 1985.
- [7] V. J. Aidala and S. E. Hammel, "Utilization of Modified Polar Coordinates for Bearing-only Tracking", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 28. No. 3, pp. 283~294, Mar. 1983.
- [8] S. C. Nardon and V. J Aidala, "Observability Criteria for Bearing-only Target Motion Analysis", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 17, No. 2, pp. 162~166, Mar. 1981.
- [9] S. E. Hammel and V. J. Aidala, "Observability Requirements for Three-dimensional Tracking Via Angle Measurement", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 21, No. 2, pp. 200~207, Mar. 1985.
- [10] T. L. Song, "Observability of Target Tracking with Bearing-only Measurements", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 32, No. 4, pp. 1468~1472, Mar. 1985.
- [11] T. L. Song and T. Y. Um, "Practical Guidance For Homing Missiles with Bearing-only Measurements", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 31, No. 1, pp. 434~443, Jan. 1996.
- [12] C. Jauffret and D. Pillon, "Observability of Passive Target Motion Analysis", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 32, No. 4, pp. 1290~1300, Oct. 1996.
- [13] E. Fogel and M. Gavish, "Nth Order Dynamic Target Observability from Angle Measurements", IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 23, No. 3, pp. 305~308, May. 1988.